

# Politechnika Wrocławska

## Wydział Matematyki

---

Skład grupy:	Agata Sobczak 268873 Katarzyna Kudelko 268762
Prowadzący laboratorium:	dr inż. Rafał Połoczański
Prowadzący wykład:	dr hab. inż. Krzysztof Burnecki

## Statystyka stosowana

### Raport 2.

### Lista 8.

---

WROCLAW 20.6.2023

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
1.1	Definicje . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Zadanie 1.</b>	<b>3</b>
2.1	Cel zadania . . . . .	3
2.2	Statystyka testowa . . . . .	3
2.3	$\mu \neq 1.5$ . . . . .	4
2.4	$\mu > 1.5$ . . . . .	5
2.5	$\mu < 1.5$ . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Zadanie 2.</b>	<b>7</b>
3.1	Cel zadania . . . . .	7
3.2	Statystyka testowa . . . . .	7
3.3	$\sigma^2 \neq 1.5$ . . . . .	8
3.4	$\sigma^2 > 1.5$ . . . . .	9
3.5	$\sigma^2 < 1.5$ . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Zadanie 3.</b>	<b>11</b>
4.1	Cel zadania . . . . .	11
4.2	Błąd I rodzaju . . . . .	11
4.2.1	Zadanie 1., $\mu$ . . . . .	11
4.2.2	Zadanie 2., $\sigma^2$ . . . . .	13
4.3	Błąd II rodzaju . . . . .	15
4.3.1	Zadanie 1., $\mu$ . . . . .	15
4.3.2	Zadanie 2., $\sigma$ . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Interpretacja wyników</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>Wnioski</b>	<b>18</b>
6.1	Zadanie 1. i 2. . . . .	18
6.2	Zadanie 3. . . . .	18
<b>7</b>	<b>Literatura</b>	<b>19</b>

# 1 Wstęp

## 1.1 Definicje

- Błąd I rodzaju - odrzucenie prawdziwej hipotezy zerowej  $H_0$ .
- Poziom istotności testu - oznaczany jako  $\alpha$ , to prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju.
- Przedział ufności - przedział, który informuje o tym, że poszukiwana wartość mieści się w pewnym przedziale.
- Błąd II rodzaju - przyjęcie nieprawdziwej hipotezy zerowej  $H_0$ .
- P-wartość - najmniejsza wartość poziomu istotności  $\alpha$ , przy którym wartość statystyki prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej  $H_0$ .
- Zbiór krytyczny- zbiór wartości statystyki prowadzący do odrzucenia hipotezy zerowej  $H_0$  na rzecz hipotezy alternatywnej.
- Hipoteza zerowa  $H_0$ - hipoteza, która poddana testom sprawdzającym, czy różnica między analizowanymi parametrami wynosi 0.
- Hipoteza alternatywna- hipoteza przeciwna do weryfikowanej.

## 2 Zadanie 1.

### 2.1 Cel zadania

Celem zadania jest zweryfikowanie następujących hipotez alternatywnych:

- $\mu \neq 1.5$ ,
- $\mu > 1.5$ ,
- $\mu < 1.5$ ,

na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ , przeciw hipotezie zerowej  $H_0 : \mu = 1.5$ , na podstawie próby pochodzącej z populacji generalnej o rozkładzie normalnym  $N(\mu, 0.2)$ . Należy również narysować odpowiednie obszary krytyczne oraz wyznaczyć p-wartości dla każdej z hipotez.

### 2.2 Statystyka testowa

W przypadku testowania hipotez w rodzinie rozkładów normalnych w celu zbadania wartości średniej, statystykę  $T$  oblicza się przy użyciu następującego wzoru:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

gdzie:

- $\bar{x}$  - średnia z próby
- $\mu_0$  - wartość średniej w hipotezie zerowej,
- $\sigma$  - znane odchylenie standardowe,
- $n$  - liczność próby.

Podstawiając licznosc próby  $n = 1000$ , można estymować średnią:

$$\bar{x} = 1.4554659542499997 \approx 1.4555.$$

Następnie, po podstawieniu licznosci próby  $n = 1000$ , wartosci hipotezy zerowej  $\mu = 1.5$  oraz  $\bar{x} = 1.4555$ , otrzymana jest wartosc statystyki testowej  $T$ :

$$T = -7.04145089960709 \approx -7.0414$$

Gdy  $H_0$  jest prawdziwa, to  $T$  powinna przyjmować małe wartosci (rozbieżnosc między średnią z próbki  $\bar{x}$ , a wartoscią hipotezy zerowej  $\mu_0$ , która jest testowana).

### 2.3 $\mu \neq 1.5$

Gdy  $\mu \neq \mu_0$ , zbiór krytyczny ma postać  $(-\infty; -z_{1-\frac{\alpha}{2}}] \cup [z_{1-\frac{\alpha}{2}}; \infty)$ , gdzie  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  jest kwantylem rzędu  $1 - \frac{\alpha}{2}$  rozkładu  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

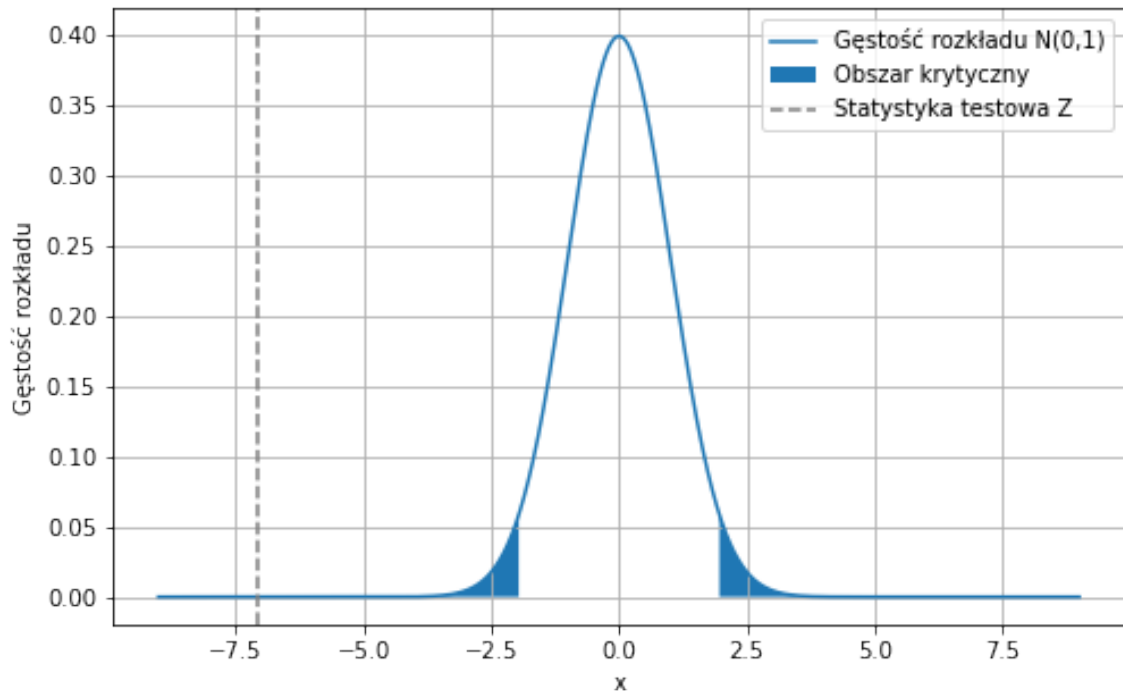
$$(-\infty; -1.96] \cup [1.96; \infty)$$

Jako iż, wartosc statystyki  $T$  mieści się w tym przedziale krytycznym, to odrzucona zostaje hipoteza zerowa.

Następnie obliczono p-wartosc według wzoru:

$$2P_{H_0}(T > |t|) = 2(1 - P_{H_0}(T \leq |t|)) = 2(1 - F_T(|t|)) = 2 - 2\Phi(|T|)$$

W analizowanej próbie p-wartosc wynosi  $1.9024 \cdot 10^{-12}$ .



Rysunek 1: Wykres gęstości rozkładu  $N(0, 1)$  z zaznaczoną wartością statystyki  $T$  i obszarem krytycznym

## 2.4 $\mu > 1.5$

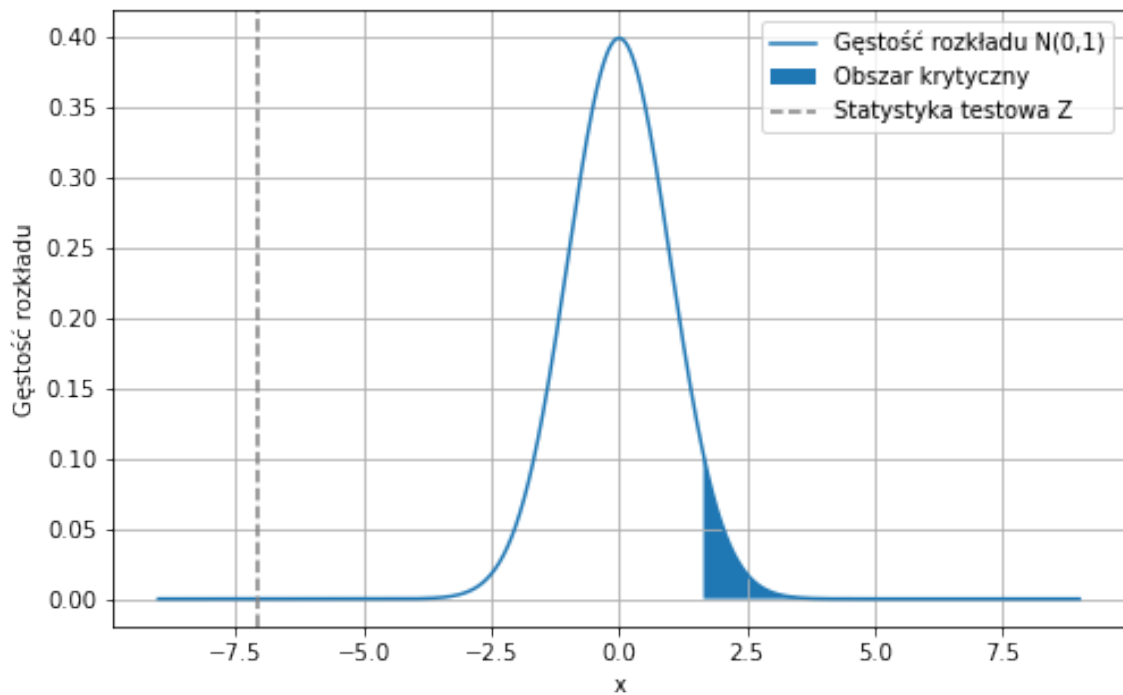
Gdy  $\mu > \mu_0$ , zbiór krytyczny ma postać  $[z_{1-\alpha}; \infty)$ , gdzie  $z_{1-\alpha}$  jest kwantylem rzędu  $1 - \alpha$  rozkładu  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

$$[1.64; \infty)$$

Jako iż, Wartość statystyki nie należy do przedziału krytycznego, zatem należy przyjąć hipotezę zerową. Następnie obliczono p-wartość według wzoru:

$$2P_{H_0}(T > t) = 1 - P_{H_0}(T \leq t) = 1 - F_T(t)$$

W analizowanej próbie p-wartość wynosi 0.99999999999999990488  $\approx 1$ .



Rysunek 2: Wykres gęstości rozkładu  $N(0, 1)$  z zaznaczoną wartością statystyki  $T$  i obszarem krytycznym

## 2.5 $\mu < 1.5$

Gdy  $\mu < \mu_0$ , zbiór krytyczny ma postać  $(-\infty ; -z_{1-\alpha}]$ , gdzie  $z_{1-\alpha}$  jest kwantylem rzędu  $1 - \alpha$  rozkładu  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

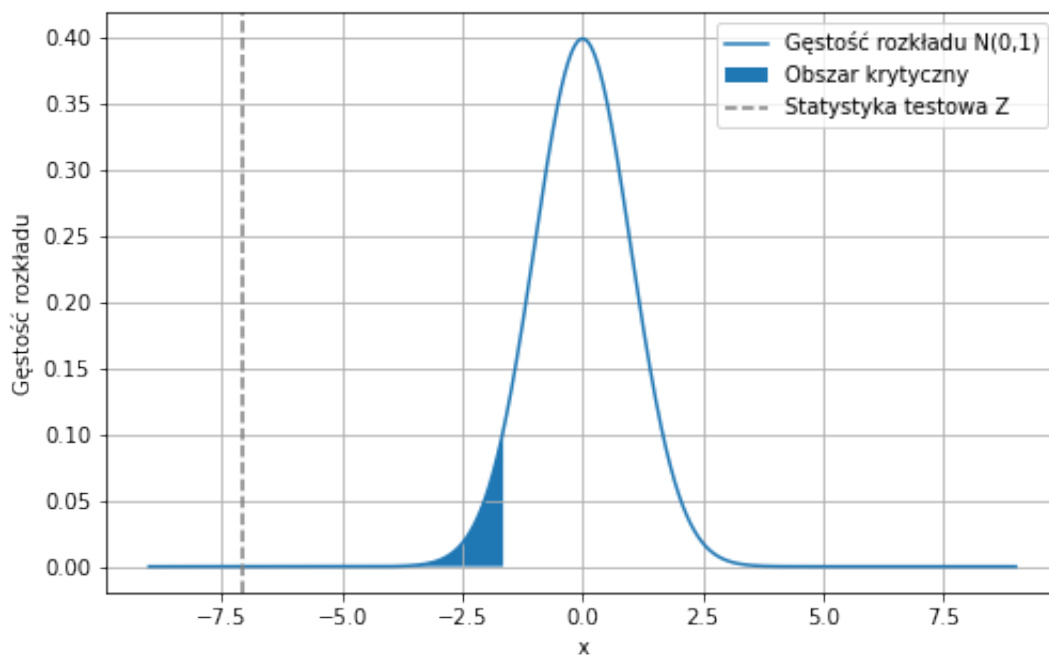
$$(-\infty ; -1.64]$$

Jako iż, wartość statystyki  $T$  mieści się w tym przedziale krytycznym, to odrzucona zostaje hipoteza zerowa.

Następnie obliczono p-wartość według wzoru:

$$P_{H_0}(T \leq t) = F_T(t)$$

W analizowanej próbie p-wartość wynosi  $5124129124134 \cdot 10^{-13} \approx 9.512 \cdot 10^{-13}$ .



Rysunek 3: Wykres gęstości rozkładu  $N(0, 1)$  z zaznaczoną wartością statystyki  $T$  i obszarem krytycznym

### 3 Zadanie 2.

#### 3.1 Cel zadania

Celem zadania jest zweryfikowanie następujących hipotez alternatywnych:

- $\sigma^2 \neq 1.5$ ,
- $\sigma^2 > 1.5$ ,
- $\sigma^2 < 1.5$ ,

na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$ , przeciw hipotezie zerowej  $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ , na podstawie próby pochodzącej z populacji generalnej o rozkładzie normalnym  $N(0.2, \sigma^2)$ . Należy również narysować odpowiednie obszary krytyczne oraz wyznaczyć p-wartości dla każdej z hipotez.

#### 3.2 Statystyka testowa

W przypadku testowania hipotez w rodzinie rozkładów normalnych w celu zbadania wariancji, statystykę  $\chi^2$  oblicza się przy użyciu następującego wzoru:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2},$$

gdzie:

- $n$  - liczność próby,
- $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n-1}$  - estymator wariancji,
- $\sigma_0^2$  - wartość wariancji w hipotezie zerowej.

Podstawiając licznosc próby  $n = 1000$ , można estymować wariancję:

$$S^2 = 1.6681207941464067 \approx 1.6681.$$

Następnie, po podstawieniu licznosci próby  $n = 1000$ , wartości hipotezy zerowej  $\sigma_0^2 = 1.5$  oraz  $S^2 = 1.6681$ , otrzymana jest wartość statystyki testowej  $\chi^2$ :

$$\chi^2 = 1110.968448901507 \approx 1110.9684$$

Gdy hipoteza zerowa jest prawdziwa, statystyka ma rozkład  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody. Następnie sprawdza się, czy wartość danej statystyki znajduje się w obszarze krytycznym. Jeśli tak, hipoteza zerowa jest odrzucana. Prawdopodobieństwo, że statystyka  $\chi^2$  przyjmuje wartość spoza rozkładu  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody, wynosi  $1 - \alpha$ .

### 3.3 $\sigma^2 \neq 1.5$

Gdy  $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ , zbiór krytyczny ma postać  $(-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}] \cup [\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}, \infty)$ , a przedział akceptacji hipotezy to  $(\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1}; \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1})$ , gdzie  $\chi^2_{\alpha, n-1}$  - kwantyl rzędu  $\alpha$  rozkładu  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody.

Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

$$(\chi^2_{0.025, 999}; \chi^2_{0.975, 999}) = (913.3009983021134; 1088.4870677259353) \approx (913.3010; 1088.4871)$$

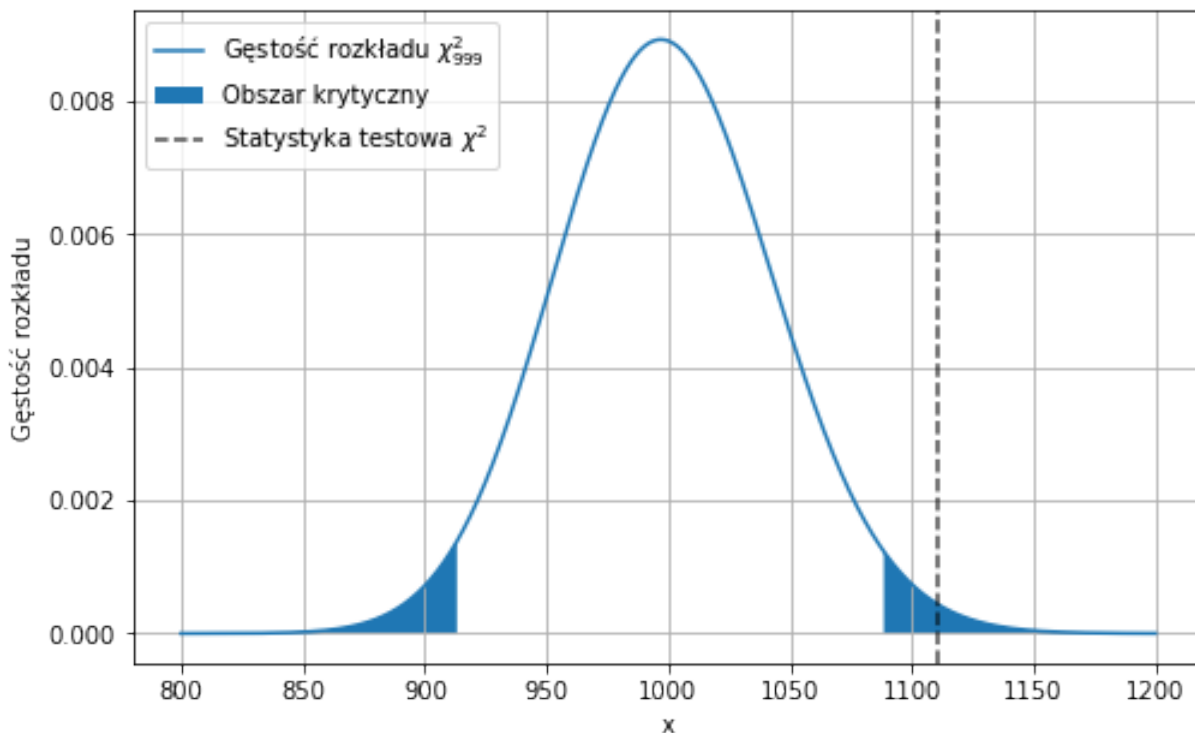
Oznacza to, że statystyka  $\chi^2 = 1110.9684$  jest poza zbiorem akceptacji hipotezy zerowej, więc należy ją odrzucić.

Następnie obliczono p-wartość według wzoru:

$$2P_{H_0}(\chi^2 > |\chi|) = 2(1 - P_{H_0}(Z \leq |\chi|)) = 2(1 - F_{\chi^2}(|\chi|)),$$

gdzie  $F_{\chi^2}(|\chi|)$  - dystrybuanta rozkładu  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody w punkcie  $|\chi|$ .

W analizowanej próbie p-wartość wynosi  $0.015023252487834649 \approx 0.015$ , co oznacza, że dla  $\alpha < 0.015$  hipoteza zerowa zostanie przyjęta, a dla  $\alpha > 0.015$  - odrzucona.



Rysunek 4: Rozkład statystyki  $\chi^2$  pod warunkiem hipotezy zerowej, z zaznaczonym obszarem krytycznym oraz statystyką testową  $\chi^2$ .



### 3.4 $\sigma^2 > 1.5$

Gdy  $\sigma^2 > \sigma_0^2$ , zbiór krytyczny ma postać  $[\chi^2_{1-\alpha; n-1}, \infty)$ , a przedział akceptacji hipotezy to  $(-\infty; \chi^2_{1-\alpha; n-1})$ , gdzie  $\chi^2_{\alpha; n-1}$  - kwantyl rzędu  $\alpha$  rozkładu  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody.

Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

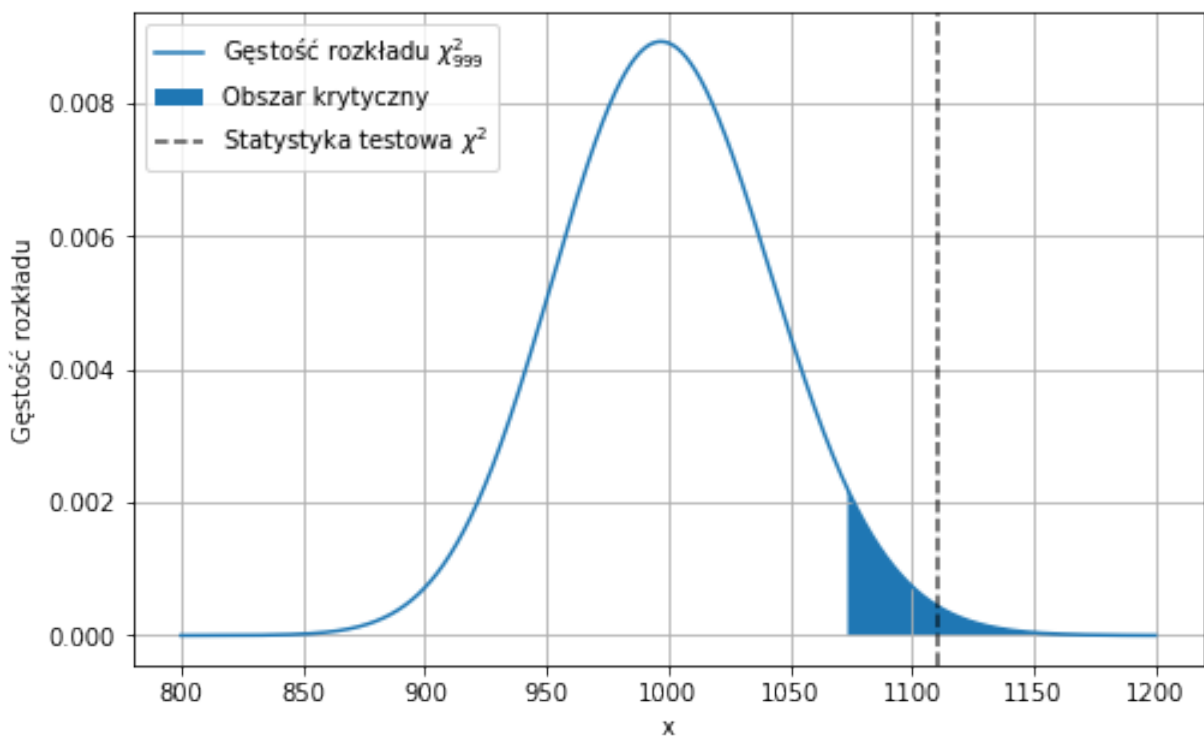
$$(-\infty; 1073.6426506574246) \approx (-\infty; 1073.6427)$$

Oznacza to, że statystyka  $\chi^2 = 1110.9684$  znajduje się w zbiorze krytycznym, zatem zostaje odrzucona.

Następnie obliczono p-wartość według wzoru:

$$P_{H_0}(\chi^2 > |\chi|) = 1 - P_{H_0}(\chi^2 \leq |\chi|) = 1 - F_{\chi^2}(|\chi|),$$

W analizowanej próbie p-wartość wynosi  $0.007511626243917324 \approx 0.0075$ , co oznacza, że dla  $\alpha < 0.0075$  hipoteza zerowa zostanie przyjęta, a dla  $\alpha > 0.0075$  - odrzucona.



Rysunek 5: Rozkład statystyki  $\chi^2$  pod warunkiem hipotezy zerowej, z zaznaczonym obszarem krytycznym oraz statystyką testową  $\chi^2$ .

### 3.5 $\sigma^2 < 1.5$

Gdy  $\sigma^2 < \sigma_0^2$ , zbiór krytyczny ma postać  $(-\infty; \chi^2_{\alpha, n-1}]$ , a przedział akceptacji hipotezy zerowej to  $(\chi^2_{\alpha, n-1}, \infty)$ , gdzie  $\chi^2_{\alpha, n-1}$  - kwantyl rzędu  $\alpha$  rozkładu  $\chi^2$  z  $(n-1)$  stopniami swobody.

Zatem szukany przedział akceptacji hipotezy zerowej, podstawiając  $\alpha = 0.05$ , ma postać

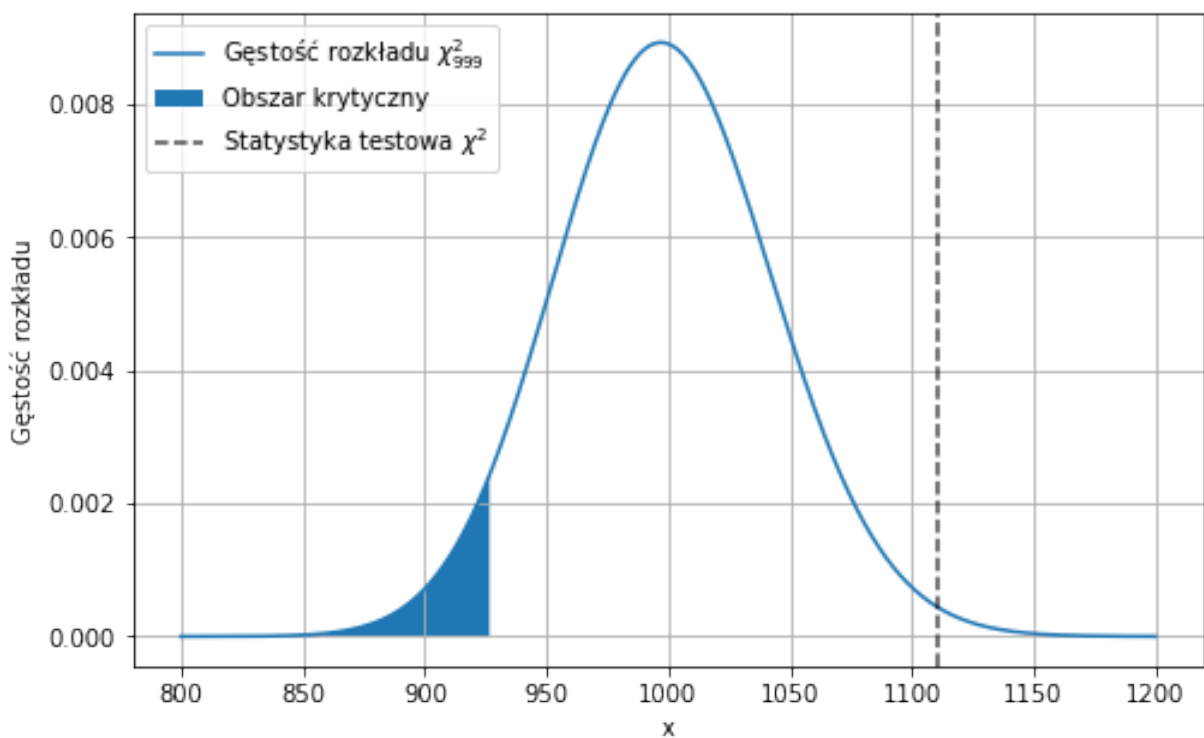
$$(926.6311609204329; \infty) \approx (926.6312; \infty)$$

Oznacza to, że statystyka  $\chi^2 = 1110.9684$  znajduje się w zbiorze akceptacji hipotezy zerowej, zatem zostaje przyjęta.

Następnie obliczono p-wartość według wzoru:

$$P_{H_0}(\chi^2 > |\chi|) = F_{\chi^2}(|\chi|),$$

W analizowanej próbie p-wartość wynosi  $0.9924883737560827 \approx 0.9925$ , co oznacza, że dla  $\alpha > 0.9925$  hipoteza zerowa zostanie przyjęta, a dla  $\alpha < 0.9925$  - odrzucona.



Rysunek 6: Rozkład statystyki  $\chi^2$  pod warunkiem hipotezy zerowej, z zaznaczonym obszarem krytycznym oraz statystyką testową  $\chi^2$ .

## 4 Zadanie 3.

### 4.1 Cel zadania

Celem zadania jest symulacyjne wyznaczenie błędu I rodzaju oraz błędu II rodzaju, a także wyznaczenie mocy testu.

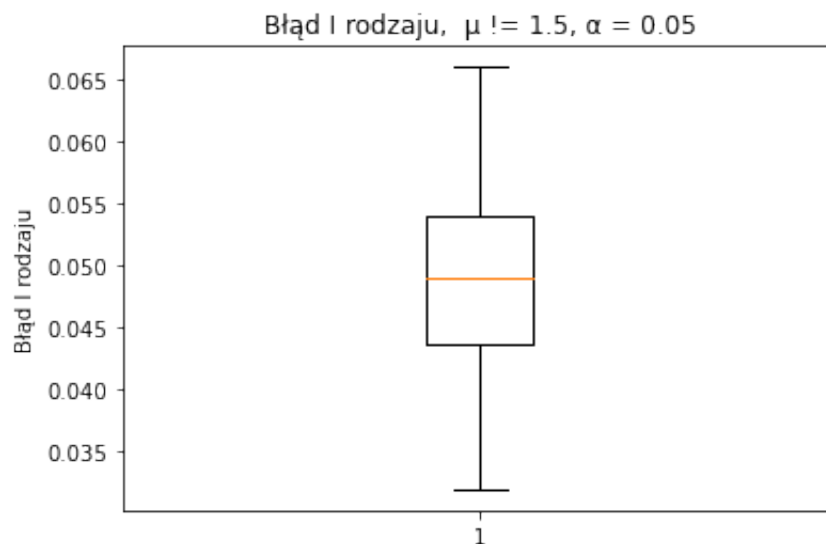
### 4.2 Błąd I rodzaju

Algorytm wyznaczania symulacyjnie błędu I rodzaju:

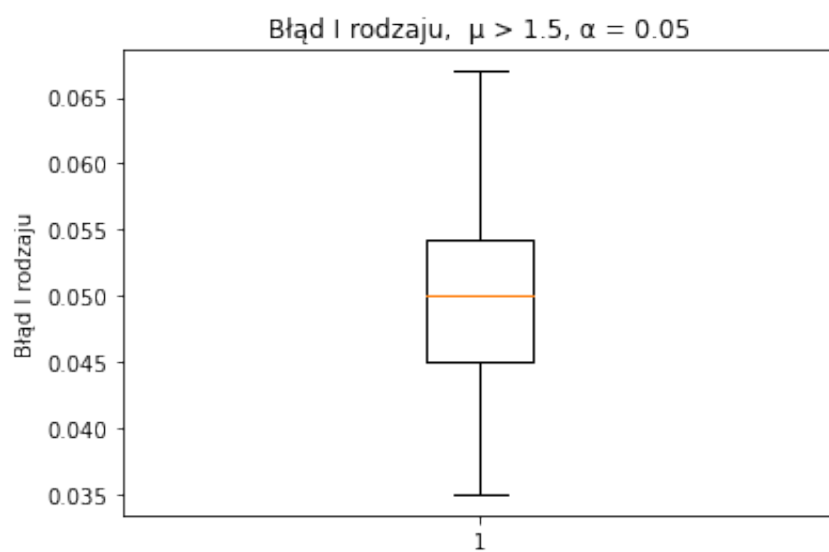
- 1. Ustalić wartość  $\alpha$  na poziomie 0.05 oraz liczbę powtórzeń  $N$  na 1000.
- 2. Wygenerować próbkę  $X_1, X_2, \dots, X_n$  o rozmiarze  $n = 1000$  z rozkładu normalnego  $N(\mu, \sigma^2)$ , gdzie  $\mu = 1.5$  i  $\sigma = 0.2$  (parametry zgodne z  $H_0$ ).
- 3. Wyznaczyć wartość statystyki testowej  $Z$  lub  $X^2$ , w zależności od zadania.
- 4. Określić obszar krytyczny na podstawie hipotezy alternatywnej dla danego zadania.
- 5. Jeżeli wartość statystyki testowej znajduje się w obszarze krytycznym, zwiększyć licznik odrzuconych hipotez zerowych o 1.
- 6. Powtórzyć  $N$  razy kroki numer 2.-5.
- 7. Obliczyć stosunek liczby odrzuconych hipotez zerowych do liczby powtórzeń  $N$ . Ten stosunek daje przybliżoną wartość błędu I rodzaju.

#### 4.2.1 Zadanie 1., $\mu$

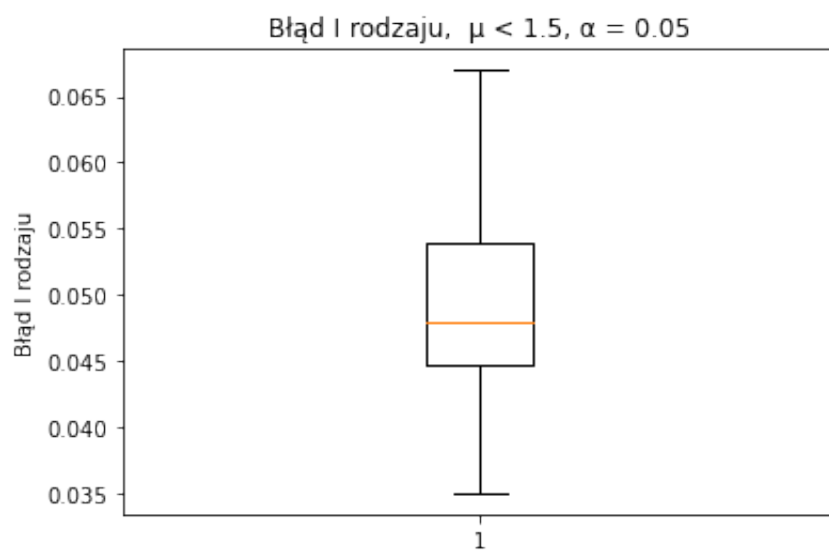
Dla poziomu istotności  $\alpha = 0.05$ , algorytm zostaje powtórzony  $M = 100$  razy. Otrzymane rezultaty są prezentowane na wykresie pudełkowym, obrazującym rozkład liczby odrzuconych hipotez zerowych.



Rysunek 7: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\mu \neq 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 8: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\mu > 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 9: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\mu < 1.5$  i  $\alpha = 0.05$

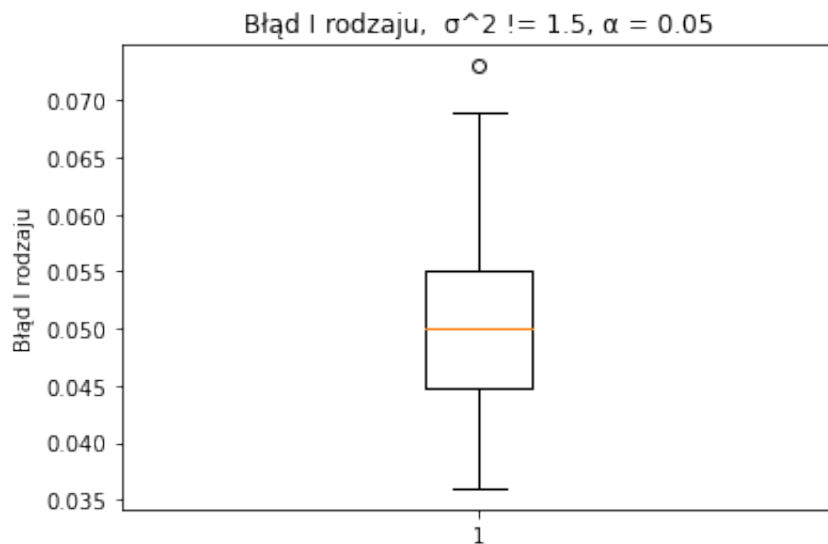
W tabeli zamieszczono wartości liczb odrzuconych hipotez zerowych dla różnych, dodatkowo rozważonych poziomów istotności, takich jak  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 0.05$  oraz  $\alpha = 0.1$ . Poziomy istotności są przedstawione w kolumnach, a wiersze odpowiadają różnym powtórzeniom. W poszczególnych komórkach tabeli znajdują się wartości liczby odrzuconych hipotez zerowych.

	$\mu \neq 1.5$	$\mu > 1.5$	$\mu < 1.5$
$\alpha=0.01$	0.01	0.011	0.01
$\alpha=0.05$	0.050	0.050	0.049
$\alpha=0.1$	0.099	0.099	0.1

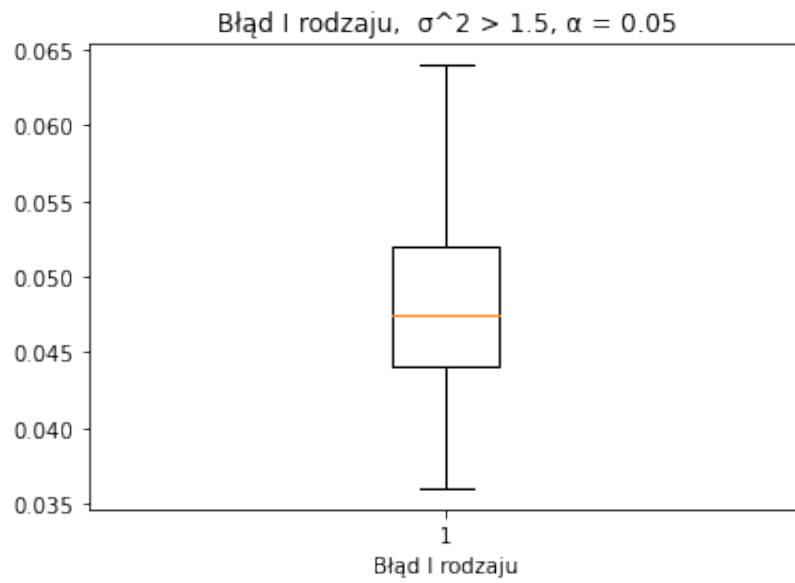
Tabela 1: Wartości błędu I rodzaju dla  $\mu$  dla różnych  $\alpha$  w zależności od hipotezy alternatywnej.

#### 4.2.2 Zadanie 2., $\sigma^2$

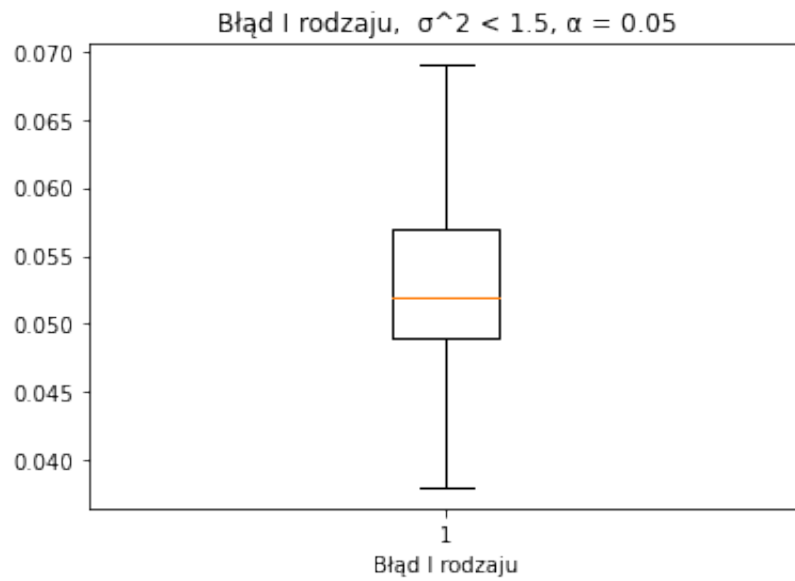
Te same działania zostały wykonane dla Zadania 2., poniżej przedstawione zostały wyniki.



Rysunek 10: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\sigma^2 \neq 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 11: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\sigma^2 > 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 12: Wykres pudełkowy przedstawiający wartość błędu I rodzaju dla wartości średniej dla hipotezy  $\sigma^2 < 1.5$  i  $\alpha = 0.05$

	$\sigma^2 \neq 1.5$	$\sigma^2 > 1.5$	$\sigma^2 < 1.5$
$\alpha=0.01$	0.01	0.008	0.01
$\alpha=0.05$	0.05	0.049	0.052
$\alpha=0.1$	0.1	0.096	0.103

Tabela 2: Wartości błędu I rodzaju dla  $\sigma^2$  dla różnych  $\alpha$  w zależności od hipotezy alternatywnej.

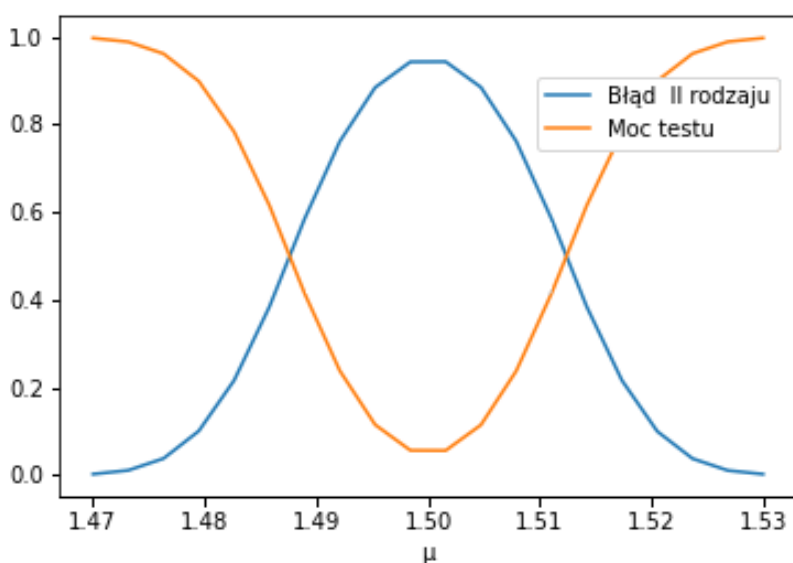
### 4.3 Błąd II rodzaju

Algorytm wyznaczania symulacyjnie błędu II rodzaju:

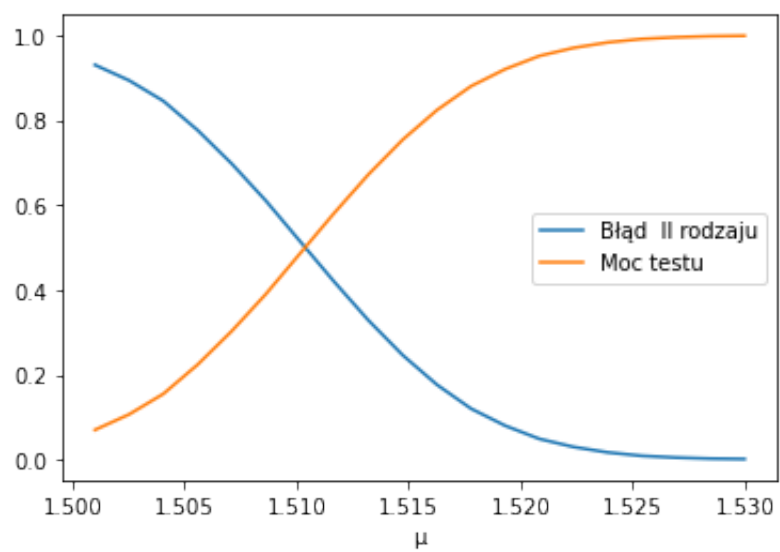
- 1. Ustalić poziom istotności  $\alpha$  na 0.05, wartość średnią  $\mu$  na wartość zgodną z hipotezą alternatywną (bliską wartości z hipotezy zerowej  $H_0$ ),  $\sigma^2$  na 0.2 i rozmiar próbki  $n$  na 1000.
- 2. Wygenerować próbkę  $X_1, X_2, \dots, X_n$  o rozmiarze  $n = 1000$  z rozkładu normalnego  $N(\mu, \sigma^2)$ .
- 3. Wyznaczyć wartość statystyki testowej  $Z$  albo  $X^2$ .
- 4. Wyznaczyć obszar krytyczny na podstawie hipotezy alternatywnej dla danego zadania.
- 5. Sprawdzić, czy wartość statystyki testowej znajduje się poza obszarem krytycznym.
- 6. Powtórzyć  $N = 1000$  razy kroki numer 2.- 5. i zliczyć, ile razy wartość statystyki testowej jest poza obszarem krytycznym.
- 7. Obliczyć stosunek liczby przypadków, gdy wartość statystyki testowej jest poza obszarem krytycznym, do liczby powtórzeń  $N$ . Ten stosunek daje przybliżoną wartość błędu II rodzaju.

#### 4.3.1 Zadanie 1., $\mu$

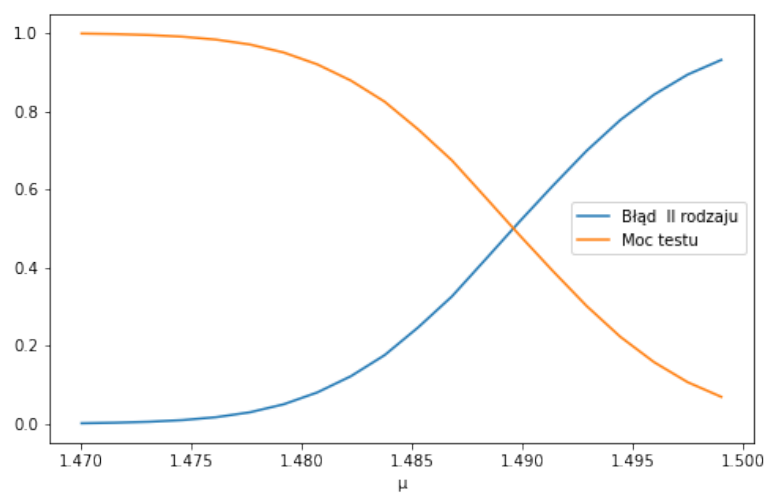
Dla przedstawienia wyników błędu II rodzaju dla testów średniej, rozważono różne wartości  $\mu$  i stworzono wykres, gdzie oś  $OX$  reprezentuje wartość  $\mu$ , a oś  $OY$  przedstawia wartość błędu II rodzaju. Dodatkowo na wykresach umieszczono moc testu.



Rysunek 13: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\mu \neq 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 14: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\mu > 1.5$  i  $\alpha = 0.05$

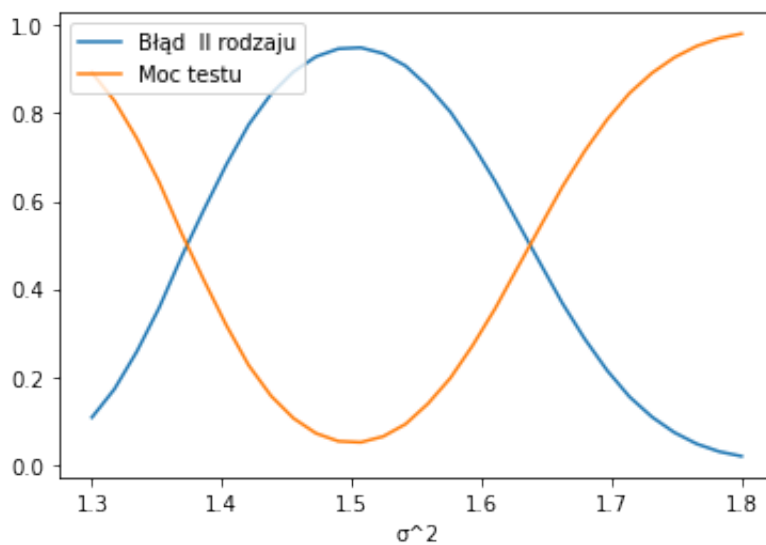


Rysunek 15: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\mu < 1.5$  i  $\alpha = 0.05$

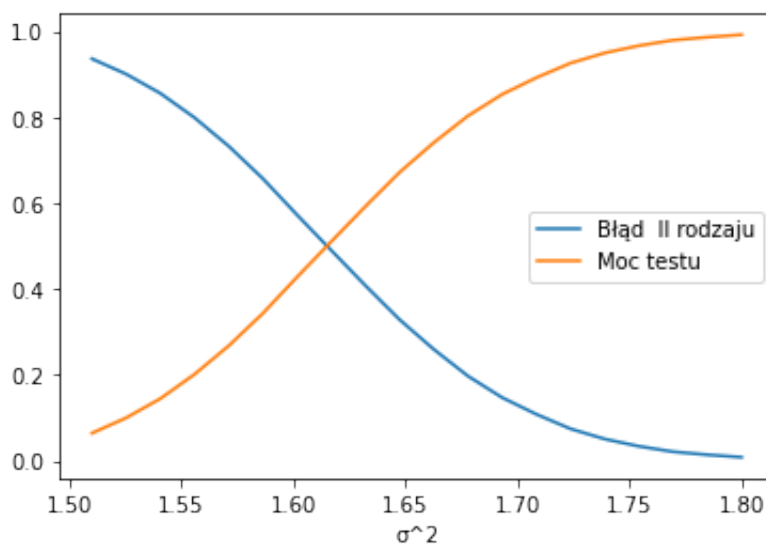


#### 4.3.2 Zadanie 2., $\sigma$

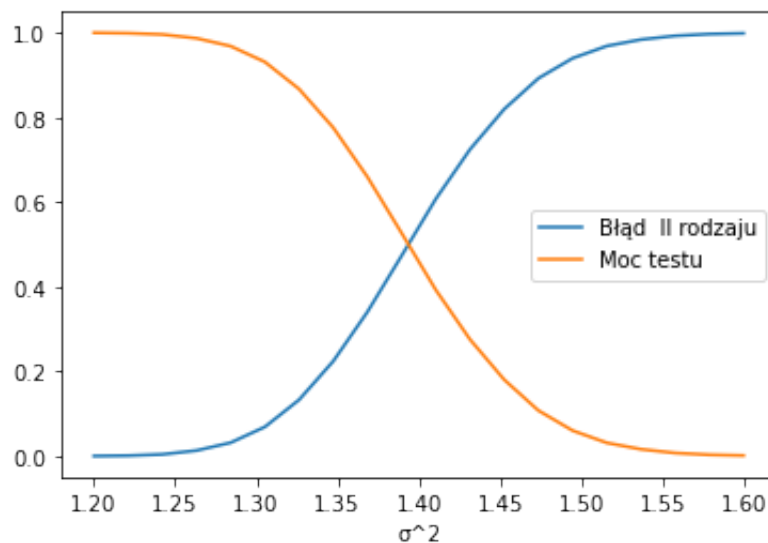
Te same działania zostały wykonane dla Zadania 2., poniżej przedstawione zostały wyniki.



Rysunek 16: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\sigma^2 \neq 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 17: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\sigma^2 > 1.5$  i  $\alpha = 0.05$



Rysunek 18: Błąd II rodzaju i moc testu dla  $\sigma^2 < 1.5$  i  $\alpha = 0.05$

## 5 Interpretacja wyników

Wartości statystyki porównano z wartościami krytycznymi testu. Należało odrzucić hipotezę zerową dla  $\mu \neq 1.5$  i  $\mu < 1.5$ , ponieważ ta wartość znajduje się w zbiorze krytycznym. Dla  $\mu > 1.5$  wartość statystyki nie znajduje się w zbiorze krytycznym, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

Wartości statystyki porównano z wartościami krytycznymi testu. Należało odrzucić hipotezę zerową dla  $\sigma^2 \neq 1.5$  i  $\sigma^2 > 1.5$ , ponieważ ta wartość znajduje się w zbiorze krytycznym. Dla  $\sigma^2 < 1.5$  wartość statystyki nie znajduje się w zbiorze krytycznym, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.

## 6 Wnioski

### 6.1 Zadanie 1. i 2.

Zmieniając poziom ufności, wpływamy na próg, który decyduje o statystycznej istotności wyniku badania. Jeśli zwiększymy poziom ufności, oznacza to, że zmniejszamy poziom istotności. To prowadzi do rozszerzenia przedziału ufności i zmniejszenia prawdopodobieństwa popełnienia błędu pierwszego rodzaju, ale jednocześnie zwiększa moc testu. Z drugiej strony, zwiększenie poziomu istotności prowadzi do zawężenia przedziałów ufności, co zwiększa prawdopodobieństwo popełnienia błędu drugiego rodzaju i zwiększa moc testu.

Na podstawie otrzymanych wyników w obu zadaniach można stwierdzić, że wyznaczenie błędu pierwszego rodzaju zostało wykonane poprawnie. Wartości tych błędów są bardzo zbliżone do przyjętej wartości poziomu istotności  $\alpha$ . Aby estymować błąd drugiego rodzaju oraz moc testu, widoczne jest, że im bardziej oddalamy się od hipotezy zerowej, tym mniejszy jest błąd drugiego rodzaju.

### 6.2 Zadanie 3.

Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że skutecznie wyznaczono błąd I rodzaju dla testów dotyczących zarówno wartości średniej, jak i wariancji. Dla jednego, jak i drugiego przypadku, wyniki są zbliżone do przyjętego poziomu istotności  $\alpha$ . Z analizy Tabeli 1. i Tabeli 2. wynika, że wraz ze wzrostem parametru  $\alpha$  rośnie również błąd I rodzaju. Oznacza to, że istnieje większe prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej  $H_0$ , gdy jest ona właściwa.

## **7 Literatura**

[1] Wykłady dr hab. inż. Krzysztofa Burneckiego