

Satisfiability Checking

06 SAT solving examples

Prof. Dr. Erika Ábrahám

RWTH Aachen University
Informatik 2
LuFG Theory of Hybrid Systems

WS 23/24

06 SAT solving examples

1 Example 1

2 Example 2

SAT solving: Example1

- We use DPLL+CDCL SAT solving combining enumeration, propagation and resolution.
- We use watched literals (underlined in formulas) to speed up propagation.
- We use VSIDS as variable ordering heuristics and assign the value *false* to decision variables.
- In VSIDS, to order variables with the same activity value, we use the lexicographic order; in our example this will be $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : c_1, c_3
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 :
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

| | |
|-------|---|
| x_1 | 0 |
| x_2 | 0 |
| x_3 | 0 |
| x_4 | 0 |

Trail:

Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : c_1, c_3
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 :
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

Decide $\neg x_1$

Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : c_1, c_3
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 :
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Propagate $\neg x_1$ in

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

Example 1

$$c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : c_1, c_3
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 :
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

Propagate $\neg x_1$ in $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4)$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : ~~c_1~~ , c_3
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1 , c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1
 $\neg x_4$: c_2 , c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

Propagate $\neg x_1$ in $c_1 : (\underline{x_1} \vee \underline{x_2} \vee x_4) \rightarrow (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 : ~~c_1~~ , c_3

$\neg x_1$:

x_2 : c_1, c_2

$\neg x_2$: c_3

x_3 : c_4

$\neg x_3$:

x_4 : c_1

$\neg x_4$: c_2, c_4

Propagate $\neg x_1$ in

Activities

(increment=1):

x_1 0

x_2 0

x_3 0

x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

$c_3 : (\underline{x_1} \vee \underline{\neg x_2} \vee x_4)$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 : ~~c_1~~ , ~~c_3~~
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Propagate $\neg x_1$ in

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

$$c_3 : (\underline{x_1} \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

Decide $\neg x_2$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

Propagate $\neg x_2$ in

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

Propagate $\neg x_2$ in $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

x_4 : c_1

Propagate $\neg x_2$ in $c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$ Assign x_4

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Propagate $\neg x_2$ in

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

x_4 : c_1

$c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
DL2: $\neg x_2$: NULL
 x_4 : c_1

Propagate $\neg x_2$ in

$c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \rightarrow \nexists \text{conflict!}$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
DL2: $\neg x_2$: NULL
 x_4 : c_1

Conflict resolution:

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4})$$

Watch lists:

x_1 :
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=1):

x_1 0
 x_2 0
 x_3 0
 x_4 0

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

DL2: $\neg x_2$: NULL

x_4 : c_1

Conflict resolution:

$$\frac{(x_2 \vee \neg x_4) \quad (x_1 \vee x_2 \vee x_4)}{(x_1 \vee x_2)}$$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \neg \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \neg \underline{x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Add conflict clause

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
DL2: $\neg x_2$: NULL
 x_4 : c_1

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL

Backtrack to DL1

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Assign x_2 at DL1 by c_5

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$
 $\neg x_1 :$
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$
 $\neg x_2 : c_3$
 $x_3 : c_4$
 $\neg x_3 :$
 $x_4 : c_1, c_3$
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$
 $x_2 \quad 1$
 $x_3 \quad 0$
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1: $\neg x_1 : \text{NULL}$
 $x_2 : c_5$

Propagate x_2 in

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5

Propagate x_2 in $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5
 x_4 : c_3

Propagate x_2 in $c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \rightarrow$ Assign x_4

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$
 $\neg x_1 :$
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$
 $\neg x_2 : c_3$
 $x_3 : c_4$
 $\neg x_3 :$
 $x_4 : c_1, c_3$
 $\neg x_4 : c_2, c_4$

Propagate x_4 in

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$
 $x_2 \quad 1$
 $x_3 \quad 0$
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1: $\neg x_1 : \text{NULL}$
 $x_2 : c_5$
 $x_4 : c_3$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5
 x_4 : c_3

Propagate x_4 in $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5
 x_4 : c_3

Propagate x_4 in $c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow \text{O.K.}$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5
 x_4 : c_3

Propagate x_4 in $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4})$

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

x_1 : c_5
 $\neg x_1$:
 x_2 : c_1, c_2, c_5
 $\neg x_2$: c_3
 x_3 : c_4
 $\neg x_3$:
 x_4 : c_1, c_3
 $\neg x_4$: c_2, c_4

Activities

(increment=2):

x_1 1
 x_2 1
 x_3 0
 x_4 1

Trail:

DL1: $\neg x_1$: NULL
 x_2 : c_5
 x_4 : c_3
 x_3 : c_4

Propagate x_4 in $c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \rightarrow$ Assign x_3

Example 1

$$c_1 : (x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_2 : (\underline{x_2} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_3 : (x_1 \vee \underline{\neg x_2} \vee \underline{x_4}) \wedge c_4 : (\underline{x_3} \vee \underline{\neg x_4}) \wedge c_5 : (x_1 \vee x_2)$$

Watch lists:

$x_1 : c_5$
 $\neg x_1 :$
 $x_2 : c_1, c_2, c_5$
 $\neg x_2 : c_3$
 $x_3 : c_4$
 $\neg x_3 :$
 $x_4 : c_1, c_3$
 $\neg x_4 : c_2,$

Activities

(increment=2):

$x_1 \quad 1$
 $x_2 \quad 1$
 $x_3 \quad 0$
 $x_4 \quad 1$

Trail:

DL1: $\neg x_1 : \text{NULL}$
 $x_2 : c_5$
 $x_4 : c_3$
 $x_3 : c_4$

→ SAT

Bonus exercise 8

Assume the following propositional logic formula in CNF:

$$\underbrace{(C \vee \neg D)}_{c_0} \wedge \underbrace{(A \vee \neg B \vee \neg D)}_{c_1} \wedge \underbrace{(\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D)}_{c_2} \wedge \underbrace{(A \vee D)}_{c_3}$$

Apply the DPLL+CDCL algorithm until it detects either a conflict or a complete solution. For a decision, always take the smallest unassigned variable in the order $A < B < C < D$ and assign false to it.

At the first conflict or full solution, how many variables are assigned the value true?

Bonus exercise 8

Assume the following propositional logic formula in CNF:

$$\underbrace{(C \vee \neg D)}_{c_0} \wedge \underbrace{(A \vee \neg B \vee \neg D)}_{c_1} \wedge \underbrace{(\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D)}_{c_2} \wedge \underbrace{(A \vee D)}_{c_3}$$

Apply the DPLL+CDCL algorithm until it detects either a conflict or a complete solution. For a decision, always take the smallest unassigned variable in the order $A < B < C < D$ and assign false to it.

At the first conflict or full solution, how many variables are assigned the value true?

Correct answer: 2

DL0: -

DL1: $\neg A: nil$ $D: c_3$ $C: c_0$ $\neg B: c_1$

06 SAT solving examples

1 Example 1

2 Example 2

SAT solving: Example 2

- We use DPLL+CDCL SAT solving combining enumeration, propagation and resolution.
- We use watched literals (underlined in formulas) to speed up propagation.
- We use VSIDS as variable ordering heuristics and assign the value *false* to decision variables.
- In VSIDS, to order variables with the same activity value, we use the lexicographic order; in our example this will be $a < b < c < d$.

Example

$$c_1 : (a \vee b \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Example – Watchlists

$$c_1 : (a \vee b \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$

$\neg a :$

$b :$

$\neg b :$

$c :$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (b \vee c) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a : c_1$

$\neg a :$

$b : c_1$

$\neg b :$

$c :$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee b \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a : c_1$

$\neg a :$

$b : c_1, c_2$

$\neg b :$

$c : c_2$

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg b \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$ c_1

$\neg a :$ c_3

$b :$ c_1, c_2, c_3

$\neg b :$

$c :$ c_2

$\neg c :$

$d :$

$\neg d :$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$$a : c_1, c_4$$

$$\neg a : c_3$$

$$b : c_1, c_2, c_3$$

$$\neg b : c_4$$

$$c : c_2$$

$$\neg c :$$

$$d :$$

$$\neg d :$$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

$a :$ c_1, c_4, c_5

$\neg a :$ c_3

$b :$ c_1, c_2, c_3

$\neg b :$ c_4

$c :$ c_2

$\neg c :$ c_5

$d :$

$\neg d :$

Example – Watchlists

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

$$a : c_1, c_4, c_5$$

$$\neg a : c_3$$

$$b : c_1, c_2, c_3$$

$$\neg b : c_4$$

$$c : c_2$$

$$\neg c : c_5, c_6$$

$$d :$$

$$\neg d : c_6$$

Example – Activities

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a : c_1, c_4, c_5
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2
 $\neg c$: c_5, c_6
 d :
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a : c_1, c_4, c_5
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2
 $\neg c$: c_5, c_6
 d :
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a : c_1, c_4, c_5
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2
 $\neg c$: c_5, c_6
 d :
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

Decide $\neg a$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

\underline{a} : c_1, c_4, c_5
 $\neg \underline{a}$: c_3
 \underline{b} : c_1, c_2, c_3
 $\neg \underline{b}$: c_4
 \underline{c} : c_2
 $\neg \underline{c}$: c_5, c_6
 \underline{d} :
 $\neg \underline{d}$: c_6

Propagate $\neg \underline{a}$ in

Activities

(increment=1):

\underline{a} 0
 \underline{b} 0
 \underline{c} 0
 \underline{d} 0

Trail:

DL1: $\neg \underline{a}$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a : c_1, c_4, c_5

$\neg a$: c_3

b : c_1, c_2, c_3

$\neg b$: c_4

c : c_2

$\neg c$: c_5, c_6

d :

$\neg d$: c_6

Propagate $\neg a$ in $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c)$

Activities

(increment=1):

a 0

b 0

c 0

d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

a : ~~c_1~~ , c_4 , c_5

$\neg a$: c_3

b : c_1 , c_2 , c_3

$\neg b$: c_4

c : c_2

$\neg c$: c_5 , c_6 , c_1

d :

$\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0

b 0

c 0

d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

Propagate $\neg a$ in $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \rightarrow (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg c \vee d) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg d)$$

Watch lists:

a : ~~c_1~~ , c_4 , c_5
 $\neg a$: c_3
 b : c_1 , c_2 , c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2
 $\neg c$: c_5 , c_6 , c_1
 d :
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg a$ in $c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee c)$

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee d) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

a : ~~c_1~~ , ~~c_4~~ , c_5
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d :
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg a$ in

$$c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee c) \rightarrow (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c})$$

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a : ~~c_1~~ , ~~c_4~~ , c_5

$\neg a$: c_3

b : c_1, c_2, c_3

$\neg b$: c_4

c : c_2, c_4

$\neg c$: c_5, c_6, c_1

d :

$\neg d$: c_6

Propagate $\neg a$ in

$c_5 : (\underline{a} \vee \neg \underline{c} \vee d)$

Activities

(increment=1):

a 0

b 0

c 0

d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d})$$

Watch lists:

a : ~~c_1~~ , ~~c_4~~ , ~~c_5~~
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg a$ in

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

$$c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \rightarrow (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d})$$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

DL2: $\neg b$: NULL

Decide $\neg b$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg b$ in

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

DL2: $\neg b$: NULL

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 \underline{b} : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL

DL2: $\neg \underline{b}$: NULL

Propagate $\neg \underline{b}$ in $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c})$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 \underline{b} : $\underline{c}_1, c_2, c_3$
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg \underline{b}$: NULL
 $\neg \underline{c}$: \underline{c}_1

Propagate $\neg \underline{b}$ in $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \rightarrow$ assign $\neg \underline{c}$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 \underline{b} : $c_1, \underline{c_2}, c_3$
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg \underline{b}$ in $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg \underline{b}$: NULL
 $\neg c$: c_1

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 \underline{b} : $c_1, \underline{c_2}, c_3$
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg \underline{b}$: NULL
 $\neg c$: c_1

Propagate $\neg \underline{b}$ in $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \rightarrow \not\downarrow$ conflict!

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=1):

a 0
 b 0
 c 0
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg b$: NULL
 $\neg c$: c_1

Conflict resolution:

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$$

Watch lists:

a :
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=2):

a \emptyset 1
 b \emptyset 1
 c \emptyset 1
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg b$: NULL
 $\neg c$: c_1

Conflict resolution:
$$\frac{c_2:(b \vee c) \quad c_1:(a \vee b \vee \neg c)}{c_7:(a \vee b)}$$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b})$$

Watch lists:

a : c_7
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Add conflict clause

Activities

(increment=2):

a 1
 b 1
 c 1
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
DL2: $\neg b$: NULL
 $\neg c$: c_1

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Backtrack to DL1

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$

~~DL2: $\neg b : \text{NULL}$~~

~~$\neg c : c_1$~~

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$

Assign b at DL1 by c_7

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate b in

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate b in $c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7
 $\neg a$: c_3
 b : c_1, c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=2):

a 1
 b 1
 c 1
 d 0

Trail:

DL1: $\neg a$: NULL
 b : c_7
 c : c_4

Propagate b in $c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \rightarrow$ assign c

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate c in

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$

Propagate c in $c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$
 $d : c_5$

Propagate c in $c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \rightarrow \text{assign } d$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b})$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate c in $c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d})$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$
 $d : c_5$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$
 $d : c_5$

Propagate c in $c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \rightarrow \not\downarrow \text{conflict!}$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=2):

$a \quad 1$
 $b \quad 1$
 $c \quad 1$
 $d \quad 0$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$
 $d : c_5$

Conflict resolution:

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b})$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, \textcolor{green}{c_6}, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$
 $b \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$
 $c \text{ } \cancel{1} \text{ } 3$
 $d \text{ } \emptyset \text{ } 2$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $\textcolor{green}{c} : \textcolor{green}{c_4}$
 $d : c_5$

Conflict resolution:

$$\begin{array}{c}
 \frac{c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \quad c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d})}{(a \vee \neg \underline{c}) \quad c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})} \\
 \frac{(a \vee \neg \underline{b}) \quad c_7 : (a \vee \underline{b})}{c_8 : (a)}
 \end{array}$$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Add conflict clause

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL1: $\neg a : \text{NULL}$
 $b : c_7$
 $c : c_4$
 $d : c_5$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

~~DL1: $\neg a : \text{NULL}$~~
 ~~$b : c_7$~~
 ~~$c : c_4$~~
 ~~$d : c_5$~~

Backtrack to DL0

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

Assign a at DL0 by c_8

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg \underline{c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg \underline{c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg \underline{c} \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate a in

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : c_3$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

Propagate a in $c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c)$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \wedge c_4 : (a \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \neg c \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\neg c \vee \neg \underline{d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a : \cancel{c_3}$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

Propagate a in $c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c) \rightarrow (\neg a \vee \underline{b} \vee \neg c)$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a :$
 $b : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $\underline{b} \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

DL1: $\neg \underline{b} : \text{NULL}$

Decide $\neg \underline{b}$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

$a : c_7$
 $\neg a :$
 $\underline{b} : c_1, c_2, c_3, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate $\neg b$ in

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$

DL1: $\neg \underline{b} : \text{NULL}$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (a \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (a \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (a) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7
 $\neg a$:
 \underline{b} : c_1, c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8

DL1: $\neg \underline{b}$: NULL

Propagate $\neg \underline{b}$ in $c_1 : (a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$:
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
DL1: $\neg b$: NULL

Propagate $\neg b$ in $c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \rightarrow (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$:
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg b$ in $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: $a : c_8$

DL1: $\neg b : \text{NULL}$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$:
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: $a : c_8$
DL1: $\neg b : \text{NULL}$
 $c : c_2$

Propagate $\neg b$ in $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \rightarrow \text{assign } c$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$:
 b : ~~c_1~~ , c_2 , c_3 , c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg b$ in

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
DL1: $\neg b$: NULL
 c : c_2

$c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c})$

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a : c_7, c_1$
 $\neg a :$
 $\underline{b} : \cancel{c_1}, c_2, \underline{c_3}, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Propagate $\neg b$ in

Activities

(increment=3):

$a \quad 3$
 $b \quad 3$
 $c \quad 3$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$
DL1: $\neg b : \text{NULL}$
 $c : c_2$

$c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \rightarrow \not\vdash \text{conflict!}$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$:
 b : ~~c_1~~ , c_2 , c_3 , c_7
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=3):

a 3
 b 3
 c 3
 d 2

Trail:

DL0: $a : c_8$
DL1: $\neg b : \text{NULL}$
 $c : c_2$

Conflict resolution:

SAT solving: Example 2

$$c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a})$$

Watch lists:

$a : c_7, c_1$
 $\neg a :$
 $\underline{b} : \cancel{c_1}, c_2, \underline{c_3}, c_7$
 $\neg b : c_4$
 $c : c_2, c_4$
 $\neg c : c_5, c_6, c_1, c_3$
 $d : c_5$
 $\neg d : c_6$

Activities

(increment=4):

$a \not\bowtie 6$
 $b \not\bowtie 6$
 $c \not\bowtie 6$
 $d \quad 2$

Trail:

DL0: $a : c_8$
 DL1: $\neg \underline{b} : \text{NULL}$
 $c : c_2$

Conflict resolution:

$$\frac{c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \quad c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})}{c_9 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b})}$$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$: c_9
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Add conflict clause

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
DL1: $\neg b$: NULL
 c : c_2

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$: c_9
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: $a : c_8$

~~DL1: $\neg b : \text{NULL}$~~

~~$c : c_2$~~

Backtrack to DL0

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$: c_9
 b : ~~c_1~~ , c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Assign b by c_9

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate b in

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg a \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: c_4
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate b in $c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c})$

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$: ~~c_4~~
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9

Propagate b in $c_4 : (\underline{a} \vee \underline{\neg b} \vee \underline{c}) \rightarrow (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8

b : c_9

DL1: $\neg c$: **NULL**

Decide $\neg c$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg c$ in

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8

b : c_9

DL1: $\neg c$: **NULL**

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8

b : c_9

DL1: $\neg c$: **NULL**

Propagate $\neg c$ in $c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8

b : c_9

DL1: $\neg c$: **NULL**

Propagate $\neg c$ in $c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Decide $\neg d$

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9
DL1: $\neg c$: *NULL*
DL2: $\neg d$: *NULL*

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Propagate $\neg d$ in

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9
DL1: $\neg c$: *NULL*
DL2: $\neg d$: *NULL*

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9
DL1: $\neg c$: *NULL*
DL2: $\neg d$: *NULL*

Propagate $\neg d$ in $c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d})$

SAT solving: Example 2

$$\begin{aligned} c_1 : (\underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_2 : (\underline{b} \vee \underline{c}) \wedge c_3 : (\neg \underline{a} \vee \underline{b} \vee \underline{\neg c}) \wedge c_4 : (\underline{a} \vee \neg \underline{b} \vee \underline{c}) \wedge \\ c_5 : (\underline{a} \vee \underline{\neg c} \vee \underline{d}) \wedge c_6 : (\underline{\neg c} \vee \underline{\neg d}) \wedge c_7 : (\underline{a} \vee \underline{b}) \wedge c_8 : (\underline{a}) \wedge c_9 : (\underline{\neg a} \vee \underline{b}) \end{aligned}$$

Watch lists:

a : c_7, c_1, c_4
 $\neg a$: c_9
 b : c_2, c_3, c_7, c_9
 $\neg b$:
 c : c_2, c_4
 $\neg c$: c_5, c_6, c_1, c_3
 d : c_5
 $\neg d$: c_6

$\Rightarrow \text{SAT}$ a b $\neg c$ $\neg d$

Activities

(increment=4):

a 6
 b 6
 c 6
 d 2

Trail:

DL0: a : c_8
 b : c_9
DL1: $\neg c$: *NULL*
DL2: $\neg d$: *NULL*

- How to compute with the DPLL+CDCL-based SAT solving algorithm?