Politechnika Warszawska

Wydział mechatroniki

Zasady budowy robotów

Projekt 2

Hubert Malinowski

Warszawa 2022/2023

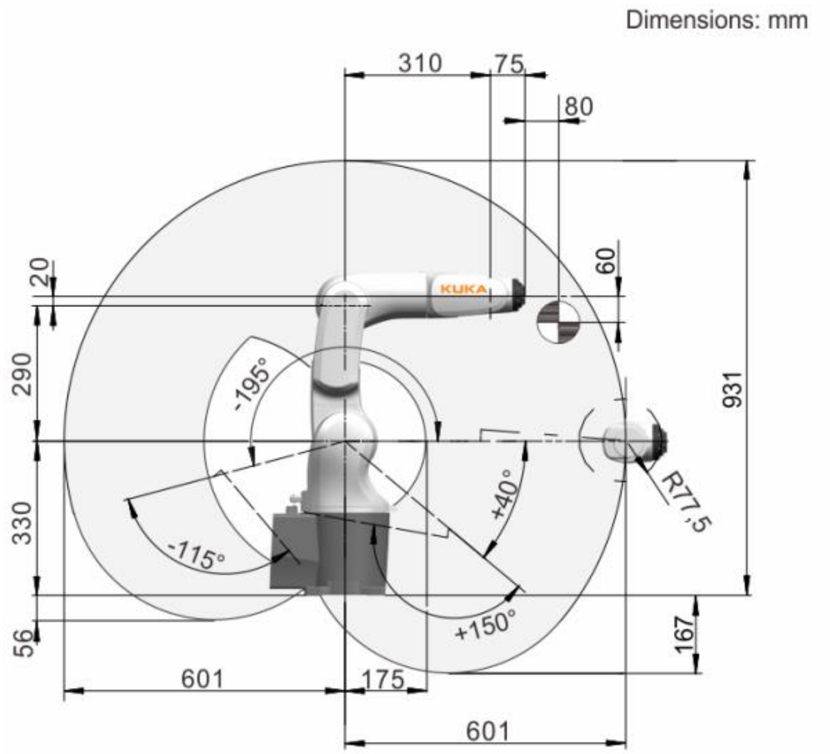
1. Wybór robota

Mój wybór padł na **KR 4 AGILUS** firmy KUKA. Wybór padł na tą maszynę, ponieważ była ona przeze mnie rozpatrywana w projekcie z przedmiotu "Robotronika". Robot miał zastępować człowieka na farmie drukarek 3D. Rozsądnym wydaje się więc poddanie go dalszej analizie.

Rysunek 1: Kr 4 AGILUS

Posiada on strukturę części regionalnej {C_R, B_{R1}, B_{R2}}. Maksymalny zasięg wynosi 601mm. Obciążenie znamionowe to 4kg. Masa wynosi natomiast 27kg. Parametry członów to odpowiednio:

Człon	**Dane osi**	**Prędkość**	**Przyspieszenie**
A1	±170°	336°/s	3,14rad/s^2
A2	-195° / 40°	336°/s	3,14rad/s^2
A3	-115° / 150°	488°/s	3,14rad/s^2



Rysunek 2: Najważniejsze wymiary i pole robocze maszyny

2. Podanie zależności i obliczenie parametrów kinematycznych mechanizmu robota

Człon 1 – {C_R}

Parametry:

- Masa m_1: 9,1kg
- Długość l_1: 330mm
- Średnica d_1: 201,6mm

Przyjęto, że podstawa jest nieruchoma i przymocowana do podłoża, więc warunki początkowe wynoszą:

- $\omega_{0/0} = 0\frac{rad}{s}$
- $\varepsilon_{0/0} = 0\frac{rad}{s^2}$
- $v_{0/0} = 0\frac{m}{s}$
- $\alpha_{0/0} = 0\frac{m}{s^2}$

Maksymalne prędkości członów przyjmują następujące wartości:

- $\dot{\varphi}_1 = 5{,}86 \frac{rad}{s}$
- $\dot{\varphi}_2 = 5{,}86 \frac{rad}{s}$
- $\dot{\varphi}_3 = 8{,}52 \frac{rad}{s}$

Wartości przyspieszeń członów przyjęto jako:

- $\vartheta_1 = 3{,}14 \frac{rad}{s^2}$
- $\vartheta_2 = 3{,}14 \frac{rad}{s^2}$
- $\vartheta_3 = 3{,}14 \frac{rad}{s^2}$

Obliczono parametry geometryczne:

$$r_{01,00/1} = \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}330 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm1,00/1} = \begin{bmatrix} x_{Cm1,00} \\ y_{Cm1,00} \\ z_{Cm1,00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}165 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm1,01/1} = \begin{bmatrix} x_{Cm1,01} \\ y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l_1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}165 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Macierz transformacji:

$$A_{1,0} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ S_1 & -C_1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Prędkość kątowa członu 1:

$$\omega_{1/1} = A_{1,0}\left[\omega_{0/0} + \dot{\varphi}_1 e_{z0/0}\right] = A_{1,0}\left[0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix}\right] = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ S_1 & -C_1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}86 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu i-1:

$$W_{0/0} = [0]$$

Przyspieszenie kątowe członu 1:

$$\varepsilon_{1/1} = A_{1,0}\left[\varepsilon_{0/0} + \ddot{\varphi}_1 e_{z0/0} + W_{0/0}\left(\dot{\varphi}_1 e_{z0/0}\right)\right] =$$

$$= A_{1,0}\left[0 + \ddot{\varphi}_1 e_{z0/0} + 0\left(\dot{\varphi}_1 e_{z0/0}\right)\right] = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ S_1 & -C_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\varphi}_1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3{,}14 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu 1:

$$W_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{1,z1} & \omega_{1,y1} \\ \omega_{1,z1} & 0 & -\omega_{1,x1} \\ -\omega_{1,y1} & \omega_{1,x1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5{,}86 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Prędkość liniowa punktu 01 w członie 1:

$$v_{01/1} = A_{1,0} v_{00/0} + W_{1/1} r_{01,00/1} = A_{1,0} 0 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_1 \dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1{,}934 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Kwadrat ex-wektorowych macierzy prędkości $W_{1/1}W_{1/1}$ członu 1:

$$W_{1/1} W_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\varphi}_1{}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\varphi}_1{}^2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -34{,}34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -34{,}34 \end{bmatrix} \frac{rad^2}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz przyspieszenia członu 1:

$$E_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_{1,z1} & \varepsilon_{1,y1} \\ \varepsilon_{1,z1} & 0 & -\varepsilon_{1,x1} \\ -\varepsilon_{1,y1} & \varepsilon_{1,x1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\ddot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3{,}14 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3{,}14 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Przyspieszenie liniowe punktu 01 w członie 1:

$$\alpha_{01/1} = A_{1,0}\alpha_{00/0} + E_{1/1}r_{01,00/1} + W_{1/1}W_{1/1}r_{01,00/1} =$$

$$= A_{1,0}0 + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\ddot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\varphi}_1^{\,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\varphi}_1^{\,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_1\ddot{\varphi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -l_1\dot{\varphi}_1^{\,2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1\dot{\varphi}_1^{\,2} \\ 0 \\ -l_1\ddot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11{,}332 \\ 0 \\ -1{,}036 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

Prędkość liniowa punktu C_{m1} w członie 1:

$$v_{Cm1/1} = v_{01/1} + W_{1/1}r_{Cm1,01/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_1\dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Cm1,01} \\ y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} z_{Cm1,01}\dot{\varphi}_1 \\ 0 \\ -(l_1 + x_{Cm1,01})\dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0{,}967 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Przyspieszenie liniowe punktu C_{m1} w członie 1:

$$\alpha_{Cm1/1} = \alpha_{01/0} + E_{1/1}r_{Cm1,01/1} + W_{1/1}W_{1/1}r_{Cm1,01/1} =$$

$$= \begin{bmatrix} -l_1\dot{\varphi}_1^{\,2} \\ 0 \\ -l_1\ddot{\varphi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\ddot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Cm1,01} \\ y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\varphi}_1^{\,2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\varphi}_1^{\,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Cm1,01} \\ y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -l_1\dot{\varphi}_1^{\,2} \\ 0 \\ -l_1\ddot{\varphi}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 z_{Cm1,01} \\ 0 \\ -\ddot{\varphi}_1 x_{Cm1,01} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\varphi}_1^{\,2} x_{Cm1,01} \\ 0 \\ -\dot{\varphi}_1^{\,2} z_{Cm1,01} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 z_{Cm1,01} - l_1\dot{\varphi}_1^{\,2} - \dot{\varphi}_1^{\,2} x_{Cm1,01} \\ 0 \\ -l_1\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_1 x_{Cm1,01} - \dot{\varphi}_1^{\,2} z_{Cm1,01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5{,}666 \\ 0 \\ -0{,}5181 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

Człon 2 – {B_R}

Parametry:

- Masa m_2: 7,3kg
- Długość l_2: 290mm
- Średnica d_2: 183,3mm
- Wcięcie d: 0mm
- Odsadzenie e: 0mm

Warunki początkowe wynikają z wcześniej wykonanych obliczeń C_R:

- $\omega_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}86 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$
- $\varepsilon_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3{,}14 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$
- $v_{01/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1{,}934 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$
- $\alpha_{01/1} = \begin{bmatrix} -11{,}332 \\ 0 \\ -1{,}036 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$

Wartości $\dot{\varphi}_2$ i $\ddot{\varphi}_2$ przyjmują wartości:

- $\varphi_2 = 0$
- $\dot{\varphi}_2 = 5{,}86 \frac{rad}{s}$
- $\ddot{\varphi}_2 = 3{,}14 \frac{rad}{s^2}$

Obliczono parametry geometryczne:

$$r_{02,01/2} = \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}290 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm2,01/2} = \begin{bmatrix} x_{Cm2,01} \\ y_{Cm2,01} \\ z_{Cm2,01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_2}{2} \\ 0 \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm2,02/2} = \begin{bmatrix} x_{Cm2,02} \\ y_{Cm2,02} \\ z_{Cm2,02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l_2}{2} \\ 0 \\ d-e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Macierz transformacji:

$$A_{2,1} = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prędkość kątowa członu 2:

$$\omega_{2/2} = A_{2,1}\left[\omega_{1/1} + \dot{\varphi}_2 e_{z1/1}\right] = A_{2,1}\left[\omega_{1/1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix}\right] = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} S_2\dot{\varphi}_1 \\ C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}86 \\ 5{,}86 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu 1:

$$W_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{1,z1} & \omega_{1,y1} \\ \omega_{1,z1} & 0 & -\omega_{1,x1} \\ -\omega_{1,y1} & \omega_{1,x1} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\varphi}_1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\varphi}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5{,}86 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Przyspieszenie kątowe członu 2:

$$\varepsilon_{2/2} = A_{2,1}\left[\varepsilon_{1/1} + \ddot{\varphi}_2 e_{z1/1} + W_{1/1}\left(\dot{\varphi}_2 e_{z1/1}\right)\right] =$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 \\ -S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_1 S_2 \\ -S_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_1 C_2 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34{,}34 \\ 3{,}14 \\ 3{,}14 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu 2:

$$W_{2/2} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{2,z2} & \omega_{2,y2} \\ \omega_{2,z2} & 0 & -\omega_{2,x2} \\ -\omega_{2,y2} & \omega_{2,x2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}_2 & C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 & 0 & -S_2\dot{\varphi}_1 \\ -C_2\dot{\varphi}_1 & S_2\dot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -5{,}86 & 5{,}86 \\ 5{,}86 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Prędkość liniowa punktu „02” w członie 2:

$$v_{02/2} = A_{2,1}v_{01/1} + W_{2/2}r_{02,01/2} = \begin{bmatrix} eC_2\dot{\varphi}_1 \\ l_2\dot{\varphi}_2 - eS_2\dot{\varphi}_1 \\ -(l_1 + l_2C_2)\dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}86 \\ 1{,}699 \\ -3{,}633 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Kwadrat ex-wektorowych macierzy prędkości członu 2:

$$W_{2/2}W_{2/2} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}_2 & C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 & 0 & -S_2\dot{\varphi}_1 \\ -C_2\dot{\varphi}_1 & S_2\dot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}_2 & C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 & 0 & -S_2\dot{\varphi}_1 \\ -C_2\dot{\varphi}_1 & S_2\dot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -68{,}679 & 0 & 0 \\ 0 & -34{,}34 & 34{,}34 \\ 0 & 34{,}34 & -34{,}34 \end{bmatrix} \frac{rad^2}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz przyspieszenia członu 2:

$$E_{2/2} = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_{2,z2} & \varepsilon_{2,y2} \\ \varepsilon_{2,z2} & 0 & -\varepsilon_{2,x2} \\ -\varepsilon_{2,y2} & \varepsilon_{2,x2} & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\varphi}_2 & -S_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + C_2\ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 & 0 & -C_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - S_2\ddot{\varphi}_1 \\ S_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 - C_2\ddot{\varphi}_1 & C_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + S_2\ddot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -3{,}14 & 3{,}14 \\ 3{,}14 & 0 & -9{,}86 \\ -3{,}14 & 9{,}86 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Przyspieszenie liniowe punktu 02 w członie 2:

$$\alpha_{02/2} = A_{2,1}\alpha_{01/1} + E_{2/2}r_{02,01/2} + W_{2/2}W_{2/2}r_{02,01/2} =$$

$$= \begin{bmatrix} eC_2\ddot{\varphi}_1 - (l_1 + l_2C_2)C_2\dot{\varphi}_1{}^2 - l_2\dot{\varphi}_1{}^2 \\ -eS_2\ddot{\varphi}_1 + (l_1 + l_2C_2)S_2\dot{\varphi}_1{}^2 + l_2\ddot{\varphi}_2 \\ -(l_1 + l_2C_2)\ddot{\varphi}_1 - e\dot{\varphi}_1{}^2 + 2l_2S_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11{,}332 \\ 0{,}911 \\ -1{,}947 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

Prędkość liniowa punktu C_{m2} w członie 2:

$$v_{Cm2/2} = v_{02/2} + W_{2,2}r_{Cm2,02/2} =$$

$$= \begin{bmatrix} (e + z_{Cm2,02})C_2\dot{\varphi}_1 - y_{Cm2,02}\dot{\varphi}_2 \\ (l_2 + x_{Cm2,02})\dot{\varphi}_2 - (e + z_{Cm2,02})S_2\dot{\varphi}_1 \\ -[l_1 + (l_2 + x_{Cm2,02})C_2 - y_{Cm2,02}S_2]\dot{\varphi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}85 \\ -2{,}784 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Przyspieszenie liniowe punktu C_{m2} w członie 2:

$$a_{Cm2/2} = a_{02/2} + E_{2/2} r_{Cm2,02/2} + W_{2,2} W_{2,2} r_{Cm2,02/2} =$$

$$= \begin{bmatrix} (e + z_{Cm2,02}) C_2 \ddot{\varphi}_1 - [l_1 + (l_2 + x_{Cm2,02}) C_2 - y_{Cm2,02} S_2] C_2 \dot{\varphi}_1{}^2 - y_{Cm2,02} \ddot{\varphi}_2 - (l_2 + x_{Cm2,02}) \dot{\varphi}_2{}^2 \\ -(e + z_{Cm2,02}) S_2 \ddot{\varphi}_1 + [l_1 + (l_2 + x_{Cm2,02}) C_2 - y_{Cm2,02} S_2] S_2 \dot{\varphi}_1{}^2 + (l_2 + x_{Cm2,02}) \ddot{\varphi}_2 - y_{Cm2,02} \dot{\varphi}_2{}^2 \\ -[l_1 + (l_2 + x_{Cm2,02}) C_2 - y_{Cm2,02} S_2] \ddot{\varphi}_1 - (e - z_{Cm2,02}) \dot{\varphi}_1{}^2 + 2[(l_2 + x_{Cm2,02}) S_2 - y_{Cm2,02} C_2] \ddot{\varphi}_1 \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -21,291 \\ 0,455 \\ -1,491 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

Człon 3 – {B_R}

Parametry:

- Masa m_3: 5,9kg
- Długość l_3: 310mm
- Średnica d_3: 19,8mm
- Obciążenie końcowe m_k: 8,7kg

Warunki początkowe wynikają z wcześniej wykonanych obliczeń C_R i B_R:

- $\omega_{2/2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}86 \\ 5{,}86 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$
- $\varepsilon_{2/2} = \begin{bmatrix} 34{,}34 \\ 3{,}14 \\ 3{,}14 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$
- $v_{02/2} = \begin{bmatrix} 5{,}86 \\ 1{,}699 \\ -3{,}633 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$
- $\alpha_{02/2} = \begin{bmatrix} -11{,}332 \\ 0{,}911 \\ -1{,}947 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$

Wartości $\dot{\varphi}_2$ i $\ddot{\varphi}_2$ przyjmują wartości:

- $\varphi_3 = 0$
- $\dot{\varphi}_3 = 8{,}52 \frac{rad}{s}$
- $\ddot{\varphi}_3 = 3{,}14 \frac{rad}{s^2}$

Obliczono parametry geometryczne:

$$r_{03,02/3} = \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}310 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm3,02/3} = \begin{bmatrix} x_{Cm3,02} \\ y_{Cm3,02} \\ z_{Cm3,02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{l_3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}155 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm3,03/3} = \begin{bmatrix} x_{Cm3,03} \\ y_{Cm3,03} \\ z_{Cm3,03} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{l_3}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}155 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Macierz transformacji:

$$A_{3,2} = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Prędkość kątowa członu 3:

$$\omega_{3/3} = A_{3,2}\left[\omega_{2/2} + \dot{\varphi}_3 e_{z2/2}\right] = \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2\dot{\varphi}_1 \\ C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 + \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{23}\dot{\varphi}_1 \\ C_{23}\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}86 \\ 14{,}38 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu 2:

$$W_{2/2} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{2,z2} & \omega_{2,y2} \\ \omega_{2,z2} & 0 & -\omega_{2,x2} \\ -\omega_{2,y2} & \omega_{2,x2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi}_2 & C_2\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 & 0 & -S_2\dot{\varphi}_1 \\ -C_2\dot{\varphi}_1 & S_2\dot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -5{,}86 & 5{,}86 \\ 5{,}86 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Przyspieszenie kątowe członu 3:

$$\varepsilon_{3/3} = A_{3,2}\left[\varepsilon_{2/2} + \ddot{\varphi}_3 e_{z2/2} + W_{2/2}(\dot{\varphi}_3 e_{z2/2})\right] = \begin{bmatrix} S_{23}\ddot{\varphi}_1 + C_{23}\dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3) \\ C_{23}\ddot{\varphi}_1 + S_{23}\dot{\varphi}_1(\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3) \\ \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 84{,}267 \\ 5{,}86 \\ 6{,}28 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz prędkości członu 3:

$$W_{3/3} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{3,z3} & \omega_{3,y3} \\ \omega_{3,z3} & 0 & -\omega_{3,x3} \\ -\omega_{3,y3} & \omega_{3,x3} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3) & C_{23}\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 & 0 & -S_{23}\dot{\varphi}_1 \\ -C_{23}\dot{\varphi}_1 & S_{23}\dot{\varphi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -14{,}38 & 5{,}86 \\ 14{,}38 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Prędkość liniowa punktu 03 w członie 3:

$$v_{03/3} = A_{3,2}v_{02/2} + W_{3/3}r_{03,02/3} = \begin{bmatrix} eC_{23}\dot{\Phi}_1 + l_2S_3\dot{\Phi}_2 \\ l_2C_3\dot{\Phi}_2 - eS_{23}\dot{\Phi}_1 + l_3(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) \\ -(l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23})\dot{\Phi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6{,}157 \\ -5{,}45 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Kwadrat ex-wektorowych macierzy prędkości członu 3:

$$W_{3/3}W_{3/3} = \begin{bmatrix} 0 & -(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) & C_{23}\dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 & 0 & -S_{23}\dot{\Phi}_1 \\ -C_{23}\dot{\Phi}_1 & S_{23}\dot{\Phi}_1 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} -241{,}124 & 0 & 0 \\ 0 & -206{,}784 & 84{,}267 \\ 0 & 84{,}267 & -34{,}34 \end{bmatrix} \frac{rad^2}{s^2}$$

Ex-wektorowa macierz przyspieszenia członu 3:

$$E_{3/3} = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_{3,z3} & \varepsilon_{3,y3} \\ \varepsilon_{3,z3} & 0 & -\varepsilon_{3,x3} \\ -\varepsilon_{3,y3} & -\varepsilon_{3,x3} & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -(\ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_3) & -S_{23}\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) + C_{23}\ddot{\Phi}_1 \\ \ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_3 & 0 & -C_{23}\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) - S_{23}\ddot{\Phi}_1 \\ S_{23}\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) - C_{23}\ddot{\Phi}_1 & C_{23}\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) + S_{23}\ddot{\Phi}_1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -6{,}28 & 3{,}14 \\ 6{,}28 & 0 & -84{,}267 \\ -3{,}14 & 84{,}267 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s^2}$$

Przyspieszenie liniowe punktu 03 w członie 3:

$$a_{03,3} = A_{3,2}a_{02/2} + E_{3/3}r_{03,02/3} + W_{3,3}W_{3,3}r_{03,02/3} =$$

$$= \begin{bmatrix} eC_{23}\ddot{\Phi}_1 + l_2S_3\ddot{\Phi}_2 - (l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23})C_{23}\dot{\Phi}_1^2 - l_2C_3\dot{\Phi}_2^2 - l_3(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3)^2 \\ -eS_{23}\ddot{\Phi}_1 + l_2C_3\ddot{\Phi}_2 + l_3(\ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_3) + (l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23})S_{23}\dot{\Phi}_1^2 + l_2S_3\dot{\Phi}_2^2 \\ -(l_1 + l_2C_2 + l_3C_{23})\ddot{\Phi}_1 - e\dot{\Phi}_1^2 + 2l_2S_2\dot{\Phi}_1\dot{\Phi}_2 + 2l_3S_{23}\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -105{,}998 \\ 2{,}857 \\ -3{,}046 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

Prędkość liniowa punktu C_{m3} w członie 3:

$$v_{Cm3/3} = v_{03/3} + W_{3,3} r_{Cm3,03/3} =$$

$$= \begin{bmatrix} (e + z_{Cm3,03})C_{23}\dot{\Phi}_1 + l_2 S_3 \dot{\Phi}_2 - y_{Cm3,03}(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) \\ (l_3 + x_{Cm3,03})(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) + l_2 C_3 \dot{\Phi}_2 - (e + z_{Cm3,03})S_{23}\dot{\Phi}_1 \\ -[l_1 + l_2 C_2 (l_3 + x_{Cm3,03})C_{23} - y_{Cm3,03} S_{23}]\dot{\Phi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6{,}157 \\ -2{,}461 \end{bmatrix} \frac{m}{s}$$

Przyspieszenie liniowe punktu C_{m3} w członie 3:

$$a_{Cm3/3} = a_{03/3} + E_{3/3} r_{Cm3,03/3} + W_{3,3} W_{3,3} r_{Cm3,03/3} =$$

$$= \begin{bmatrix} (e + z_{Cm3,03/3})C_{23}\ddot{\Phi}_1 + l_2 S_3 \ddot{\Phi}_2 - [l_1 + l_2 C_2 + (l_3 + x_{Cm3,03/3})C_{23} - y_{Cm3,03/3} S_{23}]C_{23}\dot{\Phi}_1^2 \\ -(e + z_{Cm3,03/3})S_{23}\ddot{\Phi}_1 + l_2 C_3 \ddot{\Phi}_2 - [l_1 l_2 C_2 + (l_3 + x_{Cm3,03/3})C_{23} - y_{Cm3,03/3} S_{23}]S_{23}\dot{\Phi}_1^2 \\ -[l_1 + l_2 C_2 + (l_3 + x_{Cm3,03/3})C_{23} - y_{Cm3,03/3} S_{23}]\ddot{\Phi}_1 - (e + z_{Cm3,03/3})\dot{\Phi}_1^2 + 2 l_2 S_2 \dot{\Phi}_1 \dot{\Phi}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -y_{Cm3,03/3}(\ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_3) - l_2 C_3 \dot{\Phi}_2^2 - (l_3 + x_{Cm3,03/3})(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3)^2 \\ (l_3 + x_{Cm3,03/3})(\ddot{\Phi}_2 + \ddot{\Phi}_3) + l_2 S_3 \dot{\Phi}_2^2 - y_{Cm3,03/3}(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3)^2 \\ 2[(l_3 + x_{Cm3,03/3})S_{23} + y_{Cm3,03/3} C_{23}]\dot{\Phi}_1(\dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -74{,}061 \\ 1{,}947 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

3. Podanie zależności i obliczenie parametrów kinematycznych mechanizmu robota - podejście "ciężkie"

Człon 3 – {B_R}

Człon trzeci ma kształt walca i jego masa wynosi: m_3= 5,9kg

Tensor bezwładności ma postać:

$$I_{x3} = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 = 0{,}0289\ kg \cdot m^2$$

$$I_{y3} = I_{z3} = \frac{1}{12} m_3 (3r_3^2 + 4l_3^2) = 0{,}203\ kg \cdot m^2$$

$$I_{xy3} = I_{xz3} = I_{yz3} = 0$$

$$\Pi_{3/3}^{Cm3} = \begin{bmatrix} I_{x3} & -I_{xy3} & -I_{xz3} \\ -I_{yx3} & I_{y3} & -I_{yz3} \\ -I_{zx3} & -I_{zy3} & I_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0289 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}203 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}203 \end{bmatrix} kg \cdot m^2$$

Parametry geometryczne obliczone w pkt 1.:

$$r_{Cm3,02/3} = \begin{bmatrix} x_{Cm3,02} \\ y_{Cm3,02} \\ z_{Cm3,02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}155 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm3,03/3} = \begin{bmatrix} x_{Cm3,03} \\ y_{Cm3,03} \\ z_{Cm3,03} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}155 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Ex-wektorowe macierze R:

$$R_{Cm3,02/3} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm3,02} & y_{Cm3,02} \\ z_{Cm3,02} & 0 & -x_{Cm3,02} \\ -y_{Cm3,02} & x_{Cm3,02} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}155 \\ 0 & 0{,}155 & 0 \end{bmatrix} m$$

$$R_{Cm3,03/3} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm3,03} & y_{Cm3,03} \\ z_{Cm3,03} & 0 & -x_{Cm3,03} \\ -y_{Cm3,03} & x_{Cm3,03} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}155 \\ 0 & -0{,}155 & 0 \end{bmatrix} m$$

Przyjęto następujące wartości kąta Φ_4 oraz jego pochodnych:

- Φ_4 = 0
- $\dot{\Phi}_4$ = 600 °/s = 10,47 $\frac{rad}{s}$
- $\ddot{\Phi}_4$ = 180 °/s² = 3,14 $\frac{rad}{s^2}$

Macierz transformacji układów maszynowych:

$$A_{4,3} = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 \\ -S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Przyjęto, że punkt zstępujący członu B_{R2} jest obciążony masą części lokalnej m_4 oraz maksymalnym obciążeniem określonym przez producenta:

$$m_4 = 4\ kg + 4{,}7\ kg = 8{,}7\ kg$$

Wyznaczono przyspieszenia oraz siły:

$$g_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} g_{2/2} = \begin{bmatrix} -S_2 g \\ -C_2 g \\ 0 \end{bmatrix} g_{3/3} = \begin{bmatrix} -S_{23} g \\ -C_{23} g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_{1/1} = g_{2/2} = g_{3/3} = g_{4/4} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9{,}81 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}$$

$$F_{4,3/4} = m_4 \left(A_{4,3} a_{03/3} - g_{4/4}\right) = \begin{bmatrix} -922{,}183 \\ 110{,}203 \\ -26{,}5 \end{bmatrix} N$$

Moment $M_{4,3/4}$:

$$M_{4,3/4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Nm$$

Ex- wektorowa prędkość kątowa członu 3:

$$W_{3/3} = \begin{bmatrix} 0 & -14{,}38 & 5{,}86 \\ 14{,}38 & 0 & 0 \\ -5{,}86 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

Macierz transformacji układów maszynowych:

$$A_{3/4} = \begin{bmatrix} C_4 & S_4 & 0 \\ -S_4 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siła oddziaływania członu 3 na człon 4 w układzie członu 3:

$$F_{4,3/3} = A_{3,4}F_{4,3/4} = \begin{bmatrix} -922{,}183 \\ 110{,}203 \\ -26{,}5 \end{bmatrix} N$$

Moment siły oddziaływania członu 3 na człon 4 w układzie członu 3:

$$M_{4,3/3} = A_{3,4}M_{4,3/4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Nm$$

Siła oddziaływania członu 2 na człon 3 w układzie członu 3:

$$F_{3,2/3} = F_{4,3/3} + m_3 a_{Cm3/3} - m_3 g_{3/3} = \begin{bmatrix} -1359{,}1 \\ 179{,}6 \\ -26{,}5 \end{bmatrix} N$$

Kręt członu 3 względem C_{m3}:

$$K_{3/3}^{Cm3} = \Pi_{3/3}^{Cm3}\omega_{3/3} = \Pi_{3/3}^{Cm3}\begin{bmatrix} S_{23}\dot{\Phi}_1 \\ C_{23}\dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 + \dot{\Phi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}19 \\ 2{,}92 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Eulerian członu 3 względem punktu C_{m3}:

$$E_{3/3}^{Cm3} = \Pi_{3/3}^{Cm3}\varepsilon_{3/3} + W_{3/3}K_{3/3}^{Cm3} = \begin{bmatrix} 2{,}435 \\ 1{,}19 \\ 1{,}275 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Moment sił oddziaływania członu 2 na człon 3 w układzie członu 3:

$$M_{3,2/3} = M_{4,3/3} - R_{Cm3,03/3}F_{4,3/3} + R_{Cm3,02/3}F_{3,2/3} + E_{3/3}^{Cm3} = \begin{bmatrix} 2{,}435 \\ 9{,}405 \\ 46{,}19 \end{bmatrix} Nm$$

Człon 2 – {B_R}

Człon drugi ma kształt widełek i jego masa wynosi: m_2= 7,3kg

Tensor bezwładności ma postać:

$$I_{x2} = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 = 0{,}0306\ kg \cdot m^2$$

$$I_{y2} = I_{z2} = \frac{1}{12} m_2 (3r_2^2 + 4l_2^2) = 0{,}22\ kg \cdot m^2$$

$$I_{xy2} = I_{xz2} = I_{yz2} = 0$$

$$\Pi_{2/2}^{Cm2} = \begin{bmatrix} I_{x2} & -I_{xy2} & -I_{xz2} \\ -I_{yx2} & I_{y2} & -I_{yz2} \\ -I_{zx2} & -I_{zy2} & I_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0306 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}22 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}22 \end{bmatrix} kg \cdot m^2$$

Parametry geometryczne członu:

$$r_{Cm2,01/2} = \begin{bmatrix} x_{Cm2,01} \\ y_{Cm2,01} \\ z_{Cm2,01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm2,02/2} = \begin{bmatrix} x_{Cm2,02} \\ y_{Cm2,02} \\ z_{Cm2,02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Ex-wektorowe macierze R:

$$R_{Cm2,01/2} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm2,01} & y_{Cm2,01} \\ z_{Cm2,01} & 0 & -x_{Cm2,01} \\ -y_{Cm2,01} & x_{Cm2,01} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}145 \\ 0 & 0{,}145 & 0 \end{bmatrix} m$$

$$R_{Cm2,02/2} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm2,02} & y_{Cm2,02} \\ z_{Cm2,02} & 0 & -x_{Cm2,02} \\ -y_{Cm2,02} & x_{Cm2,02} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}145 \\ 0 & -0{,}145 & 0 \end{bmatrix} m$$

Macierz transformacji układów maszynowych:

$$A_{2,3} = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siła oddziaływania członu 2 na człon 3 w układzie członu 2:

$$F_{3,2/2} = A_{2,3}F_{3,2/3} = \begin{bmatrix} -1359{,}1 \\ 179{,}6 \\ -26{,}5 \end{bmatrix} N$$

Moment sił oddziaływania członu 2 na człon 3 w układzie członu 2:

$$M_{3,2/2} = A_{2,3}M_{3,2/3} = \begin{bmatrix} 2{,}435 \\ 9{,}405 \\ 46{,}19 \end{bmatrix} Nm$$

Siła oddziaływania członu 1 na człon 2 w układzie członu 2:

$$F_{2,1/2} = F_{3,2/2} + m_2 a_{Cm2/2} - m_2 g_{2/2} = \begin{bmatrix} -1514{,}6 \\ 0{,}2545 \\ -0{,}0374 \end{bmatrix} N$$

Kręt członu 2 względem punktu C_{m2}:

$$K_{2/2}^{Cm2} = \Pi_{2/2}^{Cm2}\omega_{2/2} = \Pi_{2/2}^{Cm2}\begin{bmatrix} S_2\dot{\Phi}_1 \\ C_2\dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}289 \\ 1{,}289 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Eulerian członu 2 względem punktu C_{m2}:

$$E_{2/2}^{Cm2} = \Pi_{2/2}^{Cm2}\varepsilon_{2/2} + W_{2/2}K_{2/2}^{Cm2} = \begin{bmatrix} 1{,}051 \\ 0{,}691 \\ 0{,}691 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Moment sił oddziaływania członu 1 na człon 2 w układzie członu 2:

$$M_{2,1/2} = M_{3,2/2} - R_{Cm2,02/2}F_{3,2/2} + R_{Cm2,01/2}F_{2,1/2} + E_{2/2}^{Cm2} = \begin{bmatrix} 3{,}486 \\ 19{,}359 \\ 109{,}821 \end{bmatrix} Nm$$

Człon 1 – {C$_R$}

Człon drugi ma kształt widełek i jego masa wynosi: m_1= 9,1kg

Tensor bezwładności ma postać:

$$I_{x1} = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 = 0{,}0462\ kg \cdot m^2$$

$$I_{y1} = I_{z1} = \frac{1}{12} m_1 (3r_1^2 + 4l_1^2) = 0{,}353\ kg \cdot m^2$$

$$I_{xy1} = I_{xz1} = I_{yz1} = 0$$

$$\Pi_{1/1}^{Cm1} = \begin{bmatrix} I_{x1} & -I_{xy1} & -I_{xz1} \\ -I_{yx1} & I_{y1} & -I_{yz1} \\ -I_{zx1} & -I_{zy1} & I_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0462 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}353 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}353 \end{bmatrix} kg \cdot m^2$$

Parametry geometryczne członu:

$$r_{Cm1,00/1} = \begin{bmatrix} x_{Cm1,00} \\ y_{Cm1,00} \\ z_{Cm1,00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}165 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

$$r_{Cm1,01/1} = \begin{bmatrix} x_{Cm1,01} \\ y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}165 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Ex-wektorowe macierze R:

$$R_{Cm1,00/1} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm1,00} & y_{Cm1,00} \\ z_{Cm1,00} & 0 & -x_{Cm1,00} \\ -y_{Cm1,00} & x_{Cm1,00} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}165 \\ 0 & 0{,}165 & 0 \end{bmatrix} m$$

$$R_{Cm1,01/1} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{Cm1,01} & y_{Cm1,01} \\ z_{Cm1,01} & 0 & -x_{Cm1,01} \\ -y_{Cm1,01} & x_{Cm1,01} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}165 \\ 0 & -0{,}165 & 0 \end{bmatrix} m$$

Macierz transformacji układów maszynowych:

$$A_{1,2} = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Siła oddziaływania członu 1 na człon 2 w układzie członu 1:

$$F_{2,1/1} = A_{1,2}F_{2,1/2} = \begin{bmatrix} -1514,6 \\ 254,5 \\ -37,4 \end{bmatrix} N$$

Moment sił oddziaływania członu 1 na człon 2 w układzie członu 1:

$$M_{2,1/1} = A_{1,2}M_{2,1/2} = \begin{bmatrix} 3,486 \\ 19,359 \\ 109,821 \end{bmatrix} Nm$$

Siła oddziaływania członu 0 na człon 1 w układzie członu 1:

$$F_{1,0/1} = F_{2,1/1} + m_1 a_{Cm1/1} - m_1 g_{1/1} = \begin{bmatrix} -1566,1 \\ 343,8 \\ -42,1 \end{bmatrix} N$$

Kręt członu 1 względem punktu C_{m1}:

$$K_{1/1}^{Cm1} = \Pi_{1/1}^{Cm1}\omega_{1/1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2,069 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Eulerian członu 1 względem punktu C_{m1}:

$$E_{1/1}^{Cm1} = \Pi_{1/1}^{Cm1}\varepsilon_{1/1} + W_{1/1}K_{1/1}^{Cm1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1,108 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Moment sił oddziaływania członu 0 na człon 1 w układzie członu 1:

$$M_{1,0/1} = M_{2,1/1} - R_{Cm1,01/1}F_{2,1/1} + R_{Cm1,00/1}F_{1,0/1} + E_{1/1}^{Cm1} = \begin{bmatrix} 3,486 \\ 33,582 \\ 208,537 \end{bmatrix} Nm$$

Macierz transformacyjna:

$$A_{0,1} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 \\ S_1 & 0 & -C_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Moment sił oddziaływania członu 0 na człon 1 w układzie członu 0:

$$M_{1,0/0} = A_{0,1} M_{1,0/1} = \begin{bmatrix} 3,486 \\ -208,537 \\ 33,582 \end{bmatrix} Nm$$

4. Wybór napędów członów regionalnych wybranego robota

Człon 3 – {B$_R$}

Zgodnie z założeniami, silnik sterujący członem 3 znajduje się w członie 2. Prędkość obrotowa poruszającego się członu wynosi:

$$\omega_{3/z2} = \dot{\varphi}_3 = \ 8{,}52\frac{rad}{s} = 81{,}36\frac{obr}{min}$$

Dla przyjętego łożyska kulkowego, współczynnik obciążenia tarciowego wynosi k_t=0,01:

$$M^n_{3,2/z2} = \frac{M_{3,2/2}\overrightarrow{e_{z2}}}{1-k_t} = 46{,}66\ Nm$$

Dobrano przekładnie, która ma sprawność $\eta_{N2} = 0{,}85$ i przełożenie $\mathrm{v}_{N2} = 33$. Nominalna prędkość napędu oraz moment na wale silnika wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{N2} = v_{N2}\omega_{3/z2} = 33 * 81{,}36\frac{obr}{min} = 2684{,}88\frac{obr}{min}$$

$$M_{N2} = \frac{M^n_{3,2/z2}}{v_{N2}\eta_{N2}} = \frac{46{,}66}{33\cdot 0{,}85} = 1{,}663Nm$$

Dobrano:

- Silnik **Harmonic Drive CHM-0390A, IP65**:
  - typ: serwo motor
  - prędkość nominalna: 3000 obr/min,
  - prędkość maksymalna: 4000 obr/min,
  - moment nominalny: 1,9 Nm,
  - moment maksymalny: 11,2 Nm,
  - moment bezwładności: 9,9 x 10^{-4} kgm^2

- Przekładnia **Harmonic Drive HPG-20A**:
    - powtarzalny moment szczytowy: 100 Nm,
    - sprawność: 0,85,
    - przełożenie: 33:1,
    - moment bezwładności: 2,4 x 10^{-6} kgm^2.

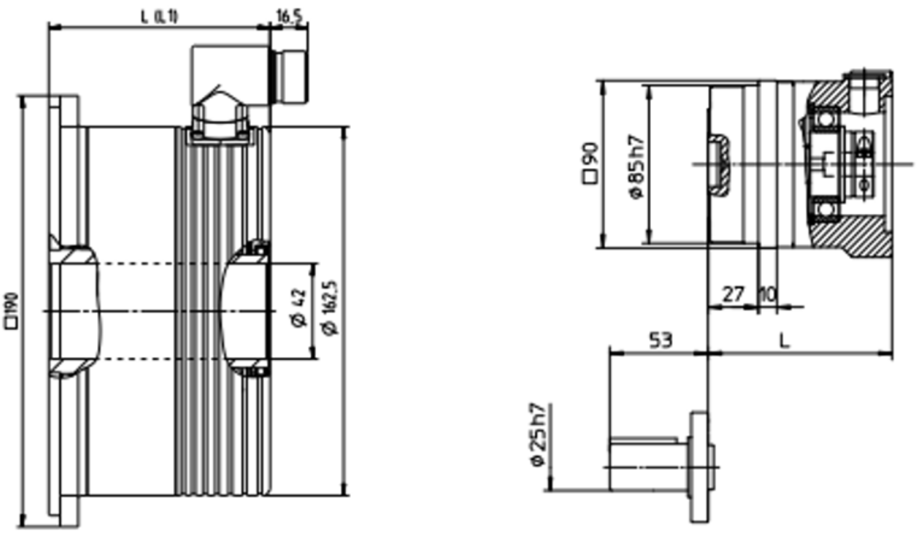
Podejście lekkie – uwzględnienie bezwładności zespołu napędowego:

$$I_{N2} = I_{napędu} + I_{przekładni} = 9{,}924 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$$

$$M_{N2} = \frac{M^{n}_{3,2/z2}}{v_{N2}\eta_{N2}} + I_{N2}[(\overrightarrow{\varepsilon_2}\overrightarrow{e_{N2}}) + v_{N2}\ddot{\varphi}_3] =$$
$$= 1{,}663 + 9{,}924 \cdot 10^{-4}(3{,}14 + 103{,}62) = 1{,}769 Nm$$

Silnik został dobrany prawidłowo, spełnia wymagania podejścia lekkiego. Mimo wzrostu wymaganego momentu nominalnego, moment silnika jest w dalszym ciągu większy od wymaganego.

Rysunki silnika i przekładni:



Rysunek 3: Silnik CHM-0390A i przekładnia HPG-20A

Człon 2 – {B_R}

Silnik sterujący członem 2 znajduje się w członie 2. Jest to spowodowane typem budowy robota.

Prędkość obrotowa poruszającego się członu wynosi:

$$\omega_{2/z1} = \dot{\varphi}_2 = 5{,}86\frac{rad}{s} = 55{,}96\ \frac{obr}{min}$$

Dla przyjętego łożyska kulkowego, współczynnik obciążenia tarciowego wynosi k_t=0,01:

$$M^n_{2,1/z1} = \frac{M_{2,1/1}\overrightarrow{e_{z1}}}{1-k_t} = 110{,}93\ Nm$$

Dobrano przekładnie, która ma sprawność $\eta_{N2} = 0{,}85$ i przełożenie $v_{N2} = 45$. Nominalna prędkość napędu oraz moment na wale silnika wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{N1} = v_{N1}\omega_{2/z1} = 45 * 55{,}96\frac{obr}{min} = 2518{,}2\ \frac{obr}{min}$$

$$M_{N1} = \frac{M^n_{2,1/z1}}{v_{N1}\eta_{N1}} = \frac{110{,}93Nm}{45\cdot 0{,}85} = 2{,}9Nm$$

Dobrano:

- Silnik **Harmonic Drive CHM-0800A, IP65**:
  - typ: serwo motor
  - prędkość nominalna: 3000 obr/min,
  - prędkość maksymalna: 4000 obr/min,
  - moment nominalny: 6 Nm,
  - moment maksymalny: 27 Nm,
  - moment bezwładności: 16,6 x 10^{-4} kgm^2

- Przekładnia **Harmonic Drive HPGP-20**:
  - powtarzalny moment szczytowy: 133 Nm,
  - sprawność: 0,90,
  - przełożenie: 45:1,
  - moment bezwładności: 2,2 x 10^{-6} kgm^2.

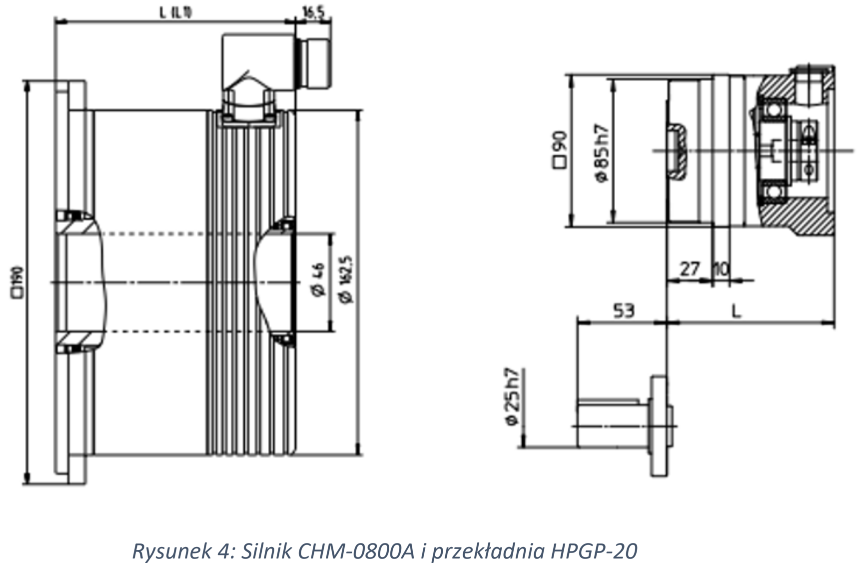
Podejście lekkie – uwzględnienie bezwładności zespołu napędowego:

$$I_{N1} = I_{napędu} + I_{przekładni} = 16{,}622 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$$

$$M_{N1} = \frac{M^n_{2,1/z1}}{v_{N1}\eta_{N1}} + I_{N1}[(\overrightarrow{\varepsilon_1 e_{N1}}) + v_{N1}\ddot{\varphi}_2] =$$
$$= 110{,}93 + 16{,}622 \cdot 10^{-4}(3{,}14 + 125{,}664) = 111{,}144 Nm$$

Silnik został dobrany prawidłowo, spełnia wymagania podejścia lekkiego. Mimo wzrostu wymaganego momentu nominalnego, moment silnika jest w dalszym ciągu większy od wymaganego.

Rysunki silnika i przekładni:



Rysunek 4: Silnik CHM-0800A i przekładnia HPGP-20

Człon 1 – {C$_R$}

Silnik sterujący członem 1 znajduje się w członie 1. Jest to spowodowane typem budowy robota.

Prędkość obrotowa poruszającego się członu wynosi:

$$\omega_{1/z0} = \dot{\varphi}_1 = 5{,}86\frac{rad}{s} = 55{,}96\ \frac{obr}{min}$$

Dla przyjętego łożyska smarowego ślizgowego, współczynnik obciążenia tarciowego wynosi k_t=0,1:

$$M_{1,0/z0}^{n} = \frac{M_{1,0/0}\overrightarrow{e_{z0}}}{1-k_t} = 37{,}31\ Nm$$

Dobrano przekładnie, która ma sprawność $\eta_{N2} = 0{,}85$ i przełożenie $v_{N2} = 45$. Nominalna prędkość napędu oraz moment na wale silnika wynoszą odpowiednio:

$$\omega_{N0} = v_{N0}\omega_{1/z0} = 45 * 55{,}96\frac{obr}{min} = 2518{,}2\ \frac{obr}{min}$$

$$M_{N0} = \frac{M_{1,0/z1}^{n}}{v_{N0}\eta_{N0}} = \frac{37{,}31Nm}{45\cdot 0{,}85} = 0{,}98Nm$$

Dobrano:

- Silnik **Harmonic Drive CHM-0200A, IP65**:
    - typ: serwo motor
    - prędkość nominalna: 3000 obr/min,
    - prędkość maksymalna: 5600 obr/min,
    - moment nominalny: 1,1 Nm,
    - moment maksymalny: 6,4 Nm,
    - moment bezwładności: 4,1 x 10^{-4} kgm^2

- Przekładnia **Harmonic Drive HPG-20A**:
  - powtarzalny moment szczytowy: 100 Nm,
  - sprawność: 0,85,
  - przełożenie: 45:1,
  - moment bezwładności: 2,2 x 10^{-6} kgm^2.

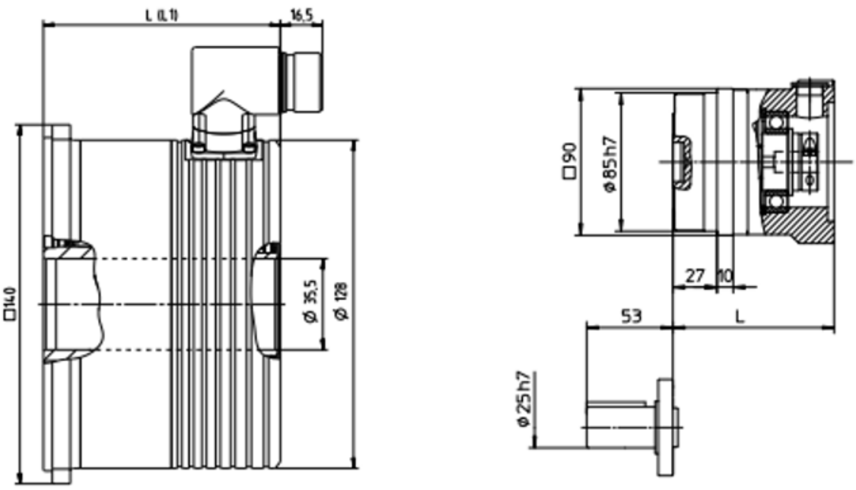
Podejście lekkie – uwzględnienie bezwładności zespołu napędowego:

$$I_{N0} = I_{napędu} + I_{przekładni} = 4{,}122 \cdot 10^{-4} kg \cdot m^2$$

$$M_{N0} = \frac{M_{1,0/z0}^{n}}{v_{N0}\eta_{N0}} + I_{N0}[(\overrightarrow{\varepsilon_0}\overrightarrow{e_{N0}}) + v_{N0}\ddot{\varphi}_1] =$$
$$= 0{,}98 + 4{,}122 \cdot 10^{-4}(0 + 166{,}622) = 1{,}05 Nm$$

Silnik został dobrany prawidłowo, spełnia wymagania podejścia lekkiego. Mimo wzrostu wymaganego momentu nominalnego, moment silnika jest w dalszym ciągu większy od wymaganego.

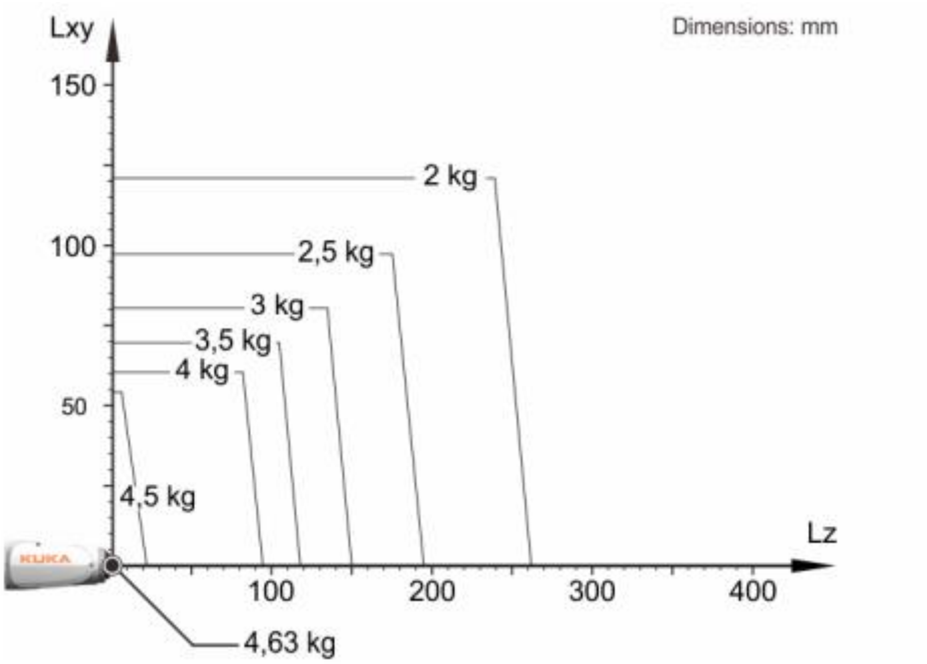
Rysunki silnika i przekładni:



Rysunek 5: Silnik CHM-0200A i przekładnia HPG-20A

5. Wnioski

Głównym problemem niniejszej pracy i analizy udźwigu, jest niepełna zgodność z parametrami robota. Według specyfikacji technicznej manipulatora, udźwig maksymalny jest ograniczony do pewnego zakresu. W moim projekcie obliczenia zostały uproszczone i założeniem była możliwość pracy robota z maksymalnym obciążeniem na całym polu roboczym. Poniżej wykres pracy robota od obciążenia:



Rysunek 6: Payload diagram

Dodatkową niezgodnością jest założenie regularnego kształtu członów. W rzeczywistości kształt „widełek” jest trudny w obliczeniach, a uwzględniając dodatkową nieregularność bryły, pokusiłbym się o stwierdzenie, że wyliczanie momentu bezwładności wymaga metod numerycznych. W swojej pracy założyłem orientacyjną średnią tego wymiaru.