



ECOLE
POLYTECHNIQUE
DE BRUXELLES

UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES

SYNTHÈSE

Métrieologie nucléaire PHYS-H-407

Auteur :
Nicolas ENGLEBERT

Professeur :
Nicolas PAULY

Année 2016 - 2017

Appel à contribution

Synthèse Open Source



Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Nicolas PAULY à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue ! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer surtout

que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

<https://github.com/nenglebert/Syntheses>

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site ! Vous avez vu une petite faute ? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire !

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer \LaTeX , mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi un README contenant de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet !

Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : *Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)*. Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte- tenu de trois choses :



1. *Attribution* ; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
2. *Non Commercial* ; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
3. *Share alike* ; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Merci !

Table des matières

I	Interactions des rayonnements ionisants avec la matière	1
1	Interaction des particules chargées avec la matière : considérations de base	2
1.1	Introduction	2
1.1.1	Interaction des particules chargées avec la matière	3
1.1.2	Conclusions à propos de ces considérations de base	11
2	Interaction des ions avec la matière	12
2.1	Modèle semi-classique du pouvoir d'arrêt électronique	12
2.1.1	Vitesses intermédiaires : $v_0 \ll v \ll c$	12
2.1.2	Grandes vitesses - Équation de BETHE-BLOCH : $v_0 < v \approx c$	17
2.1.3	Petites vitesses	20
2.2	Pouvoir d'arrêt nucléaire (faibles vitesses)	20
2.3	Pouvoir d'arrêt massique électronique et influence de la phase	21
2.4	Parcours et courbe de Bragg	22
2.4.1	Parcours	22
2.4.2	Courbes de Bragg	23
3	Interaction des électrons avec la matière	24
4	Interaction des photons avec la matière	25
4.1	Introduction	25
4.1.1	Considérations de bases et interactions des γ avec la matière	25
4.1.2	Remarque importante	26
4.2	Effet Compton	26
4.2.1	Démonstration de Thomson	26
4.2.2	Expérience de Compton	27
4.2.3	Relations entre énergies et angles	28
4.2.4	Section efficace différentielle angulaire, énergétique et totale	29
4.2.5	Diffusion cohérente et incohérente	30
4.3	Effet photoélectrique	31
4.3.1	Conservation de l'énergie et énergie de liaison	31
4.3.2	Section efficace	32
4.3.3	Distribution angulaire des photoélectrons	32
4.3.4	Phénomène consécutif à l'effet photoélectrique	33
4.4	Création de paire	33
4.4.1	Lois de conservation	33
4.4.2	Section efficace dans le champ d'un noyau	34
4.4.3	Section efficace totale	35
4.4.4	Section efficace dans la champ d'un électron	35

4.4.5	Direction d'émission de la paire électron-positron	35
4.4.6	Phénomène consécutif à la création de paire et photodésintégration du noyau	35
4.4.7	Comparaison des différents effets	36
4.5	Coefficient d'atténuation	36
4.5.1	Géométrie à faisceau étroit	36
4.5.2	Coefficient massique d'atténuation	36
4.5.3	Coefficient de transfert massique d'énergie	37
5	Interaction des neutrons avec la matière	38
5.1	Introduction	38
5.1.1	Classification des neutrons	38
5.2	Mécanismes d'interaction	39
5.2.1	Diffusion élastique (n, n)	39
5.2.2	Diffusion inélastique (n, n')	40
5.2.3	Absorption	40
5.3	Sections efficaces d'interaction	41
5.4	Modération et parcours des neutrons	41
5.4.1	Rapport de modération	41
6	Ionisation et excitations	42
6.1	Introduction	42
6.2	Ionisation dans les gaz	42
6.2.1	Détermination de W	42
6.2.2	Mélange de gaz	43
6.3	Ionisation dans les solides	43
6.3.1	Fluctuation du nombre d'ionisation	43
6.4	Facteur de Fano	44
II	Détection des rayonnements ionisants	45
7	Propriétés générales des détecteurs	46
7.1	Principes de base de la détection	46
7.2	Modèle simplifié de détecteur	47
7.2.1	Modes de fonctionnement	47
7.3	Spectrométrie des rayonnements	49
7.3.1	Résolution du détecteur	49
7.4	Efficacité de détection	50
7.5	Temps mort	50
7.5.1	Modèle non-paralysable	51
7.5.2	Modèle paralysable	51
8	Détecteurs basés sur l'ionisation des gaz	52
8.1	Principes généraux d'un détecteur à gaz	52
8.1.1	Dépendance dans l'intensité du champ électrique	52
8.2	Transport des charges dans un gaz	54
8.2.1	Diffusion	54
8.2.2	Transport des particules	55
8.2.3	Modification de charge	56

8.3	Chambre d'ionisation	57
8.3.1	Mode de fonctionnement d'une chambre d'ionisation	57
8.3.2	Configurations géométriques d'une chambre d'ionisation	57
8.3.3	Collection des charges	58
8.3.4	Chambre d'ionisation en mode impulsion	58
8.3.5	Chambre de Frish	59
8.3.6	Résolution en énergie pour la chambre d'ionisation	59
8.4	Compteur proportionnel	60
8.4.1	Champ électrique et potentiel dans le cylindre	60
8.4.2	Principe de multiplication	60
8.4.3	Collecte des charges	61
8.4.4	Analyse simplifiée de la collecte des charges	61
8.4.5	Temps de multiplication pour les ions	62
8.4.6	Équation de Townsend	63
8.4.7	Expression mathématique du coefficient de multiplication	63
8.4.8	Paramètres de Diethorn	64
8.4.9	Choix du gaz	64
8.4.10	Résolution du détecteur	65
8.4.11	Pic d'échappement et compteur proportionnel multi-fils	66
8.5	Compteur Geiger	66
8.5.1	Gaz de quenching	67
8.5.2	Collection des charges	67
8.5.3	Temps mort et temps de restitution	67
8.5.4	Détection des γ	67
9	Détecteurs basés sur l'ionisation dans les semiconducteurs	68
9.1	Introduction aux semiconducteurs	68
9.2	Jonction p-n utilisée comme détecteur	68
9.2.1	Collecte des charges	68
9.3	Détecteurs au silicium	69
9.3.1	Diode à jonction diffusée	69
9.3.2	Jonction à barrière de surface	69
9.3.3	Jonction par implantation ionique	69
9.3.4	Jonction compensée au lithium – Si(Li) – Diode p-i-n	70
9.3.5	Détecteur à microstrips	70
9.4	Détecteurs au germanium	70
9.4.1	Jonction compensée au lithium – Ge(Li)	70
9.4.2	Détecteur au Ge intrinsèque - HPGe	71
9.5	Autres matériaux	71
10	Détecteurs basés sur la scintillation	72
10.1	Introduction	72
10.1.1	Luminescence	72
10.2	Scintillateurs organiques	73
10.2.1	Mécanismes de scintillation : Fluorescence	73
10.2.2	Mécanismes de scintillation : Phosphorescence	73
10.2.3	Mécanismes de scintillation : Fluorescence retardée	73
10.2.4	Propriétés des scintillateurs organiques	73
10.3	Scintillateurs inorganiques	75
10.3.1	Description des scintillateurs inorganiques et mécanismes de scintillations	75

10.3.2	Propriétés des scintillateurs inorganiques	75
10.3.3	NaI(Tl)	76
10.4	Photomultiplicateur	77
10.4.1	Photocathode	77
10.4.2	Bruit, gain de la photocathode et dynode	78
10.4.3	Résolution d'un détecteur à scintillation	78
10.5	Spectrométrie γ avec un NaI(Tl)	79
10.5.1	γ d'1 MeV	79
10.5.2	γ de 100 keV	80
10.5.3	γ de 10 MeV	80
10.5.4	Complications de la réponse	80

Première partie

Interactions des rayonnements ionisants avec la matière

Chapitre 1

Interaction des particules chargées avec la matière : considérations de base

1.1 Introduction

Il existe trois types de rayonnements ionisants (*ionizing radiations*)

1. Les particules chargées
 - Électron, positron, ions, ...
2. Les photons (particules neutres sans masses)
 - Les γ (origine **nucléaire**)
 - Les X (origine atomique)
3. Neutrons (particules neutres)

Notons que ce qui fait vraiment la différence entre un γ et un X est le mode d'émission et non pas l'énergie (conséquence).

Pour chacun de ces types de rayonnement, il existe un mécanisme d'interaction particulier avec la matière¹.

- Les particules chargées interagissent par interactions coulombienne (noyaux et électrons), les collisions sont donc fréquentes et on peut considérer que l'énergie est perdue de façon (quasi-)continue. La particule s'arrête ainsi à distance finie dans la matière de sorte à ce qu'on puisse définir un "parcours" (*range*) de celle ci : de tels rayonnements sont *directement* ionisants
- Les particules neutres (pas d'interaction coulombienne) ont une probabilité de traverser la matière sans interactions, il n'est donc pas possible de définir un range. Elles peuvent par contre déposées de l'énergie à des particules chargées qui vont causés une ionisation : de tels rayonnements sont *indirectement* ionisants

Les interactions d'un rayonnement avec la matière peut modifier l'état du rayonnement (absorbé, dévié, ...) et aussi l'état de la matière (excités, ionisés, ...).

1. *Assemblage d'atomes isolés sans interaction entre-eux : gaz d'atome.* Il s'agit de la définition de ce cours, qui évoluera au fil des chapitres

1.1.1 Interaction des particules chargées avec la matière



FIGURE 1.1 – Trajectoire d’une particule chargée

Comme annoncé ci-dessus, les particules chargées subissent des collisions coulombiennes² avec :

Les noyaux (rare) : cause une importante perte d’énergie et une grande déviation angulaire

Les électrons (fréquent) : cause des excitations/ionisations se traduisant par des faibles pertes d’énergie et déviations angulaires

Chaque collision cause alors une perte d’énergie T_j , causés par un grand nombre de projectiles N qui suivent N histoires propres : le nombre de collision étant très important, les fluctuations sont faibles et il devient possible de définir des quantités moyennes.

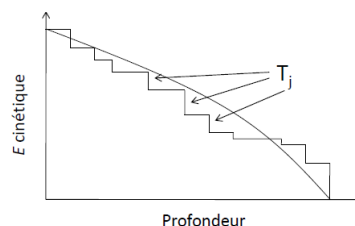


FIGURE 1.2

Pour introduire ces valeurs moyennes, il faut avant tout introduire la notion de **section efficace**.

La **section efficace** est l’aire fictive que doit avoir une particule incidente pour reproduire la probabilité de collision observée avec une particule cible.

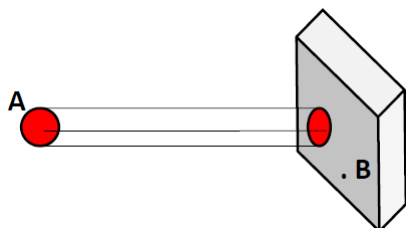


FIGURE 1.3

Il existe plusieurs sortes de section efficace. Pour s’en rendre compte, définissons ce qu’est une collision. Il s’agit de *l’interaction entre une particule incidente et une particule cible qui implique un effet spécifique mesurable*. Ainsi, la section efficace ne dépend pas que des particules incidentes/cibles et de leur vitesse **mais aussi** de l’effet physique !

Sur le grand nombre d’interaction existant, on peut s’intéresser à une perte d’énergie (section efficace différentielle en énergie $d\sigma/dE$) ou à une émission dans une direction donnée ((section efficace différentielle en énergie $d\sigma/d\Omega$)).

Quel est le rapport avec les valeurs moyennes annoncées ci-dessus ? Il n’est pas possible de déterminer expérimentalement les sections efficaces microscopiques en bombardant un atome avec une seule particule, il va falloir travailler avec des informations **statistiques** venant d’un bombardement (faisceau) sur la matière (milieu). Nous ferons l’hypothèse que les projectiles du faisceau n’interagissent pas entre-eux.

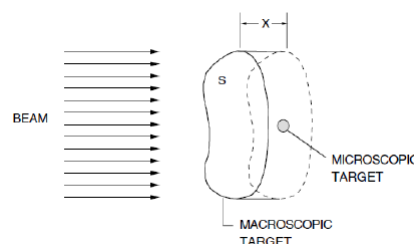


FIGURE 1.4

2. Les réactions nucléaires sont laissées de côté.

La section efficace sera ainsi définie par une probabilité. Soit un faisceau de particule (densité de courant J), un milieu cible (aire S plus petites que l'aire du faisceau) et processus d'interaction A (caractérisé par σ_A). Le nombre d'interaction A induits par le faisceau par unité de temps n_A s'écrit

$$n_A = JS \times \frac{\sigma_A}{S} = J\sigma_A \quad (1.1)$$

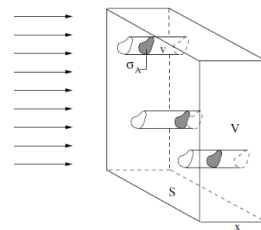


FIGURE 1.5

Considérons un volume $V = S.x$ et une densité de particule cible N

$$n_A = N \times Sx \times J\sigma_A = JS \times Nx\sigma_A \Rightarrow P_A = Nx\sigma_A \quad \text{pour} \quad Nx\sigma_A \ll 1 \quad (1.2)$$

où P_A est la probabilité pour un projectile de subir un processus A .

Dans le cas où $N.x.\sigma_A$ n'est pas petit, on peut observer une collision et, s'il n'y a pas d'absorption, la particule peut en subir une nouvelle : on parle de **collisions multiples**. Soit P_n la probabilité d'initier n événements A . Cette situation est équivalente à considérer n particules cibles dans un cylindre de volume $v = x.\sigma_A$ associé à une trajectoire. Ce problème est un classique de la théorie cinétique des gaz, on peut montrer que P_n quit une distribution de Poisson

$$P_n = \frac{(Nv)^n}{n!} e^{-Nv} \quad (1.3)$$

La valeur moyenne se définit alors comme

$$\langle n \rangle = Nv = Nx\sigma_A \quad (1.4)$$

On en tire la LOI DE LAMBERT & BEER gouvernant les phénomènes d'absorption

$$P_0 = e^{-Nx\sigma_A} \quad (1.5)$$

Il s'agit de la probabilité de ne pas se faire absorbé. Si $Nx\sigma_A \ll 1$, on peut utiliser l'approximation suivante

$$P_n \simeq \begin{cases} 1 - Nx\sigma_A & \text{pour } n = 0 \\ Nx\sigma_A & \text{pour } n = 1 \\ 0 & \text{pour } n \geq 2 \end{cases} \quad (1.6)$$

Cette distribution nous permet de définir aisément la distance moyenne entre deux processus de type A , soit le **libre parcours moyen** λ_A

$$\lambda_A = \frac{1}{N\sigma_A} \quad (1.7)$$

Ceci se généralise pour les processus multiples

$$\sigma_{total} = \sigma_A + \sigma_B + \sigma_C + \dots, \quad \frac{1}{\lambda_{total}} = \frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B} + \frac{1}{\lambda_C} + \dots \quad (1.8)$$

Pouvoir d'arrêt

Les pertes en énergies sont caractérisée par le **pouvoir d'arrêt** (*stopping power*) : il s'agit de la grandeur la plus importante pour une particule chargée. Il s'agit - pour une particule chargée

d'énergie cinétique E dans un matériau - de la perte d'énergie moyenne (ΔE) par unité de longueur subie par la particule le long de sa trajectoire (Δx)

$$\frac{\Delta E}{\Delta x} [J.M^{-1}] = [eV.m^{-1}] \quad (1.9)$$

Afin de l'exprimer mathématiquement, considérons une cible de petite épaisseur (par rapport à la profondeur de pénétration) Δx et un projectile d'énergie E . En considérant des pertes d'énergies discrète $T_j \ll E$:

$$\Delta E = \sum_j n_j T_j \quad (1.10)$$

L'énergie moyenne se calcule donc

$$\langle \Delta E \rangle = \sum_j \langle n_j \rangle T_j \quad (1.11)$$

où $\langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma_j$. Nous avons alors

$$\langle \Delta E \rangle = N \Delta x \sum_j T_j \sigma_j \quad (1.12)$$

En définissant la **section efficace d'arrêt** S

$$S = \sum_j T_j \sigma_j \quad (1.13)$$

On définit le **pouvoir d'arrêt**

$$\frac{\langle \Delta E \rangle}{\Delta x} = NS = N \sum_j T_j \sigma_j \quad (1.14)$$

Le pouvoir d'arrêt est donc une propriété *macroscopique* tandis que la section efficace d'arrêt est une propriété *microscopique*.

Paramètres de straggling

Tant que nous sommes dans les statistiques, calculons les écarts quadratiques moyens des fluctuations en énergie

$$\Omega^2 = \overline{(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2} \quad (1.15)$$

En considérant $\Delta E - \langle \Delta E \rangle = \sum_j (n_j - \langle n_j \rangle) T_j$, on obtient

$$\overline{(\Delta E - \langle \Delta E \rangle)^2} = \sum_{j,l} \overline{(n_j - \langle n_j \rangle)(n_l - \langle n_l \rangle)} T_j T_l \quad (1.16)$$

Deux cas sont possibles

1. $j = l$; on peut utiliser les propriétés de la distribution de Poisson

$$\overline{(n_j - \langle n_j \rangle)^2} = \langle n_j \rangle = N \Delta x \sigma_j \quad (1.17)$$

2. $j \neq m$; on transforme la moyenne du produit en produit des moyennes (ceci suggère l'indépendance statistiques des différents types de collisions)

$$\overline{(n_j - \langle n_j \rangle)(n_l - \langle n_l \rangle)} = \overline{(n_j - \langle n_j \rangle)} \times \overline{(n_l - \langle n_l \rangle)} \quad (1.18)$$

Or, comme $\overline{n_j - \langle n_j \rangle} = 0$, les termes avec $j \neq l$ sont nuls

On obtient donc

$$\Omega^2 = \sum_j \langle n_j \rangle T_j^2 = N \Delta x \sum_j T_j^2 \sigma_j = N \Delta x W \quad (1.19)$$

où W est le **paramètre de straggling** qui *caractérise les fluctuations en énergie* et est défini comme³

$$W = \sum_j T_j^2 \sigma_j \quad (1.20)$$

Notation intégrale et cible épaisse

Comme annoncé, le grand nombre de collision implique une perte d'énergie quasi-continue (et donc un spectre continu)

$$\sigma_j \rightarrow \frac{d\sigma}{dT} \Delta T_j \quad (1.21)$$

Si ΔT_j est suffisamment petit, les sommes deviennent des intégrales

$$S = \int T \, d\sigma, \quad W = \int T^2 d\sigma \quad (1.22)$$

où $d\sigma = \frac{d\sigma}{dT} dT$.

Nous avons jusqu'ici considéré Δx petit impliquant E constant, mais en général S et W dépendent de E . En considérant que les fluctuations des pertes d'énergies sont négligeables, l'énergie E est bien définie en fonction de la profondeur de pénétration x ⁴. On fait alors l'*approximation du ralentissement continu* (*Continuous Slowing Down Approximation* - CSDA)

$$\frac{dE}{dx} = -NS(E) \quad (1.23)$$

où le signe négatif tient compte de la diminution d'énergie du projectile.

Le parcours (*range*) R d'une particule chargée d'énergie E dans un milieu est la valeur moyenne $\langle l \rangle$ de la longueur l de sa trajectoire suivie jusqu'à son arrêt (sans tenir compte du mouvement thermique). En CSDA, on trouve comme profondeur de pénétration

$$x = \int_{E(x)}^E \frac{dE'}{NS(E')} \quad (1.24)$$

Le *range* en CSDA est donné pour $x = l$ avec $E(l) = 0$

$$R_{CSDA} = \int_0^E \frac{dE'}{NS(E')} \quad (1.25)$$

Rappelons que cette expression valable pour un straggling en énergie négligeable, à cause de notre première hypothèse.

3. Paramètre microscopique.

4. $E \rightarrow E(x)$

Modèle classique du pouvoir d'arrêt

Il s'agit d'un modèle classique non-relativiste établi en 1913 par Niels BOHR qui est incroyablement correct pour une certaine plage d'énergie.

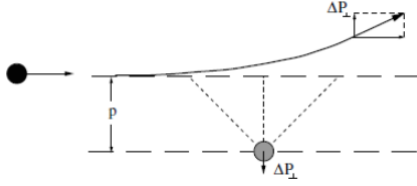


FIGURE 1.6

Supposons que la particule cible reçoit une quantité de mouvement faible tel qu'elle peut être considérée au repos durant l'interaction : on note le transfert de la quantité de mouvement (unités CGS)

$$\vec{\Delta P} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \vec{F}(t) \quad (1.26)$$

où $F(t) = \frac{e_1 e_2}{p^2 + (vt)^2}$. En décomposant la force $\vec{F} = F_{\parallel} \vec{1}_{\parallel} + F_{\perp} \vec{1}_{\perp}$, on obtient les composantes \parallel et \perp du transfert de quantité de mouvement⁶

$$\Delta P_{\parallel} = e_1 e_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{vt}{(p^2 + (vt)^2)^{3/2}} = 0 \quad (1.27)$$

$$\Delta P_{\perp} = e_1 e_2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{p}{(p^2 + (vt)^2)^{3/2}} = \frac{2|e_1 e_2|}{pv} \quad (1.28)$$

Il est possible d'estimer la durée de la collision, qui correspond au temps durant lequel le transfert d'énergie se passe

$$\Delta P_{\perp} \simeq F_{max} \tau \quad (1.29)$$

où $F_{max} = e_1 e_2 / p^2$, la force pour la distance minimale d'approche (p en $t = 0$). En substituant, on trouve

$$\tau \simeq \frac{2p}{v} \quad (1.30)$$

Cette expression est cohérente avec la Figure 1.6 (p/v à gauche et à droite, d'où le facteur 2). Il ne s'agit que d'un ordre de grandeur qui nous informe que les deux particules interagissent de même façon effective sur une distance $2p$ le long de la trajectoire de la particule incidente.

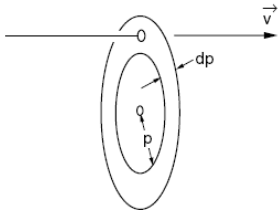


FIGURE 1.8

L'énergie T transférée de 1 vers 2 s'obtient en explicitant ΔP_{\perp}^2

$$T = \frac{\Delta P_{\perp}^2}{2m_2} \simeq \frac{2e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2 p^2} \quad (1.31)$$

Le seul paramètre (aléatoire) dont dépend T est le paramètre d'impact p . Ainsi, le nombre de collisions caractérisés par un transfert d'énergie compris entre T et $T + dT$

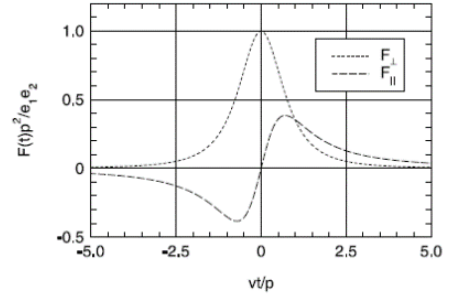


FIGURE 1.7

5. Pour rappel, il s'agit de la distance entre la trajectoire initiale de 1 et 2.

6. J'étais en retard... Quelqu'un à des notes ? Sur le graphique surtout

est caractérisé par un paramètre d'impact entre p et $p + dp$. Comme nous sommes en présence d'une géométrie cylindrique, la particule incidente devra se trouver dans un anneau. La section efficace du projectile $d\sigma$ doit forcément être l'aire de cet anneau

$$d\sigma = 2\pi p dp = \left| \frac{d(\pi p^2)}{dT} \right| dT \quad (1.32)$$

En calculant la dérivée de (1.31) dans l'expression (1.32), on trouve la forme de la section efficace de Rutherford pour la diffusion (scattering) coulombienne qui sera déduite bien plus tard (exactement) par la mécanique quantique.

$$d\sigma \approx 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \frac{dT}{T^2} \quad (1.33)$$

Résultats préliminaires

Cette formule nous permet d'obtenir des résultats préliminaire pour le stopping et le straggling. Sachant que $S = \int T d\sigma$ et $W = \int T^2 d\sigma$, on trouve

$$S \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} \frac{dT}{T}, \quad W \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} dT \quad (1.34)$$

Après intégration (à connaître **par coeur** !)

$$S \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} \frac{dT}{T} \quad (1.35)$$

$$W \simeq 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} \int_{T_{max}}^{T_{min}} dT \quad (1.36)$$

En utilisant le **nombre d'arrêt** (*stopping number*) $L = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)$ on peut ré-écrire

$$S \simeq 4\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m_2 v^2} L \quad (1.37)$$

RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES POUR LE STOPPING

Soit les électrons (e) de la cible (densité NZ_2 , masse m et charge $-e$) et les noyaux (n) de la cible (densité N , masse M_2 et charge $Z_2 e$). On peut calculer l'énergie moyenne en multipliant S_e par $NZ_2 \Delta x$. En faisant de même pour S_n :

$$S_e = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} L_e \Rightarrow \langle \Delta E \rangle_e \simeq NZ_2 \Delta x \times \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} L_e \quad (1.38)$$

$$S_n = \frac{4\pi e_1^2 Z_2^2 e^2}{M_2 v^2} L_n \Rightarrow \langle \Delta E \rangle_n \simeq N \Delta x \times \frac{4\pi e_1^2 Z_2^2 e^2}{M_2 v^2} L_n \quad (1.39)$$

Effectuons le rapport de ces deux dernières expressions

$$\frac{\langle \Delta E \rangle_n}{\langle \Delta E \rangle_e} \simeq \frac{m}{M_2} Z_2 \frac{L_n}{L_e} \quad \text{or} \quad \frac{mZ_2}{M_2} < 10^{-3} \quad (1.40)$$

En laissant pour l'instant tomber le rapport des L (straggling number), on obtient un terme inférieur à 10^{-3} : un électron incident va perdre beaucoup plus d'énergie lorsqu'il va interagir avec d'autres électrons plutôt qu'avec des neutrons.

Détermination de l'énergie transférée maximale T_{max}

Soit T_{max} , l'énergie cinétique maximale qui peut être transférée dans une collision. Celle-ci est obtenue pour $p = 0$, soit quand la particule cible est le plus proche possible de la particule incidente. Nous ne sommes plus ici dans le cadre du précédent modèle (*soft collision*) mais ce n'est pas grave car seule une limite maximale est recherchée. L'image ci-contre représente le système du laboratoire.

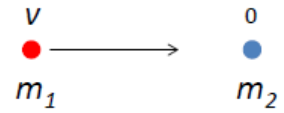


FIGURE 1.9

Dans le système du centre de masse (désigné par un *prim*)

$$v_{CM} = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2}, \quad v' = v - v_{CM} \quad (1.41)$$

Considérons une collision élastique avec uniquement un transfert d'énergie cinétique. L'intérêt d'une telle collision dans le système du centre de masse est que seule la direction change : la vitesse et le module restent inchangés.

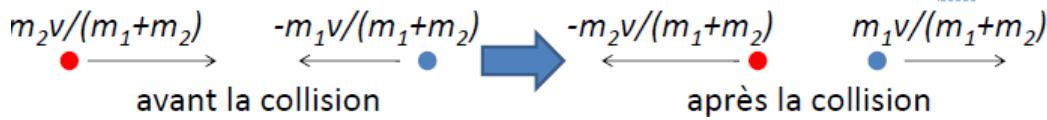


FIGURE 1.10

La situation correspondant à un maximum d'énergie transférée correspond à celle où la variation de la direction est la plus importante, soit quand tout change de sens. Dans le système du laboratoire, la vitesse maximale $v_{2,max}$ de la particule 2 s'écrit

$$v_{2,max} = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2} \quad (1.42)$$

L'énergie maximale transférée vaut donc

$$T_{max} = \frac{m_2 v_{2,max}^2}{2} = \gamma E \quad (1.43)$$

où $\gamma = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$ et $E = \frac{m_1 v^2}{2}$.

Ceci mène directement à deux implications

1. Pour $m_1 = m_2 \rightarrow \gamma = 1$; l'énergie transférée peut valoir toute l'énergie de la particule incidente
2. Pour $m_1 \ll m_2$ ou l'inverse $\rightarrow \gamma$ petit

Il en vient que

- Un grand transfert d'énergie est possible pour l'interaction e^-/e^-
- Un petit transfert d'énergie est possible pour l'interaction ion/ e^-
- Un petit transfert d'énergie est possible pour l'interaction e^- /ion
- Un petit transfert d'énergie est possible pour l'interaction ion/ion

Notons que l'on parle de transfert possible et **pas** de probabilité.

Détermination de l'énergie transférée minimale T_{min}

Nous allons calculer T_{min} dans le cas d'une collision avec un e^- (il s'agit du cas pratique le plus intéressant). Pour un électron isolé et libre, on trouve $T_{min} = 0$. Or, la section efficace de stopping contient le logarithme du rapport T_{max}/T_{min} , il y aura divergence. Deux façon de lever la divergence existent

1. Considérer que les e^- sont liés à une molécule ou à un atome
2. Considérer l'écrantage de l'interaction de Coulomb

La première solution sera retenue ?. Le plus simple est le modèle simple de Thompson où T_{min} est l'énergie d'excitation la plus faible. Néanmoins, on s'intéressera ici au modèle de Bohr, plus proche du résultat quantique.

La vision de Bohr revient à voir la matière comme une collection d'oscillateurs harmonique classiques. En cas de choc lent ($2\pi/\omega_0 \ll \tau$), l'oscillateur peut directement se remettre en place et le transfert d'énergie est négligeable (invariance adiabatique). L'orbite de l'électron n'est que provisoirement déformée, les états initiaux et finaux sont identiques.

Si par contre le temps d'interaction est court par rapport à la période de l'oscillateur ($\tau \ll 2\pi/\omega_0$), l'oscillateur reçoit une impulsion $F \times \tau$. C'est ce que nous considérons ici. En utilisant l'expression du temps d'interaction, on trouve un ordre pour T_{min}

$$\frac{2p}{v} \ll \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow p_{max} \sim \frac{v}{\omega_0} \Rightarrow T_{min} \sim \frac{2e_1^2 e_2^2 \omega_0^2}{mv^4} \quad (1.44)$$

avec $T \simeq \frac{2e_1^2 e_2^2}{mv^2 p^2}$ et p_{max} , le *rayon adiabatique de Bohr*.

On peut alors, dans le modèle de Bohr (en reprenant les précédentes expressions), calculer la section efficace de stopping électronique comme il n'y a plus divergence

$$S_e = \frac{4\pi Z_2 e_1^2 e^2}{mv^2} L_e \quad \text{avec} \quad L_e = \ln \frac{Cmv^3}{|e_1 e| \omega_0} \quad \text{et} \quad C \simeq 1 \quad (1.45)$$

où $L = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{T_{max}}{T_{min}} \right)$ et C , une correction introduite par Bohr que nous ne prendrons pas en compte.

Déviati on angulaire maximale

Soit $m_2 \leq m_1$. Soit à gauche le référentiel du laboratoire et à droite, celui du centre de masse

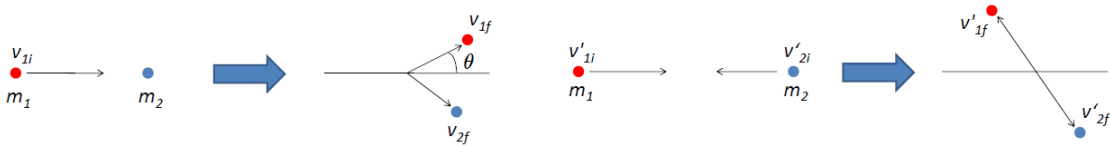


FIGURE 1.11

Dans le référentiel du centre de masse

$$v_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}, \quad v' = v - v_{CM} \quad (1.46)$$

On en tire

$$v'_{1i} = v_{1i} - v_{CM} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (1.47)$$

Comme nous avons une collision élastique dans le repère du centre de masse, seule la direction est modifiée (et donc $v'_{1f} = v'_{1i}$)

$$v'_{1f} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (1.48)$$

L'angle maximal θ_{max} est obtenu lorsqu'un angle droit est formé au niveau de la circonférence du cercle. On choisit alors v'_{1f} (v_{CM}) étant fixé de sorte à avoir θ_{max} . Après un peu de trigonométrie

$$\sin \theta_{max} = \frac{v'_{1f}}{v_{CM}} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1.49)$$

Si $m_2 \geq m_1$, on trouve $\theta_{max} = \pi$.

En conclusion

- Grandes déviations possibles ($\theta_{max} = \pi/2$) pour l'interaction e^-/e^-
- Très grandes déviations possibles ($\theta_{max} = \pi$) pour l'interaction e^-/ion
- Petites déviations pour l'interaction ion/e^-
- Grandes déviations possibles (dépendant de m_1 et m_2) pour l'interaction ion/ion

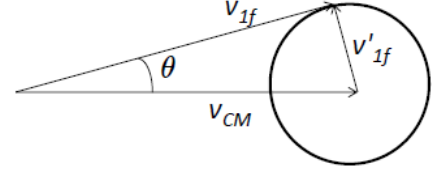


FIGURE 1.12

1.1.2 Conclusions à propos de ces considérations de base

Pour les ions incidents

De façon générale les pertes électroniques dominant (petits transfert d'énergie et petites déviations angulaires) et les pertes nucléaires (collisions noyaux) sont rares (se produisent pour un faible nombre de projectives mais de grand transferts d'énergies sont possibles ainsi que de grandes déviations angulaires). Ils ont une *trajectoire rectilignes accompagnées de pertes d'énergie faibles et continues*.

Pour les électrons incidents

Les pertes électroniques dominant (mais cette fois grands transferts d'énergie et grandes déviations angulaires possibles). On retrouve aussi des pertes nucléaires (petits transferts d'énergie mais très grandes déviations angulaires possibles (possibilité de rétro-diffusion)). Ils ont une *trajectoire courbée accompagnée de grandes pertes d'énergie*.

Chapitre 2

Interaction des ions avec la matière

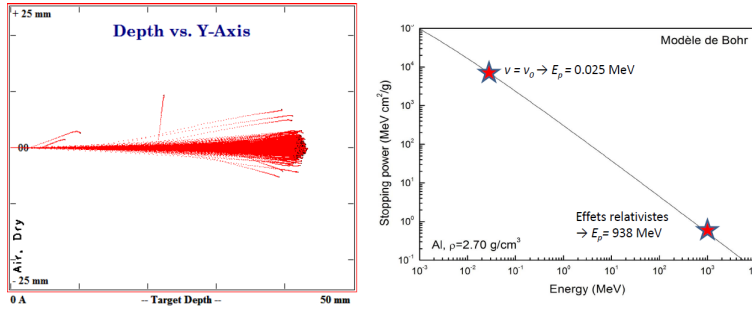


FIGURE 2.1

sique, il ne peut pas être correct dans la zone relativiste. Lorsque la vitesse du projectile se rapproche de v_0 , la vitesse de Bohr¹, on ne peut plus considérer que la particule est au repos, le modèle n'est dès lors plus valable²

Ci-contre, à gauche, sont représentés les trajectoires de particules α d'une énergie de 5.5 MeV. On observe que trois d'entre-elles sont rentrées en collisions avec les noyaux (déviations angulaires plus importantes). À droite, considérons un proton incident sur de l'aluminium, décrit par le modèle de Bohr. Ce modèle étant clas-

2.1 Modèle semi-classique du pouvoir d'arrêt électronique

Un rappel sur les oscillateurs classiques et l'approximation dipolaire est faite dans les slides 5 à 12 : n'étant que des rappels/pré-requis, ils ne sont pas repris ici.

2.1.1 Vitesses intermédiaires : $v_0 \ll v \ll c$

Dans le modèle semi-classique de BETHE (1930), le noyau est traité classiquement et les électrons quantiquement, ils ne sont plus traités comme des oscillateurs classiques. On s'intéresse ici au cas où le modèle de Bohr est correct.

Considérons un atome cible avec Z_2 électrons (masse m) et les états stationnaires $|j\rangle$ d'énergie ϵ_j où j est un nombre quantique tel que $j = 0$ dénote l'état fondamental. Les fréquences de résonance pour un atome dans son état initial sont données par

$$\hbar\omega_{j0} = \epsilon_j - \epsilon_0 \quad (2.1)$$

On dira que les électrons sont au repos durant l'interaction si $v \gg v_0$.

1. On associe l'énergie à une certaine vitesse via l'énergie cinétique.
2. L'hypothèse de Bohr est telle que la particule cible est au repos.

Pour une énergie Q perdue par l'ion incident, BETHE a posé

$$S = \sum_j \int Q d\sigma_R f_{j0}(Q) \quad (2.2)$$

où σ_R est la section efficace de COULOMB pour un transfert d'énergie Q (où R pour RUTHERFORD) et f_{j0} sont les *forces d'oscillateur généralisées* qui incluent tous les effets quantiques pour la section efficace d'arrêt : ils décrivent les probabilités de transition entre les états pour une énergie transférée Q donnée.

Afin de déterminer l'expression de f_{j0} , résolvons l'équation de Schrödinger dépendante du temps (celle-ci gouverne le mouvement électronique)

$$(H + V)\Psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{d\Psi(\vec{r}, t)}{dt} \quad (2.3)$$

où H est l'hamiltonien d'un atome isolé de la cible, $\Psi(t)$ la fonction d'onde d'un état lié et V le potentiel décrivant l'interaction avec le projectile donné par

$$V(\vec{r}, t) = \sum_{\nu=1}^{Z_2} \frac{-e_1 e}{\vec{r}_\nu - \vec{R}(t)} \quad (2.4)$$

où $\vec{r} = (\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_{Z_2})$ représente la trajectoire du projectile avec \vec{r}_ν l'opérateur position du ν^e électron et $\vec{R} = \vec{p} + \vec{v}t$. Développons $\Psi(t)$ sur la base formée des états stationnaires

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_j c_j(t) e^{-i\epsilon_j t} |j\rangle \quad (2.5)$$

où $|j\rangle$ sont les solutions de $H|j\rangle = \epsilon_j |j\rangle$. Dans le cadre de la méthode des perturbations au premier ordre, on peut développer les coefficients c_j en puissance du potentiel perturbatif V

$$c_j(t) = \delta_{j0} + c_j^{(1)}(t) + c_j^{(2)}(t) + \dots \quad (2.6)$$

avec δ le symbole de Kronecker et

$$c_j^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{i\omega_{j0}t'} \langle j | V(\vec{r}, t') | 0 \rangle \quad (2.7)$$

$$c_j^{(2)}(t) = \left(\frac{1}{i\hbar} \right)^2 \sum_k \int_{-\infty}^t dt' e^{i\omega_{jk}t'} \langle j | V(\vec{r}, t') | k \rangle \times \int_{-\infty}^{t'} dt'' e^{i\omega_{k0}t''} \langle k | V(\vec{r}, t'') | 0 \rangle \quad (2.8)$$

et ainsi de suite mais ici nous ne nous intéressons que aux coefficients $c_j^{(1)}(\infty)$ car seul le premier ordre nous intéresse. Ceux-ci représentent les amplitudes de transition. Substituons $c_j^{(1)}(\infty)$ dans l'expression explicite du potentiel, prenons-en la transformée de FOURIER et intégrons sur t'

$$c_j^{(1)}(\infty) = \frac{-e_1 e}{i\pi\hbar} \int d\vec{q} \frac{e^{-i\vec{q} \cdot \vec{p}}}{q^2} F_{j0}(\vec{q}) \delta(\omega_{j0} - \vec{q} \cdot \vec{v}) \quad (2.9)$$

où $F_{j0}(\vec{q}) = \left\langle j \left| \sum_{\nu=1}^{Z_2} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_\nu} \right| 0 \right\rangle$. Notons $Q = \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$. Par le POSTULAT IV de la mécanique quantique, les probabilités de transitions sont données par

$$P_j(p) = |\langle j | \Psi(\infty) \rangle|^2 \quad (2.10)$$

Ce qui donne dans le cadre de la méthode des perturbations au premier ordre

$$P_j(p) = \left| c_j^{(1)}(\infty) \right|^2 \quad (2.11)$$

Pour que $c_j^{(1)}(\infty) \neq 0$ pour $\omega_{j0} < q\nu$, il faut que (condition sur Q)

$$\omega_{j0}^2 < q^2 v^2 \Rightarrow 2mv^2 Q > (\epsilon_j - \epsilon_0)^2 \quad (2.12)$$

Approximation des collisions distantes - Approximation dipolaire

Afin d'obtenir notre expression de f_{j0} , nous allons devoir utiliser une approximation. Considérons $c_j^{(1)}(\infty)$ à grand p (*collisions distantes*). Par l'approximation dipolaire

$$e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \simeq 1 + i\vec{q} \cdot \vec{r} \quad (2.13)$$

On obtient donc

$$F_{j0}(\vec{q}) \simeq i\vec{q} \left\langle j \left| \sum_{\nu=1}^{Z_2} \vec{r}_\nu \right| 0 \right\rangle \quad (2.14)$$

En choisissant l'axe x selon la vitesse du projectile et l'axe y selon le paramètre d'impact, on voit apparaître des fonctions de BESSEL modifiée $K_{0,1}$, d'ordre 0 et 1

$$c_j^{(1)}(\infty) = -\frac{2e_1 e \omega_{j0}}{i\hbar v^2} \left\langle j \left| \sum_{\nu}^{Z_2} \vec{r}_\nu \right| 0 \right\rangle \times \left(iK_0 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right), K_1 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right), 0 \right) \quad (2.15)$$

Les probabilités de transitions deviennent donc (données par $|c_j|^2$)

$$P_j(p) = -\frac{2e_1^2 e^2 Z_2}{mv^2 p^2 \hbar \omega_{j0}} f_{j0} \times \left\{ \left[\frac{\omega_{j0} p}{v} K_0 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right) \right]^2 + \left[\frac{\omega_{j0} p}{v} K_1 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right) \right]^2 \right\} \quad (2.16)$$

La grandeur f_{j0} est appelée la **force d'oscillateur dipolaire** et a comme expression

$$f_{j0} = \frac{2m}{3\hbar^2 Z_2} (\epsilon_j - \epsilon_0) \left| \left\langle j \left| \sum_{\nu}^{Z_2} \vec{r}_\nu \right| 0 \right\rangle \right|^2 \quad (2.17)$$

Avec la règle de somme de THOMAS-REICHE-KUHN $\sum_j f_{j0} = 1$.

Comparaison modèle classique et semi-classique

Maintenant que nous avons la probabilité d'une transition, il nous faut l'énergie moyenne. Considérons l'énergie transférée moyenne T_{moy}

$$T_{moy}(p) = \sum_j P_j(p) \hbar \omega_{j0} \quad (2.18)$$

Comparons cette expression avec le résultat classique donné par

$$T = \frac{2e_1^2 e^2}{mv^2 p^2} f_{dist}(p), \quad \text{où} \quad f_{dist}(p) = \left[\frac{\omega_0 p}{v} K_0 \left(\frac{\omega_0 p}{v} \right) \right]^2 + \left[\frac{\omega_0 p}{v} K_1 \left(\frac{\omega_0 p}{v} \right) \right]^2 \quad (2.19)$$

Les expressions sont identiques à condition que

$$f_{dist}(p) = \sum_j f_{j0} \left[\frac{\omega_{j0} p}{v} K_0 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right) \right]^2 + \left[\frac{\omega_{j0} p}{v} K_1 \left(\frac{\omega_{j0} p}{v} \right) \right]^2 \quad (2.20)$$

Pour généraliser les fonctions f_{j0} que nous venons d'élaborer aux grandes valeurs de Q , BETHE a posé

$$f_{j0}(Q) = \frac{1}{Z_2} \frac{\epsilon_j - \epsilon_0}{Q} |F_{j0}(\vec{q})|^2 \quad (2.21)$$

Avec cette forme là, lorsque Q est petit, on retrouve l'expression que nous venons de calculer

$$f_{j0}(Q)|_{Q \simeq 0} = f_{j0} \quad (2.22)$$

Pouvoir d'arrêt : formule de Bethe

Il est nécessaire de faire la distinction entre les collisions distantes ou proche (via p), soit les collision avec une grande ou petite quantité de mouvement transférée (via q) ou encore les collisions avec une grande ou petite énergie transférée (via Q). Pour se faire, nous allons séparer l'intégrale suivante en deux parties par rapport à Q_0

$$S = \sum_j \int Q d\sigma_R f_{j0}(Q) \quad (2.23)$$

- Pour $Q < Q_0$, l'approximation dipolaire est valide (Q_0)

$$S_{dist} = \sum_j f_{j0} \int_{(\epsilon_j - \epsilon_0)^2 / 2mv^2}^{Q_0} Q d\sigma_R \quad (2.24)$$

- Pour $Q > Q_0$, il faut déterminer la borne supérieure de l'intégrale. On considère que la masse d'un ion $m_1 \gg m$, la masse d'un électron.

$$T_{max} = \gamma E = \frac{4m_1 m}{(m_1 + m)^2} \frac{m_v^2}{2} \approx 2mv^2 \quad (2.25)$$

où nous avons négliger m par rapport à m_1 . On trouve alors la section efficace d'arrêt suivante

$$S_{proche} = \int_{Q_0}^{2mv^2} Q d\sigma_R \sum_j f_{j0}(Q) \quad (2.26)$$

BETHE a démontré que

$$\sum_j f_{j0}(Q) = 1 \quad (2.27)$$

Nous avons alors

$$S_{proche} = \int_{Q_0}^{2mv^2} Q d\sigma_R \equiv \sum_j f_{j0} \int_{Q_0}^{2mv^2} Q d\sigma_R \quad (2.28)$$

En sommant les collisions proches et distantes, on trouve finalement

$$S = S_{proche} + S_{dist} = \sum_j f_{j0} \int_{(\epsilon_j - \epsilon_0)^2 / 2mv^2}^{2mv^2} Q d\sigma_R \quad (2.29)$$

En considérant l'expression explicite $d\sigma_R = 2\pi \frac{e_1^2 e_2^2}{m^2 v^2} \frac{dQ}{Q^2}$, on obtient

$$S = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} Z_2 \sum_j f_{j0} \ln \frac{2mv^2}{\epsilon_j - \epsilon_0} \quad (2.30)$$

La formule du pouvoir d'arrêt de BETHE se note généralement

$$S_e = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} Z_2 \ln \frac{2mv^2}{I} \quad (2.31)$$

où I est définie comme l'énergie moyenne d'excitation telle que $\ln I = \sum_j f_{j0} \ln(\epsilon_j - \epsilon_0)$. Ceci n'est valable que **si** $m_1 \gg m, v \gg v_0 \rightarrow mv^2 \gg \hbar\omega_0$.

On peut facilement comparer le modèle de BETHE à celui de BOHR via

$$S_e = \frac{4\pi Z_2 e_1^2 e^2}{mv^2} L_e \quad (2.32)$$

où

$$L_e = \ln \frac{Cmv^3}{|e_1 e| \omega_0} \quad (2.33)$$

pour le BOHR et

$$L_e = \ln \frac{2mv^2}{I} \quad (2.34)$$

pour BETHE.

Dépendances principales du pouvoir d'arrêt

Le pouvoir d'arrêt se compose lui-même de trois dépendances

À retenir :

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{elec} = NS_e = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} NZ_2 \ln \frac{2mv^2}{I} \quad (2.35)$$

Les dépendances sont les suivantes

1. $\frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} \Rightarrow$ Dépendance principale dans la vitesse, plus la vitesse augmente, plus le pouvoir d'arrêt diminue.
2. $NZ_2 \Rightarrow$ Dépendance principale dans le matériau, plus il est grand, plus le pouvoir augmente.
3. $\ln \frac{2mv^2}{I} \Rightarrow$ Dépendance faible dans la vitesse et dans le matériau

Énergies moyenne d'excitation

L'énergie moyenne d'excitation I ne dépend **que** du matériau et **pas** du projectile. Il est possible de le calculer mais tout le monde s'en fiche car on peut l'obtenir expérimentalement³ via des formules empiriques. Celui-ci varie approximativement linéairement (les irrégularités sont dues à la structure en couches de l'atome) avec Z : *modèle de l'atome de Thomas-Fermi* où les électrons atomiques forment un gaz.

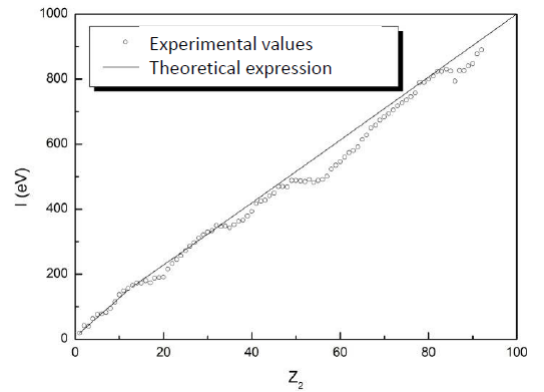


FIGURE 2.2

3. De plus, comme il intervient dans $\log S$ il n'est pas nécessaire de connaître sa valeur avec précision

2.1.2 Grandes vitesses - Équation de Bethe-Bloch : $v_0 < v \approx c$

BLOCH a apporté de nombreuses corrections à l'équation de BETHE pour former l'équation de BETHE-BLOCK

$$S_e = \frac{4\pi r_e^2 m c^2}{\beta^2} Z z^2 L(\beta) \quad (2.36)$$

où $L(\beta) = L_0(\beta) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2mc^2 \beta^2 W_m}{1 - \beta^2} \right) - \beta^2 - \ln I - \frac{C}{Z} - \frac{\delta}{2}$.

Il s'agit en réalité de la même équation mais notée différemment, toute la différence se trouve dans le *stopping number* L qui contient donc les termes correctifs. Intéressons-nous à ceux-ci

- *Corrections dues aux collisions*

W_m donne l'énergie maximale transférée en une collision à un électron libre⁴

$$W_m = \frac{2mc^2 \beta^2}{1 - \beta^2} \left[1 + \frac{2m}{m_1(1 - \beta^2)^{1/2}} + \left(\frac{m}{m_1} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.37)$$

Pour $m_1 \gg m$, on retrouve bien $2m\gamma_1^2 v^2$.

- *Corrections relativistes*

Si $v \approx c$, il faut apporter des corrections relativistes. Lorsque l'on travaille avec des vitesses relativistes, il faut considérer des électrons de plus en plus loin de ce qui, forcément, augmente le pouvoir d'arrêt. En effet, $p_{max} \propto \gamma_1 v / \omega_0$ ce qui montre que le paramètre d'impact augmente lorsque la vitesse fait de même. Le calcul relativiste classique du champ donne

$$\vec{E}(\omega) = -\frac{e_1 \omega}{\pi \gamma_1 v^2} \left(\frac{i}{\gamma_1} K_0 \left(\frac{\omega_{j0} p}{\gamma_1 v} \right), K_1 \left(\frac{\omega_{j0} p}{\gamma_1 v} \right), 0 \right) \quad (2.38)$$

On y voit apparaître des γ_1 et $f(p)$ se voit modifiée par ce fameux terme

$$f_{dist}(p) = \frac{1}{\gamma_1^2} \left[\frac{\omega_0 p}{\gamma_1 v} K_0 \left(\frac{\omega_0 p}{\gamma_1 v} \right) \right]^2 + \left[\frac{\omega_0 p}{\gamma_1 v} K_1 \left(\frac{\omega_0 p}{\gamma_1 v} \right) \right]^2 \quad (2.39)$$

La composante principale en la vitesse se voit modifiée

$$\frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} \Rightarrow \frac{4\pi e_1^2 e^2}{m\gamma_1^2 v^2} = \frac{4\pi e_1^2 e^2}{mv^2} (1 - \beta^2) \quad (2.40)$$

où le $(1 - \beta^2)$ apparaissant permet de comprendre le terme correspondant dans la formule de BETHE-BLOCH, il va être possible de lui donner un sens physique. Sachant que la quantité de mouvement de la particule incidente devient $m\gamma_1 v$, on en tire

$$T_{max} = 2m\gamma_1^2 v^2 \quad (2.41)$$

La composant logarithmique se modifie selon

$$\ln \frac{2mv^2}{I} \Rightarrow \ln \frac{2m\gamma_1^2 v^2}{I} = \ln \frac{2mv^2}{I(1 - \beta^2)} \quad (2.42)$$

La combinaison de toutes ces relations implique donc que le pouvoir d'arrêt augmente lorsque la vitesse augmente, ce qui est la conséquence du traitement relativiste.

4. Il s'agit d'une expression relativiste non-approchée

- *Correction de densité*

Le terme correspondant à ces corrections est le $-\delta/2$. La formule de BETHE est valable pour un gaz de faible densité (atomes isolés) mais pour un solide il faut tenir compte des effets collectifs d'un grand nombre d'atomes : on peut utiliser le modèle de Fermi. Une particule chargée incidente va polariser le milieu. Le champ électrique induit va alors donner un moment dipolaire électrique aux atomes et il en résultera un champ électrique opposé à celui produit par la particule chargée. Le champ électrique sera donc réduit via l'écrantage des dipôles.

A cause de cette diminution du champ (à cause de la polarisation), les atomes lointains ont un effet plus faible. L'effet de densité apparaît surtout aux grandes vitesses, en même temps que les effets relativistes (ils vont se "compenser"). S'il n'est significatif qu'aux énergies élevées c'est à cause du facteur γ_1 présent dans p_{max} qui augmente l'erreur commise en ignorant la polarisation du milieu : si v augmente, p_{max} augmente et donc $\delta/2$ augmente causant une diminution de S .

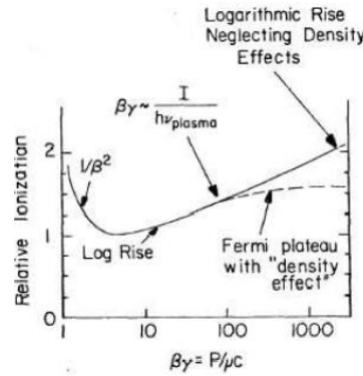


FIGURE 2.3 – L'effet relativiste et de densité vont se stabiliser de sorte que le pouvoir d'arrêt devient constant. On parle alors de *plateau de Fermi*, constant à grande vitesse.

On peut écrire la correction de densité

$$\frac{\delta}{2} = \ln \frac{\hbar\omega_p}{I} + \ln \gamma_1 \beta - \frac{1}{2} \quad (2.43)$$

avec $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}}$ la *pulsation plasma*, mais ceci est plus informatif.

- *Correction shell* ("en couches")

Il s'agit du terme $-C/Z$. Nos deux formules sont basées sur l'hypothèse que $v \gg v_0$ (permet de calculer I moyen). Lorsque ce n'est plus le cas, on ne peut plus considérer que tous les électrons ont la même énergie de liaison. Le problème est que certains électrons sont plus liés que d'autres. Comme ils seront plus durs à arracher, leur contribution au pouvoir d'arrêt va diminuer et il ne faudra plus les considérer. On ajoute ainsi un terme de correction "moyen" qui réduit S de maximum 6% qui ne dépend que de la vitesse et du matériau considéré, peu importe les couches. Il existe deux méthodes pour calculer C/Z

1. Une basée sur les fonctions d'ondes hydrogénoïdes (HWF) ⁵
2. Une basée sur l'approximation en densité locale (LDA)

5. Un électron interne ne peut pas être représenté par une fonction d'onde de la sorte mais comme la rigueur absolue n'est pas possible on s'en contentera car *au moins* on a un résultat, bien que moins rigoureux.

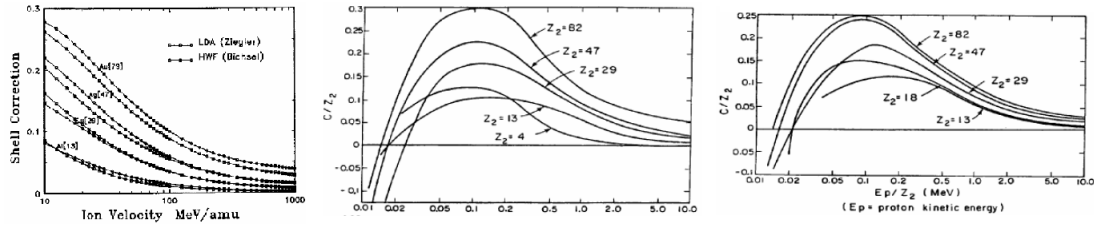


FIGURE 2.4 – À gauche la comparaison théorie/expérience (relativement bonne et comme la correction est logarithmique on s'en contentera), au centre le calcul par la méthode LDA et à droite selon HWF. L'écart entre les méthodes est plus grand pour des Z élevés mais les deux sont globalement assez bonnes.

Il est possible d'aller encore plus loin et de considérer des corrections au-delà de l'approximation de BORN au premier ordre. On va considérer des vitesses toujours plus grande que v_0 mais très proche de celle-ci de sorte que l'approximation de Born n'est plus valable⁶. Il faut rajouter des termes correctifs à L_0 qui apparaissent lors d'un développement de L en puissance de z

$$L(\beta) = L_0(\beta) + zL_1(\beta) + z^2L_2(\beta) \quad (2.44)$$

Passons à nouveau en revue les différentes corrections

- *Correction de Barkas-Andersen*

Il s'agit du terme $zL_1(\beta)$. Il s'agit d'une proportionnalité à une puissance impaire de la charge. Si la charge est positive, cela attire le nuage d'électrons et il y aura plus d'interactions : augmentation du pouvoir d'arrêt. Si la charge est négative, les électrons sont repoussés et le pouvoir d'arrêt diminue. S diffère donc entre les particules et antiparticules.

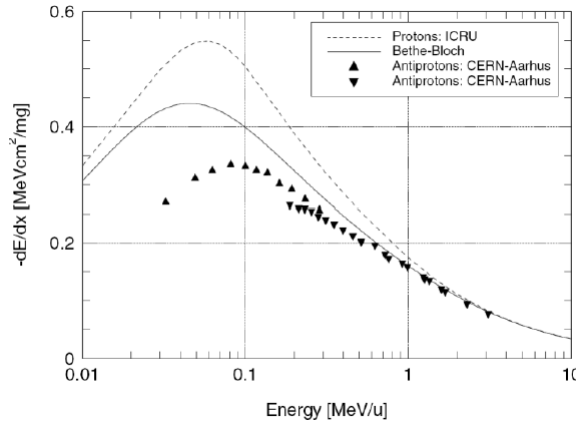


FIGURE 2.5 – Protons et antiprotons incidents sur une cible de silicium : le pouvoir d'arrêt est plus important pour les protons que pour des antiprotons.

- *Correction de Bloch*

Il s'agit du terme $z^2L_2(\beta)$, une correction pas très importante que l'on évalue généralement avec l'évaluation de BICHSEL

$$z^2L_2(y) = -y^2[1.202 - y^2(1.042 - 0.855y^2 + 0.343y^4)] \quad (2.45)$$

où $y = z\alpha/\beta$ avec $\alpha = 1/137$ le constante de structure fine.

6. Il faut en effet que $v \gg v_0$ pour que L_0 soit valable

Évaluons maintenant les effets des différentes corrections. Le graphique ci-contre (à gauche) concerne des protons incidents sur une cible d'aluminium. On peut y voir que la correction de BLOCH (en bas à gauche) est vraiment très faible. A droite est représenté la correction relative pour des protons incidents sur une cible d'or (L_1 concerne BARKAS et L_2 BLOCH).

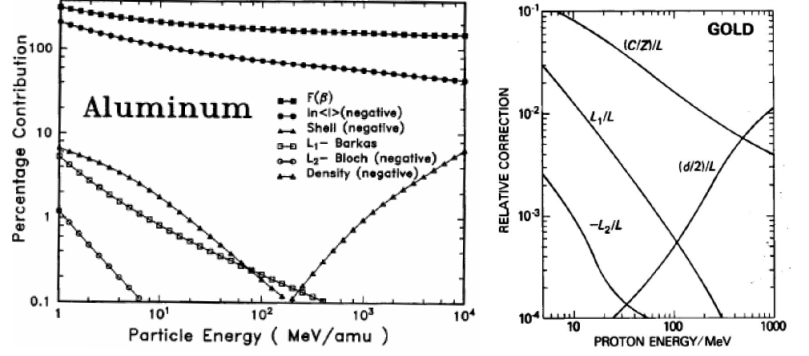


FIGURE 2.6

2.1.3 Petites vitesses

Lorsque $v \lesssim v_0$, on ne peut plus appliquer la méthode des perturbations et il faut commencer à prendre en compte les captures électroniques par l'ion incident (l'ion va si lentement qu'il peut capturer un (ou plusieurs) électron) modifiant la charge z^* de celui-ci. Par la théorie de THOMAS-FERMI

$$z^* = z \left(1 - e^{-v/(z^{2/3}v_0)} \right) \quad (2.46)$$

Une technique consiste à considérer un état de charge moyen même si ce n'est pas vrai en tout point.

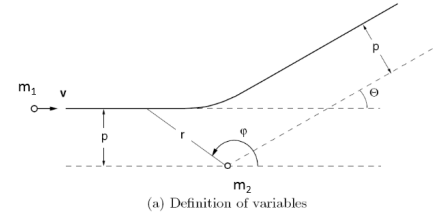
2.2 Pouvoir d'arrêt nucléaire (faibles vitesses)

Les effets étant tellement négligeable que nous ne rentrerons pas dans les détails ici. Comme vu au premier chapitre, les collisions nucléaire pour des ions incidents sont rares et contribuent peu au pouvoir d'arrêt total. Elle se produise presque exclusivement pour des ions incidents de faible vitesse et même alors leur contribution est faible. Cependant, elle peuvent avoir des effets à posteriori et causer des dégâts radiatifs.

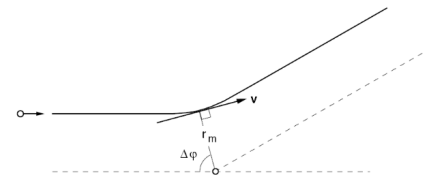
Plaçons-nous dans le système du centre de masses pour observer la diffusion par un angle θ due à un potentiel central $V(r)$. Reprenons la formule générale pour la section efficace d'arrêt

$$S_n = \int T d\sigma = \int T 2\pi p dp = 2\pi\gamma E \int \sin^2(\theta/2) p dp \quad (2.47)$$

où $\gamma = \frac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$. Pour le calculer, il est nécessaire de connaître θ ce qui peut se faire avec le schéma avec une particule incidente et cible représenté ci-contre.



(a) Definition of variables



(b) Distance of closest approach

Pour évaluer θ , on utilise l'équation de la variation angulaire en coordonnée sphérique tout en introduisant le potentiel.

$$\frac{m_0}{2} \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] + V(r) = \frac{m_0}{2} v^2 \equiv E_r$$

$$m_0 r^2 \frac{d\varphi}{dt} = -m_0 p v$$

On en tire

$$\theta = \pi - 2 \int_{r_m}^{\infty} dr \frac{p}{r^2} \left(1 - \frac{V(r)}{E_r} - \frac{p^2}{r^2} \right)^{-1/2} \quad (2.48)$$

Il faut maintenant spécifier le potentiel. Le plus logique serait d'utiliser celui de COULOMB mais sa variation en $1/r$ cause une divergence du paramètre d'impact à cause de la portée infinie. Comme il y a toujours interaction, on va préférer considérer un effet d'écrantage par les électrons atomiques qui diminue la portée du potentiel. Pour se faire, on va simplement introduire une exponentielle décroissante $\exp(-r/r_s)$.

Pour un modèle plus précis, on peut insérer une fonction $F_s(r/r_s)$. Le potentiel d'interaction devient alors

$$V(r) = \frac{z_1 Z_2 e^2}{r} F_s\left(\frac{r}{r_s}\right) \quad (2.49)$$

Il s'agit de la *fonction d'écrantage universelle*, obtenue par ajustement aux résultats expérimentaux.

Mettons maintenant ces effets ensemble en considérant des protons incidents sur une cible d'aluminium comme représenté ci-contre. Nous avons $S = S_{elec} + S_{nucl} \approx S_{elec} = S_{coll}$. On voit que l'effet du pouvoir d'arrêt nucléaire est très faible, on retrouve le plateau de Fermi à grande vitesse et une pente ou la formule de BOHR est valable.

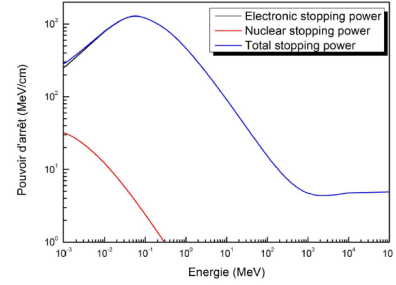


FIGURE 2.8

2.3 Pouvoir d'arrêt massique électronique et influence de la phase

Par définition, le pouvoir d'arrêt massique d'un matériau est le rapport du pouvoir d'arrêt linéique et de la masse volumique ρ de ce matériau (unités usuelle : $\text{MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$).

$$\frac{NS(E)}{\rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \quad (2.50)$$

Comme $\rho = M_A N / N_A$ où $M_A = A M_u$, en divisant des deux côtés par cette même quantité on trouve

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE_{elec}}{dx} = 4\pi r_e^2 m c^2 \frac{N_A}{M_u} \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} L(\beta) \quad (2.51)$$

Passons en revue les quatre facteurs du pouvoir d'arrêt massique électronique

1. Le facteur constant $4\pi r_e^2 m c^2 N_A / M_u = 0.307 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ qui donne l'ordre de grandeur de ce pouvoir
2. Le facteur Z/A compris entre 0.4 et 0.5 pour tout les isotopes stable (sauf H). Comme c'est le terme principal de dépendance du matériau et que celui-ci est \pm constant la dépendance du matériau est faible : c'est l'intérêt de cette formule
3. Le facteur β^{-2} est une fonction monotone décroissante de la vitesse de l'ion qui tend vers 1 pour les grandes énergies. Ce-dernier explique la diminution du pouvoir d'arrêt avec l'énergie.

4. Le nombre d'arrêt $L(\beta)$ est une fonction monotone croissante (lente) de la vitesse et de Z .

Influence de la phase

Aux grandes énergies, la correction de densité influe impliquant une grande correction de phase dans les solides et faible dans les gaz. Aux faibles énergies il faut tenir compte de l'influence des liaisons chimiques et intermoléculaires ce qui se traduit par une modification de la valeur de I .

2.4 Parcours et courbe de Bragg

2.4.1 Parcours

Lorsque les particules **chargées** perdent leur énergie dans la matière, elles parcourent une certaine distance dans la matière mais celle-ci peut être variable à cause des pertes d'énergies et des déviations aléatoires (*starggling*). Il faut alors définir plusieurs parcours

- Le parcours R d'une particule chargée d'énergie E dans un milieu et la valeur moyenne $\langle l \rangle$ de la longueur m de sa trajectoire suivie jusqu'à son arrêt (en négligeant le mouvement thermique)
- Le parcours projeté R_p d'une particule chargée d'énergie E dans un milieu. Celui-ci correspond à la valeur moyenne de sa profondeur de pénétration $\langle d \rangle$ dans la direction initiale de la particule.

A cause du caractère sinueux des trajectoires, $R_r < R$. On définit alors le **facteur de détournement** $R_p/R_{CSDA} < 1$.

Dans l'approximation $CSDA$

$$R_{CSDA} = \int_0^E \frac{dE'}{NS(E')} \quad (2.52)$$

En remplaçant S par l'expression de BETHE (non-relativiste, avec $dE = Mv dv$)

$$R_{CSDA} \propto \int_0^v \frac{v^3 dv}{L(v)} \quad (2.53)$$

En négligeant la dépendance en la vitesse du nombre d'arrêt

$$R_{CSDA} \propto v^4 \propto E^2 \quad (2.54)$$

En réalité, l'équation de BETHE (ou BETHE-BLOCH) n'est pas valable à faibles vitesses et il faut nécessairement passer par de faibles vitesses pour s'arrêter. On utilisera alors la formule empirique suivante

$$\rho R_{CSDA} = \frac{E^{1.77}}{415} + \frac{1}{670} \quad (2.55)$$

Considérations sur le parcours

Reprenons l'approximation $NS(E) \propto 1/E$. Soit une particule incidente de masse M_i et de charge z_i

$$NS(E) = -\frac{dE}{dx} \Rightarrow -\frac{M_i}{z_i^2} \frac{dv^2}{dx} \propto \frac{1}{v^2} \quad (2.56)$$

Pour deux particules incidentes (M_1, z_1) et (M_2, z_2) de même vitesse initiale

$$\frac{R_{CSDA}^1}{R_{CSDA}^2} = \frac{M_1 z_2^2}{M_2 z_1^2} \quad (2.57)$$

Il s'agit d'une petite formule utile pour estimer l'ordre de grandeur qui nous informe que le range pour des protons et des α de même vitesse est similaire.

2.4.2 Courbes de Bragg

Soit un milieu semi-infini et un faisceau parallèles de particules chargées identiques et de même énergie : toutes les particules vont forcément s'arrêter, après une distance R_{CSDA} . La courbe de BRAGG donne la **dose** (énergie moyenne déposée par unité de masse de la cible) déposée par la particule chargée en fonction de la profondeur.

A une profondeur x , la particule doit encore parcourir $d = R_{CSDA} - x$. Comme l'énergie déposée $D \propto S \propto 1/v^2$, cela implique que $R_{CSDA} \propto v^4$. Dès lors

$$D \propto \frac{1}{\sqrt{d}} = \frac{1}{\sqrt{R_{CSDA} - x}} \quad (2.58)$$

Ceci a des applications en protonthérapie (ou hadronthérapie). Lorsque l'on a une tumeur, il faut la soumettre à un rayonnement pour l'éliminer. On pourrait envoyer des électrons, mais entre la tumeur et la peau il y a pas mal de choses qu'il ne vaut mieux pas endommager et le problème est que les électrons vont déposer pas mal d'énergie entre les deux. Avec la protonthérapie, la zone dans laquelle il ne faut pas déposer l'énergie sera faible et le maximum d'énergie sera déposé là où la tumeur se situe.

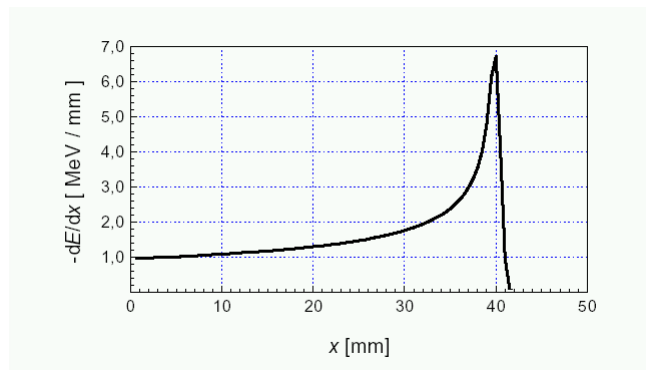


FIGURE 2.9 – Protons de 700 MeV dans de l'eau

Interactions nucléaires fortes



Lorsqu'un ion s'approche très près d'un noyau, une interaction nucléaire forte est possible et le noyau peut être brisé. Par exemple, en fragmentant le plomb on aura un excès de neutron. Ce processus de production de neutrons est nommé *spallation*. Le projet *Myrrha* se base là dessus. L'idée est de faire un réacteur avec un accélérateur en envoyant des protons sur du Pb pour produire des neutrons et après se trouve un réacteur classique : pour l'arrêter, il suffit de couper l'accélérateur.

Chapitre 3

Interaction des électrons avec la matière

Ce chapitre est principalement culturel et n'intervient qu'en guise de question bonus. Il est pour le moment passé et sera complété si le temps le permet.

Chapitre 4

Interaction des photons avec la matière

4.1 Introduction

4.1.1 Considérations de bases et interactions des γ avec la matière

Les photons sont classifiés en fonction de leur origine

- Les γ sont émis lors de transitions **nucléaires** $E_\gamma = E_i - E_f$ si on néglige l'énergie de recul du noyau. En général, $E_\gamma > 100$ keV.
- Le Bremsstrahlung (rayons X de spectre continu, une particule peut perdre toute son énergie en une fois) résulte de l'accélération d'une particule chargée.
- Les rayons X caractéristiques sont émis lors de transitions électroniques entre les couches atomiques K, L, M, \dots . En général, $E_X < 100$ keV.

La quantité de mouvement d'un photon vaut $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ où $p = E_\gamma/c$ et k est le nombre d'onde. Ils interagissent avec la matière via des processus isolés, sans interactions entres-eux. Les photons sont des rayonnements **indirectement ionisants** : ils produisent des particules chargées qui, elles, vont ioniser la matière.

Type d'interaction	Effet de l'interaction
1: Électron atomique	A: Diffusion cohérente
2: Noyau atomique	B: Diffusion incohérente
3: Champs électrique des noyaux et électrons atomiques	C: Absorption totale
4: Champs més onique des noyaux atomiques	

Tableau 4.1

Pour des énergies entre le keV et le GeV, FANO a classifié 4 types d'interaction et 3 conséquences de celle-ci, soit 12 processus théoriques possibles¹. Sur ceux-ci, seuls trois effets dominant

1. *L'effet Compton* (1B) : Le photon est diffusé par un électron libre ou faiblement lié. La somme de l'énergie du photon et de l'énergie cinétique de l'électron est alors égale à l'énergie du photon incident
2. *L'effet photoélectrique* (1C) : Le photon est absorbé par un système électronique (atome). Il cède alors toute son énergie et un électron atomique² est éjecté hors de l'atome avec une énergie cinétique égale à l'énergie du photon moins l'énergie de liaison de l'électron dans l'atome.
3. *La création de paire* (3C) : Le photon disparaît dans le champ électrique d'un noyau ou d'un électron et une paire électron-positron apparaît.

1. Certains sont très rares, et d'autres n'ont jamais été observés.

2. C'est-à-dire ?

Deux autres processus peuvent aussi jouer un rôle

1. *Diffusion de Rayleigh* (1A) : Le photon est dévié sans perte d'énergie par un système électronique (atome)
2. *Photodésintégration du noyau* (2C) : Le photon est absorbé par le noyau et une particule est émise ($\gamma, \alpha, p, n, \dots$).

On ne parlera pas du dernier point car l'énergie concernée est bien supérieure à celle utilisée en métrologie nucléaire.

4.1.2 Remarque importante

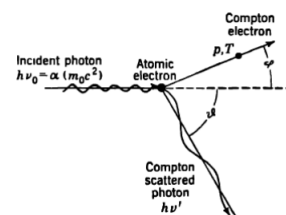
Un photon **ne** peut **pas** être absorbé par un électron libre et lui céder toute son énergie. Par conservation de l'énergie et de l'impulsion avec $h\nu_0$ l'énergie du photo et m, E et p , la masse, l'énergie totale et l'impulsion de l'électron on peut écrire

$$h\nu_0 + mc^2 = E, \quad \frac{h\nu_0}{c} = p \quad (4.1)$$

Ce qui implique que $E = pc + mc^2$. Or, par définition $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$. L'absorption serait possible que pour $p = h\nu_0 = 0$ ce qui est à rejeter.

4.2 Effet Compton

L'effet COMPTON est un scattering par un électron libre dans une certaine plage énergétique où les électrons sont considérés comme libre³. Le photon incident est donc diffusé (au sens du scattering) et cède une partie de son énergie à un électron.



C'est en 1906 que THOMSON calcula classiquement la section efficace de diffusion d'une onde électromagnétique par un électron libre. Un électron oscille en réponse à la force exercée par le champ électrique de l'onde, à la même fréquence que celui-ci. Il en résulte un dipôle magnétique faisant que l'électron rayonne causant une diffusion continue⁴ de l'onde incidente.

Pour une onde non polarisée, la section efficace de diffusion THOMSON s'écrit

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta) \quad (4.2)$$

où $r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$, le rayon classique de l'électron.

4.2.1 Démonstration de Thomson

Soit une onde électromagnétique de fréquence ν interagissant avec un électron libre de masse m et charge $-e$

$$\vec{E} = E_0 \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \nu t)\} \vec{1}_E \quad (4.3)$$

où $\vec{1}_E$ est la direction de polarisation. L'électron subit une force \vec{F} à cause de ce champ, son équation du mouvement s'écrit

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -e \vec{E} \quad (4.4)$$

3. Lorsque ce n'est plus le cas, l'effet photoélectrique domine

4. L'idée est bonne, mais nous verrons que ceci est faux.

Dans l'approximation dipolaire la puissance émise par unité d'angle solide s'écrit (formule de LARMOR différentielle - voir cours d'électromagnétisme)

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2}{16\pi^2\epsilon_0 c^3} \langle a^2 \rangle \sin^2 \Theta \quad (4.5)$$

où Θ est l'angle entre la direction de polarisation et l'observateur. On peut directement obtenir la moyenne de l'accélération au carré avec l'équation de mouvement

$$\langle a^2 \rangle = \frac{e^2}{2m^2} |E_0|^2 \quad (4.6)$$

En remplaçant dans la précédente équation, on trouve la puissance différentielle

$$\frac{dP}{d\Omega} = r_e^2 \frac{\epsilon_0 c |E_0|^2}{2} \sin^2 \Theta \quad (4.7)$$

En considérant le module du vecteur de Poynting $I = \epsilon_0 c \frac{|E_0|^2}{2}$ et en substituant son expression, on trouve la section efficace différentielle

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{dP/d\Omega}{I} = r_e^2 \sin^2 \Theta \quad (4.8)$$

Pour une onde incidente non-polarisée, il faut prendre la moyenne de Θ

$$\overline{\sin^2 \Theta} = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \quad (4.9)$$

où θ est l'angle de scattering. En remplaçant on trouve l'équation de THOMSON, purement classique

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta) \quad (4.10)$$

L'intégration sur tout les angles possible donne la section efficace totale de diffusion THOMSON

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} r_e^2 = 0.665 \times 10^{-28} \text{ m}^2 \approx \frac{2}{3} \text{ barn/électron} \quad (4.11)$$

Le problème est la diffusion continue de l'onde incidente, comme COMPTON va faire remarquer.

4.2.2 Expérience de Compton

En 1922, COMPTON mesure les longueurs d'onde des rayonnements incidents et diffusés et montre que le spectre n'est pas continu mais suit

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) \quad (4.12)$$

où λ_0, λ_1 sont les longueurs d'ondes des photons incidents et diffusés et λ_C , la longueur d'onde de COMPTON. La diffusion par un électron ne dépend pas du nombre atomique du diffuseur, ni de la longueur de l'onde incidente : l'énergie et l'impulsion perdue par le photon se retrouvent dans un seul électron.

Démonstration de l'expression de Compton

Plaçons-nous dans le référentiel du laboratoire et écrivons les quadrivecteurs associés

$$\text{photon avant} \rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c}, \frac{h\nu_0}{c} \vec{n}_0 \right) \quad (4.13)$$

$$\text{photon après} \rightarrow \left(\frac{h\nu_1}{c}, \frac{h\nu_1}{c} \vec{n}_1 \right) \quad (4.14)$$

$$\text{électron avant} \rightarrow \left(\frac{mc^2}{c}, 0 \right) \quad (4.15)$$

$$\text{électron après} \rightarrow \left(\frac{E}{c}, \vec{p} \right) \quad (4.16)$$

Par conservation de l'énergie et de l'impulsion

$$h\nu_0 + mc^2 = h\nu_1 + E \quad (4.17)$$

$$h\nu_0 \vec{n}_0 = h\nu_1 \vec{n}_1 + \vec{p}c \quad (4.18)$$

Avec $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, en isolant p :

$$(h(\nu_0 - \nu_1) + mc^2)^2 = h^2(\nu_0 \vec{n}_0 - \nu_1 \vec{n}_1)^2 + m^2c^4 \quad (4.19)$$

Sachant que $\vec{n}_0 \vec{n}_1 = \cos \theta$, on trouve

$$h\nu_0\nu_1(1 - \cos \theta) = mc^2(\nu_0 - \nu_1) \Rightarrow \frac{hc^2}{\lambda_0\lambda_1}(1 - \cos \theta) = mc^3 \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \quad (4.20)$$

Et donc

$$\lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) \quad (4.21)$$

4.2.3 Relations entre énergies et angles

Soit E_0 et E_1 les énergies du photon incident et diffusé, $T = E_0 - E_1$ l'énergie cinétique cédée à l'électron, θ l'angle de diffusion du photo, ϕ l'angle entre la trajectoire de l'électron et la direction initiale du photon et $\alpha = E_0/mc^2$. On peut écrire

$$T = E_0 \frac{2\alpha \cos^2 \phi}{(1 + \alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi} = E_0 \frac{\alpha(1 - \cos \theta)}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \quad (4.22)$$

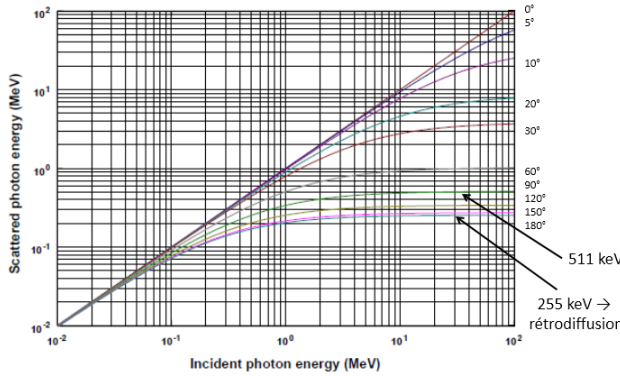


FIGURE 4.2

abordé plus tard.

$$E_1 = E_0 \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)}, \quad \cot \phi = (1 + \alpha) \tan \frac{\theta}{2} \quad (4.23)$$

Ces formules représentées graphiquement donnent déjà un bon nombre d'informations. Comme $0 < \theta < \pi$, on sait que $(E_1)_{\min} = E_0/(1 + 2\alpha)$ et $(E_1)_{\max} : E_0$. Lorsque l'angle augmente, E_1 a tendance à diminuer. L'effet de l'angle se marque assez peu à faible énergie mais devient significatif à haute énergie. La ligne bleue correspond à une rétro-diffusion, ce point sera

REMARQUES

- Le déplacement en longueur d'onde ne dépend pas de l'énergie du photon incident (uniquement de l'angle de diffusion)
- Le déplacement en énergie dépend fortement de l'énergie du photon incident et augmente fortement avec l'énergie
- Pour E_0 petit, le photon perd peu d'énergie $\forall \theta$
- Lorsque E_0 augmente, la variation de l'énergie du photon diffusé avec l'angle devient de plus en plus rapide
- A 90° , $E_1 < 511$ keV (toujours, $=mc^2$)
- A 180° , $E_1 < 255$ keV (toujours, $=mc^2/2$). Il s'agit de la rétro-diffusion du photon et explique le pic de rétro-diffusion dans les spectres γ .

Regardons ϕ . On observe que $0 < \phi < \pi/2$ impliquant $T_{min} = 0$ et

À retenir:

$$T_{max} = \frac{E_0}{1 + (1/2\alpha)} \quad (4.24)$$

A retenir car pratique pour tracer des spectres !

Ci-contre, la représentation de la variation de l'énergie maximale de l'électron en fonction de l'énergie du photon incident. On remarque que la déviation du photon se fait dans le sens de la trajectoire pour les grandes énergies (et donc faible angle).

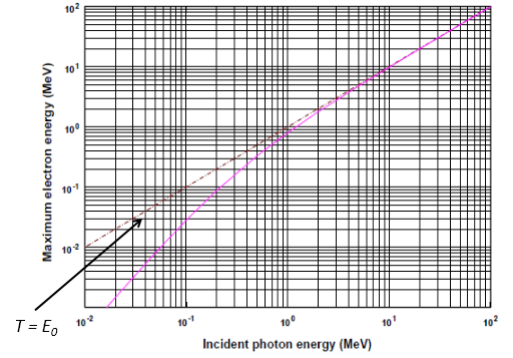


FIGURE 4.3

4.2.4 Section efficace différentielle angulaire, énergétique et totale

Section efficace différentielle angulaire

Il s'agit de la première chose qui a été calculé par KLEIN-NISHINA (valable pour des électrons libres et au repos) via la théorie quantique relativiste et l'équation de DIRAC.

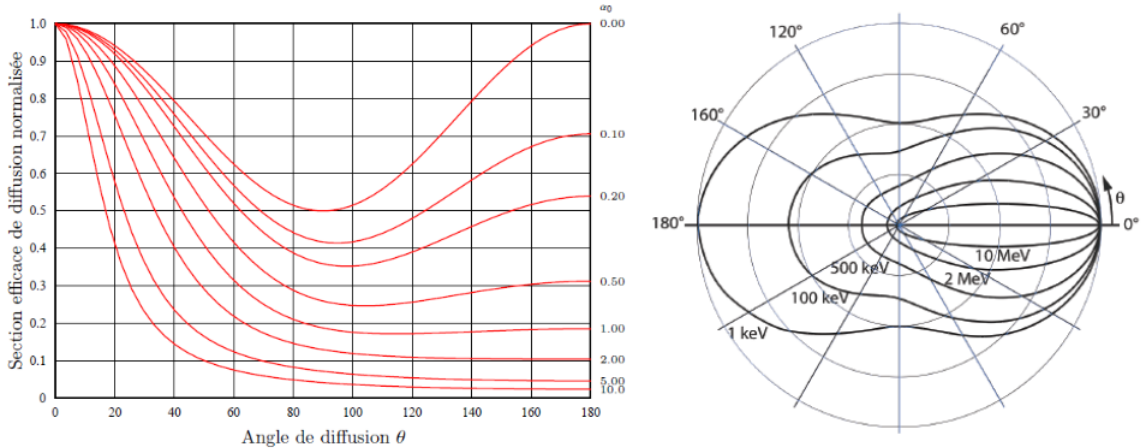


FIGURE 4.4 – Plus on monte en énergie, plus la direction privilégiée est dans le sens de la trajectoire (droite).

La section efficace différentielle de diffusion d'un photon (non polarisé) par un électron dans l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction formant un angle θ avec la direction initiale du photon est donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{\nu'}{\nu_0} \right) \left(\frac{\nu_0}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu_0} - \sin^2 \theta \right) \quad (4.25)$$

où r_e est le rayon classique de l'électron. Notons la non-dépendance en Z . Pour de très faibles énergie ($\alpha \ll 1$), $E_1 \approx E_0$ impliquant que $d\sigma \approx d\sigma_0$: on retrouve la section efficace de THOMSON ! Celle-ci n'était donc pas si mauvaise car on la retrouve à faible énergie.

Section efficace différentielle énergétique

A partir de la section efficace différentielle en angle, on peut trouver les sections différentielles en énergie. Rien de compliqué, mais rien de drôle non plus

$$\frac{d\sigma}{dE_1} = \frac{\pi r_e^2}{\alpha^2 m_e c^2} \left\{ 2 + \left(\frac{E_0 - E_1}{E_1} \right)^2 \left[\frac{1}{\alpha^2} + \frac{E_1}{E_0} - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{E_1}{E_0 - E_1} \right) \right] \right\} \quad (4.26)$$

Par changement de variable (à faire un samedi soir)

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\pi r_e^2}{\alpha^2 m_e c^2} \left\{ 2 + \left(\frac{T}{E_0 - T} \right)^2 \left[\frac{1}{\alpha^2} + \frac{E_0 - T}{E_0} - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{E_0 - T}{T} \right) \right] \right\} \quad (4.27)$$

La représentation graphique (slide 29) montre que cette section efficace est assez équiprobable pour de faibles énergies. Plus l'énergie augmente, plus il y a un pic prononcé lorsque l'on arrive à la valeur du seuil COMPTON.

Section efficace différentielle totale

Après intégration de la section efficace de KLEIN-NISHINA sur les angles

$$\sigma = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left[\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{\alpha} \right] + \frac{\ln(1 + 2\alpha)}{2\alpha} - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\} \quad (4.28)$$

Pour $\alpha \ll 1 \rightarrow \sigma \approx \sigma_0$, la section efficace de THOMSON. Pour $\alpha \gg 1$, $\sigma \rightarrow (\ln \alpha)/\alpha$, la section efficace de COMPTON décroît lorsque l'énergie du photon augmente. Si on regarde les précédents graphique, la distribution est piquée en $\theta = 0$ ce qui répond au cas où il n'y a ni diffusion, ni transfert d'énergie et donc pas d'effet. Notons que la section efficace **atomique** est proportionnelle à Z .

La section efficace σ représente la probabilité de collision, soit le cas où une partie de l'énergie est diffusée et l'autre est cédée à l'électron (absorbée). La collision reprend donc la diffusion, mais également l'absorption. Pour caractériser cet aspect, on définit une section efficace de diffusion σ_s et d'absorption σ_a tel que $\sigma = \sigma_s + \sigma_a$.

4.2.5 Diffusion cohérente et incohérente

Pour de très faibles énergies E_0 , d'électron est de moins en moins libre/au repos et les anciennes hypothèses tombent à l'eau, il va falloir prendre en considération le système électronique tout entier et non plus. Deux cas sont possibles

1. L'atome reste dans son état initial et le photon est juste dévié : diffusion de RAYLEIGH (**cohérente**)
2. L'atome change d'état : le photon perd de l'énergie, la diffusion est **incohérente**

Pour de grandes énergies, on nomme la diffusion incohérente la diffusion COMPTON.

En guise de première approximation pour la diffusion cohérente, on peut voir le système électronique comme un système de charge Ze et de masse Zm . La section efficace de Rayleigh vaut alors

$$a\sigma_{coh} = Z^2\sigma_0 \quad (4.29)$$

En réalité la structure du nuage électronique implique une diminution de la diffusion et l'on utilise

$$a\sigma_{coh} = F^2\sigma_0 \quad (4.30)$$

Pour la diffusion incohérente, on modifie la section efficace de KLEIN-NISHINA en introduisant la fonction de diffusion incohérente S tenant compte du fait qu'un photon peut éjecter un électron

$$a\sigma_{incoh} = Z\sigma S \quad (4.31)$$

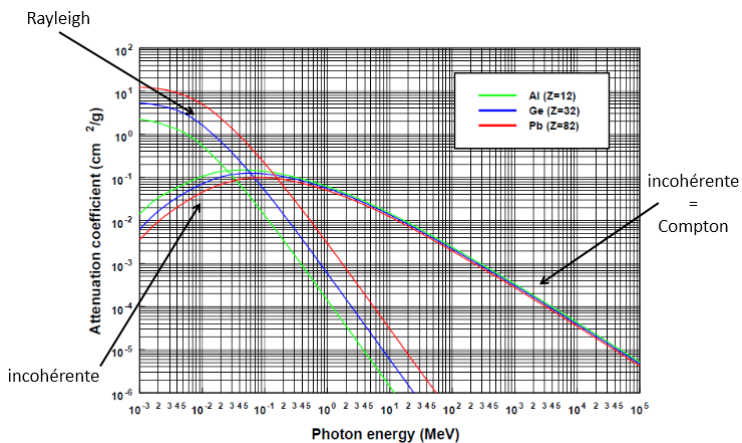


FIGURE 4.5

4.3 Effet photoélectrique

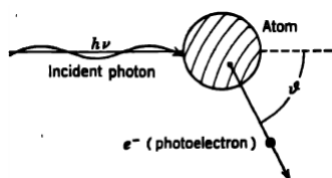


FIGURE 4.6

L'**effet photoélectrique** est un processus au cours duquel un photon incident interagit avec un atome et éjecte un électron (processus expliqué correctement par EINSTEIN en 1905), souvent appelé *photoélectron*. Ce processus de capture d'un photon par un atome dont un électron est excité dans un état continu est le processus inverse de l'émission spontanée d'un photon par un atome excité

4.3.1 Conservation de l'énergie et énergie de liaison

Soit l'absorption totale d'un photon d'énergie $h\nu_0$ causant l'émission d'un électron avec une énergie cinétique T hors d'une couche atomique caractérisée par une énergie de liaison B_i . En négligeant l'énergie du recul du noyau

$$h\nu_0 = T + B_i \quad (4.32)$$

Par conservation, il faut que $h\nu_0 > B_i$. Ainsi lorsque $h\nu_0$ augmente, la probabilité de l'effet photoélectrique diminue car le comportement de l'électron se rapproche plus de celui d'un électron libre (et celui-ci **ne** peut **pas** se faire totalement absorbé). A priori on regarde plus les couches externes (couche $K \rightarrow B_K$), ceux-ci possédant une énergie de liaison plus faible.

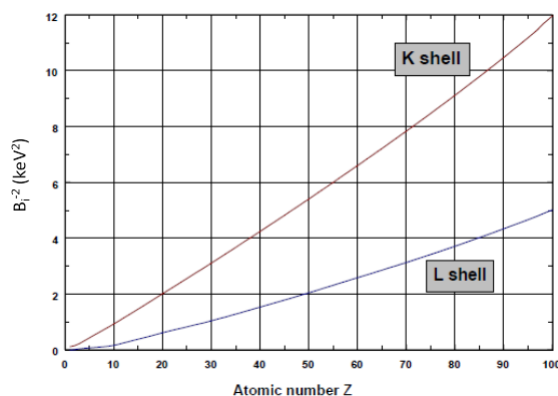


FIGURE 4.7 – Pour $Z > 30$, les énergies de liaison obéissent approximativement à $B_i = a_i(Z - c_i)^2$ (avec a_i et c_i , des constantes pour chaque couche)

4.3.2 Section efficace

On peut décomposer la section efficace par atome ${}_a\tau$ en une somme de sections efficaces partielles ${}_a\tau_i$ correspondant à l'éjection d'un électron hors d'une couche i

$${}_a\tau = \sum_i {}_a\tau_i \quad (4.33)$$

Le calcul de ${}_a\tau_K$ a été fait pour un atome hydrogénoïde dans l'approximation de BORN en utilisant une onde plane comme fonction d'onde de l'électron éjecté : pas le choix, la fonction d'onde de l'électron est trop compliquée. Restreignons la zone de travail en énergie en faisant l'approximation non relativiste et que l'interaction noyau/électron est négligeable : $\vec{B}_k \ll \hbar\nu_0 \ll mc^2$. On trouve (cadeau)

$${}_a\tau_K = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{a_0}{Z}\right)^2 32\alpha \left(\frac{B_K}{\hbar\nu_0}\right)^{7/2} \quad (4.34)$$

Lorsque l'approximation de BORN n'est plus valable, il faut introduire un facteur correctif

$$f(\xi) = 2\pi \left(\frac{B_K}{\hbar\nu_0}\right)^{1/2} \frac{e^{-4\xi \operatorname{arccot} \xi}}{1 - e^{-2\pi\xi}} \quad \text{avec} \quad \xi = \left(\frac{B_K}{\hbar\nu_0 - B_K}\right)^{1/2} \quad (4.35)$$

En pratique pas grand monde s'intéresse à ceci, même ceux qui travaillent dans le domaine utilisent les valeurs de tables et ne font pas trop attention à la forme. Ce qui est intéressant c'est que a_0/Z est grossièrement la dimension de l'atome et que l'énergie varie en $\hbar\nu_0^{7/2}$.

Les autres section efficaces partielles suivent le même comportement, on les note sous la forme

À retenir :

$${}_a\tau = C \frac{Z^n}{(\hbar\nu_0)^k} \quad (4.36)$$

où $4 < n < 4.6$ et $1 < k < 3$.

Cette formule est intéressante à retenir car elle montre une forte dépendance en énergie mais également une dépendance en Z . Ces constantes sont difficile à trouver, on sait que l'énergie doit être en proche (en puissance) de $-7/2$ mais on en sait pas plus.

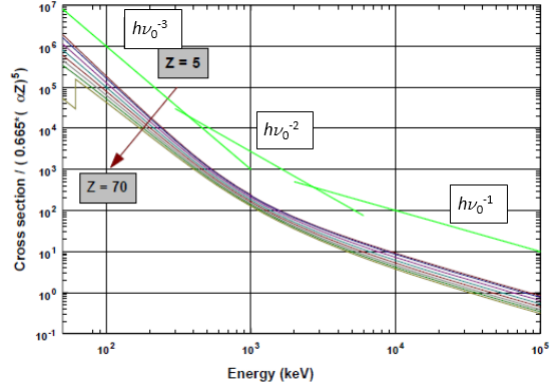


FIGURE 4.8 – Variation de ${}_a\tau$ avec $\hbar\nu_0$

4.3.3 Distribution angulaire des photoélectrons

On se rappelle que - dans l'approximation de BORN - la section efficace différentielle est proportionnelle à

$$f(\theta) = \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^4} \quad (4.37)$$

La section efficace s'annule dans la direction du photon incident $\theta = 0$ ce qui est une conséquence de la nature transverse des ondes électromagnétiques. L'électron tend donc à être éjecté dans la direction du champ \vec{E} de cette onde⁵. Dans le cas relativiste

$$f(\theta) = \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^4} + \frac{3(1 - \sqrt{1 - \beta^2}) - 2\beta^2}{2(1 - \beta^2)^{3/2}} \times \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \quad (4.38)$$

5. Notons que, physiquement, $\theta = 0$ est impossible.

Que ce soit relativiste ou non, lorsque l'énergie des photons augmente de plus en plus d'électrons sont éjectés vers l'avant.

On nomme **angle de bipartition** θ_b l'angle pour lequel la moitié des photoélectrons sont émis vers l'avant dans un cône de demi-angle inférieur à θ_b .

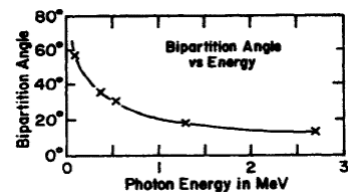


FIGURE 4.9

4.3.4 Phénomène consécutif à l'effet photoélectrique

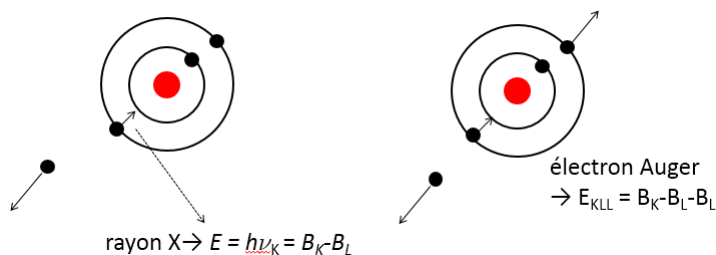


FIGURE 4.10

une transition vers la couche i . Ce rendement est faible pour les matériaux à petit Z .

L'émission d'un électron à cause d'un photoélectrique crée un trou dans une couche interne. Après réarrangement électronique, il y a émission d'un rayon X (fluorescence) ou d'un électron AUGER. On définit alors un **rendement de fluorescence** ω_i qui est la probabilité d'émission d'un photon après

4.4 Création de paire

La création de paire se produit dans le champ électrique du noyau ou d'un électron atomique (plus rarement, on parlera de création de triplet où une partie de l'énergie est transférée à l'électron initial)), le photon disparaît alors et il se forme une paire électron-positron.

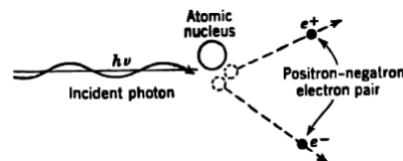


FIGURE 4.11

4.4.1 Lois de conservation

Afin de déterminer l'énergie minimale du photon incident pour avoir création de paire, écrivons les équations de conservation. Avant l'interaction, on travaille dans le repère de la particule cible de masse M , au repos

$$\text{photon avant} \rightarrow \left(\frac{h\nu_0}{c}, \frac{h\nu_0}{c} \right) \quad (4.39)$$

$$\text{particule cible avant} \rightarrow \left(\frac{Mc^2}{c}, 0 \right) \quad (4.40)$$

Après l'interaction, on se place dans le référentiel du centre de masse

$$\text{électron après} \rightarrow \left(\frac{mc^2 + T_e}{c}, \vec{p}_e \right) \quad (4.41)$$

$$\text{positron après} \rightarrow \left(\frac{mc^2 + T_p}{c}, \vec{p}_p \right) \quad (4.42)$$

$$\text{particule cible après} \rightarrow \left(\frac{Mc^2 + T_C}{c}, \vec{p}_C \right) \quad (4.43)$$

Après le choc, en travaillant dans le référentiel du centre de masse ⁶

$$\vec{p}_e + \vec{p}_p + \vec{p}_C = 0 \quad (4.44)$$

En notant $T_{tot} = T_e + T_p + T_C$ et par conservation de l'invariant $P^2 = (E/c)^2 + p^2$

$$\text{avant} \rightarrow P^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c} + \frac{Mc^2}{c} \right)^2 - \left(\frac{h\nu_0}{c} \right)^2 \quad (4.45)$$

$$\text{après} \rightarrow P^2 = \left(\frac{2mc^2 + Mc^2 + T_{tot}}{c} \right)^2 \quad (4.46)$$

On trouve l'énergie minimale $h\nu_{m,min}$ en égalant les deux expressions pour $T_{tot} = 0$

$$h\nu_{0,min} = 2mc^2 \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (4.47)$$

où m est la masse de l'électron et M celle de la particule cible En conclusion

- Dans le champ d'un noyau : $M \gg m \rightarrow h\nu_{0,min} = 2mc^2$
- Dans le champ d'un électron : $M = m \rightarrow h\nu_{0,min} = 4mc^2$

Ce phénomène est aussi possible entre $2mc^2$ et $4mc^2$ car l'atome peut prendre avec lui une fraction de la quantité de mouvement initiale, mais c'est très rare.

4.4.2 Section efficace dans le champ d'un noyau

Le calcul de la section efficace COMPTON était déjà sympathique, ici c'est pire. On se contentera de donner les résultats importants sans faire de calculs détaillés. La raison est que c'est compliqué notamment à cause du nuage électronique qui a des effets d'écrantage des électrons atomiques.

Lorsqu'on regarde les spectres de l'électron et du positron, ils sont décalés. On peut négliger cette différence et considérer la section efficace différentielle pour la création d'un électron à énergie cinétique T_- est identique à celle de création d'un positron à énergie cinétique $T_+ = h\nu_0 - 2mc - T_-$. Cette section efficace différentielle est symétrique par rapport à

$$\langle T \rangle = \frac{h\nu_0 - 2mc^2}{2} \quad (4.48)$$

En s'amusant un peu

$$\frac{d_a \kappa}{dT_+} = \frac{\sigma_p Z^2 P(T_+, h\nu_0, Z)}{h\nu_0 - 2mc^2} \quad \text{pour} \quad h\nu_0 > 2m_e c^2 \quad (4.49)$$

où encore

$$\frac{d_a \kappa}{dx} = \sigma_p Z^2 P(x, h\nu_0, Z) \quad (4.50)$$

avec $x = T_+ / (h\nu_0 - 2m_e c^2)$.

Intéressons-nous quelque peu à la fonction $P(x, h\nu_0, Z)$ représentée ci-contre. Il s'agit d'une fonction symétrique qui ne dépend que peu de Z : la section efficace est $\propto Z^2$. Cette fonction est lentement variable en l'énergie $h\nu_0$ du photon et est approximativement constante pour $0.2 < x < 0.8$.

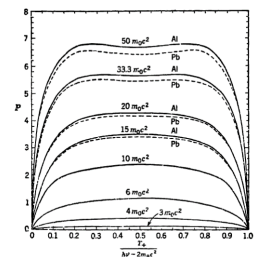


FIGURE 4.12

6. Égalité nulle car init. au repos ?

4.4.3 Section efficace totale

Si on veut la section efficace totale, il faut intégrer sur l'énergie T_+

$${}_a\kappa = \int_{T_+} d_a\kappa = \sigma_p Z^2 \int_0^{h\nu_0 - 2mc^2} \frac{PdT_+}{h\nu_0 - 2mc^2} \quad (4.51)$$

$$= \sigma_p Z^2 \int_0^1 Pd\left(\frac{T_+}{h\nu_0 - 2mc^2}\right) \quad (4.52)$$

$$= \sigma_p Z^2 \langle P \rangle \quad (4.53)$$

où $\langle P \rangle$ est la valeur moyenne de P . Celle-ci dépend très peu de Z est est une fonction lentement croissante de $h\nu_0$ avant de devenir constante à grande énergie (>100 MeV) à cause de l'écrantage.

4.4.4 Section efficace dans la champ d'un électron

Le calcul est très compliqué mais on peut montrer que

$${}_a\kappa_{triplet} = \sigma_p Z \langle P \rangle_{triplet} \quad \text{pour} \quad h\nu_0 > 4m_e c^2 \quad (4.54)$$

et donc que

$$\frac{{}_a\kappa_{triplet}}{{}_a\kappa} \simeq \frac{1}{CZ} \quad (4.55)$$

où C est un paramètre seulement fonction de $h\nu_0$. Ce qui est important c'est que la création de paire dans le champ des électrons ne contribue que peu à la section efficace totale de création de paire sauf pour les matériaux à Z petit

4.4.5 Direction d'émission de la paire électron-positron

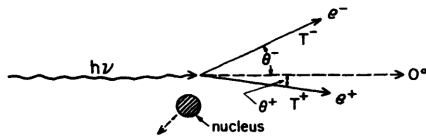


FIGURE 4.13

Pour des photons d'énergie $h\nu_0$ largement supérieur à l'énergie de seuil, les électrons et positrons sont fortement émis vers l'avant. Leur angle d'émission moyen relatif à la direction d'origine du photon vont grossièrement (rad.)

$$\langle \theta \rangle \simeq \frac{mc^2}{\langle T \rangle} \quad (4.56)$$

4.4.6 Phénomène consécutif à la création de paire et photodésintégration du noyau

Phénomène consécutif à la création de paire

Très brièvement, le positron s'annihile avec un électron (au repos) lorsqu'il traverse la matière mais avant ça il ralenti car les collisions sont nettement plus probables que l'annihilation. Cette dernière se produit le plus souvent lorsque le positron est *quasi au repos* et deux photons de 511 keV sont produits à 108° l'un de l'autre.

Photodésintégration du noyau

Le photon est absorbé par un noyau et une particule est émise (un photon ou une particule légère (p, n, α , ...)) mais il faut une énergie entre 8 et 20 MeV(!).

4.4.7 Comparaison des différents effets

Commenter le graphique est une bonne question d'examen. Voir notes, slide 70 (beaucoup à dire, je n'ai pas le temps de le faire pour le moment).

4.5 Coefficient d'atténuation

Nous venons de voir trois processus d'interaction d'un photon dans la matière et leurs sections efficaces

1. Effet photoélectrique : ${}_a\tau$
2. Effet COMPTON : ${}_a\sigma = Z\sigma$
3. Création de paire : ${}_a\kappa$

où ${}_a$ signifie atomique. Les autres processus étant négligeable, la section efficace totale n'est que la somme de ces trois effets

$${}_a\mu = {}_a\tau + {}_a\sigma + {}_a\kappa \quad (4.57)$$

La probabilité qu'un photon ait une interaction dans une cible mince de densité N et d'épaisseur dx vaut ${}_a\mu N dx$. Pour un faisceau monocinétique de I photons par unité de temps, le taux de collision vaut $I {}_a\mu N dx$. La variation dI d'intensité après avoir quitté la cible vaut alors $dI = -I {}_a\mu N dx$. Pour une cible finie et un faisceau initial perpendiculaire à la cible de I_0 particules, l'intensité après le passage dans la cible est

$$I = I_0 \exp\{-{}_a\mu N l\} \quad (4.58)$$

où $\mu = {}_a\mu N$ est le **coefficient linéique d'atténuation** (m^{-1}) qui nous informe sur la *fréquence des collisions*.

4.5.1 Géométrie à faisceau étroit

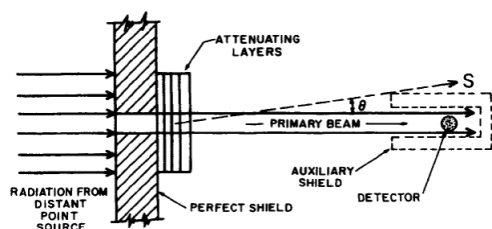


FIGURE 4.14

Pour vérifier cette loi, il faut utiliser une *géométrie à faisceau étroit* empêchant les qui empêche les particules primaires déviées et les secondaires d'attendre le détecteur (on ne veut pas qu'un électron arraché à la cible soit détectée). Pour se faire il faut une grande distance entre la source et l'atténuateur, de même entre l'atténuateur et le détecteur et le faisceau doit recouvrir tout le détecteur uniformément.

De même, on utilise un blindage devant l'atténuateur pour stopper les rayons incident exceptés ceux passant par l'ouverture et un blindage autour du détecteur pour stopper les rayons X ou γ .

4.5.2 Coefficient massique d'atténuation

On définit le **coefficient massique d'atténuation** comme le rapport ρ/μ ($\text{m}^2.\text{kg}^{-1}$). Il s'agit du quotient de dI/I par ρdI où dI/I est la fraction de particules indirectement ionisantes qui subissent des interactions le long de la distance dl parcourue dans un matériau de masse volumique ρ . Il s'agit du coefficient **le plus important**.

Il s'agit d'un coefficient global qui prend en compte les interactions des particules dans la matière sans préciser la nature de l'interaction. Ils sont directement proportionnel à la section efficace et ne dépendent **pas** de la nature de la cible!

Si le matériau contient plusieurs espèces atomiques, on somme les probabilités d'interaction de chaque type d'atomes. Le coefficient massique d'atténuation total est alors donné par

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_1 w_1 + \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_2 w_2 + \dots \quad (4.59)$$

où w_i sont les fractions massiques des différentes espèces d'atomes.

4.5.3 Coefficient de transfert massique d'énergie

Le coefficient d'atténuation massique mesure le nombre moyen d'interaction entre un photon et la matière, il permet donc d'évaluer la fréquence des collisions. Souvent on s'intéresse à l'énergie déposée "localement"⁷. On définit alors le **coefficient de transfert massique d'énergie** μ_{tr}/ρ . On le définit aussi comme⁸

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = f_{ph} \frac{\tau}{\rho} + f_C \frac{\sigma}{\rho} + f_{pn} \frac{\kappa_n}{\rho} + f_{pe} \frac{\kappa_e}{\rho} \quad (4.60)$$

avec f_i , les fractions d'énergie du photon transférées sous forme d'énergie cinétique à des particules chargées pour chaque processus. Pour les trois processus étudiés

1. Effet photoélectrique

$$f_{ph} = 1 - \frac{E_X}{E} \quad (4.61)$$

où E_X est l'énergie moyenne des photons de fluorescence. Tout l'énergie est cédée à l'électron, sauf celle cédée au rayon X .

2. Effet COMPTON

$$f_C = 1 - \frac{\langle E_1 \rangle + E_X}{E} \quad (4.62)$$

avec $\langle E_1 \rangle$ l'énergie du photon diffusé. Il s'agit de (ce qui est émis)-(ce qui est diffusé). Notons que le E_X peut être négligé en pratique.

3. Création de paire

$$f_{pn} = 1 - \frac{2mc^2}{E}, \quad f_{pe} = 1 - \frac{2mc^2 + E_X}{E} \quad (4.63)$$

(Tout)-(énergie servant à créer la paire). Ici on ne peut pas négliger le rayon X car ça dépend où s'est formée la paire (alors que COMPTON concernait les électrons moins liés).

Une fraction de l'énergie cinétique emportée par les particules chargées mises en mouvement lors des interactions des particules primaires avec le matériau peut ne pas être absorbée localement. Une partie de leur énergie peut alors être émise sous forme de rayonnement de freinage (surtout pour des électrons secondaires d'énergie élevée). Il faut alors corriger le précédent coefficient pour tenir compte de ces rayonnements

$$\frac{\mu_{en}}{\rho} = (1 - g) \frac{\mu_{tr}}{\rho} \quad (4.64)$$

où g est la fraction de l'énergie des particules secondaires chargées perdue sous la forme de rayonnement de freinage dans le matériau. Ceci n'a de différence significative que pour des γ d'énergie élevés que pour provoquer le rayonnement de freinage (surtout matériau à Z élevé).

Le schéma 90 est une bonne question d'examen pour s'assurer que tout est clair, il n'est pas commenté ici.

7. Ici quasi uniquement dues aux effets des électrons produits.

8. Voir slide 84 pour plus de détails, peu de notes

Chapitre 5

Interaction des neutrons avec la matière

5.1 Introduction

Les neutrons étant des particules neutres, ne vont interagir qu'avec les noyaux via les forces nucléaires dont les sections efficaces sont faibles. Il s'agit donc de particules très pénétrantes qui **ne** sont **pas** directement ionisantes mais ils peuvent produire des particules secondaires qui elles le sont. Souvent, on les traite avec le même formalisme que les photons. Notons cependant qu'ils possèdent un moment magnétique négatif et sont sensible à d'intenses champs magnétiques.

5.1.1 Classification des neutrons

Dans ce cours, nous proposons la classification suivante mais il en existe d'autres !

Haute énergie : $E > 20 \text{ MeV}$

Rapide : $10 \text{ keV} < E < 1 \text{ MeV}$

Epithermique : $1 \text{ eV} < E < 10 \text{ keV}$

Lent : $0.025 \text{ eV} < E < 1 \text{ eV}$

Thermique : $E \approx 0.025 \text{ eV}$

Froid : $E < 0.025 \text{ eV}$

REMARQUES

Pour des neutrons de haute énergie il faut considérer individuellement les collisions avec les nucléons du noyau et utiliser des sections efficaces nucléon-nucléon. Comme il peut y avoir des interférences entre les nucléons du noyau il faut corriger ces section efficaces ce qui n'est pas une mince affaire. De plus, un neutron incident peut mettre en mouvement un nucléon du noyau qui à son tour peut mettre un autre en mouvement et ainsi de suite jusqu'à former une cascade intranucléaire, donnant lieu à un modèle complexe.

Pour des neutrons rapides, les sources neutroniques produisent toujours des neutrons d'énergie de l'ordre de 1 MeV. Pour les épithermiques, la section efficace comporte souvent des résonances et pour les thermique, ils se thermalisent à la température ambiante de $\pm 20^\circ\text{C}$ soit $E = k_B T = 0.025 \text{ eV}$.

5.2 Mécanismes d'interaction

Il existe deux principaux types d'interactions

- *Diffusion* : l'énergie et la trajectoire du neutron est modifiée mais le noyau conserve un nombre de nucléons identique
- *Absorption* : modification du noyau cible causant l'émission de rayonnements.

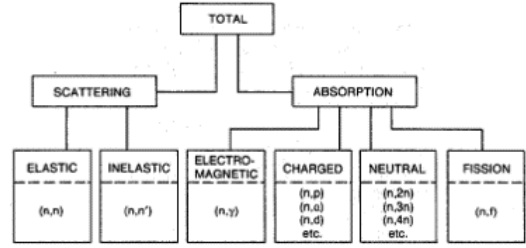


FIGURE 5.1

5.2.1 Diffusion élastique (n, n)

Durant une **collision élastique**, l'énergie cinétique totale du neutron et du noyau est inchangée : le noyau cible (m_2) au repos reçoit du neutron (m_n, E) une énergie cinétique T_c comprise entre 0 et

$$T_{max} = \frac{4m_n m_2}{(m_n + m_2)^2} E \quad (5.1)$$

Un neutron peut communiquer toute son énergie à un atome d'hydrogène. La diffusion élastique est alors très efficace pour ralentir des neutrons si $m_2 \approx m_n$.

Introduisons l'angle de recul θ_r du noyau. Celui-ci peut être lié à l'énergie transférée T_c par conservation de l'énergie et de l'impulsion

$$T_c = \frac{4m_n m_2}{(m_n + m_2)^2} E \cos^2 \theta_r = \frac{4\alpha}{(\alpha + 1)^2} E \cos^2 \theta_r \quad (5.2)$$

où $\alpha = m_2/m_n$. Il est dès lors nécessaire de déterminer la section efficace différentielle angulaire pour connaître l'énergie cédée par le neutron. Pour se faire, il faut distinguer les deux types de collision élastique

1. Interaction directe avec le noyau. A faible énergie, la section efficace tend vers $4\pi R^2$ (ordre d'un barn).
2. En deux temps. Premièrement formation d'un noyau dans un état excité. Secondement, émission d'un neutron pour former l'atome de départ. La section efficace dépend donc de l'énergie du neutron et le noyau excité ne peut être formé que dans des états bien définis

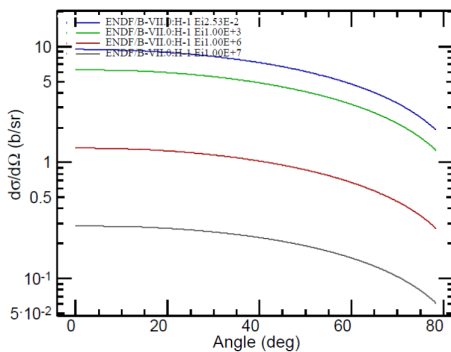


FIGURE 5.2

La section efficace totale n'est pas simplement la somme des deux effets à cause des interférences. On va ici s'intéresser au cas le plus simple où $\alpha = 1$: la distribution angulaire varie alors en $\cos \theta_r$ (la distribution angulaire de θ_n correspond à celle de θ_r).

On a donc comme valeur moyenne de l'énergie transférée $\langle T_c \rangle \propto \langle \cos^2 \theta_r \rangle = 1/2$

$$\langle T_c \rangle = \frac{2\alpha}{(\alpha + 1)^2} E \quad (5.3)$$

Il s'agit bien entendu d'une grosse approximation mais le résultat est tout de même correct. Ainsi, pour de l'hydrogène ($\alpha = 1$) $\langle T_c \rangle = E/2$. De manière générale, l'énergie du neutron $E'^{(n)}$

après n collisions élastiques vaut

$$\langle E'^{(n)} \rangle = \left[\frac{(\alpha^2 + 1)}{(\alpha + 1)^2} \right]^n E \quad (5.4)$$

Pour atteindre une énergie $E'^{(n)}$ à partir d'une énergie E , il faut que le neutron subissent en moyenne n collisions élastiques avec¹⁾

$$n = \frac{\log(E'^{(n)}/E)}{\log[(A^2 + 1)/(A + 1)^2]} \quad (5.5)$$

Après un choc élastique dû à un neutron rapide, le noyau est déplacé et - s'il possède une énergie cinétique suffisante - peut déplacer d'autres noyaux. Il en résulte une cascade de déplacements atomiques dans un volume de rayon de 100 Å. Pour que ce soit possible, il faut avoir une certaine *énergie de seuil de déplacement* de l'ordre de 25 eV.

5.2.2 Diffusion inélastique (n, n')

Le noyau cible est maintenant amené dans un état excité et l'énergie du neutron est convertie sous la forme d'énergie cinétique et potentielle du noyau cible. Pour se faire, cette réaction passe par la formation d'un noyau composé avec ensuite émission d'un neutron pour reformer le noyau dans un état excité qui, souvent, retourne dans son état fondamental par émission de γ .

Pour se produire, l'énergie cinétique du neutron doit dépasser un certain seuil

$$E_{seuil} = \frac{A + 1}{A} E_{exc} \quad (5.6)$$

où E_{exc} est l'énergie d'excitation du noyau.

5.2.3 Absorption

Après une absorption, un rayonnement secondaire peut être émis et détecté. Celui-ci peut être

- Un rayonnement $\gamma \rightarrow (n, \gamma)$
- Une particule chargée $(p, \alpha) \rightarrow (n, p)$ ou (n, α) .
- Des neutrons $(n, 2n), (n, 3n), \dots$
- Des produits de fission (n, f)

Absorption électromagnétique

La capture radiative est une réaction (n, γ) où le neutron est absorbé par le noyau pour former un noyau dans un état excité qui émet un ou plusieurs γ . Celle-ci présente des résonances et domine surtout aux faibles énergies.

Absorption suivie de l'émission de particules chargées

Il s'agit souvent de l'émission d'un proton (n, p) ou d'un α (n, α) . Ces réactions se produisent souvent avec des neutrons rapides car étant endoénergétique, il faut apporter une certaine énergie (pour franchir la barrière de potentiel du noyau).

1. Voir cours *Nuclear Reactor Physics*

Absorption suivie d'une réaction de fission

Se produit pour des matériaux à Z élevé quand la capture d'un neutron conduit à la scission du noyau et à la production de fragments lourds ainsi que de nucléons de grande énergie cinétique. Ceci est vu en long et en large dans le cours traitant des réacteurs nucléaires, je ne m'attarde pas la dessus ici.

5.3 Sections efficaces d'interaction

La section efficace totale est la somme des sections efficaces des différents processus mais il n'existe pas de calculs complets de section efficace : il faut mélanger les résultats théoriques et expérimentaux. De façon générale (tendance, pas une règle) la section efficace totale diminue lorsque l'énergie du neutron augmente. La section efficace de diffusion élastique est approximativement constante et celle d'absorption varie en $1/v$. La section efficace totale est donc soit constante, soit varie en $1/v$ selon le processus dominant. Pour les matériaux à Z élevé, les nombreuses résonances des réactions de fissions peuvent dominer la loi en $1/v$.

Les slides 23 à 28 donnent des exemples de section efficaces. Considérons la transmission d'un faisceau de neutrons à travers une cible épaisse comme nous l'avons fait pour les photons²

$$I = I_0 \exp\{-N\sigma_t x\} \quad (5.7)$$

On définit alors la **section efficace macroscopique** (m^{-1}) telle que

$$\Sigma_t = N\sigma_t \quad (5.8)$$

5.4 Modération et parcours des neutrons

Deux facteurs sont important pour ralentir un neutron rapide

1. La probabilité de diffusion
2. La modification de son énergie moyenne

On définit alors le pouvoir de modération comme

$$MP = \xi \Sigma_s \quad (5.9)$$

où ξ est le décrément logarithmique moyen en énergie et Σ_s la section efficace macroscopique de scattering.

5.4.1 Rapport de modération

Ralentir c'est bien, mais si tout est absorbé ça ne sert pas à grand chose ! Il faut que l'absorption soit faible et on défini pour ça un **pouvoir de modération** (\triangle)

$$MR = \frac{\xi \Sigma_s}{\Sigma_a} \quad (5.10)$$

où Σ_a est la section efficace macroscopique d'absorption.

Pour modérer les neutrons rapide on utilise donc bien des matériaux qui ont une masse proche de celle du neutron et bien évidemment **pas** du plomb.

2. A cause du phénomène de multiplication et la diffusion multiple, cette équation est souvent fausse.

Chapitre 6

Ionisation et excitations

6.1 Introduction

Les ionisations produites par des particules chargées jouent un rôle fondamental dans le principe de détection. Dans les solides et les gaz on produira une paire d'électrons et d'ions positif suite à l'ionisation d'atomes tandis que dans certains solides on créera une paire électron-trou. Dans les deux cas, on parlera de **paires d'ions**.

Les électrons et ions créés par la particule chargée incidente sont les ionisations primaires mais si ces électrons ont assez d'énergies ils peuvent aussi ioniser et causer des ionisations secondaires.

6.2 Ionisation dans les gaz

L'énergie perdue par la particule chargée traversant un gaz est répartie entre deux types d'interaction

1. *L'ionisation* : un ou plusieurs électrons sont arrachés de l'atome
2. *L'excitation* : l'atome est amené dans un état excité sans création d'une paire d'ions

Même si $\sigma_i > \sigma_{ex}$, le processus d'excitation domine le plus souvent car les collisions avec faible transfert d'énergie sont les plus probables et l'énergie d'ionisation est supérieure à l'énergie d'excitation.

6.2.1 Détermination de W

L'énergie moyenne W déposée par paire ion-électron formée est donnée par (c'est la valeur importante)

$$W = \frac{E_{abs}}{N_i} \quad (6.1)$$

où E_{abs} est l'énergie perdue par la particule incidente et N_i le nombre de paires formées sur l'ensemble de la trajectoire de la particule. Si la particule incidente est stoppée dans le milieu, $E_{abs} = E$. Nous avons aussi que $W > E_i$ car une partie de l'énergie est perdue via les excitations.

Il est très hasardeux de se lancer dans le calcul précis de W car si la section efficace considérée est fausse, le calcul le sera aussi. Et comme l'expression de la section efficace est méconnue... Il va donc falloir ruser. Si la particule chargée est totalement stoppée dans le gaz

$$E = N_i \langle E_i \rangle + N_{ex} \langle E_{ex} \rangle + N_i \langle \epsilon \rangle \quad (6.2)$$

où N_i est le nombre de paires produites, N_{ex} le nombre d'excitation produites, E_i l'énergie d'ionisation, E_{ex} l'énergie moyenne pour créer une excitation et ϵ , l'énergie moyenne des électrons dont l'énergie est inférieure à l'énergie d'excitation (électrons de sous-excitation).

Les électrons de sous-excitation sont les électrons dont l'énergie est insuffisante que pour produire des atomes excités (et donc aussi des ionisations). Ils sont importants car c'est eux qui sont mesurés en constituant le courant d'ionisation. Leur nombre correspond au nombre d'ions et donc au nombre de paires (N_i) par conservation de la charge électrique totale. En effet, tôt ou tard, après avoir perdu plus ou moins d'énergie, un électron deviendra un électron de sous-excitation car l'énergie d'un électron ne peut pas arriver à zéro.

Dans l'expression de W , tous les termes dépendent de E . Cependant, si $E \gg I$, cette dépendance est faible. Peu de calculs théoriques ont été fait à part pour l'hélium. En général, W est déterminé expérimentalement (pour un gaz, $W \approx 30$ eV).

6.2.2 Mélange de gaz

Ajouter une faible quantité de certains gaz à un gaz noble augmente fortement le nombre d'ionisations créées. Cet effet a tendance à se produire aux faibles concentration de gaz ajouté et est d'autant plus important que le potentiel d'ionisation du gaz ajouté est petit par rapport à l'énergie de liaison des premiers états excités du gaz noble. La collision d'un atome excité du gaz noble avec une molécule ajoutée peut conduire à l'ionisation de celle-ci. On utilise donc toujours des mélanges de gaz en pratique, l'idée c'est vraiment que cela permet d'augmenter W .

6.3 Ionisation dans les solides

Dans les semi-conducteurs, il se forme une paire électron-trou. L'énergie pour former cette paire est bien plus faible que pour les gaz : elle correspond au gap, de l'ordre d'1 eV. Le processus d'excitation cause ici la création de phonons d'une énergie approximativement 0.04 eV (60% de l'énergie déposée donne lieu à l'excitation de phonons). Le facteur de production de paire entre un SC et un gaz est d'à peu près 10. On constate que $W > E_g$ mais que W/E_g est à peu près constant pour tous les SC.

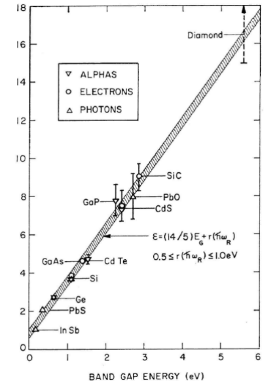


FIGURE 6.1

6.3.1 Fluctuation du nombre d'ionisation

La fluctuation du nombre d'ionisation étant importante (limite la précision de la mesure de l'énergie à partir de N_i), il faut connaître la statistique de N_i . On sait que sa valeur moyenne vaut $N_i = E/W$. La variance σ_i^2 caractérise ces fluctuations. Considérons deux cas extrêmes

1. Le nombre d'ionisation obéit à une loi de POISSON : la variance est la moyenne $\sigma_i^2 = N_i$.
2. Une fraction fixe de l'énergie de la particule est convertie en ionisations : c'est parfait, il n'y a pas d'oscillation $\sigma_i^2 = 0$.

La réalité se situe bien évidemment entre les deux (toutes les créations de paires ne sont pas indépendantes)

$$\sigma_i^2 = F N_i \quad (6.3)$$

où F est le facteur de FANO tel que $0 < F < 1$.

6.4 Facteur de Fano

Ce facteur F contient toutes les différences entre la réalité et la statistique de POISSON. Il dépend de manière détaillée de la succession des événements conduisant à la création de paires mais c'est quasiment impossible de le déterminer théoriquement : il est **toujours** obtenu expérimentalement.

Deuxième partie

Détection des rayonnements ionisants

Chapitre 7

Propriétés générales des détecteurs

Un **détecteur** est un instrument qui mesure une des grandeurs qui caractérisent une particule. Ici, on considèrera uniquement les particules provenant (in)directement des phénomènes nucléaires pour limiter le domaine des énergies. Un détecteur "faisant" tout (dit *universel*) n'existe pas et il faudra concevoir différents types de détecteurs selon les besoins.

Il existe principalement trois types de mesures

Moniteur Détecteur pour des mesures immédiates de doses¹ (chambre d'ionisation, "dosimètre", ...)

Dosimètre Détecteur pour des mesures de dose intégrées sur une période (film)

Spectromètre Détecteur pour l'identification des particules incidentes

7.1 Principes de base de la détection

Tous les détecteurs sont basés sur le même principe fondamental : transférer la totalité (ou une partie) de l'énergie de la particule incidente dans le détecteur ou elle est convertie dans une autre forme, analysable et quantifiable.

Historiquement, le premier appareil de métrologie nucléaire était l'*électroscope*. Une tige métallique le constituant (chargée positivement) et placée près d'une feuille d'or. A cause de la répulsion entre les charges positives, la tige s'écartait de sa position d'équilibre. Lorsqu'une particule ionise l'air, il y a un retour à l'équilibre à cause de la production de paires de charges positives et négatives dans l'enceinte. Les charges négatives vont en effet migrer vers la tige et la feuille, diminuant la quantité de charge positive : l'angle de déviation diminue.

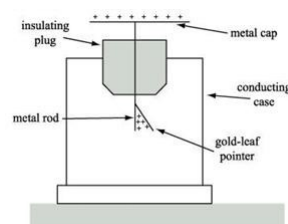


FIGURE 7.1

Un électroscope est donc sensible à la quantité totale N_i de charges négatives et positives Q produites dans l'enceinte

$$N_i = \frac{E_{abs}}{W} \quad (7.1)$$

Les détecteurs modernes se basent sur le même principe. On mesure toujours le nombre de rayonnements via la formation d'une impulsion électrique. On comprend ici l'importance de W car plus on a de charges, meilleur est la résolution. Choisir un matériau de détection, c'est choisir W .

1. Energie déposée par unité de masse.

Ainsi, toutes les méthodes de détection sont basées sur la détection des particules chargées (mesure *directe*) tandis que les particules neutres doivent interagir et produire des particules chargées avant de pouvoir être détectée (mesure *indirecte*). Il existe trois principales méthodes de détection

1. Détecteur à gaz
2. Détecteurs à semiconducteurs
3. Scintillateurs

7.2 Modèle simplifié de détecteur

Considérons un détecteur hypothétique soumis à l'interaction d'une particule chargée ou non dans son volume actif via l'un des mécanismes discutés dans la partie précédente. On suppose que le temps d'interaction est court, l'énergie est donc déposée **instantanément**. Il y a dès lors apparition de Q dans le volume actif du détecteur en $t = 0$. La collection de cette charge forme le signal électrique de base et la collection de celle-ci se fait via l'imposition d'un champ électrique faisant migrer les charges dans des directions opposées avant d'être collectée.

Le temps de collection de charge t_c dépend du type de détecteur (mobilité des charges en son sein, distance à parcourir, ...) et de ce qu'on veut en faire. La réponse du détecteur est donnée par

$$\int_0^{t_c} i(t) dt = Q \quad (7.2)$$

L'amplitude et la durée de chaque impulsion de courant dépend du type d'interaction.

La probabilité d'observer les rayonnements est soumise à la statistique de POISSON tandis que le temps entre deux impulsions est lié à la distribution d'ERLANG. Le problème est que si deux particules déposent leurs énergies en même temps, le courant mesuré sera la somme des deux et on ne peut plus distinguer les deux particules. On supposera toujours que le **nombre moyen de désintégration par unité de temps** a est suffisamment "faible" pour que chaque particule individuelle donne une seule impulsion.

7.2.1 Modes de fonctionnement

Il existe trois modes de fonctionnement pour un détecteur

1. *Mode courant*. On l'utilise quand le taux d'événements est très élevé et quand superposition : ne permet donc pas la spectroscopie
2. *Mode fluctuation*. Utilise quand l'on a deux types de rayonnements différents à différencier, mais peu utilisé en pratique.
3. *Mode impulsion*. Le favori.

Mode courant

Un ampèremètre est connecté au détecteur de sorte à mesurer le courant (de l'ordre du pA). Celui-ci va mesurer un courant qui sera la moyenne des courants enregistré suivant un temps T , le temps de résolution de l'appareil

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t i(t') dt' \quad (7.3)$$

On obtient donc un courant moyen I_0 tel que $I_0 = rQ$ où r est le taux d'interaction et Q la charge produite par interaction

$$I_0 = r \frac{E_{abs}}{W} e \quad (7.4)$$

Cette méthode est utilisée lorsqu'il y a superposition.

Mode fluctuation

Ce mode porte parfois le nom de son inventeur, CAMPBELL, en 1914. On bloque un courant moyen I_0 et seulement les fluctuations $\sigma_I(t)$ sont mesurées

$$\overline{\sigma_I^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t [I(t') - I_0]^2 dt' = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \sigma_i^2(t') dt' \quad (7.5)$$

Comme nous avons une statistique de POISSON (où n est le nombre d'événements enregistrés pendant un temps T), on sait que

$$\sigma_n = \sqrt{n} = \sqrt{rT} \quad (7.6)$$

Si chaque impulsion correspond à la même charge Q

$$\frac{\overline{\sigma_I(t)}}{I_0} = \frac{\sigma_n}{n} = \frac{1}{\sqrt{rT}} \quad (7.7)$$

Comme par définition $I_0 = rQ$, nous avons

$$\overline{\sigma_I^2(t)} = \frac{rQ^2}{T} \quad (7.8)$$

En pratique on bloque le courant moyen, on mesure les fluctuations, on met le résultat au carré et on sait que la réponse est proportionnelle à r et Q^2 . Grâce à ce Q^2 , certains rayonnements (dans le cas où plusieurs rayonnements différents sont présents) auront une pondération plus forte. Il sera dès lors possible de les discriminer. En pratique ceci n'est jamais utilisé car il existe d'autres techniques plus simples.

Mode impulsion

Le détecteur est ici conçu pour enregistrer individuellement chaque rayonnement interagissant dans son volume actif. Le signal impulsionnel dépendra des caractéristiques d'entrée du circuit auquel le détecteur est connecté ($R, C, V(t)$).

Il existe deux fonctionnements "extrêmes" en fonction de la valeur de $\tau = RC$.

1. $\tau \ll t_c$. Il s'agit du deuxième graphique. L'information recueillie est très précise niveau temps, mais pas du tout en amplitude : on l'utilise pour des taux de comptage élevés ou lorsque la dimension temporelle est plus importante que l'énergétique.
2. $\tau \gg t_c$. Il s'agit du dernier graphique où l'on voit que la croissance/décroissance se fait très lentement. Cette fois-ci le maximum en amplitude est facilement distinguable mais il ne faut pas qu'une deuxième impulsion ait lieu sans être revenu à zéro. Il s'agit du mode le plus commun pour peu que les impulsions ne soient pas trop rapprochées dans le temps.

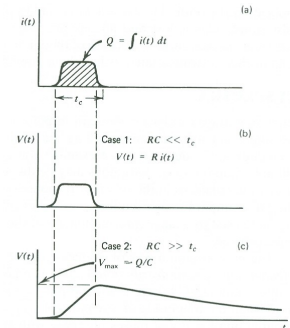


FIGURE 7.2

Il s'agit du mode le plus utilisé car il possède une bien meilleure sensibilité que les deux autres (on peut distinguer chaque impulsion individuellement) mais aussi parce que chaque impulsion apporte une information (le calcul d'un courant moyen implique une perte d'informations).

7.3 Spectrométrie des rayonnements

Pour se faire, il faut d'abord être en mode impulsion ($\tau \gg t_c$) et avoir de grands nombres d'impulsions. Celles-ci diffèrent en amplitude car chaque interaction n'implique par l'absorption totale de l'énergie de la particule incidente mais aussi à cause de la réponse inhérente du détecteur qui ne fournit pas un signal constant pour une énergie donnée.

La distribution des amplitudes des impulsions est une propriété **fondamentale** du signal de sortie. Il convient de l'utiliser correctement pour obtenir des informations sur le rayonnement incident et ainsi faire de la **spectrométrie des rayonnements**.

On utilise généralement la méthode de la *distribution différentielles des hauteurs d'impulsions*

- L'abscisse est une échelle linéaire des amplitudes en impulsion
- On mesure dN/dH que l'on place en ordonnée. dN est le nombre différentiel d'impulsions observées avec une amplitude qui correspond à l'incrément différentiel dH . Le rapport des deux donne donc la largeur du canal : un graphique en colonne délimitée par un min et un max et on compte les impulsions entre ces deux bornes.
- On intègre : le nombre d'impulsions pour lesquels l'amplitude se situe entre 2 valeurs spécifiques est obtenue par intégration de la surface entre ces 2 limites.
- Souvent des pics H_0 ont une énergie précises qui indique la détection d'une particule incidente caractérisé par une énergie précise.
- Souvent linéaire en pratique : $H_0 = KN_i$.

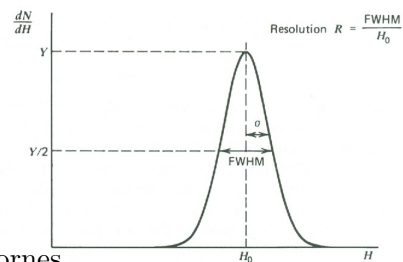


FIGURE 7.3

La résolution en énergie R du détecteur est par convention définie comme la largeur à mi-hauteur du pic divisée par la position du maximum. Une bonne résolution, correspond donc à une petite valeur de R .

7.3.1 Résolution du détecteur

A cause du grand nombre de processus impliqués, cette détermination est complexe. Si le nombre d'ionisation suit une loi de POISSON, on sait que $\sigma(H_0) = K\sqrt{N_i}$. Sachant que $FWHM = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma$, la résolution vaut

$$R = \frac{FWHM}{H_0} = \frac{2.35\sigma}{H_0} = \frac{2.35K\sqrt{N_i}}{KN_i} = \frac{2.35}{\sqrt{N_i}} = 2.35\sqrt{\frac{W}{E_{abs}}} \quad (7.9)$$

La résolution s'améliore (diminution de R) lorsque N_i augmente, c'est-à-dire lorsque W diminue. De façon générale, nous avons

$$R_{SC} < R_{gaz} < R_{Scintillateur} \quad (7.10)$$

On peut également introduire le facteur empirique de FANO F (incluant les différences par rapport à la loi de POISSON) $\sigma_i^2 = FN_i$ pour ré-écrire la résolution comme

$$R = 2.35 \frac{\sqrt{FN_i}}{N_i} = 2.35 \sqrt{\frac{FW}{E_{abs}}} \quad (7.11)$$

Pour beaucoup de détecteurs (SC, gaz), $F < 1$.

7.4 Efficacité de détection

Que ce soit pour des particules chargées ayant une interaction directe ou non-chargées présentant une interaction indirecte, il y a nécessité d'introduire la notion d'efficacité qui selon deux classe : **absolue** et **intrinsèque**.

1. *Efficacité absolue*. Dépend des propriétés du détecteur et de la géométrie de détection

$$\epsilon_{abs} = \frac{\text{nombre d'impulsions enregistrées}}{\text{nombre de rayonnements émis par la source}} \quad (7.12)$$

2. *Efficacité intrinsèque*. Dépend des propriétés du détecteur.

$$\epsilon_{int} = \frac{\text{nombre d'impulsions enregistrées}}{\text{nombre de rayonnements incidents sur le détecteur}} \quad (7.13)$$

Pour une source isotrope, $\epsilon_{int} = \epsilon_{abs}(4\pi/\Omega)$ où Ω est l'angle solide du détecteur vu de la position de la source.

Il est également possible de définir l'efficacité en fonction de la nature de l'événement enregistré. Si on ne discrimine aucune impulsion, on parle d'*efficacité totale* ϵ_{tot} . Si on considère que les impulsion qui ont déposées toute leur énergie on parle d'*efficacité de pic* ϵ_{peak} .

On utilise souvent (combinaison des deux précédents) l' *efficacité intrinsèque de pic* ϵ_{ip} qui est la valeur la plus souvent tabulée. Pour une source de photons isotrope et monoénergétique émettant S rayonnements pendant un temps T et N_p , le nombre d'événements correspondant au pic d'absorption totale enregistrés pendant le temps T

$$S = N_p \frac{4\pi}{\epsilon_{ip}\Omega} \quad (7.14)$$

Rappelons que l'angle solide est définie par $\Omega = \int_A \frac{\cos\theta}{r^2} dA$ et que dès lors, pour la source positionnée sur l'axe d'un cylindre représentant le détecteur

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + d^2}} \right) \quad (7.15)$$

Ce qui donne $\Omega \simeq \frac{\pi d^2}{r^2}$ pour $r \gg d$.

7.5 Temps mort

Le temps mort est le temps minimum qui doit séparer deux événements pour être enregistrés comme deux impulsions distinctes. Il existe deux modèles de temps mort ²

1. *Paralysable* (ou *cumulatif*)
2. *Non-paralysable* (ou *non-cumulatif*)

2. Les systèmes réels sont intermédiaires

7.5.1 Modèle non-paralysable

Soit m le taux d'interaction réel, m le taux d'interaction enregistré et τ le temps mort. Ce modèle stipule que la fraction de temps pendant lequel le détecteur est mort vaut $m\tau$. Le taux auquel les événements sont perdus est donc $nm\tau$. Comme le taux peut également s'écrire $n - m$, en égalant les deux on trouve

$$n = \frac{m}{1 - m\tau} \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{n}{1 + n\tau} \quad (7.16)$$

7.5.2 Modèle paralysable

Ici les périodes de temps mort n'ont pas une longueur fixe. La distribution des intervalles entre deux événements est donné par

$$P(t)dt = n \exp\{(-nt)\}dt \quad (7.17)$$

La probabilité que $t > \tau$ vaut alors

$$P(t > \tau) = n \int_{\tau}^{\infty} \exp\{(-nt)\}dt = \exp\{(-n\tau)\} \quad (7.18)$$

Le taux d'occurrence de ces intervalles est obtenu en multipliant cette expression par le taux réel n

$$m = n \exp\{(-n\tau)\} \quad (7.19)$$

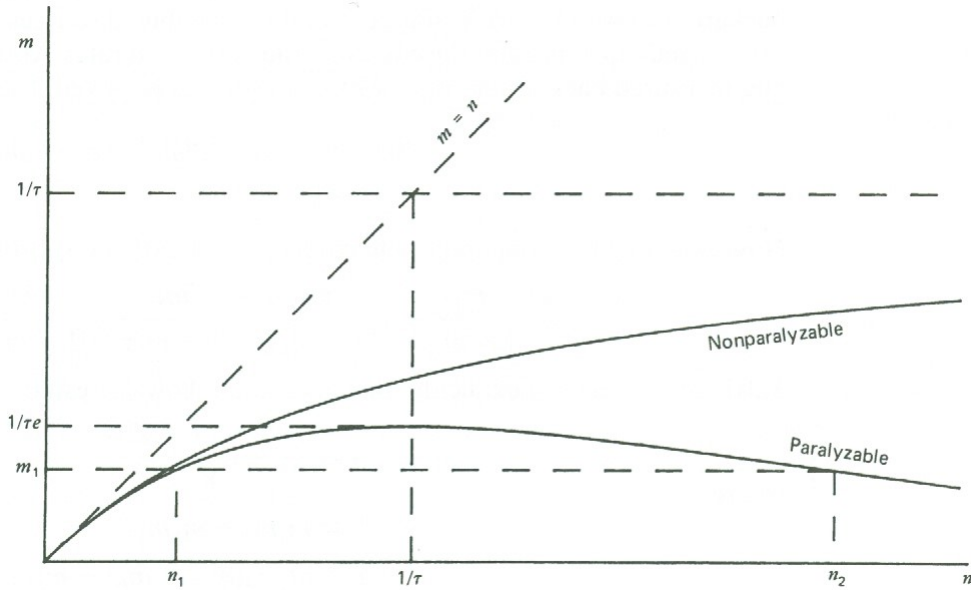


FIGURE 7.4 – Variation de m en fonction de n . Pour n faible, $m \approx n(1 - n\tau)$. Pour les grandes valeurs de N on ne considère plus des impulsions mais un courant ce qui règle le problème.

Chapitre 8

Détecteurs basés sur l'ionisation des gaz

8.1 Principes généraux d'un détecteur à gaz

Lorsqu'une particule chargée traverse un gaz, elle excite et ionise des molécules le long de son parcours. L'ionisation se résulte par l'apparition d'une paire d'ion forme de l'électron libre et de l'ion positif. Nous avons vu que le nombre N_i de paires d'ions créées s'obtient via

$$N_i = \frac{E_{abs}}{W} \quad (8.1)$$

S'il n'y a pas de mécanisme de collection par diffusion des paires et par multiples collisions thermiques, elles retrouvent vite l'énergie thermique et se recombinent. En appliquant un champ électrique entre deux électrodes les ions se dirige vers elles. Cette accélération peut être interrompue après chaque collision mais le champ, toujours présent, les ré-accélère ensuite vers les électrodes. Dès lors, bien que le signal soit microscopiquement chaotique, à l'échelle macroscopique les charges dérivent à vitesses constante dans la direction du champ : la tendance est d'aller tout de même dans une certaine direction et il en résulte un signal mesurable.

EXEMPLE: Une particule chargée de 1 MeV crée environ 30 000 paires d'ions. Cela correspond à une charge collectée de $5 * 10^{-15}$ C. Pour un détecteur avec une capacité standard de 30 pF, l'amplitude du signal mesuré vaut environ 0.15 mV.

8.1.1 Dépendance dans l'intensité du champ électrique

On peut séparer le comportement par *régions* (voir graphique ci-dessous).

Région I

Lorsque le champ est nul, rien n'est collecté à cause des recombinaisons. Lorsque la tension augmente, ces forces sont dominées (les charges sont plus écartées) ce qui rend le processus plus efficace : de plus en plus de paires sont collectées. Ceci n'a pas contre pas d'utilisation pratique.

Région II

On arrive ensuite à un certain seuil où toutes les charges créées sont collectées (augmenter la tension n'a plus d'effet). Un détecteur fonctionnant dans cette région collecte directement les ionisations produites, il s'agit d'une **chambre d'ionisation**. Comme le signal est très faible on utilise ces chambres pour des mesures d'exposition de γ , généralement en mode courant.

Région III

En augmentant la tension, le nombre de charge collecté augmente et on se retrouve sur un flanc montant entre deux paliers : c'est la 3^e région. L'augmentation des charges vient du fait que le champ est assez intense pour accélérer les ions libérer jusqu'à une énergie qui leur permet aussi d'ioniser les molécules du gaz. Les ions secondaires peuvent produire encore plus d'ionisation. C'est le phénomène d'*avalanche* qui est directement proportionnel au nombre d'électron primaire (on observe en effet un rapport linéaire avec le nombre de paires dans cette zone). Un détecteur opérant dans cette région est un **compteur proportionnel**.

REMARQUE

L'ionisation *primaire* est celle produite par la particule incidente et toutes les secondaires mises en mouvement tandis que la *secondaire* est celle produite par les particules secondaires.

Région IV

Si la tension augmente encore, on se retrouve à la fin du flanc montant où la cascade est si importante qu'il y a des distorsion à l'anode causant la perte de proportionnalité. Aucun détecteur n'opère dans cette région.

Région V

A partir d'une certaine tension, l'énergie est si grande que des décharges se produisent dans le gaz. Même si la probabilité est faible, le nombre est tellement important qu'un UV émis par la désexcitation des molécules va interagir avec le détecteur et le saturer : l'amplitude est identique indépendamment de l'énergie de la particule incidente. Il n'est donc plus possible de faire de la spectro, mais simplement du comptage. Ces détecteurs sont les **compteurs Geiger-Müller**. Cette région est caractérisée par un plateau pour lequel le signal varie peu.

Vers la région VI et au delà !

Une décharge continue se produit mais il faut éviter pour éviter d'endommager le compteur.

Il n'existe donc **pas** de détecteur "universel" opérant dans toutes les régions de tension, chaque type de détecteur à gaz possède ses propres caractéristiques (géométrie, type, ...). Le schéma montré ci-dessus n'est pas possible, on ne peut donc pas "simplement" régler la tension et choisir son mode de fonctionnement.

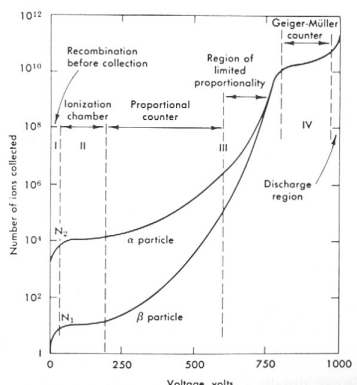


FIGURE 8.1 – L'échelle de tension (abscisse) est arbitraire

8.2 Transport des charges dans un gaz

8.2.1 Diffusion

Collisions dans un gaz à l'équilibre

Dans un gaz, les atomes neutres/molécules sont en constante agitation thermique dont la distribution (ndlr. des vitesses) est donnée par la distribution de MAXWELL-BOLTZMANN

$$f(\vec{v})d\vec{v} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{-mv^2/2kT\right\}d\vec{v} \quad (8.2)$$

où $k = 1.38 * 10^{-23}$ J.K⁻¹, T la température (K) et m la masse de la particule. La vitesse moyenne $\langle v \rangle$ vaut

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (8.3)$$

Pour des électrons à température ambiante, $\langle v_{e-} \rangle \approx 10^5$ m.s⁻¹. Pour des ions d'Ar $\langle v \rangle \approx 370$ m.s⁻¹ soit un facteur 100 à 1000 (en général) de différence.

Section efficace et libre parcours moyen

Un gaz parfait n'étant composé que d'une seule espèce de molécules, on peut y déterminer la probabilité par unité de temps qu'une molécule subisse une collision avec une autre, on retrouve une formule bien connue

$$\tau^{-1} = \langle v_r \rangle \sigma_0 N \quad (8.4)$$

où la section efficace de collision σ_0 est constante, N est la densité et $\langle v_r \rangle$ est la vitesse relative entre les deux particules. Celle-ci est donnée par la différence des vitesses relatives

$$\vec{v}_r = \vec{v}_A - \vec{v}_B \Rightarrow \langle v_r^2 \rangle = \langle v_A^2 + v_B^2 - 2\vec{v}_A \vec{v}_B \rangle \quad (8.5)$$

Ces vitesses étant aléatoires, le produit scalaire est en moyenne nul. Dès lors

$$\langle v_r \rangle = \sqrt{2}\langle v \rangle \quad (8.6)$$

Le temps τ est ainsi l'intervalle de temps moyen entre deux collisions d'une molécule dans un gaz à l'équilibre thermodynamique. Si cet équilibre est perturbé, il se rétablit après un certain temps de relaxation dépendant de τ , mais ceci est plus informatif. Le libre parcours moyen - distance moyenne entre deux collisions pour une molécule dans le gaz - s'obtient via

$$\lambda = \langle v \rangle \tau = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_0 N} \quad (8.7)$$

Comme $N = f(P)$, λ dépend de la densité et de la pression. A l'échelle atomique, les collisions sont relativement peu fréquentes ($\lambda(\text{Ar}) \approx 6.12 * 10^{-8}$ m).

Diffusion en l'absence de champ électrique

Afin d'introduire le coefficient de diffusion D , il est nécessaire de discuter de ce cas. Sans champ électrique, les paires créées interagissent avec les molécules de gaz et cèdent leur énergie jusqu'à être thermaliser à $kT \approx 0.025$ eV. Ces paires sont créées le long de la trajectoire (rectiligne) et vont diffuser par rapport à cette ligne. Elles vont ensuite diffuser selon une distribution gaussienne. En 3D :

$$dN(\vec{r}) = \frac{N_0}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{r^2}{4Dt}\right\}d\vec{r} \quad (8.8)$$

où D est le coefficient de diffusion ($\text{m}^2.\text{s}^{-1}$) qui dépend de la charge, du gaz, de T , ... Dans le cas à une dimension

$$dN(x) = \frac{N_0}{(4\pi Dt)^{1/2}} \exp\left\{\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)\right\} dx \quad (8.9)$$

Distribution dont la variance $\sigma^2 = 2Dt$ augmente lorsque t augmente.

8.2.2 Transport des particules

Sous l'application d'un champ électrique, les ions se déplacent vers la cathode et les électrons vers l'anode. Ces mouvements migratoires se superposent au mouvement thermique ainsi que les collisions avec les molécules de gaz : il faut traiter séparément le cas des électrons dont la masse est faible et les ions dont la masse est comparable à celle des molécules.

Transport des électrons

Lorsqu'un électron rentre en collision avec une molécule, à cause de la grande différence de masse, celui-ci va diffuser de façon quasi isotrope : il perd la mémoire de sa direction initiale. On peut calculer la vitesse de migration u des électrons dans un champ \vec{E} . Lors d'un choc, l'électron acquiert une vitesse \vec{v}_0 . Juste avant le choc suivant, sa vitesse instantanée vaudra

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \frac{e\vec{E}}{m}t_c \quad (8.10)$$

La distribution étant isotrope, la valeur moyenne de \vec{v}_0 est nulle et l'amplitude de la vitesse de migration $u = \langle v \rangle$ vaut

$$u = \frac{eE}{m}\tau \quad (8.11)$$

En moyenne, l'énergie apportée par \vec{E} est compensée par l'énergie perdue lors des chocs de sorte à obtenir un état stationnaire. Sur une distance de migration x , l'électron aura subi $x/(u\tau)$ chocs durant lesquels il aura à chaque fois perdu une fraction γ de l'énergie ϵ que lui communique le champ. Par un bilan énergétique

$$\frac{x}{u\tau}\gamma\epsilon = eEx \quad (8.12)$$

Utilisons quelques expressions classiques. Supposons que la vitesse instantanée des électrons est beaucoup plus grande que celle des atomes du gaz

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2, \quad \frac{1}{\tau} = N\sigma_0v \quad (8.13)$$

En éliminant τ et ϵ

$$uv = \frac{eE}{mN\sigma_0}, \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{eEu}{N\sigma_0\gamma v} \quad (8.14)$$

On obtient alors

$$u^2 = \frac{eE}{mN\sigma_0}\sqrt{\frac{\gamma}{2}}, \quad v^2 = \frac{eE}{mN\sigma_0}\sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (8.15)$$

La vitesse de migration est une fonction de rapport E/N et comme $N = f(P)$, une fonction du rapport E/p (*champ électrique réduit*, attention ce n'est ici pas adimensionnel) lorsque T est fixée. Les deux grandeurs σ_0 et γ dépendent de ϵ et donc de E . Les slides 30 à 33 reprennent quelques graphiques intéressants. Notons que la vitesse de migration thermique est comparable à la vitesse moyenne des électrons à l'équilibre thermodynamique.

Transport des ions

Un ion (masse M_i) peut perdre plus d'énergie à chaque choc avec une molécule (de masse M_m) : celui-ci n'est donc pas diffusé de mémoire isotrope et on ne peut plus lui attribuer une vitesse aléatoire comme nous l'avons fait pour l'électron. Le calcul de la moyenne est plus compliqué, mais on peut montrer que (calcul très compliqué)

$$\begin{cases} u = \left(\frac{1}{3M_{im}kT} \right)^{1/2} \frac{eE}{N\sigma_0} & \text{pour } E \text{ petit} \\ u = \left(\frac{M_i}{M_m} \frac{eE}{M_{im}N\sigma_0} \right)^{1/2} & \text{pour } E \text{ grand} \end{cases} \quad (8.16)$$

où $L_{im} = M_i M_m / (M_i + M_m)$ est la masse réduite. La vitesse de migration est également une fonction de E/N (ou E/P). Pour les faible énergie $u \propto E/p$ et pour les énergies élevées, $u \propto (E/P)^{1/2}$. La vitesse des ions est bien inférieure à celle de l'électron (on s'en doutait car plus léger, mais nous venons ici de le démontrer par les équations). La vitesse de dérive u de l'ion est également inférieure à la vitesse moyenne des ions à l'équilibre thermodynamique. On va souvent considérer que l'ion est statique tant l'électron diffuse plus vite.

Mobilité

On introduit la mobilité μ des ions tel que

$$u = \mu E \quad (8.17)$$

L'intérêt est que pour des champs faibles, μ est indépendant du champ électrique ce qui n'est plus le cas pour des champs plus élevés. On peut prouver qu'elle est reliée au coefficient de diffusion D par la formule d'EINSTEIN

$$D/\mu = kT/e \quad (8.18)$$

Son ordre de grandeur typique est de $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

8.2.3 Modification de charge

Les ions et les électrons subissent des collisions : cela peut donner lieu à une recombinaison (neutralisation de l'ion) ou à un attachement (capture de l'électron par une molécule) qui peut donner des propriétés différentes. Il est également possible d'avoir un *transfert de charge* causant l'inversion des rôles entre un atome neutre et un ion.

Il est important de savoir quand il y a des recombinaisons. Pour se faire, on définit le *taux de recombinaison* R ($\text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$) ainsi que le coefficient de recombinaison α ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) tels que

$$R = -\frac{dn^+}{dt} = -\frac{dn^-}{dt} = \alpha n^+ n^- \quad (8.19)$$

où n^\pm sont les densités volumiques de charge. Des recombinaisons, il en existe deux types

1. *En colonne*, ou *initiale* car la recombinaison se fait juste après (pas le temps de diffuser, la densité de paire est élevée) la création d'ions créés dans une "colonne" le long de la trajectoire de la particule.
2. *En volume*, causé par les collisions entre ions et électrons après qu'ils aient commencé à diffuser loin de la position initiale. Comme la migration vers les électrodes est lente, les ions/électrons créés par des rayonnement ionisants indépendants peuvent se recombiner. Ce phénomène augmente avec le taux d'irradiation.

Lors d'un *attachement*, un électron résultant d'une ionisation peut être fixé sur un atome neutre du gaz de sorte à former un ion négatif. Ceci dépend du type du gaz : pour avoir attachement il faut qu'il soit *électronégatif* (comme l'air). Ce choix est **très** important pour les détecteurs

8.3 Chambre d'ionisation

La chambre d'ionisation collecte toutes les charges créées par ionisation directe à l'aide de deux électrodes entre lesquelles on applique une différence de potentiel U_0 de sorte à "créer" un condensateur. Pour rappel, lorsqu'une particule ionisante va traverser l'espace entre les deux électrodes, des paires ions/électrons seront produites. Ces paires vont ensuite migrer vers les électrodes : les charges négatives sont collectées par l'anode et les positives à cathode. Attention cependant, la vitesse de migration des électrons est $10^3 - 10^4$ fois plus grande que celle des ions.

8.3.1 Mode de fonctionnement d'une chambre d'ionisation

Le plus souvent, on l'utilise en mode courant où ceux-ci sont extrêmement faibles ($\approx 10^{-12}$ A) : il faut prendre des précautions sans quoi le courant de fuite peut être largement plus grand que ça. La chambre d'ionisation est parfaite comme moniteur (mesure instantanée de dose) pour des X et γ à haut taux ($\eta < 10\%$). A l'aide d'une fenêtre d'entrée mince, il est possible de détecter les α et β avec un rendement qui peut atteindre 100%. Parfois, on peut même détecter des neutrons.

Mais ce pour quoi elle est parfaitement connue, c'est pour la mesure d'**exposition** X des rayons γ ou X . L'exposition X ($C.kg^{-1}$) est le *quotient de dQ par dm avec dQ la valeur absolue de la charge de tous les ions d'un même signe produits dans l'air quand tous les électrons et les positions libérés ou créés par des rayons X ou des γ dans un volume dV d'air (de masse dm) sont stoppés dans l'air*¹

$$X = \frac{dQ}{dm} \quad (8.20)$$

L'exposition est donc bien la mesure de l'ionisation produite dans l'air par des rayons X ou des rayons γ . Il est possible de collecter les charges négatives soit sous la forme d'électrons libres, soit sous forme d'ion négatif. Dès lors, tous les gaz peuvent être utilisés dans une chambre d'ionisation, même ceux avec un attachement élevé comme l'air (qui est souvent le gaz utilisé ici).

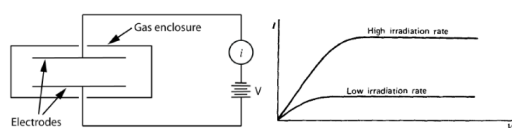


FIGURE 8.2

Pour limiter les perturbations les électrodes sont en aluminium et les parois en plastique (les matériaux les plus tissu-équivalents).

Le principe est donc simple : une chambre, deux électrodes et un ampèremètre pour le courant. En pratique, c'est plus compliqué car il faut gérer les courants de fuites. Notons que les parois d'une chambre d'ionisation ainsi que les électrodes sont obligatoirement faits d'un matériau solide.

8.3.2 Configurations géométriques d'une chambre d'ionisation

Voir les deux slides traitant de la configuration géométrique de ces chambres, 48-49.

1. \triangle Définition super importante, changer un mot peut rendre cette définition fausse !

8.3.3 Collection des charges

Celle-ci se fait en huit étapes

1. En moins de 10^{-7} s, N_i paires sont produites
2. Les électrons/ions subissent des collisions avec les atomes du gaz (diffusion/recombinaison, attachement, transfert de charge).
3. Les paires sont accélérées parallèlement au champ électrique
4. Perte de la mémoire à chaque collision, puis ré-accélération : le chemin suivi est une suite de chocs et d'accélération
5. Déplacement des charges combinaison de deux processus : diffusion (chocs avec les atomes) et migration (champ électrique).
6. La vitesse de migration des ions u_+ est faible par rapport à celle des électrons u_- .
7. La charge et le potentiel du condensateur évoluent jusqu'à la collection complète des charges au cours de la migration

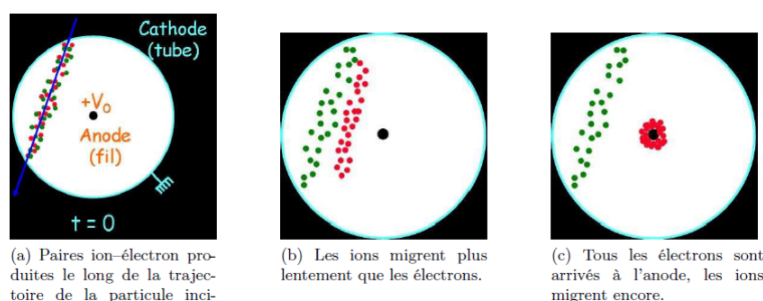


FIGURE 8.3 – Attention que, pour un gaz non électronégatif, il n'y a pas d'attachement.

Il ne faut pas imaginer que la collecte commence au moment où la charge arrive au condensateur. Dès qu'il y a séparation des charges, la collecte commence (charge induite dès l'apparition des charges et donc un signal). Ce signal induit à par contre peu d'influence en mode courant.

8.3.4 Chambre d'ionisation en mode impulsion

Les chambres d'ionisation en mode impulsion sont encore utilisées dans une certaine mesure en spectrométrie (bien qu'elles aient été largement remplacées par des détecteurs à semiconducteur) et pour certaines applications très spécialisées comme des spectromètres α à grande fenêtre d'entrée ou pour la détection de neutrons.

Nous allons maintenant montrer le développement de l'impulsion. Considérons deux électrodes planes et parallèles (distance d entre-eux) et un gaz à faible coefficient d'attachement tel que l'électron est libre (il ne faut donc pas que le gaz contienne de l' O_2 sans quoi la forme du signal serait distordue). Ces deux électrodes forment un condensateur de capacité C et un champ électrique constant et perpendiculaire aux électrodes est causé par une tension U_0 .

Lorsqu'une paire se crée, elle commence à dériver mais chaque charge induit une charge image de même valeur et un signal apparaît dès la création de la paire, bien avant la collecte. Les électrons arrivent à l'anode en T_- et les ions positifs en T_+ , bien plus "grand" que T_- . Il résulte un courant impulsionnel formé de deux contributions. Une rapide venant de l'électron et une lente due à l'ion positif.

Le développement de la charge et du courant peut s'obtenir via le théorème de RAMO-SHOCKLEY²

THÉORÈME: RAMO-SHOCKLEY

Soit n électrodes dans un détecteur et i_k , le courant injecté dans une de ces électrodes durant le mouvement de la charge q située entre les électrodes. Le courant injecté à l'électrode vaut

$$i_k = \frac{dQ_k}{dt} = q \vec{u}_q \vec{E}_k \quad (8.21)$$

où Q_k est la charge induite à l'électrode k , $\vec{u}_q = u_q \vec{1}_q$ est la vitesse de la charge q et \vec{E}_k est le champ électrique au point occupé par la charge q quand l'électrode k est à un potentiel de 1 V et que les autres électrodes sont à un potentiel nul.

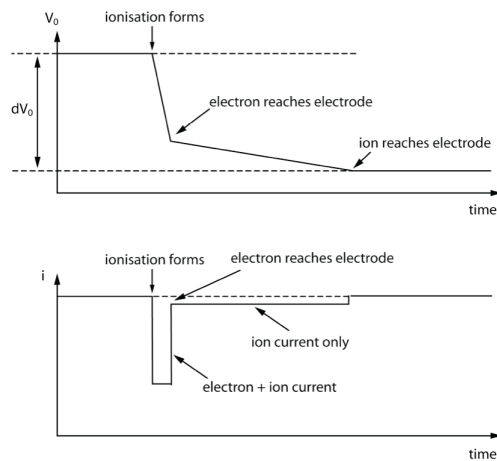


FIGURE 8.4

Le courant à l'anode³ résultant est de $i_a = i_- + i_+$, pour un électron se déplaçant à u_- vers l'anode et un ion à vitesse i_+ vers la cathode

$$i_- = -e \vec{u}_- \vec{E}_a = e \frac{u_-}{d}, \quad i_+ = e \vec{u}_+ \vec{E}_a = e \frac{u_+}{d} \quad (8.22)$$

Si une paire est créée en $x = x_0$ en $t = 0$, un courant i_+ apparaît jusqu'à s'annuler en $T_+ = x_0/u_+$ lorsque l'ion est collecté à la cathode mais aussi un courant i_- qui s'annule au temps $T_- = (d - x_0)/u_-$ lorsque l'électron est collecté par l'anode.

8.3.5 Chambre de Frish

En ajoutant une grille entre l'anode et la cathode, FRISH propose une solution pour supprimer l'influence de l'ion positif sur l'anode. En portant cette grille à un potentiel entre 0 et U_0 , elle sert d'écran électrostatique afin que l'anode ne soit influencée que par les charges entre elle-même et cette grille. Il n'y a plus aucune influence des ions puisqu'ils se déplacent uniquement dans l'espace compris entre la grille et la cathode, la largeur de l'impulsion est ainsi uniquement déterminée par le temps de collection des électrons (et aussi par $\tau = RC$).

8.3.6 Résolution en énergie pour la chambre d'ionisation

Le facteur de FANO vaut ± 0.15 pour une chambre d'ionisation. Pour une particule α d'une énergie de 5.5 MeV totalement stoppée par un gaz où $W = 30$ eV, nous avons

$$N_i = \frac{E_{abs}}{W} = \frac{5.5 \times 10^6}{30} = 1.83 \times 10^5 \text{ paires} \quad (8.23)$$

La résolution vaut alors

$$R = 2.35 \sqrt{\frac{F}{N_i}} = 0.213\% \quad (8.24)$$

Ce qui correspond à une largeur de raie de $R \times 5500 \text{ keV} = 11.7 \text{ keV}$.

2. Non démontré car très technique

3. Car charge induite opposée sur celle-ci

8.4 Compteur proportionnel

Le signal produit par un rayonnement étant souvent trop petit que pour être observé, le compteur proportionnel amplifie la charge dans le gaz afin d'avoir un signal plus important. On les utilise presque toujours en mode impulsion pour la détection/spectro des α et la détection des électrons mais également pour la spectrométrie des rayons X de faible énergie (et la détection de neutrons).

8.4.1 Champ électrique et potentiel dans le cylindre

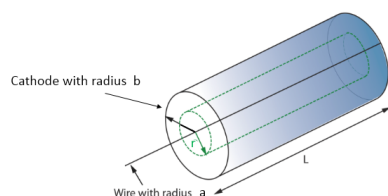


FIGURE 8.5

intégrant le long d'une ligne radiale entre a et b

Considérons une géométrie cylindrique. A partir de $\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int q dV$, on en tire (en négligeant les effets de bord)

$$E(r)2\pi rL = Q \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 rL} \quad (8.25)$$

Avec le champ électrique dans le cylindre $E = -\frac{dV}{dr}$ et en

$$V(b) - V(a) = \int_a^b E(r) dr \quad (8.26)$$

En considérant le cylindre extérieur à la masse $V(b) = 0$ et le fil central connecté à une alimentation en tension externe telle que $V(a) = U_0$

$$U_0 = \int_a^b E(r) dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (8.27)$$

En éliminant Q

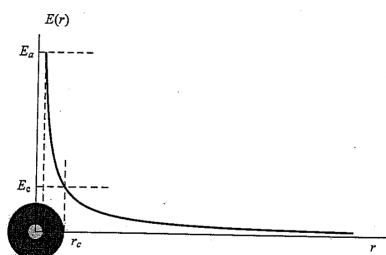


FIGURE 8.6

$$E(r) = \frac{U_0}{r \ln b/a} \quad (8.28)$$

A cause de variation du champ en r^{-1} , les grandes valeurs du $E(r)$ ne sont obtenue qu'à proximité du fil constituant l'anode. Il s'agit de la région de multiplication de rayon critique r_C dans laquelle règne un champ électrique plus grand que E_C (champ pour lequel la multiplication devient critique).

8.4.2 Principe de multiplication

On ne nous la fait plus : un rayonnement incident crée des paires qui vont migrer vers les électrodes. A proximité de l'anode le champ augmente. Dans la zone de multiplication ($\approx \mu m$), il y a multiplication de la charge. Les "nouveau" électrons ont assez d'énergie pour ioniser les atomes et créer à leur tour d'autres électrons : augmentation exponentielle.

Par contre, l'ionisation se produit **exclusivement** dans la région de multiplication pour tous les électrons primaires (r_C est très petit, $< 0.2\%$ du volume total). Cette région n'est donc **jamais** traversée par la particule initiale de sorte à ce que le gain du compteur soit **indépendant** de la position de la trajectoire du rayonnement initial.

Un nombre égal d'électrons et ions sont créés (les électrons atteignent bien plus vite l'électrode que les ions positifs) mais ces-derniers ne sont pas accélérés car le champ électrique n'est, pour eux, pas suffisamment important.

8.4.3 Collecte des charges

La quasi-totalité des charges générées dans le compteur ont pour origine la région de multiplication, en ignorant donc totalement la position initiale de la paire. Le temps de collecte peut être divisé en deux

1. Le temps de dérive t_r (temps nécessaire à l'électron libre pour atteindre la région de multiplication)
2. Le temps de multiplication t_m (temps entre le début de l'avalanche et la collection complète)

La contribution du signal est plus faible durant t_r que t_m de sorte que le temps de dérive introduit juste un délai avant la mesure de l'impulsion.

Par contre, la quasi-totalité des ions et des électrons sont créés à proximité de l'anode, le signal mesuré est donc principalement dû à la dérive des ions plutôt qu'au mouvement des électrons⁴. Initialement les ions sont soumis à un champ électrique élevé : ils ont un mouvement rapide sans multiplication et donnent une impulsion à flanc rapide.

8.4.4 Analyse simplifiée de la collecte des charges

Soit un condensateur cylindrique de rayons interne a et externe b chargé via un potentiel U_0 formant un condensateur C . L'énergie absorbée par le mouvement d'une charge Q positive le long d'une distance dr vaut

$$\frac{d\varepsilon}{dr} = QE(r) = Q \frac{U_0}{r \ln(b/a)} \quad (8.29)$$

Supposons que n_0 ions et électrons soient formés dans l'avalanche à une distance ρ de la surface de l'anode ($Q = en_0$). Soit U_{ch} la tension aux bornes de la chambre et U_R aux bornes de la résistance du circuit de mesure. L'énergie absorbée durant le mouvement des ions positifs vers la cathode vaut

$$\varepsilon^+ = \int_{a+\rho}^b \frac{d\varepsilon}{dr} dr = \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \int_{a+\rho}^b \frac{dr}{r} \quad (8.30)$$

$$= \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{b}{a+\rho} \quad (8.31)$$

Même calcul pour les électrons

$$\varepsilon^- = -\frac{QU_0}{\ln(b/a)} \int_{a+\rho}^a \frac{dr}{r} \quad (8.32)$$

$$= \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{a+\rho}{a} \quad (8.33)$$

L'énergie totale absorbée après collection complète des deux types de charges vaut

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon^+ + \varepsilon^- = \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \ln \left(\frac{b}{a+\rho} \frac{a+\rho}{a} \right) \quad (8.34)$$

$$= QU_0 \quad (8.35)$$

Expression que l'on simplifie en $Q*U_0$, soit la charge multipliée par la différence de potentiel. Par conservation de l'énergie, l'énergie restant dans le condensateur est l'énergie initiale à laquelle

4. Pas clair. A mieux expliquer

on soustrait l'énergie perdue durant le déplacement $\Delta\epsilon$

$$\frac{CU_{ch}^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2} - \Delta\epsilon \quad (8.36)$$

$$\frac{C}{2}(U_{ch} - U_0)(U_{ch} + U_0) = -\Delta\epsilon \quad (8.37)$$

En supposant $\Delta\epsilon$ petit, $U_{ch} + U_0 = 2U_0$ et $U_R = U_0 - U_{ch}$ de sorte à écrire

$$U_R = \frac{\Delta\epsilon}{CU_0} = \frac{QU_0}{CU_0} = \frac{Q}{C} \quad (8.38)$$

où U_R est l'amplitude maximale mesurée mais il faut que RC soit grand par rapport au temps de collection des ions. En pratique ce n'est jamais respecté et le maximum dépendra de RC .

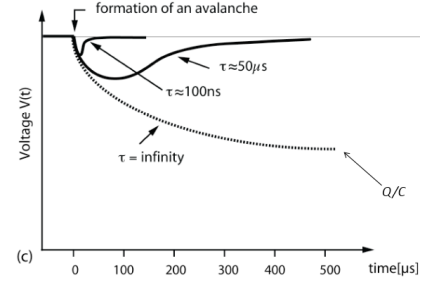


FIGURE 8.7

Calculons le rapport des énergies absorbées durant le mouvement des électrons et des ions positifs

$$\frac{\epsilon^-}{\epsilon^+} = \frac{\ln[(a + \rho)/a]}{\ln[b/(a + \rho)]} \quad (8.39)$$

Pour des paramètres réalistes, on trouve $\frac{\epsilon^-}{\epsilon^+} = 0.019$ ce qui signifie que moins de 2% du signal résulte du mouvement des électrons : leur contribution est négligée. C'est logique car les électrons sont proches du fil central et seront directement collectés (très rapidement) donc peut de contribution. L'avalanche est due au électrons mais le signal aux ions⁵

8.4.5 Temps de multiplication pour les ions

On s'intéresse ici au temps entre l'avalanche et la collecte de charge. La vitesse de dérive de l'ion est donnée par

$$u^+(r) = \mu E(r) = \mu \frac{U_0}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \quad (8.40)$$

La position des ions s'obtient par

$$\int_a^{r(t)} \frac{dr'}{u^+(r')} = \int_0^t dt' \Rightarrow r(t) = \left(2\mu \frac{U_0}{\ln(b/a)} t + a^2 \right)^{1/2} \quad (8.41)$$

Le temps de multiplication t_m s'obtient via $r(t) = b$

$$t_m = \frac{(b^2 - a^2) \ln(b/a)}{2\mu U_0} \quad (8.42)$$

La valeur typique est de quelques centaines de microsecondes, le temps que les ions franchissent toute la distance. Ce temps est long, mais une large fraction du signal se développe durant la première partie de la dérive des ions. Il faut donc regarder l'énergie absorbée durant le mouvement des ions en fonction du temps

$$\epsilon^+(t) = \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \int_a^{r(t)} \frac{dr'}{r'} = \frac{QU_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{r(t)}{a} \quad (8.43)$$

5. Je comprends l'idée, mais quelque chose m'échappe physiquement. En quoi les ions contribuent plus au signal que les électrons ? Car ils parcourent moins de distances et donc leur énergie est moins absorbée ?

En y substituant l'expression de $r(t)$ et celle de $U_R(t) = \epsilon^+/CU_0$, on peut écrire

$$U_R(t) = \frac{Q}{C \ln(b/a)} \ln \left(\frac{2\mu U_0}{a^2 \ln(b/a)} t + 1 \right)^{1/2} \quad (8.44)$$

L'impulsion atteint la moitié de son impulsion pour un temps

$$t_{1/2} = \frac{a}{a+b} t_m \quad (8.45)$$

Avec des données réalistes, $t_{1/2}/t_m = 0.25\%$: augmentation rapide de l'impulsion et ensuite croissance plus lente qui ne contribuera plus à l'amplitude du signal. Notons que la dérive t_r introduit une dispersion temporelle détériorant la résolution.⁶

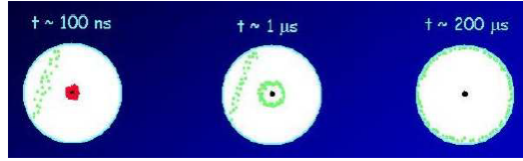


FIGURE 8.8 – Initialement les ions ne bougent pas, les électrons sont directement collectés après une multiplication sur un temps très court puis les ions migrent pour être collectés. Les ions venant du passage de la particule chargée ne contribuent quasiment pas.

8.4.6 Équation de Townsend

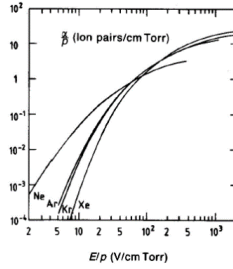


FIGURE 8.9

La probabilité pour un électron de créer un électron additionnel sur dx est de αdx où α est le premier coefficient de TOWNSEND. Le processus de multiplication est régit par l'équation de TOWNSEND qui donne la variation relative du nombre d'électrons $n(x)$ par unité de longueur parcourue

$$\frac{dn}{n} = \alpha dx \quad \text{avec } \alpha = 0 \quad \text{pour } E < E_c \quad (8.46)$$

où α dépend des section efficaces, du champ électrique et de la densité du gaz.

8.4.7 Expression mathématique du coefficient de multiplication

Pour $E > E_c$, le nombre d'électron croît donc exponentiellement avec la distance parcourue

$$n(x) = n(0) \exp\{(\alpha x)\} \quad \text{pour } E > E_c \quad (8.47)$$

On **définit** le coefficient de multiplication du compteur (le *gain* du compteur) par $M = n(x)/n(0)$ ce qui donne

$$\text{pour } a < x < r_c \Rightarrow \ln M = \int_a^{r_c} \alpha(x) dx = \int_{E_a}^{E_c} \frac{\alpha(E)}{(dE/dx)} dE \quad (8.48)$$

Il n'existe pas d'expression pour $\alpha(E)$, mais pour E "pas trop grand" $\alpha(E) = \beta E$. En intégrant

$$\ln M = \beta \frac{U_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{E(a)}{E_c} = \beta \frac{U_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{r_c}{a} \quad (8.49)$$

$$= \beta \frac{U_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{U_0}{E_c a \ln(b/a)} \quad (8.50)$$

6. Il ne faut pas savoir refaire ces expressions mais l'ordre de grandeur, l'expression $t_{1/2}$, ... il faut connaître.

8.4.8 Paramètres de Diethorn

Il est possible de calculer M d'une autre façon, sachant que la différence de potentiel entre l'anode ($r = a$) et le rayon critique ($r = r_c$) vaut

$$V(a) - V(r_c) = \frac{U_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{r_c}{a} \quad (8.51)$$

Si $e\Delta V$ est l'énergie moyenne nécessaire pour produire un électron supplémentaire, le nombre de désintégration Z vaut

$$Z = \frac{V(a) - V(r_c)}{\Delta V} \quad (8.52)$$

Pour le gain

$$M = 2^Z \Rightarrow \ln M = \ln 2 Z = \frac{\ln 2}{\Delta V} \frac{U_0}{\ln(b/a)} \ln \frac{r_c}{a} \quad (8.53)$$

En supposant que $E_C \propto \rho$, $E_C(\rho) = E_C(\rho_0)\rho/\rho_0$ est l'expression de DIETHORN pour M

$$\ln M = \frac{\ln 2}{\Delta V} \frac{U_0}{\ln b/a} \ln \frac{\rho_0 U_0}{\rho E_C(\rho_0) a \ln b/a} \quad (8.54)$$

où ΔV et $E_C(\rho_0)$ sont obtenus par comparaison avec les données expérimentales. Sans les connaître, on en déduit que

$$\frac{\ln b/a}{U_0} \ln M \propto \ln \frac{\rho_0 U_0}{\rho E_C(\rho_0) a \ln b/a} \quad (8.55)$$

8.4.9 Choix du gaz

Il ne faut **jamais** que le gaz contienne un composant électronégatif formant des ions négatifs qui ne seraient pas accélérés. L'air est à bannir, les gaz nobles constituent un bon choix. L'argon est souvent retenu car bon marché. Par contre, les gaz nobles ont plusieurs problèmes :

1. Il peut y avoir des ionisations mais aussi des excitations se manifestant par après par l'émission d'UV. Le gaz peut l'absorber, émettre un électron et relancer l'avalanche.
2. La recombinaison induit aussi es UV
3. L'énergie moyenne des gaz noble est élevée et peut donner des UV pouvant extraire un électron de la cathode relançant l'avalanche.
4. Les ions positifs du gaz vont se neutraliser par l'extraction d'un électron de la cathode. L'énergie dissipée peut extraire un électron additionnel et relancer l'avalanche.

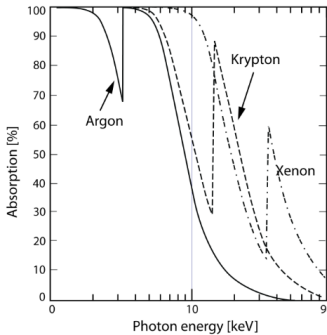


FIGURE 8.10

Heureusement il existe une solution : ajouter ($\approx 10\%$) un gaz de *quenching* (coupure) possédant de nombreux degrés de libertés de rotation et vibration afin d'absorber les UV et assurer le transfert de charge $\text{Ar}^+ + \text{gaz} \rightarrow \text{Ar} + \text{gaz}^+$.

Pour les rayons X, l'Ar n'est pas le meilleur choix car la probabilité d'interaction des photons diminue fortement pour des énergies supérieures à 20 keV. On utilisera alors du Kr et Xe qui donne une efficacité raisonnable jusqu'à 100 keV.

Notons que si N_i est trop important, la charge d'espace qu'ils représentent peut perturber le champ électrique ce qui cause une perte de la résolution suivie d'une perte de proportionnalité.

8.4.10 Résolution du détecteur

Soit Q , la charge collecté par le compteur proportionnel (sans effets non-linéaires), N_i le nombre de paires et M le facteur de multiplication tel que (sans recombinaisons)

$$\langle Q \rangle = e \langle N_i \rangle \langle M \rangle \quad (8.56)$$

Si N_i et M sont indépendants, la variance sur Q est donnée par

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{N_i}}{N_i} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_M}{M} \right)^2 \quad (8.57)$$

On considère généralement la variance sur A , le facteur de multiplication pour *un seul* électron initialement crée

$$M = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} A_i \equiv \bar{A} \quad (8.58)$$

Les avalanches pour chaque électron étant indépendantes

$$\sigma_M^2 = \left(\frac{1}{N_i} \right)^2 \sum_{i=1}^{N_i} \sigma_A^2 = \frac{1}{N_i} \sigma_A^2 \quad (8.59)$$

La variance sur Q devient

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{N_i}}{N_i} \right)^2 + \frac{1}{N_i} \left(\frac{\sigma_A}{\bar{A}} \right)^2 \quad (8.60)$$

Pour tenir compte des variation sur N_i , on introduit le facteur de FANO

$$\left(\frac{\sigma_{N_i}}{N_i} \right)^2 = \frac{F}{N_i} \quad (8.61)$$

Pour les variations sur A , plusieurs modèles :

Distribution de Furry

$$P(A) = \frac{(1 - 1/\bar{A})^{A-1}}{\bar{A}} \quad (8.62)$$

Distribution de Furry pour A grand

$$P(A) = \frac{e^{-A/\bar{A}}}{\bar{A}} \quad (8.63)$$

Dans ce cas

$$\left(\frac{\sigma_A}{\bar{A}} \right)^2 = 1 \quad (8.64)$$

Expérimentalement ceci n'est pas vérifié. On introduit alors la distribution de POLYA.

Distribution de Polya

$$P(A) = \left[\frac{A(1+\theta)}{\bar{A}} \right]^\theta \exp \left\{ \left[\frac{-A(1+\theta)}{\bar{A}} \right] \right\} \quad (8.65)$$

Dans ce cas (pour de grandes valeurs de \bar{A})

$$\left(\frac{\sigma_A}{\bar{A}} \right)^2 = \frac{1}{\bar{A}} + b \simeq b \quad (8.66)$$

où $b = 1/(1+\theta)$.

Pour les variations sur Q

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \frac{F}{N_i} + \frac{b}{N_i}, \quad \left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \frac{1}{N_i}(F + b) \quad (8.67)$$

La fluctuation sur l'avalanche domine. On note aussi cette équation en considérant $N_i = E/W$

$$\frac{\sigma_Q}{Q} = \left[\frac{W(F + b)}{E} \right]^{1/2} \quad (8.68)$$

8.4.11 Pic d'échappement et compteur proportionnel multi-fils

Pic d'échappement

Parfois on observe un pic d'échappement : une énergie précise s'est échappée. Après un effet photoélectrique (par un rayonnement X initial tel que $E_{RX} > B_K$), un électron de la couche K est émis. Par réarrangement électronique, un rayon X d'énergie $B_K - B_L$ peut s'échapper. S'il s'échappe, celui-ci aura l'énergie $E_{RX} - (B_K - B_L)$. S'il est détecté, il en résultera un pic d'absorption total.

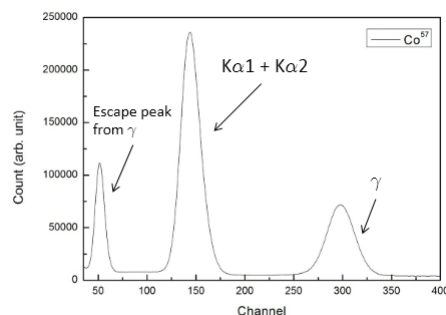


FIGURE 8.11

Si l'énergie initial du X est tel que $B_L < E_{RX} < B_K$, un électron de la couche L est émis et, par réarrangement électronique, un X d'énergie $B_L - B_M$ ne pouvant s'échapper (énergie trop faible).

Compteur proportionnel multi-fils pour la détection de traces

Il s'agit de deux cathodes planes avec une série de fils d'anodes entre les plans cathodiques. Le champ électrique est similaire à celui précédemment décrit mais cette géométrie permet d'avoir des informations sur la trajectoire des particules incidentes.

8.5 Compteur Geiger

Ce détecteur a été développé en 1928 par GEIGER et MÜLLER et est toujours utilisé aujourd'hui (simplicité, faible coût et facilité d'utilisation). Pour avoir un tel compteur, il faut U_0 élevé pour avoir une probabilité d'excitation des molécules de gaz élevée et donc une probabilité d'émission de photons UV élevé de sorte que la probabilité d'absorption par rapport à l'effet photoélectrique soit élevé pour avoir émission d'un électron. Le but est que chaque avalanche en produise au moins une autre de sorte à avoir une réaction en chaîne (décharge) maintenue par les rayonnements UV.

A cause des ions positifs, la décharge va s'arrêter (une concentration élevée diminue le champ électrique au voisinage de l'anode à une valeur inférieure à E_C). Ceux-ci ayant une faible mobilité, ils vont être essentiellement au repos le temps que les électrons soient collectés. Pour une tension U_0 , la décharge se stoppe ainsi toujours après le développement de la même valeur de charge totale. Il y a donc indépendance par rapport au nombre de paires d'ions créés par le rayonnement initial : le compteur GEIGER n'est qu'un compteur de particules.

8.5.1 Gaz de quenching

Après la décharge, les ions positifs arrivent à la cathode où ils se neutralisent et libèrent une énergie. Si cette énergie arrache un électron, elle peut relancer une avalanche. La probabilité que ça arrive est faible mais il y a tellement d'ion que ça se produit. Le problème est que ça recommence un comptage ce qu'il faut éviter.

On va alors ajouter un gaz de quenching pour que les ions subissent des collisions avec les molécules de ce gaz : tous les ions primaires seront neutralisés en transférant la charge positive au gaz de quenching. Les ions du gaz de quenching arrivent alors à la cathode pour se faire neutraliser mais l'énergie excédentaire va prioritairement induire la dissociation de la molécule et ainsi éviter l'avalanche additionnelle. Le compteur a ainsi un temps de vie limité. Pour éviter ça, on utilise du Cm_2 ou du Br_2 qui se recombinent après un certain temps pour avoir un temps de vie illimité (théoriquement, mais d'autres effets limitent sa durée de vie).

8.5.2 Collection des charges

Le principe est le même que pour un compteur proportionnel mais un peu plus complexe : les avalanches se forment tout au long de l'anode mais ce qui complexifie est la modification du champ électrique à cause des charges d'espace. Le temps de collecte est un peu plus long que pour une avalanche unique et dépendra du produit RC .

8.5.3 Temps mort et temps de restitution

L'accumulation de charge causant l'arrêt de la décharge ne permet pas de générer une nouvelle décharge. La migration de la charge positive permet au champ de redépasser la valeur critique. La détection est possible, mais d'amplitude plus faible. Le retour "complet" à la normale nécessite d'attendre le *temps de restitution* de l'ordre de la milliseconde.

8.5.4 Détection des γ

Avec une fenêtre d'entrée mince, ils détectent les α (rarement) et les β mais ils servent surtout à la détection des γ qui, quand ils interagissent avec la paroi, produisent des électrons par effet photoélectrique ou COMPTON. Les électrons quittant la paroi pénètrent dans le gaz et donnent lieu à des ionisations constituant le signal du compteur.

L'efficacité pour détecter des γ dépend de deux choses

1. La probabilité que le γ interagisse avec la paroi et produise un électron
2. La probabilité que l'électron atteigne le gaz avant la fin de son parcours (dépendra du travail d'extraction du matériau constituant la paroi)

Seul la couche la plus interne de la paroi contribue à la production d'électron. Cette région a une épaisseur équivalente au range maximum des électrons créés dans la paroi et, dès lors, augmenter l'épaisseur ne va pas augmenter l'efficacité (mais au contraire diminuer par absorption des γ dans les couches externes de la paroi). La probabilité d'interaction augmente par contre lorsque Z augmente.

Chapitre 9

Détecteurs basés sur l'ionisation dans les semiconducteurs

9.1 Introduction aux semiconducteurs

Jusqu'au slide 25, il s'agit de rappel sur les semiconducteurs. Ceci ne sera pas repris ici, l'intégralité ayant déjà été vue dans le cours *Physique de l'état solide et des semiconducteurs*.

9.2 Jonction p-n utilisée comme détecteur

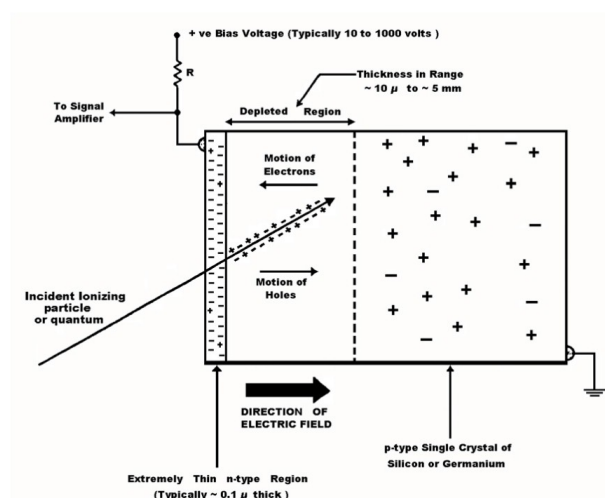


FIGURE 9.1

Un rayonnement traversant la zone de déplétion d'une jonction *pn* polarisée en inverse crée de nombreuses paires électron-trou. Les électrons vont aller vers le pôle positif et les trous vers le pôle négatif : comme dans la chambre d'ionisation, il va apparaître un courant. Il s'agit donc ici d'une chambre d'ionisation mais de taille bien plus réduite.

Le nombre de paires est étant directement proportionnelle à l'énergie cédée, l'intensité du courant (et donc l'impulsion de tension aux bornes d'une résistance) est directement proportionnelle à cette énergie. Ce détecteur permet ainsi à la fois le comptage et la spectrométrie.

9.2.1 Collecte des charges

Le dépôt de l'énergie d'un rayonnement ionisant crée un nombre égal d'électrons et de trous. A cause du champ électrique, ceux-ci vont migrer et former un courant persistant jusqu'au moment où les porteurs sont collectés à la frontière du volume actif¹. La seule différence dans la collecte par rapport à une chambre d'ionisation gazeuse est l'échelle

1. Le signal apparaît encore une fois directement après la création de la paire.

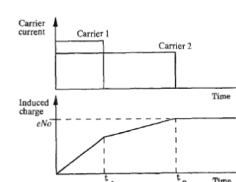


FIGURE 9.2

de temps. La mobilité des électrons est plus grande que celle des trous, mais seulement d'un facteur 2-3. On considérera que les temps de collections sont égaux. Le courant total inclut ainsi les courants dus aux **deux** types de porteurs.

9.3 Détecteurs au silicium

L'avantage du Si est que l'on peut l'utiliser à température ambiante. A cette température, l'énergie moyenne pour la création d'une paire e^-/h^+ est de 3.62 eV. Le désavantage du Si est que sa zone de déplétion est de petite taille (≈ 5 mm) : on l'utilisera principalement pour des particules chargées (le libre parcours moyen des γ est trop important). On peut également l'utiliser pour détecter les trajectoires des particules chargées. La résolution typique ($F \approx 0.11$) est de 3.5 keV.

9.3.1 Diode à jonction diffusée

Il s'agit de la première jonction utilisée pour la détection. On considère un cristal homogène de type p et on fait diffuser à haute température une impureté de type donneur pour avoir une zone proche de la surface en type n . Il en résulte une diode très robuste à surface fortement dopée causant une forte extension de la zone de déplétion du côté p jusqu'à former une zone morte équivalente à la zone de diffusion, ce qui est gênant pour les particules chargées : plus utilisé.

9.3.2 Jonction à barrière de surface

Il s'agit du type de détecteur au Si le plus utilisé, dont la jonction est formée entre un SC et un métal. La différence entre les deux niveaux de Fermi modifie les bandes du SC et il se forme une barrière de SHOTTKY. La zone de charge d'espace peut atteindre 5 mm. La fabrication est simple et la zone morte de faible épaisseur (épaisseur du métal, ≈ 20 nm), mais il est très sensible à la lumière et fragile ("*Vous la touchez, c'est fini*"). Il se forme également une couche d'oxyde à l'interface. Il semblerait qu'elle ait une grande importance, mais on ne sait pas pourquoi. Comme ça fonctionne, on se casse pas plus la tête que ça.

Barrière de Shottky

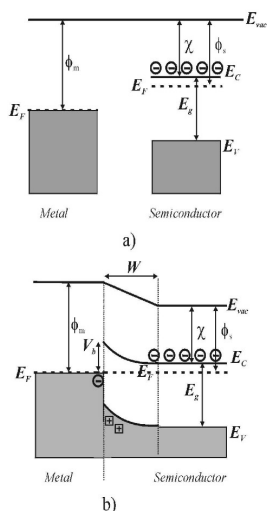


FIGURE 9.3

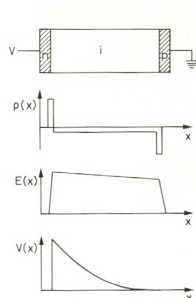
Il ne s'agit pas exactement d'une jonction pn mais le fonctionnement est très similaire. Lorsque l'on établit la jonction entre le métal et le SC, les électrons du SC diffusent vers le métal et une zone du SC se vide d'électron. Cette région contient des charges positives et il apparaît un champ électrique stoppant la diffusion des électrons. La région de déplétion est ainsi équivalente à celle d'un contact PN. Deux différences : potentiel de contact plus faible (on peut prendre aussi fin que l'on veut pour avoir une zone morte très très mince) et région de déplétion qui s'étend uniquement dans le SC.

9.3.3 Jonction par implantation ionique

On bombarde la surface du SC (type n ou p) par un faisceau d'ions donneurs ou accepteurs pour injecter les dopants dans le SC. En ajustant le faisceau, on peut contrôler la profondeur et

la concentration d'impuretés ainsi que le profil. Le contrôle étant parfait, le détecteur est très stable et la zone morte très mince, il s'agit du meilleur détecteur actuel (très utilisé en physique des hautes énergies). Par contre, il coûte bonbon (il faut avoir un accélérateur d'ion pour faire ce type de diode).

9.3.4 Jonction compensée au lithium – Si(Li) – Diode p-i-n



Pour augmenter la taille de la zone de déplétion, on utilise un matériau compensé (i) pris en sandwich entre deux couches de type p et n pour avoir du p-i-n. On dit qu'il s'agit d'un SC compensé car les impuretés d'un type donné peuvent être compensées par injection d'impuretés d'un autre type pour avoir la même concentration de donneurs que d'accepteurs. On retrouve alors les caractéristiques d'un matériau intrinsèque avec en particulier par de charge d'espace dans la région i.

FIGURE 9.4 Comme il n'y a pas de charge d'espace, le champ électrique est presque constant et la zone de compensation (zone dans laquelle la particule doit déposer son énergie) peut atteindre une épaisseur de 15mm. On peut détecter des β et rayons X de faible énergie.

Pour le faire, on considère du Si de type p et on fait diffuser du lithium (donneur) qui compense les accepteurs pour faire un détecteur Si(Li). Le Li est utilisé car il a un très haut coefficient de diffusion lui permettant de se glisser dans les interstices pour former des paires avec les impuretés de type p du matériau. Le souci est qu'à haute température le Li continue de diffuser en envahit tout le cristal, il faut donc refroidir le détecteur à l'aide d'azote liquide.

9.3.5 Détecteur à microstrips

Détecteur constitué d'un substrat de Si de type n sur lequel une série de micro-bandes de Si de type p sont implantées à 20 μm d'intervalle et reliées à des contacts en aluminium. Le nombre de charges collectées à un contact donné dépend de la trajectoire de la particule. La résolution spatiale est de 5 μm .

9.4 Détecteurs au germanium

Comme le Ge possède un gap en énergie faible (≈ 0.7 eV), les mesures doivent être effectuées à basse température pour éviter les courants de fuites dus à l'agitation thermique. A 77K, l'énergie moyenne pour une paire e^-/h^+ est de 2.96 eV. Grâce à son Z élevé, il a une grande section efficace pour l'effet photoélectrique et il sera ainsi principalement utilisé pour la détection/spectro γ . On ne l'utilise pas pour des particules chargées car il n'a pas d'avantage par rapport à ceux en Si. Sa résolution pour des γ de 1.33 MeV est de 1.7 keV. Son inconvénient majeur est qu'il est très cher !

9.4.1 Jonction compensée au lithium – Ge(Li)

On crée des détecteurs Ge(Li) en diffusant du lithium dans du Ge. En pratique, l'épaisseur de la zone compensée est de 15 à 20mm. La diffusion du Li impose le refroidissement constant du détecteur (et pas seulement pendant l'utilisation). On l'utilise actuellement peu.

9.4.2 Détecteur au Ge intrinsèque - HPGe

On peut actuellement obtenir des cristaux de haute pureté rendant le cristal quasi intrinsèques : HPGe signifie *High Purity Germanium*. Les cristaux sont légèrement de type p ou de type n selon la nature des traces d'impuretés résiduelles. Les jonctions détectrices sont réalisées en dopant par implantation ionique une des faces du cristal quasi-intrinsèque qui peut être réalisé dans de gros volumes. Ici le refroidissement n'est nécessaire que durant l'utilisation. On l'utilise fréquemment pour réduire la spectro γ .

9.5 Autres matériaux

A bien lire, du slide 50 a 56.

Chapitre 10

Détecteurs basés sur la scintillation

10.1 Introduction

Quand un rayonnement ionisant interagit avec la matière, il peut ioniser ou exciter un grand nombre de molécules qui, lorsqu'elles retournent dans l'état fondamental, peuvent créer un centre de luminescence (émission de lumière par lors d'une recombinaison) dans le visible ou l'UV. On parle de *radioluminescence*, *luminescence* ou *scintillation*. Le nombre de photons émis $N_{h\nu} \propto E_{abs}$. La lumière émise est ensuite convertie en impulsion électrique par un photomultiplicateur (PM) ou une photodiode.

10.1.1 Luminescence

Il existe trois types de luminescence

1. *Fluorescence*. Durée de vie du centre de luminescence très court, l'émission de lumière à lieu "immédiatement" après l'absorption.
2. *Phosphorescence*. L'émission de lumière est retardée (état excité métastable).
3. *Fluorescence retardé*. Un centre de phosphorescence est stimulé extérieurement et devient un centre de fluorescence.

Un bon scintillateur doit avoir plusieurs propriétés

- La conversion de l'énergie cinétique du rayonnement ionisant en photons détectables doit avoir une efficacité élevée.
- $N_{h\nu} \propto E_{abs}$
- Transparent à sa lumière de scintillation
- Temps de vie du centre de luminescence nul ou très faible
- Indice de réfraction proche du verre ($n \approx 1.5$) pour éviter réflexion totale entre le scintillateur et le PM
- Chimiquement et mécaniquement stable
- Peu cher

Hélas, aucun matériau ne possède toutes ces propriétés, il faudra travailler par compromis (en plus les dimensions du scintillateur dépendent du type de rayonnement (plus grande pour les γ)). Il existe deux grandes familles de scintillateur

1. Organique : fluorescence d'origine moléculaire
2. Inorganique : fluorescence d'origine cristalline

Il existe aussi des scintillateurs aux gaz rares avec une fluorescence d'origine atomique, mais ils sont plus rarement utilisés.

10.2 Scintillateurs organiques

L'exemple du benzène est donné aux slides 7 à 9.

10.2.1 Mécanismes de scintillation : Fluorescence

Celle-ci se déroule en six étapes

1. Une particule ionisante traverse le scintillateur et produit des ionisations/excitations
2. Après absorption de l'énergie, la molécule passe dans un état électronique excité
3. Très rapidement, les états excités les plus élevés se désexcitent sans émission de photons mettant la molécule dans l'état S_1
4. Transitions non-radiatives entre états vibrationnels vers l'état S_{10}
5. Désexcitation radiative vers un état S_{0i} : fluorescence
6. Transition non radiative, état S_{00} .

10.2.2 Mécanismes de scintillation : Phosphorescence

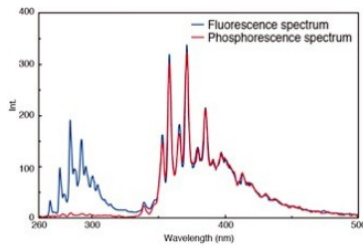


FIGURE 10.1

On retrouve le même processus pour les états triplets jusqu'à ce que les molécules soient dans l'état T_1 (directement ou à partir de S_1). Les transitions $T_1 \rightarrow S_0$ sont fortement interdites mais possibles : la durée de vie de l'état T_1 est longue et l'émission est différée, il s'agit de la phosphorescence. Comme les niveaux $T < \text{niveaux } S$, la longueur d'onde de la phosphorescence est plus grande que celle de la fluorescence.

10.2.3 Mécanismes de scintillation : Fluorescence retardée

Dans l'état métastable T_{10} , les molécules peuvent être excitées vers l'état S_{10} par un stimulus extérieur contrôlé pour faire de la fluorescence retardée.

10.2.4 Propriétés des scintillateurs organiques

L'énergie de transition $S_{10} \rightarrow S_{0i}$ est plus faible que l'énergie de transition $S_{00} \rightarrow S_{1i}$, les spectres d'émission et d'absorption ne se superposent que de peu (décalage de STOKES). Un scintillateur est alors quasi transparent à sa propre lumière de luminescence.

Réponse lumineuse d'un scintillateur organique

Seule une petite partie de l'énergie cinétique perdue par le rayonnement incident est convertie en énergie de fluorescence. Le reste est dissipé de façon non-radiative, principalement en chaleur. La **réponse lumineuse du scintillateur** L est l'énergie émise par fluorescence

$$L = E_{h\nu} = \langle N_{h\nu} \rangle \langle h\nu \rangle$$

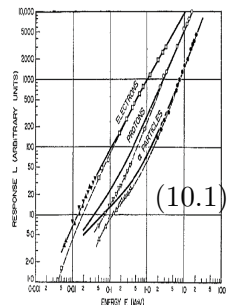


FIGURE 10.2

avec $\langle N_{h\nu} \rangle$ ne nombre moyen de photons émis et $\langle h\nu \rangle$ leur énergie moyenne. L'efficacité intrinsèque du scintillateur se définit comme

$$S = \frac{L}{E_{abs}} \quad (10.2)$$

où S est généralement faible. L'énergie moyenne perdue W pour chaque photon émis vaut alors

$$W = \frac{E_{abs}}{\langle N_{h\nu} \rangle} = \frac{\langle h\nu \rangle}{S} \quad (10.3)$$

Avec $\langle h\nu \rangle \approx 2 - 3$ eV et $W \approx 100$ eV. Notons que S et W dépendent fortement du type de rayonnement incident et parfois de son énergie.

Discutons-en, sachant que $L = SE_{abs}$

- Pour des particules à faible densité d'ionisation, la distance entre deux collisions successives est grande comparée à la distance entre deux molécules voisine. L'interaction entre deux sites luminescent est faible et S est indépendant de E_{abs} (réponse linéaire).
- Les particules lourdes (proton, α , ...) présentent une densité d'ionisation plus grande. Les sites sont plus proches et peuvent interagir¹ ce qui cause une diminution de l'émission lumineuse, S est donc dépendant de E_{abs} .

Réponse lumineuse différentielle d'un scintillateur

La réponse lumineuse différentielle du scintillateur dL/dx est l'énergie fluorescente dL émise par unité de distance parcourue par la particule ionisante

$$\frac{dL}{dx} = S \frac{dE_{abs}}{dx} \quad (10.4)$$

où dE_{abs}/dx est le pouvoir d'arrêt. Pour un faible pouvoir d'arrêt, la densité d'ionisation est faible de S est constant. De façon plus générale, la réponse lumineuse différentielle suit la loi de BIRKS.

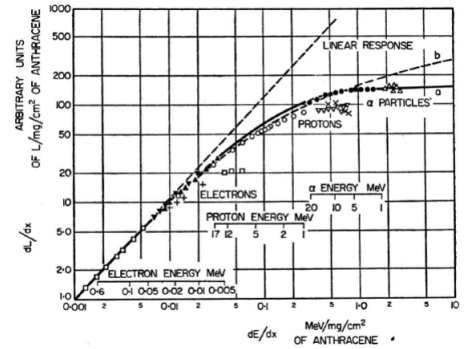


FIGURE 10.3

Supposons que la densité d'ionisation et d'excitation est proportionnelle au pouvoir d'arrêt. On introduit alors le *paramètre de quenching* k qui est le facteur de proportionnalité entre la fraction des centres de luminescence qui "disparaissent" et la densité d'ionisation. Plus k augmente, plus c'est embêtant. Sans quenching, on trouve

$$\frac{dL}{dx} = S_n \frac{dE_{abs}}{dx} \quad (10.5)$$

où S_n est l'efficacité normale du scintillateur, indépendante de l'énergie. Si on tient compte du quenching, on obtient la formule de BIRKS

$$\frac{dL}{dx} = \frac{S_n(dE_{abs}/dx)}{1 + kB(dE_{abs}/dx)} \quad (10.6)$$

où l'on retrouve la formule d'avant pour $k = 0$ ce qui se retrouve également lorsque dE_{abs}/dx est petit. Si par contre il est grand

$$\frac{dL}{dx} = \frac{S_n}{kB} \quad (10.7)$$

où kB est un paramètre ajustable permettant de faire correspondre la pratique à l'expérience.

1. Il n'y a pas encore de théorie clair sur comment ils interagissent.

Réponse temporelle d'un scintillateur organique

La variation de l'intensité lumineuse en fonction du temps dépend du temps de formation τ_1 des centres de luminescence et de la durée de vie τ de ces centres. L'expression de HYMAN nous donne cette variation

$$I = I_0 \left(e^{-t/\tau} - e^{-t/\tau_1} \right) \quad (10.8)$$

Le grand avantage des scintillateurs organiques est la réponse extrêmement rapide qui permet souvent d'ignorer le temps de formation du centre de luminescence. Par contre à température ambiante, on ne peut pas négliger la fluorescence retardée due à la stimulation thermique. On va en tenir compte en ajoutant une exponentielle décroissante. Posons τ_r , la durée de vie des centres retardés

$$I = Ae^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau_r} \quad (10.9)$$

où le premier terme est la composante rapide de la scintillation et la seconde la lente. Notons que τ_r dépend du type de particule incidente et donc du quenching et finalement de la densité d'ionisation.

Types de scintillateurs organiques

Une brève description est donnée aux slides 27 et 28.

10.3 Scintillateurs inorganiques

10.3.1 Description des scintillateurs inorganiques et mécanismes de scintillations

Le mécanisme de scintillation dépend de la structure en bande du cristal. Si le cristal est pur, le gap est généralement trop important (6-7 eV) et ce n'est pas dans le visible (3-4 eV). Pour se faire, on va ajouter des impuretés (*activateurs*). Ceux-ci vont ajouter des niveaux dans la bande interdite afin que les recombinaisons produisent des photons de plus faibles énergies, dans le visible. De plus, à l'énergie plus faible la probabilité de transition est plus élevée et on peut plus facilement faire passer des électrons de la bande de valence à celle de conduction ce qui est favorable.

Après excitation, le trou migre vers un site d'activation et se fait piégé : il crée alors un centre de recombinaison. Pour l'électron, après l'excitation, il migre puis plusieurs processus sont possibles

1. Migre vers un centre de luminescence et il y a émission d'un photon
2. Migre vers un site d'impureté ou la transition vers le fondamental est interdite, il se retrouve piégé. Avec de l'énergie thermique il peut remonter vers la bande de conduction puis se faire capturer par un centre de luminescence : fluorescence retardée
3. Capturé par un centre de quenching (coupure, tout ce qui limite un phénomène), c'est à dire un centre de désexcitation non-radiatif. C'est un mécanisme de perte, le rendement diminue.
4. L'électron et le trou forment un état lié, l'exciton, qui migre jusqu'à un centre d'impureté où il y a émission d'un photon.

10.3.2 Propriétés des scintillateurs inorganiques

Le temps de vie des centres de recombinaisons est 2 à 3 ordres plus lent que les scintillateurs organiques. Ceci a une conséquence sur la luminescence via les activateurs : l'énergie libérée durant la luminescence est inférieure à celle nécessaire pour la création d'une paire. Les spectres

d'émission/absorption ne se superposent pas et il est donc transparent à sa propre lumière. Il faut bien sur éviter le recouvrement des deux spectres sans quoi on aurait de l'auto-absorption ce n'est pas génial.

Ils ont généralement un Z élevé et donc un bon pouvoir d'arrêt, particulièrement adapté à la spectro γ avec une efficacité de luminescence élevé. Ils absorbent par contre énormément d'humidité et ils faut les protéger. Les particules lourdes ont une probabilité de quenching plus élevé et la présence de non-linéarité ce qui fait que ce détecteur n'est pas adapté pour de telles particules. Il y a également de fortes variation de l'efficacité de luminescence en fonction de la température.

- A faible températures, les paires sont piégés dans des pièges peu profonds.
- Quand T augmente, les paires sont libérées et peuvent atteindre les centres de luminescences.
- Lorsque T augmente encore, les interactions entre les molécules augmente à cause du quenching thermique (tout ce qui est pas bon). Au lieu d'avoir des recombinaisons, les électrons vont sauter d'un site à l'autre.

Spectrométrie d'électron à l'aide d'un scintillateur

La fonction de réponse présente un pic d'absorption total et une queue aux basses énergies à cause des électrons rétrodiffusés. Cette rétrodiffusion dépend fortement du Z : la probabilité de rétrodiffusion augmente avec Z . En plus, augmenter Z augmente le Bremsstrahlung et plus d'énergie s'échappe du détecteur. On favorisera ainsi les matériau à petit Z , soit des scintillateurs organiques, pour la détection d'électron (à l'opposé de la spectro γ).

Types de scintillateurs inorganiques

Grossièrement classés en trois groupes

1. Dopés par des impuretés
2. Non dopés mais auto-activés
3. Purs

10.3.3 NaI(Tl)

Il s'agit d'un cristal d'iodure de sodium dopé avec du thallium. Proposé comme détecteur en 1948 par HOFSTADTER, il possède un rendement élevé. Il s'agit du scintillateur le plus utilisé mais qui est fortement hygroscopique.

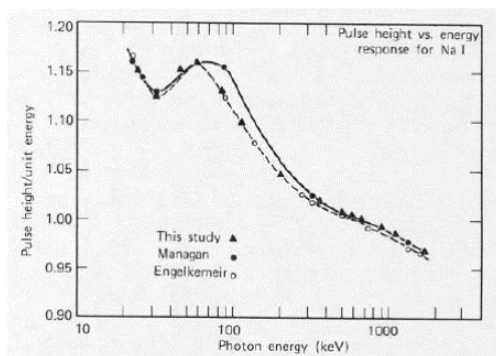


FIGURE 10.4

Le NaI pur possède un gap de 6 eV. Par contre, le NaI(Tl) a lui un gap de 3 eV pour une concentration de 0.1% en Tl. Son indice de réfraction est un peu trop élevé (1.85) et son efficacité intrinsèque vaut $S \approx 11\%$. Le facteur de FANO vaut 1 et $W = 26$ ce qui est élevé : le principal défaut du NaI(Tl) est sa résolution élevée. Son efficacité intrinsèque de détection devrait être linéaire mais l'écart peut atteindre 15% : jusqu'à présent, on ne sait pas encore pourquoi.

10.4 Photomultiplicateur

Le but d'un PM est de convertir l'énergie d'un rayonnement visible (ou proche) en une énergie électrique via des phénomènes de photoémission et ensuite d'amplification grâce au processus d'émission secondaire. Il s'agit d'une enceinte de verre dans laquelle règne le vide. Quand un photon pénètre dans le PM, il frappe la photocathode semi-transparente. L'interaction du photon avec les atomes de la photocathode rend possible l'éjection d'un électron. Les photoélectrons sont ensuite accélérés par un champ électrique hors de la première dynode puis vont vers une seconde, etc jusqu'à être collectés par l'anode et former le signal.

10.4.1 Photocathode

Si celle-ci est mince, les électrons peuvent sortir par la surface opposée à la surface d'entrée des photons incidents. L'histoire se raconte en cinq parties

1. Un photon doit traverser la fenêtre d'entrée (épaisseur e) du PM : probabilité $T(\lambda, e)$. Il y a en effet toujours un élément protecteur.
2. Il peut être réfléchi, absorbé ou transmis. Soit ρ, α et τ , les probabilités de ces trois processus

$$\rho(\lambda) + \alpha(\lambda) + \tau(\lambda) = 1 \quad (10.10)$$

Pour pénétrer dans la photocathode, le matériau qui la constitue doit avoir un faible coefficient de réflexion.

3. Le photon rentré doit être absorbé. Soit $\mu(\lambda)$ la probabilité d'absorption par unité de longueur. La probabilité que le photon soit absorbé à une profondeur x dans l'intervalle dx est donnée par

$$p_{abs}(x)dx = e^{-\mu(\lambda)x} \mu(\lambda) dx \quad (10.11)$$

Si l'incidence est normale sur un matériau d'épaisseur d , on trouve

$$\alpha(\lambda, d) = [1 - \rho(\lambda)] (1 - e^{-\mu(\lambda)d}) \quad (10.12)$$

4. Le matériau doit avoir une grande profondeur d'échappement (profondeur d'origine de l'électron telle qu'il peut atteindre la surface avec suffisamment d'énergie) sans quoi pas de signal.
5. L'électron doit s'échapper de la photocathode, son énergie doit donc être supérieure au travail d'extraction Φ de celle-ci.

On peut définir le rendement quantique photoélectrique

$$\eta_{ph}(\lambda) = \frac{\text{nombre d'e}^- \text{ émis par la photocathode}}{\text{nombre de photons absorbés par la photocathode}} \quad (10.13)$$

Mais aussi le rendement quantique spectral

$$\eta(\lambda) = \frac{\text{nombre d'e}^- \text{ émis par la photocathode}}{\text{nombre de photons pénétrant dans le PM}} \quad (10.14)$$

Grâce à ces définitions, on a donc

$$\eta(\lambda) = T(\lambda, e) \alpha(\lambda, d) \eta_{ph}(\lambda) \quad (10.15)$$

On définit aussi le rendement quantique effectif d'un photomultiplicateur qui reçoit une lumière dont le spectre est $I(\lambda)$

$$\eta_{eff} = \int_0^\infty I(\lambda)\eta(\lambda)d\lambda \quad (10.16)$$

Voir slides 58 - 59 pour le choix du matériau pour la photocathode.

10.4.2 Bruit, gain de la photocathode et dynode

A cause de l'agitation thermique, la photocathode émet spontanément des électrons. Ce nombre moyen d'électrons émis par unité de temps et de surface est donné par la loi de RICHARDSON

$$\eta_e = AT^2 \exp\{(-e\Phi/kT)\} \quad (10.17)$$

où A est une constante. Comme Φ est plus petit pour un SC qu'un métal, η_e est plus grand pour un SC. Si la température diminue η_e fait de même mais d'autres sources de bruit existent.

Après la photocathode, on arrive à la 1^{re} dynode. L'énergie de l'électron est transférée aux électrons de la dynode et certains électrons sont arrachés. Chaque dynode apporte un gain défini par le rendement d'émission secondaire δ (forcément supérieur à 1 sinon pas de multiplication). Entre les dynodes se trouve un champ électrique pour accélérer et guider les électrons. Le gain typique d'un PM vaut $M = \delta^n$ avec $n \approx 10$ pour obtenir $M = 10^7$.

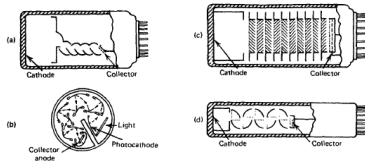


FIGURE 10.5

Si chaque électron qui frappe une dynode éjecte 4 électrons, le gain d'un PM à 12 étages vaut $4^{12} \approx 1.7 \times 10^7$. Un seul photoélectron produit donc 17 millions d'électrons qui arrivent quasi tout en même temps à l'anode. L'impulsion de courant à l'anode vaut à peu près 0.5 mA.

10.4.3 Résolution d'un détecteur à scintillation

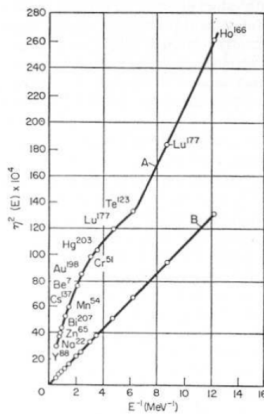


FIGURE 10.6 – On voit l'écart par rapport à la loi en $1/E_{abs}$

Le détecteur à scintillation est donc la combinaison d'un scintillateur et d'un PM. Soit C , la probabilité qu'un électron atteigne la première dynode, N_0 le nombre de photons collectés à l'anode et N_{ph} le nombre de photons émis dans le scintillateur

$$N_0 = MC\eta N_{ph} \quad (10.18)$$

On voit donc que $N_0 \propto E_{abs}$. Comme il ne s'agit que de variables aléatoires, on peut calculer la variance. En posant $v[X]$ la variance relative de la variable aléatoire X

$$v[X] = \frac{\sigma^2(X)}{\langle X \rangle^2} \quad (10.19)$$

On trouve, pour $v[N_0]^2$

$$v[N_0] = v[N_{ph}] + \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle} v[\eta] + \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle \langle \eta \rangle} v[C] + \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle \langle \eta \rangle \langle C \rangle} v[M] \quad (10.20)$$

$$= \left(v[N_{ph}] - \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle} \right) + \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle} \left(v[\eta] - \frac{1 - \langle \eta \rangle}{\langle \eta \rangle} \right) \quad (10.21)$$

$$+ \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle \langle \eta \rangle} \left(v[C] - \frac{1 - \langle C \rangle}{\langle C \rangle} \right) + \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle \langle \eta \rangle \langle C \rangle} (1 + v[M]) \quad (10.22)$$

Si N_{ph} est une variable de poisson et C, η des binomiales

$$v[N_0] = \frac{1}{\langle N_{ph} \rangle \langle \eta \rangle \langle C \rangle} (1 + v[M]) \propto \frac{1}{E_{abs}} \quad (10.23)$$

On obtient cette première loi théorique qui est en réalité totalement fausse à cause des effets non-linéaires.

10.5 Spectrométrie γ avec un NaI(Tl)

Premièrement, insistons sur le fait que **la taille du détecteur est un paramètre crucial!** La taille doit être comparée au libre parcours moyen des γ secondaires dus aux interaction du γ incident qui est de 3-5cm dans le NaI. On considèrera pour la suite un détecteur de longueur 7.62cm.

10.5.1 γ d'1 MeV

Le processus dominant es la diffusion COMPTON : on suppose qu'ils en subissent tous exactement une avant de s'échapper sur le graphique du milieu. On suppose qu'ils en subissent n avant de s'échapper sur le graphique de droite.

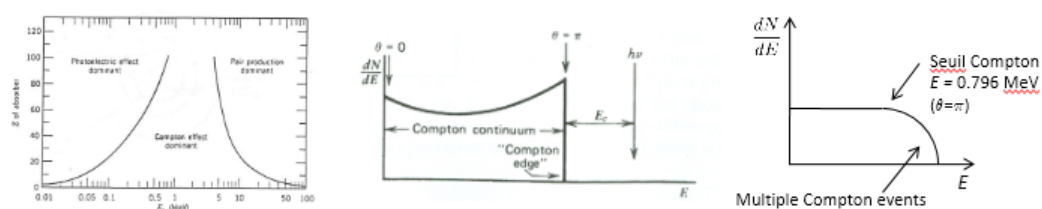


FIGURE 10.7

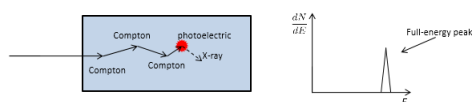


FIGURE 10.8

Après n diffusion COMPTON, l'énergie diminue jusque E_n et l'effet photoélectrique devient dominant. Supposons qu'il se produit toujours et que $E_n - B_k$ est absorbé. Comme il se produit profondément dans le détecteur, les RX ou les électrons d'AUGER ne peuvent pas s'échapper et une énergie

B_k est à nouveau déposé. Un pic d'absorption totale est observé.

2. On peut refaire le calcul théorique si on veut.

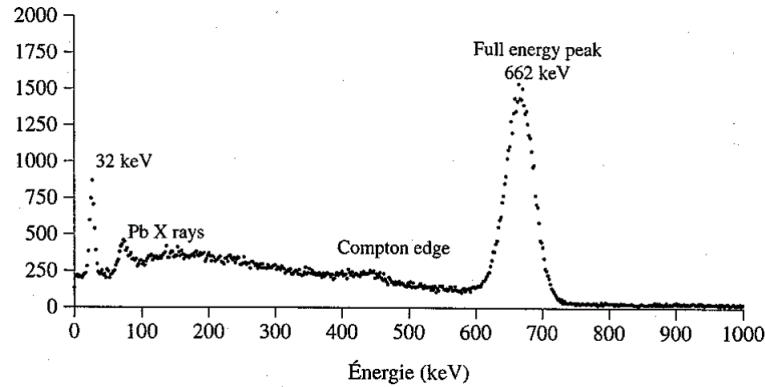


FIGURE 10.9 – En pratique, le γ diffusé peut s'échapper après quelques diffusion COMPTON ou être absorbé. Ici l'exemple du ^{137}Cs .

10.5.2 γ de 100 keV

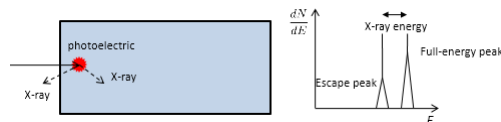


FIGURE 10.10

Le processus dominant est l'absorption photoélectrique. Le rayon X d'énergie $E = B_k - B_L$ peut s'échapper (l'absorption se produit près de la surface d'entrée).

10.5.3 γ de 10 MeV

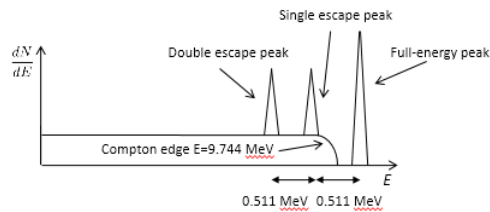


FIGURE 10.11

Le processus dominant est la diffusion COMPTON ou la création de paire. S'il y a création de paire, l'énergie déposée est de $E_0 - 2m_e c^2$ (avec $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$). Les deux γ peuvent s'échapper, ou 1 peut s'échapper ou les deux peuvent être détecté (COMPTON ou photoélectrique).

10.5.4 Complications de la réponse

Les rayonnements secondaires créés à proximité de la source causent deux complications

1. Rayonnement d'annihilation. Si la source émet des positrons, un pic additionnel à 511 keV sera mesurer à cause de l'annihilation dans la source ou le voisinage. Tout émetteur de positron va émettre ce γ .
2. Bremsstrahlung. Les émetteurs de γ sont généralement aussi émetteurs de β . Il faut stopper ces β pour éviter qu'ils ne déposent leur énergie. Pour ça, on entoure la source par un matériau placé avant le détecteur. Pour éviter le Bremsstrahlung, l'absorbant des β doit avoir un petit Z .

L'effet de matériaux aux alentours (blindage) complique également pour trois raisons

1. Un rayon X provenant du blindage peut être détecté
2. Si un photon traverse le détecteur il peut se faire rétrodiffusé et revenir au détecteur avec une énergie de 255 keV.
3. Il peut interagir avec le blindage et émettre le fameux pic à 511 keV d'annihilation causés par les positrons.