

El **A'**alto

Diccionario de Aprendizaje

Automático

Alexander Jung y Konstantina Olioumtsevits

May 7, 2025



por favor cite como: A. Jung and K. Olioumtsevits, *The Aalto Dictionary of Machine Learning*. Espoo, Finland: Aalto University, 2025.

Acknowledgements

Este diccionario de aprendizaje automático evolucionó a través del desarrollo y la enseñanza de varios cursos, entre ellos CS-E3210 Machine Learning: Basic Principles, CS-C3240 Machine Learning, CS-E4800 Artificial Intelligence, CS-EJ3211 Machine Learning with Python, CS-EJ3311 Deep Learning with Python, CS-E4740 Federated Learning, and CS-E407507 Human-Centered Machine Learning. Estos cursos se ofrecieron en Aalto University <https://www.aalto.fi/en>, a estudiantes adultos a través de The Finnish Institute of Technology (FITech) <https://fitech.io/en/>, y a estudiantes internacionales a través de European University Alliance Unite! <https://www.aalto.fi/en/unite>.

We are grateful to the students who provided valuable feedback that helped shape this dictionary. Special thanks to Mikko Seesto for his meticulous proofreading.

Lists of Symbols

Conjuntos y Funciones

$a \in \mathcal{A}$ El objeto a es un elemento del conjunto \mathcal{A} .

$a := b$ Utilizamos a como una abreviatura para b .

$|\mathcal{A}|$ La cardinalidad (es decir, el número de elementos) de un conjunto finito \mathcal{A} .

$\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$ \mathcal{A} es un subconjunto de \mathcal{B} .

$\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$ \mathcal{A} es un subconjunto propio de \mathcal{B} .

\mathbb{N} Los números naturales $1, 2, \dots$

\mathbb{R} Los números reales x [1].

\mathbb{R}_+ Los números reales no negativos $x \geq 0$.

\mathbb{R}_{++} Los números reales positivos $x > 0$.

$\{0, 1\}$	El conjunto que consta de los dos números reales 0 y 1.
$[0, 1]$	El intervalo cerrado de números reales x con $0 \leq x \leq 1$.
$\operatorname{argmin}_{\mathbf{w}} f(\mathbf{w})$	El conjunto de minimizadores para una función de valor real $f(\mathbf{w})$.
$\mathbb{S}^{(n)}$	El conjunto de vectores de norma unitaria en \mathbb{R}^{n+1} .
$\log a$	El logaritmo del número positivo $a \in \mathbb{R}_{++}$.
$h(\cdot) : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B} : a \mapsto h(a)$	Una función (aplicación) que acepta cualquier elemento $a \in \mathcal{A}$ de un conjunto \mathcal{A} como entrada y entrega un elemento bien definido $h(a) \in \mathcal{B}$ de un conjunto \mathcal{B} . El conjunto \mathcal{A} es el dominio de la función h y el conjunto \mathcal{B} es el codominio de h . El aprendizaje automático (aprendizaje automático) tiene como objetivo encontrar (o aprender) una función h (es decir, una ??) que lea las ??s \mathbf{x} de un ?? y entregue una ?? $h(\mathbf{x})$ para su ?? y .
$\nabla f(\mathbf{w})$	El ?? de una función ?? de valor real $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ es el vector $\nabla f(\mathbf{w}) = \left(\frac{\partial f}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial w_d} \right)^T \in \mathbb{R}^d$ [2, Ch. 9].

Matrices y Vectores

$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$	Un vector de longitud d , con su j -ésima entrada siendo x_j .
\mathbb{R}^d	El conjunto de vectores $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$ que consiste en d entradas de valor real $x_1, \dots, x_d \in \mathbb{R}$.
$\mathbf{I}_{l \times d}$	Una matriz identidad generalizada con l filas y d columnas. Los elementos de $\mathbf{I}_{l \times d} \in \mathbb{R}^{l \times d}$ son iguales a 1 en la diagonal principal y iguales a 0 en los demás casos.
\mathbf{I}_d, \mathbf{I}	Una matriz identidad cuadrada de tamaño $d \times d$. Si el tamaño es claro por el contexto, omitimos el subíndice.
$\ \mathbf{x}\ _2$	La ?? euclidiana (o ℓ_2) del vector $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T \in \mathbb{R}^d$ definida como $\ \mathbf{x}\ _2 := \sqrt{\sum_{j=1}^d x_j^2}$.
$\ \mathbf{x}\ $	Alguna ?? del vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ [3]. A menos que se especifique lo contrario, nos referimos a la ?? euclidiana $\ \mathbf{x}\ _2$.
\mathbf{x}^T	La traspuesta de una matriz que tiene el vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ como su única columna.
\mathbf{X}^T	La traspuesta de una matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times d}$. Una matriz cuadrada de valores reales $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ se denomina simétrica si $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T$.
$\mathbf{0} = (0, \dots, 0)^T$	El vector en \mathbb{R}^d con cada entrada igual a cero.
$\mathbf{1} = (1, \dots, 1)^T$	El vector en \mathbb{R}^d con cada entrada igual a uno.

$(\mathbf{v}^T, \mathbf{w}^T)^T$	El vector de longitud $d + d'$ obtenido al concatenar las entradas del vector $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^d$ con las entradas de $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{d'}$.
$\text{span}\{\mathbf{B}\}$	El espacio generado (span) por una matriz $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{a \times b}$, que es el subespacio de todas las combinaciones lineales de las columnas de \mathbf{B} , $\text{span}\{\mathbf{B}\} = \{\mathbf{B}\mathbf{a} : \mathbf{a} \in \mathbb{R}^b\} \subseteq \mathbb{R}^a$.
$\det(\mathbf{C})$	El determinante de la matriz \mathbf{C} .
$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$	El producto de Kronecker de \mathbf{A} y \mathbf{B} [4].

Teoría de la Probabilidad

$\mathbb{E}_p\{f(\mathbf{z})\}$	La ?? de una función $f(\mathbf{z})$ de una ?? \mathbf{z} cuya ?? es $p(\mathbf{z})$. Si la ?? es clara por el contexto, simplemente escribimos $\mathbb{E}\{f(\mathbf{z})\}$.
$p(\mathbf{x}, y)$	Una ?? conjunta de una ?? cuyas ??es son ??s con ??s \mathbf{x} y ?? y .
$p(\mathbf{x} y)$	Una ?? condicional de una ?? \mathbf{x} dado el valor de otra ?? y [5, Sec. 3.5].
$p(\mathbf{x}; \mathbf{w})$	Una ?? parametrizada de una ?? \mathbf{x} . La ?? depende de un vector de parámetros \mathbf{w} . Por ejemplo, $p(\mathbf{x}; \mathbf{w})$ podría ser una ?? con el vector de parámetros \mathbf{w} dado por las entradas del vector de ?? $\mathbb{E}\{\mathbf{x}\}$ y la ?? $\mathbb{E}\left\{(\mathbf{x} - \mathbb{E}\{\mathbf{x}\})(\mathbf{x} - \mathbb{E}\{\mathbf{x}\})^T\right\}$.
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	La ?? de una ?? $x \in \mathbb{R}$ con ?? (o ??) $\mu = \mathbb{E}\{x\}$ y ?? $\sigma^2 = \mathbb{E}\{(x - \mu)^2\}$.
$\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$	La ?? de un vector de valores ?? $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ con ?? (o ??) $\boldsymbol{\mu} = \mathbb{E}\{\mathbf{x}\}$ y ?? $\mathbf{C} = \mathbb{E}\{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T\}$.

Aprendizaje Automático

r	Un índice $r = 1, 2, \dots$ que enumeran los ??s.
m	El número de ??s en (es decir, el tamaño de) un ??.
\mathcal{D}	Un ?? $\mathcal{D} = \{\mathbf{z}^{(1)}, \dots, \mathbf{z}^{(m)}\}$ es una lista de ??s individuales $\mathbf{z}^{(r)}$, para $r = 1, \dots, m$.
d	El número de ??s que caracterizan un ??.
x_j	La j -ésima característica (feature) de un ??.
	La primera ?? se denota como x_1 , la segunda como x_2 , y así sucesivamente.
\mathbf{x}	El vector de características (feature vector) $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$ de un ?? cuyas entradas son las características individuales de un ??.
\mathcal{X}	El ?? \mathcal{X} es el conjunto de todos los valores posibles que las ??s \mathbf{x} de un ?? pueden tomar.
\mathbf{z}	En lugar del símbolo \mathbf{x} , a veces usamos \mathbf{z} como otro símbolo para denotar un vector cuyas entradas son las ??s individuales de un ??.
	Necesitamos dos símbolos diferentes para distinguir entre características (features) crudas y características aprendidas [6, Ch. 9].
$\mathbf{x}^{(r)}$	El vector de características de el r -ésimo ?? dentro de un ??.
$x_j^{(r)}$	La j -ésima ?? del r -ésimo ?? dentro de un ??.

\mathcal{B}	Un mini-?? (o subconjunto) de ??s seleccionados aleatoriamente.
B	El tamaño de (es decir, el número de ??s en) un mini-??.
y	La ?? (o cantidad de interés) de un ??.
$y^{(r)}$	La ?? del r -ésimo ??.
$(\mathbf{x}^{(r)}, y^{(r)})$	Las ??s y la ?? del r -ésimo ??.
\mathcal{Y}	El ?? \mathcal{Y} de un método de ML consiste en todos los valores potenciales de ?? que un ?? puede tener. El ?? nominal puede ser más grande que el conjunto de diferentes valores de ?? que surgen en un ?? dado (por ejemplo, un ??). Los problemas (o métodos) de ML que utilizan un ?? numérico, como $\mathcal{Y} = \mathbb{R}$ o $\mathcal{Y} = \mathbb{R}^3$, se conocen como problemas de ???. Los problemas (o métodos) de ML que utilizan un ?? discreto, como $\mathcal{Y} = \{0, 1\}$ o $\mathcal{Y} = \{gato, perro, ratón\}$, se conocen como problemas de ??.
η	La ?? (o ??) utilizada por los métodos de ??.
$h(\cdot)$	Un mapa de ?? que toma como entrada las ??s \mathbf{x} de un ?? y entrega una ?? $\hat{y} = h(\mathbf{x})$ para su ?? y .
$\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$	Dado dos conjuntos \mathcal{X} y \mathcal{Y} , denotamos por $\mathcal{Y}^{\mathcal{X}}$ el conjunto de todos los posibles mapas de ?? $h : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$.

\mathcal{H}	Un ?? o ?? utilizado por un método de ML. El ?? consiste en diferentes mapas de ?? $h : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$, entre los cuales el método de ML debe elegir.
$d_{\text{eff}}(\mathcal{H})$	La ?? de un ?? \mathcal{H} .
B^2	El ?? cuadrado de una ?? aprendida \hat{h} producida por un método de ML. El método se entrena con ??s que se modelan como las ??es de ??s. Dado que los ?? son una ?? de ??s, la ?? aprendida \hat{h} también es una ?? de una ??.
V	La ?? de los (?? de la) ?? aprendida producida por un método de ML. El método se entrena con ??s que se modelan como las ??es de ??s. Dado que los ?? son una ?? de ??s, la ?? aprendida \hat{h} también es una ?? de una ??.
$L((\mathbf{x}, y), h)$	La ?? incurrida al predecir la ?? y de un ?? utilizando la ?? $\hat{y} = h(\mathbf{x})$. La ?? \hat{y} se obtiene al evaluar la ?? $h \in \mathcal{H}$ para la ?? \mathbf{x} del ??.
E_v	El ?? de una ?? h , que es su ?? promedio incurrida en un ??.
$\hat{L}(h \mathcal{D})$	El ?? o ?? promedio incurrido por la ?? h en un ?? \mathcal{D} .

E_t	El ?? de una ?? h , que es su ?? promedio incurrido en un ??.
t	Un índice de tiempo discreto $t = 0, 1, \dots$ utilizado para enumerar eventos secuenciales (o instantes de tiempo).
t	Un índice que enumera las ??s dentro de un problema de aprendizaje multitarea.
α	Un parámetro de ?? que controla la cantidad de ??.
$\lambda_j(\mathbf{Q})$	El j -ésimo ?? (ordenado en forma ascendente o descendente) de una matriz ?? \mathbf{Q} . También usamos la abreviatura λ_j si la matriz correspondiente es clara por el contexto.
$\sigma(\cdot)$	La ?? utilizada por una neurona artificial dentro de una ??.
$\mathcal{R}_{\hat{y}}$	Una ?? dentro de un ??.
\mathbf{w}	Un vector de parámetros $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_d)^T$ de un ??, por ejemplo, los ?? de un ?? o en una ??.
$h^{(\mathbf{w})}(\cdot)$	Un mapa de ?? que involucra ?? ajustables w_1, \dots, w_d apilados en el vector $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_d)^T$.
$\phi(\cdot)$	Un ?? $\phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}' : \mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}' := \phi(\mathbf{x}) \in \mathcal{X}'$.
$K(\cdot, \cdot)$	Dado un ?? \mathcal{X} , un ?? es un mapa $K : \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{C}$ que es ??.

Aprendizaje Federado

$\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$	Un ?? no dirigido cuyos nodos $i \in \mathcal{V}$ representan ??s dentro de un ???. Los bordes ponderados no dirigidos \mathcal{E} representan conectividad entre ??s y similitudes estadísticas entre sus ??s y ??s.
$i \in \mathcal{V}$	Un nodo que representa un ?? dentro de un ???. El dispositivo puede acceder a un ?? y entrenar un ??.
$\mathcal{G}^{(\mathcal{C})}$	El subgrafo inducido de \mathcal{G} utilizando los nodos en $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{V}$.
$\mathbf{L}^{(\mathcal{G})}$	La ?? de un ?? \mathcal{G} .
$\mathbf{L}^{(\mathcal{C})}$	La ?? del ?? inducido $\mathcal{G}^{(\mathcal{C})}$.
$\mathcal{N}^{(i)}$	La ?? de un nodo i en un ?? \mathcal{G} .
$d^{(i)}$	El grado ponderado $d^{(i)} := \sum_{i' \in \mathcal{N}^{(i)}} A_{i,i'}$ de un nodo i en un ?? \mathcal{G} .
$d_{\max}^{(\mathcal{G})}$	El máximo grado ponderado de nodo en un ?? \mathcal{G} .
$\mathcal{D}^{(i)}$	El ?? $\mathcal{D}^{(i)}$ que posee el nodo $i \in \mathcal{V}$ de un ??.
m_i	El número de ??s (es decir, el ??) contenidos en el ?? $\mathcal{D}^{(i)}$ en el nodo $i \in \mathcal{V}$.

$\mathbf{x}^{(i,r)}$	Las ??s del r -ésimo ?? en el ?? $\mathcal{D}^{(i)}$.
$y^{(i,r)}$	La ?? del r -ésimo ?? en el ?? $\mathcal{D}^{(i)}$.
$\mathbf{w}^{(i)}$	Los ?? locales del ?? i dentro de un ??.
$L_i(\mathbf{w})$	La ?? local utilizada por el ?? i para medir la utilidad de alguna elección \mathbf{w} para los ?? locales.
$L^{(d)}(\mathbf{x}, h(\mathbf{x}), h'(\mathbf{x}))$	La ?? incurrida por una ?? h' en un ?? con ??s \mathbf{x} y ?? $h(\mathbf{x})$ obtenida de otra ??.
$\text{stack}\{\mathbf{w}^{(i)}\}_{i=1}^n$	El vector $\left((\mathbf{w}^{(1)})^T, \dots, (\mathbf{w}^{(n)})^T\right)^T \in \mathbb{R}^{dn}$ que se obtiene apilando verticalmente los ?? locales $\mathbf{w}^{(i)} \in \mathbb{R}^d$.

Conceptos de Aprendizaje Automatico

aprendizaje automático (ML) El aprendizaje automático tiene como objetivo predecir una ?? a partir de las ??s de un ??. Los métodos de ML logran esto aprendiendo una ?? de un ?? (o ??) mediante la minimización de una ?? [6,7]. Una formulación precisa de este principio es el ??. Diferentes métodos de ML se obtienen de distintas elecciones de diseño para los ??s (sus ??s y ??), el ??, y la ?? [6, Cap. 3].

aprendizaje de características Consideremos una aplicación de ML con ??s caracterizados por ??s crudas $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$. El aprendizaje de características se refiere a la tarea de aprender un mapeo

$$\Phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}' : \mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}',$$

que recibe como entrada las ??s crudas $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ de un ?? y entrega nuevas ??s $\mathbf{x}' \in \mathcal{X}'$ de un nuevo ?? \mathcal{X}' . Se obtienen diferentes métodos de aprendizaje de características a partir de diferentes elecciones de $\mathcal{X}, \mathcal{X}'$, de un ?? \mathcal{H} de posibles mapeos Φ , y de una medida cuantitativa de la utilidad de un mapeo específico $\Phi \in \mathcal{H}$. Por ejemplo, ?? utiliza $\mathcal{X} := \mathbb{R}^d$, $\mathcal{X}' := \mathbb{R}^{d'}$ con $d' < d$, y un ??

$$\mathcal{H} := \{ \Phi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{d'} : \mathbf{x}' := \mathbf{F}\mathbf{x} \text{ con alguna } \mathbf{F} \in \mathbb{R}^{d' \times d} \}.$$

?? mide la utilidad de un mapeo específico $\Phi(\mathbf{x}) = \mathbf{F}\mathbf{x}$ por el mínimo

error de reconstrucción lineal incurrido sobre un $\mathbf{x}^{(r)}$,

$$\min_{\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{d \times d'}} \sum_{r=1}^m \left\| \mathbf{G} \mathbf{F} \mathbf{x}^{(r)} - \mathbf{x}^{(r)} \right\|_2^2.$$

aprendizaje federado vertical (FL vertical) El aprendizaje federado vertical utiliza \mathcal{D} s formados por los mismos \mathcal{D} s, pero caracterizados mediante diferentes \mathcal{D} s [8]. Por ejemplo, diferentes proveedores de salud podrían contener información sobre la misma población de pacientes. Sin embargo, diferentes proveedores de salud recopilan distintas mediciones (por ejemplo, valores sanguíneos, electrocardiogramas, radiografías de tórax) para los mismos pacientes.

aprendizaje multitarea El aprendizaje multitarea tiene como objetivo aprovechar las relaciones entre diferentes \mathcal{D} s. Considere dos \mathcal{D} s obtenidas del mismo \mathcal{D} de capturas de webcam. La primera tarea consiste en predecir la presencia de un ser humano, mientras que la segunda consiste en predecir la presencia de un automóvil. Podría ser útil utilizar la misma estructura de \mathcal{D} para ambas tareas y permitir que solo los \mathcal{D} de la capa de salida final sean diferentes.

autoencoder Un autoencoder es un método de ML que aprende simultáneamente un mapeo codificador $h(\cdot) \in \mathcal{H}$ y un mapeo decodificador $h^*(\cdot) \in \mathcal{H}^*$. Es una instancia de \mathcal{D} que utiliza una \mathcal{D} calculada a partir del error de reconstrucción $\mathbf{x} - h^*(h(\mathbf{x}))$.

interpretabilidad Un método de ML es interpretable por un usuario específico si puede anticipar adecuadamente las \mathcal{D} es entregadas por el

método. La noción de interpretabilidad puede precisarse utilizando medidas cuantitativas de la incertidumbre sobre las ??es [9].

máximo El máximo de un conjunto $\mathcal{A} \subseteq \mathbb{R}$ de números reales es el elemento más grande en ese conjunto, si tal elemento existe. Un conjunto \mathcal{A} tiene un máximo si está acotado superiormente y alcanza su supremo (o mínimo de las cotas superiores) [2, Sec. 1.4].

mínimo Dado un conjunto de números reales, el mínimo es el menor de esos números.

reducción de dimensionalidad Los métodos de reducción de dimensionalidad mapean (normalmente muchos) ??s originales a un conjunto (relativamente pequeño) de nuevos ??s. Estos métodos pueden utilizarse para visualizar ??s aprendiendo dos ??s que sirvan como coordenadas de una representación en un ??.

supremo (o mínimo de las cotas superiores) El supremo de un conjunto de números reales es el número más pequeño que es mayor o igual que todos los elementos del conjunto. Formalmente, un número real a es el supremo de un conjunto $\mathcal{A} \subseteq \mathbb{R}$ si: 1) a es una cota superior de \mathcal{A} ; y 2) ningún número menor que a es una cota superior de \mathcal{A} . Todo conjunto no vacío de números reales que esté acotado superiormente tiene un supremo, aun si no contiene su supremo como un elemento [2, Sec. 1.4].

Index

aprendizaje automático (ML), 14

aprendizaje de características, 14

aprendizaje federado vertical (FL
vertical), 15

aprendizaje multitarea, 15

autoencoder, 15

interpretabilidad, 15

máximo, 16

mínimo, 16

reducción de dimensionalidad, 16

supremo (o mínimo de las cotas
superiores), 16

References

- [1] W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, 3rd ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1987.
- [2] W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, 3rd ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1976.
- [3] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 4th ed. Baltimore, MD, USA: The Johns Hopkins Univ. Press, 2013.
- [4] G. H. Golub and C. F. Van Loan, “An analysis of the total least squares problem,” *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 17, no. 6, pp. 883–893, Dec. 1980, doi: 10.1137/0717073.
- [5] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis, *Introduction to Probability*, 2nd ed. Belmont, MA, USA: Athena Scientific, 2008.
- [6] A. Jung, *Machine Learning: The Basics*. Singapore, Singapore: Springer Nature, 2022.
- [7] T. Hastie, R. Tibshirani, and M. Wainwright, *Statistical Learning with Sparsity: The Lasso and Generalizations*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2015.
- [8] Q. Yang, Y. Liu, Y. Cheng, Y. Kang, T. Chen, and H. Yu, “Vertical federated learning,” in *Federated Learning*. Cham, Switzerland: Springer Nature, 2020, ch. 5, pp. 69–81.

- [9] A. Jung and P. H. J. Nardelli, “An information-theoretic approach to personalized explainable machine learning,” *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 27, pp. 825–829, 2020, doi: 10.1109/LSP.2020.2993176.