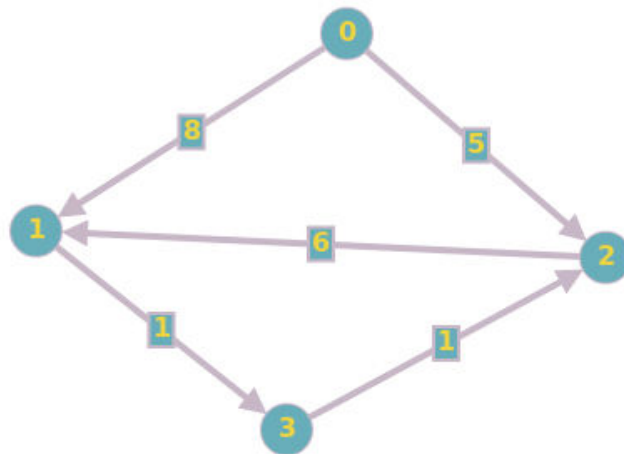


Задача 1



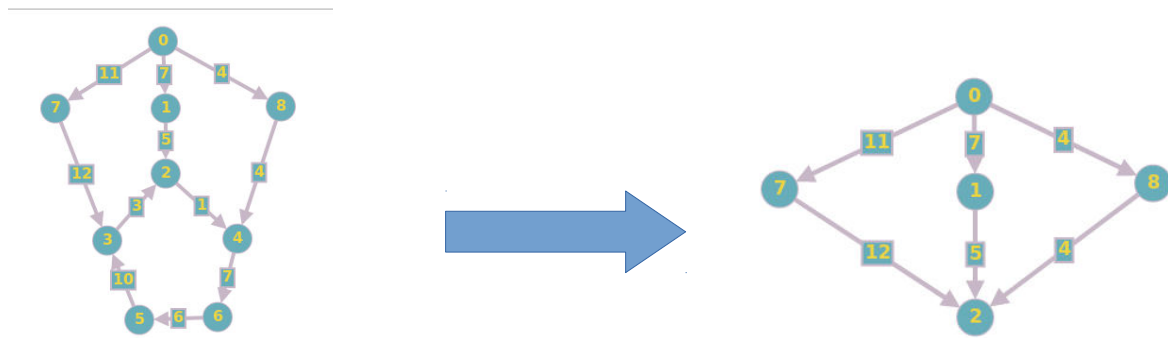
Будем искать остов, чтобы любая вершина была достижима и вершины под номером 0. Алгоритм прима сначала возьмет ребро $(0, 2)$ [+5], потом возьмет ребро $(2, 1)$ [+6], потом ребро $(1, 3)$ [+1], и тогда остов по приму будет веса 12. Однако, несложно видеть, что можно взять $(0, 1)$ [+8], $(1, 3)$ [+1], $(3, 2)$ [+1] и тогда вес остова будет равен 10. Таким образом, алгоритм Прима не работает для ориентированных графов.

Задача 2

В данном задании предлагается доказать или опровергнуть корректность алгоритма Чу Йонджина Лю Цзенхонга построения остовного дерева минимального веса в ориентированном графе (далее MDST), если будет внесено следующее изменение: для каждой вершины мы не будем вычитать вес минимального входящего ребра из всех в нее входящих, а будем пробовать строить MDST по этим минимальным ребрам и если не получилось, то сжимать эти минимальные ребра в циклы, а в остальном алгоритм остается прежним.

- 1) Пытаемся построить MDST по минимальным входящим ребрам. Если не получилось циклов, то мы нашли MDST. Очевидно, что это оно, так как в каждую вершину в MDST входит ровно одно ребро (кроме корня), а мы для каждой вершины взяли минимальное, то есть мы никак не сможем улучшить ответ.
- 2) Пусть нашелся ориентированный цикл, тогда предложенная модификация сожмет его в новую мегавершину C (все ребра, которые ведут из вершины цикла в вершину цикла удаляются, а ребра, которые идут из цикла в остальной граф и из остального графа в цикл становятся $C \rightarrow v$ и $v \rightarrow C$ соответственно). Все остальные ребра остаются такими же. Заметим, что после этого шага мы теряем информацию о том, какой вклад вносит ребро ведущее в цикл, т.е. если мы проведем ребро из вершины оставшегося графа x в v , то ребро цикла uv необходимо исключить и из-за этого не сможем корректно выбрать нужное ребро.

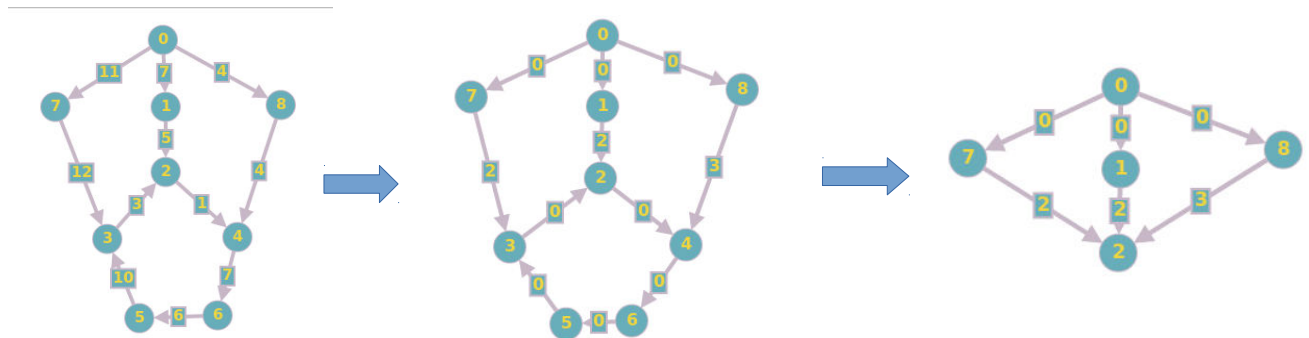
Собственно, на основе этих наблюдений легко строится контрпример.



Вес MDST по модифицированному алгоритму:

- 1) $4 + 4 + 7 + 11$ (по второму графу)
 - 2) $7 + 6 + 10 + 3$ (по циклу первого графа)
- Итого: 52

Рассмотрим, как бы сработала оригинальная версия алгоритма.



Тут вес MDST равен $7 + 5 + 1 + 7 + 6 + 10 + 11 + 4 = 11 + 12 + 3 + 1 + 7 + 6 + 7 + 4 = 51$.