

# Université Libre de Bruxelles

# Synthèse

# Photonic communication systems ELEC-H507

Auteur:

Nicolas Englebert

Professeur:

Simon-Pierre Gorza

Année 2017 - 2018

# Appel à contribution

#### Synthèse Open Source



Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Simon-Pierre Gorza à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer

surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

https://github.com/nenglebert/Syntheses

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site! Vous avez vu une petite faute? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire!

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer LAT<sub>E</sub>X, mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi un README contenant de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet!

#### Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0). Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte- tenu de trois choses :



- 1. Attribution; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
- 2. Non Commercial; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
- 3. Share alike; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Merci!

# Table des matières

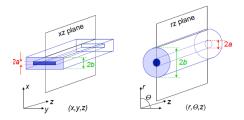
<b>2</b>	Opt	ical waveguides	1
	2.1	Geometrical-optics description	1
		2.1.1 Step-index (SI) waveguides	1
		2.1.2 Graded-index (GI) fibers	4
	2.2	Electromagnetic analysis – Fields and modes	5
		2.2.1 Step-index planar waveguides	5

# Chapitre 2

# Optical waveguides

### 2.1 Geometrical-optics description

### 2.1.1 Step-index (SI) waveguides



Dans un premier temps, on va seulement considérer la cas à deux dimensions : la lumière se propage dans un plan (xy pour les guides plans, rz pour les cylindriques). Pour l'instant, considérons b comme étant infini. Généralement, le cœur mesure 9-10 microns alors que la gaine est de 125 microns (vient ensuite le coating pour éviter les microcourbures).

Figure 2.1

Effectuons une coupe dans le plan rz de la fibre. En optique géométrique, il faut que la dimension physique dans laquelle la lumière se propage soit plus grand que la longueur d'onde. Autrement dit

$$\lambda \ll a, b \tag{2.1}$$

Ceci est nécessaire afin de pouvoir modéliser la propagation par des rayons. Nous faisons l'hypothèse que le cœur et la gaine sont des diélectriques homogènes  $^1$  où l'on suppose  $n_1 > n_2$ , les indices de

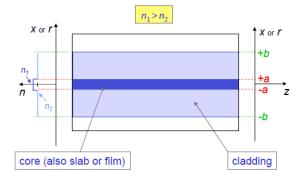


Figure 2.2

réfractions du cœur et de la gaine. Nous verrons plus tard qu'il s'agit en fait d'une condition nécessaire. Nous ferons aussi l'hypothèse d'un milieu sans pertes et invariant pour une translation selon z (pas de courbures).

La loi de Snell-Descartes exprime le changement de direction d'un faisceau lors de la traversée d'une paroi. Chaque milieu à une capacité à "ralentir" la lumière, caractérisé par son indice de réfraction  $n \equiv c/v$ 

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{2.2}$$

Si  $n_1 > n_2$ , le faisceau réfracté se rapproche plus rapidement du dioptre : le rayon est élevé alors que dans le cas contraire, il est "rabattu". Dans le premier cas, le rayon peut remonter jusqu'à l'horizontale  $(\pi/2)$ . Au dessus de cet angle, il sera totalement réfléchi : c'est le phénomène de

<sup>1.</sup> Utiliser un conducteur n'a pas de sens : mouvement des charges libres, effets joule,  $\dots$ 

réflexion totale<sup>2</sup>

Considérons le rayon vert ci-contre. Initialement dans l'air, il rencontre l'interface air-verre  $(n_1)$  ou il y a des réflexions. Ensuite, il rencontre l'interface cœur-gaine où on observe un phénomène de réflexion partielle et de réfraction. Il est possible d'avoir une **réflexion totale** si le rayon a une incidence assez rasante et si  $n_1 > n_2$ .

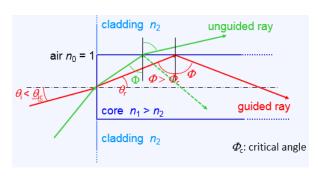


FIGURE 2.3

Regardons le cas particulier d'un angle critique (rouge). En appliquant la loi de S-D, on trouve

$$\begin{cases}
 n_0 \sin \theta_i &= n_1 \sin \theta_r \\
 n_0 \sin \theta_{ic} &= \sin \theta_{ic} = n_1 \sin \theta_{rc} = n_1 \cos \Phi_c \\
 n_1 \sin \Phi_c &= n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2
 \end{cases}
 \begin{cases}
 \cos \Phi_c = \sqrt{1 - \sin^2 \Phi_c} = \sqrt{1 - (n_2/n_1)^2} \\
 \cos \Phi_c = \sqrt{1 - \sin^2 \Phi_c} = \sqrt{1 - (n_2/n_1)^2}
 \end{cases}$$
(2.3)

où la première ligne correspond à l'interface air-cœur et la dernière au cas de réflexion totale. On peut ainsi trouver une expression pour l'angle critique.

Le rayon sera guidé si 
$$\Phi > \Phi_c \eqno (2.4)$$

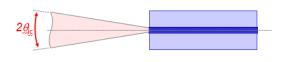


FIGURE 2.4

L'ouverture numérique renseigne le "cône d'acceptance" des rayons, afin que ceux-ci soient guidés. Par définition

$$NA \stackrel{\Delta}{=} n_0 \sin \theta_{ic} = n_1 \sqrt{1 - (n_2/n_1)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$
(2.5)

Souvent on retrouve cette information dans les data-sheet pas pas  $n_1$  et  $n_2$ , car l'AN est plus facile à mesurer. On utilise souvent l'**indice de réfraction normalisé**  $\Delta n \stackrel{\Delta}{=} (n_1 - n_2)/n_1$  ainsi que l'indice de réfraction moyen  $\bar{n} \stackrel{\Delta}{=} (n_1 + n_2)/2$ .

En pratique, on rencontre souvent un guidage dit faible : l'angle d'incidence est très proche de  $90^{\circ}$  et on dit alors que  $n_1 \approx n_2$ . Plus l'AN est grande, plus la propagation sera rapide. Un ordre de grandeur usuel pour celle-ci est de 0.2.

#### Multipath dispersion (or Modal dispersion)

Le problème c'est qu'un rayon qui se propage sur l'axe ne va pas faire le même parcours que celui qui fait des zigzag. La vitesse de groupe est la même, mais il y aura un délai associé à cette différence de chemin entre les deux. Pour calculer ce délai, on s'intéresse à la différence de chemin  $\delta l$  entre les deux rayons (rouge et vert) à l'aide d'un joli triangle rectangle

$$\delta l = L_v - L_r = L_r (1/\sin \Phi_c) - L_r = L_r [(n_1/n_2) - 1]$$
 (2.6)

<sup>2.</sup> Pour l'histoire, ceci explique pourquoi un diamant ne brille pas dans l'eau.

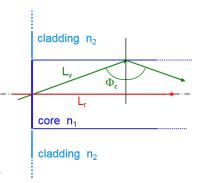


FIGURE 2.5

Il faut ensuite sommer ceci sur la longueur L de la fibre

$$\Delta L = \sum \delta l = L \left[ (n_1/n_2) - 1 \right] \tag{2.7}$$

En supposant que la vitesse de phase (c/n) vaut à peu près la vitesse de groupe, on trouve

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{c/n_1} = \frac{L}{c} n_1 \left[ (n_1 - n_2)/n_2 \right] = \frac{L}{c} n_1 \left[ (n_1 \Delta n)/n_2 \right]$$
 (2.8)

où encore

$$\Delta t = \frac{L}{c} \Delta n \frac{n_1^2}{n_2} \tag{2.9}$$

Une grande AN  $(\propto \sqrt{\Delta n})$  facilité l'injection dans la lumière, mais un grand  $\Delta t \ (\propto \Delta n)$  limite le taux de bit.

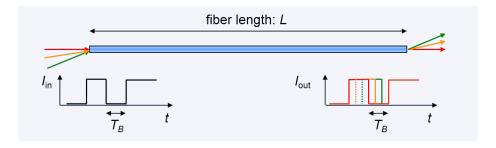


Figure 2.6

S'il y a une différence de vitesse de groupe, l'information va avoir tendance à s'étaler dans le temps. Les flancs vont alors s'étaler et il ne sera plus disponible de distinguer 0 et 1. Il faut que cette dispersion temporelle soit inférieure au temps d'un bit :  $\Delta t < T_B = 1/B$ . Dès lors,  $B\Delta t < 1 \Leftrightarrow B\frac{L}{c}n_1\left[(n_1\Delta n)/n_2\right] < 1$ . On en tire (sous l'hypothèse que la taille du cœur est grande par rapport à  $\lambda$ 

$$BL < \frac{c}{\Delta n} \frac{n_2}{n_1^2} \tag{2.10}$$

Le produit BL est donc bien un paramètre important pour une fibre. Celui-ci nous informe qu'un signal de 200Mbits/s ne peut être transmis que sur une distance de 100m pour une fibre Si multimode.

#### 2.1.2 Graded-index (GI) fibers

Pour réduire le délai entre les rayons guidés, on peut utiliser des fibres à gradient d'indice. L'indice change dans le cœur : élevé au centre (ralenti les rayons) et diminue ensuite (ralentis un peu moins les rayons) $^3$ .

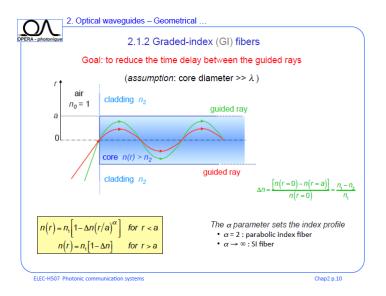


Figure 2.7

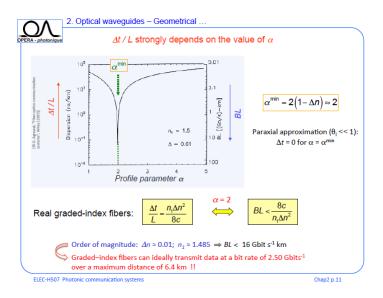
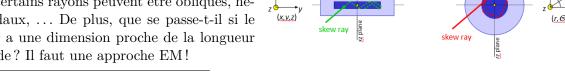


Figure 2.8

### Limitations of the simple two-dimensional geometrical optics description:

Jusqu'ici nous avons considérer que les rayons se situent uniquement dans des plans xz/rz. Or, certains rayons peuvent être obliques, hélicoïdaux, ... De plus, que se passe-t-il si le cœur a une dimension proche de la longueur d'onde? Il faut une approche EM!



<sup>3.</sup> Voir notes slides 10 et 11 pour plus de détails.

Figure 2.9

Propagation along the z direction

## 2.2 Electromagnetic analysis – Fields and modes

### 2.2.1 Step-index planar waveguides

Nous allons commencer par le cas d'un guide d'onde plan. L'idée est de résoudre les équations de Maxwell afin de trouver une solution qui satisfait aux conditions limites, continuité, ... soit un problème aux valeurs propres d'un certain opérateur différentiel (le propagateur) agissant sur un champ.

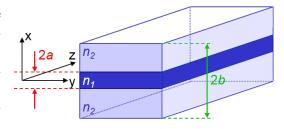


Figure 2.10

Nous allons faire plusieurs hypothèses

- 1. Matériau simple : diélectrique, non magnétique, linéaire, isotropique et sans perte. En gros, juste  $n_1$  et  $n_2$  à prendre en compte.
- 2. Homogène : toujours  $n_1$  dans le cœur et  $n_2$  dans la gaine
- 3. Symétrique en x et indépendant en y, z: même matériau pour les deux gaines.
- 4. La dimension de la gaine (2b) est très grande par rapport à celle du cœur (2a): on ne doit pas se préoccuper de l'interface gaine-coatting.

Nous n'avons ici fait **aucune** hypothèse sur la taille du cœur, contrairement à l'approche géométrique. Il peut être très petit ou très grand mais en pratique, il vaut typiquement,  $2a \le 50 \ \mu\text{m}$ .

Le point de départ est bien évidemment les équations de Maxwell. Pour un diélectrique non magnétique

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \qquad \nabla \cdot \vec{D} = 0, \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$
 (2.11)

L'interaction entre la champ EM et le diélectrique trouve son origine dans le champ de densité de polarisation  $\vec{P}$  qui prend en compte l'indice de réfraction est les pertes. La polarisation doit être non nulle, sans quoi on décrirait le vide.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \qquad \qquad \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{2.12}$$

Le champ de densité de polarisation s'obtient par la convolution entre le champ  $\vec{E}$  et la susceptibilité électrique

$$\vec{P}(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\mathbf{r},t-t') : \vec{E}(\mathbf{r},t') dt'$$
(2.13)

Le système sera ainsi linéaire en  $\vec{E}$  et permanent. La susceptibilité est en réalité un tenseur de second rang. Heureusement la fibre ne présente pas de biréfringeance (le verre étant amorphe, cette hypothèse est bien vérifiée), elle est même isotrope : la susceptibilité se ramène à un scalaire. Notons que notre système est bien causal. La convolution temporelle se traite plus facilement dans le domaine fréquentiel. De plus, le système étant linéaire, il suffira de sommer sur toutes les fréquences. On définit la transformée de Fourier avec la convention suivante  $^4$ 

$$\vec{E}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(\mathbf{r},\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$
 (2.14)

<sup>4.</sup> En optique, on utilise souvent  $-i\omega t$  alors qu'en électronique on voit  $+j\omega t$ . Cela ne change rien, il suffit de changer  $j \to -i$ .

Le champ électrique étant réel, on ne considèrera que les  $\omega > 0$ 

$$\vec{E}(t) = \vec{A}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi(t)) = \frac{1}{2}\vec{A}(t)[e^{j(\omega_0 t + \varphi(t))} + c.c] = \frac{1}{2}[E(t) + E^*(t)]$$
(2.15)

On utilisera E(t) pour décrire le champ électrique et  $\vec{E}(t) = Re[E(t)]$ . On en tire

$$\tilde{P}(r,\omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}(r,\omega) \,\tilde{E}(r,\omega) \tag{2.16}$$

Le terme de l'équation de Maxwell

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$
 (2.17)

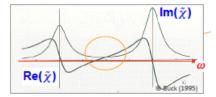
S'écrit alors, dans le domaine fréquentiel

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{E} = (1 + \tilde{\chi}) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{E} = \kappa (r, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{E}$$
 (2.18)

où l'on a introduit la constante diélectrique

$$\kappa(r,\omega) = 1 + \tilde{\chi}(r,\omega) = (n - j\alpha c/2\omega)^2 \approx n^2$$
 (2.19)

L'atténuation étant négligeable,  $\kappa$  sera réel. Le milieu étant homogène dans le cœur et la gaine



$$\nabla \times \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = \nabla \left( \nabla \cdot \tilde{\mathbf{E}} \right) - \Delta \tilde{\mathbf{E}} = -\Delta \tilde{\mathbf{E}}$$
 (2.20)

FIGURE 2.11

Notons que  $\kappa$  sera différent dans le cœur et dans la gaine. On trouve alors six équations (identiques pour  $\tilde{H}$ ) équations

EQUATION D'HELMOTZ

$$\Delta \tilde{\mathbf{E}} + \kappa \left(\omega\right) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\mathbf{E}} = 0 \qquad \qquad \Delta \tilde{H} + \kappa \left(\omega\right) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{H} = 0 \qquad (2.21)$$

où  $\kappa_{core} \neq \kappa_{cladding}$  où la constante diélectrique dépend de la fréquence et où

$$\kappa_j(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} = n_j^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} = n_j^2(\omega) \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 = n_j^2(\omega) k_0^2$$
(2.22)

avec j = 1 pour le cœur et j = 2 pour la gaine.

Nous avons donc six équations couplées. Heureusement, seulement deux sont indépendantes : il ne faudra résoudre que ces deux-là

$$\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \qquad \tilde{H}_y = \tilde{H}_y(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \qquad \tilde{E}_z = \tilde{E}_z(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x) \qquad \qquad \tilde{H}_z = \tilde{H}_z(\tilde{E}_x, \tilde{H}_x)$$
(2.23)

Le schéma de résolution sera alors le suivant

- 1. Tenir compte des symétries de la structure en (x, y, z)
- 2. Séparer le problème pour chaque milieu homogène (cœur et gaine)
- 3. Appliquer les CL aux interfaces cœur-gaine pour trouver les modes guidés.
  - Il faut aussi avoir la continuité des composantes tangentielle de  $\vec{E}$  et  $\vec{E}$  ainsi que les composantes normales de  $\vec{B}$  et  $\vec{D}$ .

4. Construire la solution générale (équation linéaire)

La solution générale d'un champ EM dans un guide d'onde est la suivante (idem pour  $\tilde{H}$ )

$$\tilde{E}(x,y,z,\omega) = \sum_{m} \left[ a_m \tilde{E}_m(x,y,z,\omega) + a_{-m} \tilde{E}_{-m}(x,y,z,\omega) \right] + \tilde{E}_{\text{rad}}(x,y,z,\omega)$$
(2.24)

où le premier terme sont les modes progressif, la second les régressif et le dernier, le champ radiés (négligeable).

### Étape 1 : Symétries

Basé sur les symétries, nous allons chercher par la méthode de séparation des variables une solution de la forme

$$E_x(x, y, z, t) = \tilde{E}_x(x, y, z, \omega) \exp(j\omega t) = E_x(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \cdot \exp(j\omega t)$$
(2.25)

et de même pour  $H_x$ . Nous pouvons procéder à une telle résolution par symétrie de translation en y, z et dans le temps. Si nous avions un guide plan rectangulaire entouré d'une gaine optique, nous aurions une seule fonction en z, une en t mais également une en x et y!

Nous avons donc

$$\frac{1}{E_x} \frac{d^2 E_x}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \kappa(\omega, x) + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = 0$$
 (2.26)

En Y et Z, nous pouvons avoir des solutions exponentielles, sinus, cosinus, sinh et cosh. Il faut comprendre l'invariance en translation en terme de densité de photon. Comme celui-ci contient un module carré, il faut choisir la solution en exponentielles imaginaires. Ceci signifie que les "constantes" que vaut ces termes doit être négative. On en tire pour Y

$$\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} = -\gamma^2 \qquad \Rightarrow \qquad Y(y) = e^{-j\gamma y} \tag{2.27}$$

où  $\gamma \in \mathbb{R}$ . Pour Z

$$\frac{1}{7}\frac{d^2Z}{dz^2} = -\beta^2 \qquad \Rightarrow \qquad Z(z) = e^{-j\beta z} \tag{2.28}$$

où  $\beta \in \mathbb{R}$ . L'équation à résoudre devient alors

$$\frac{d^2 \mathbf{E}_x}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \kappa(\omega, x) - \beta^2 - \gamma^2\right] \mathbf{E}_x = 0 \qquad \frac{d^2 \mathbf{H}_x}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \kappa(\omega, x) - \beta^2 - \gamma^2\right] \mathbf{H}_x = 0 \quad (2.29)$$

Celles-ci possèdent comme solutions

$$E_x = E_x(x) \exp(j[\omega t - \beta z - \gamma y]) \qquad H_x = H_x(x) \exp[j(\omega t - \beta z - \gamma y)] \qquad (2.30)$$

où  $E_x(x)$  et  $H_x(x)$  sont à déterminer. Comme E et H ont un module indépendant de y, z et t, ces solutions sont les **modes du guide d'onde**.

Il existe deux types de solutions pour un guide plan

**Mode TE** Le champ électrique est hors du plan, quelque soit la réflexion et la polarisation. De même pour le champ magnétique. On parle de transverse électrique car l'énergie se propage dans la direction z et non k: la projection de E sur z est nulle.

**Mode TM** Ici la projection de E sur z est non-nulle. Le champ n'est pas ici perpendiculaire à la direction de propagation. En guidage faible, l'angle est proche de  $90^{\circ}$  et la composante en z est très petite mais non-nulle.

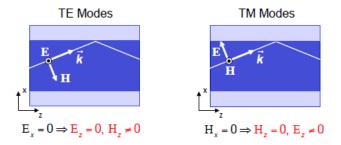


Figure 2.12

Nous allons considérer le mode TE  $^5$  tel que  $E_x=0$ . Les équations de Maxwell deviennent (voir Annexes)

$$E_{y} = -\frac{\beta\omega\mu_{0}}{\gamma^{2} + \beta^{2}}H_{x} \qquad E_{z} = -\frac{\gamma\omega\mu_{0}}{\gamma^{2} + \beta^{2}}H_{x} \qquad H_{y} = -j\frac{\gamma}{\gamma^{2} + \beta^{2}}\frac{d}{dx}H_{x} \qquad H_{z} = -j\frac{\beta}{\gamma^{2} + \beta^{2}}\frac{d}{dx}H_{x}$$
(2.31)

Une onde dans un guide infini est équivalent à une onde plane : pas de profil en Y ou Z. On peut alors définir Z comme la direction dans laquelle se propage ce qui signifie que  $\gamma=0$  car aucune phase n'est accumulée dans cette direction. Dès lors,  $E_x=E_z=0$  (TE) et  $H_y=0$ )

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu_0} E_y, \qquad H_z = \frac{-j}{\beta} \frac{d}{dx} H_x = \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{d}{dx} E_y \qquad (2.32)$$

où

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_y}{dx^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_j(x) - \beta^2 \right] \mathcal{E}_y = 0$$
 (2.33)

Faisons de même pour  $H_x=0$ . Nous avons  $H_x=H_z=0$  (TM) et  $E_y=0$  :

$$E_x = \frac{\beta}{\omega \varepsilon_0 \kappa} H_y \qquad \qquad E_z = \frac{-j}{\omega \varepsilon_0 \kappa} \frac{d}{dx} H_y \qquad (2.34)$$

οù

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + \left[\frac{\omega^2}{c^2} \kappa_j(x) - \beta^2\right] H_y = 0$$
 (2.35)

Un champ EM solution des équations de Maxwell dans un guide plan est une ainsi une **combinaison linéaire** des modes TE et TM du guide d'onde.

#### Étape 2 : Résolution par milieu homogène

Le guide d'onde est symétrique  $\kappa(x) = \kappa(-x)$ . L'intensité, proportionnelle au module carré  $|E|^2$  est aussi symétrique. Les modes doivent alors être pairs ou impairs.

<sup>5.</sup> Je comprends pas trop pourquoi on fait ça ici.

Intéressons-nous aux modes TE avec  $\gamma = 0$ 

$$\frac{d^2 \mathcal{E}_y}{dx^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_j(x) - \beta^2 \right] \mathcal{E}_y = 0$$
 (2.36)

et plus particulièrement au cas où  $E_y$  est symétrique (fonction paire de x). Il faut trouver une solution symétrique satisfaisant les CL Dans la gaine (|x| > a), nous voulons une atténuation afin d'avoir un maximum d'énergie dans le cœur

$$E_y = A_{\text{sym}} \cos(\sigma a) \cdot \exp\left[-\xi(x-a)\right] \tag{2.37}$$

Dans le coeur  $(|x| \le a)$  nous pouvons avoir un cos ou un cosh. La seule solution acceptable est cos car elle respecte la continuité de la dérivée première  $^6$ 

$$E_y = A_{\text{sym}} \cos(\sigma x) \tag{2.38}$$

La seule solution possible est un cos dans le cœur et une exponentielle décroissante dans la gaine. La continuité de  $E_y$  en x=a est alors vérifiée.

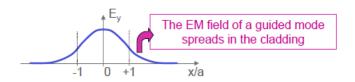


Figure 2.13

Dans les précédentes équations, nous avons posé

$$\sigma^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_1 - \beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \tag{2.39}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\xi^2 = \beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \kappa_2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 \tag{2.40}$$

Quels sont les signes de  $\sigma^2$  et  $\xi^2$ ?

- $\sigma^2 = k_0^2 n_1^2 \beta^2 > 0$ :  $\sigma$  doit être réel pour satisfaire les CL  $\xi^2 = \beta^2 k_0^2 n_2^2 > 0$ :  $\xi$  est réel. S'il est positif, on a bien une décroissance exponentielle dans la gaine

Mode quidé 
$$\Leftrightarrow \beta > n_2 k_0$$
 (2.41)

•  $\xi^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 < 0$  :  $\xi$  est imaginaire : oscillation dans la gaine

Mode faible 
$$\Leftrightarrow \beta^2 > n_2^2 k_0^2$$
 (2.42)

Compte-tenu des conclusions ci-dessus, nousnaurons un mode quidé que si

Mode Guidé si 
$$n_n k_0 > \beta > n_2 k_0 \qquad \Leftrightarrow \qquad n_1 > n_2 \tag{2.43}$$

Il s'agit bien ici d'un résultat, et non quelque chose que nous avons imposé comme c'était le cas dans l'optique géométrique.

<sup>6.</sup>  $H_z$  doit être continue et elle dépend de la dérivée de  $E_y$  par rapport à x.