Université Libre de Bruxelles

Synthèse

Optical Materials
PHYS-Y016

Auteur :
Nicolas Englebert

Professeur :
Jan Danckaert

Année 2017 - 2018

Appel à contribution

Synthèse Open Source

Ce document est grandement inspiré de l'excellent cours donné par Jan Danckaert à l'EPB (École Polytechnique de Bruxelles), faculté de l'ULB (Université Libre de Bruxelles). Il est écrit par les auteurs susnommés avec l'aide de tous les autres étudiants et votre aide est la bienvenue ! En effet, il y a toujours moyen de l'améliorer surtout que si le cours change, la synthèse doit être changée en conséquence. On peut retrouver le code source à l'adresse suivante

`https://github.com/nenglebert/Syntheses`

Pour contribuer à cette synthèse, il vous suffira de créer un compte sur *Github.com*. De légères modifications (petites coquilles, orthographe, ...) peuvent directement être faites sur le site ! Vous avez vu une petite faute ? Si oui, la corriger de cette façon ne prendra que quelques secondes, une bonne raison de le faire !

Pour de plus longues modifications, il est intéressant de disposer des fichiers : il vous faudra pour cela installer LaTeX, mais aussi *git*. Si cela pose problème, nous sommes évidemment ouverts à des contributeurs envoyant leur changement par mail ou n'importe quel autre moyen.

Le lien donné ci-dessus contient aussi un `README` contenant de plus amples informations, vous êtes invités à le lire si vous voulez faire avancer ce projet !

Licence Creative Commons

Le contenu de ce document est sous la licence Creative Commons : *Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)*. Celle-ci vous autorise à l'exploiter pleinement, compte- tenu de trois choses :

1. *Attribution* ; si vous utilisez/modifiez ce document vous devez signaler le(s) nom(s) de(s) auteur(s).
2. *Non Commercial* ; interdiction de tirer un profit commercial de l'œuvre sans autorisation de l'auteur
3. *Share alike* ; partage de l'œuvre, avec obligation de rediffuser selon la même licence ou une licence similaire

Si vous voulez en savoir plus sur cette licence :

`http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/`

Merci !

Table des matières

Chapitre 1

Introduction

1.1 Changing the Properties of Light

Un faisceau laser peut être caractérisé par une intensité I, une puissance P, un rayon w, une longueur d'onde λ, une pulsation ω, une polarisation et un vecteur de Poynting $\vec{S}$. Nous aimerions changer ces propriétés et la seule façon de faire est de la faire interagir avec un matériau.

1.2 Introduction to Electrodynamics in Continuous Media

1.2.1 Maxwell's Equations

Le champ électrique $\vec{E}(\vec{r},t)$ et le champ magnétique d'induction $\vec{B}(\vec{r},t)$ sont gouvernés par

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{E} &= \frac{1}{\epsilon_0}\rho_a \\
\boldsymbol{\nabla}\cdot\vec{B} &= 0 \\
\vec{\nabla}\times\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\
\vec{\nabla}\times\vec{B} &= \mu_0\vec{J}_a + \epsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

où ρ_a (densité de charge (libre et polarisation) et $\vec{J}_a$ (courants : libres, polarisés et magnétiques) sont les termes sources. Dans le vide, les choses sont simples ($\vec{E},\vec{B}$ continus et pas de termes sources) mais dans un matériau il faut prendre en compte toutes les particules pouvant contribuer au terme source.

On approxime souvent la densité de charge ρ_a par une combinaison de charges séparées et de dipôles [1]

$$\vec{p} = q\vec{d} \tag{1.2}$$

Par exemple, les atomes, molécules, ... Pour les charge séparées on notera les électrons dans un solide, les ions, ... On note alors

$$\rho_a = \rho + \rho_P \tag{1.3}$$

Le densité de courant totale $\vec{J}_a$ $[A/m^2]$ se note

$$\vec{J}_a = \vec{J} + \vec{J}_P + \vec{J}_M \tag{1.4}$$

1. Description utilisée lorsque deux charges égales mais de signe opposé sont considérées comme un ensemble.

où $\vec{J}$ est le mouvement des charges libres, $\vec{J_P}$ la variation des dipôles et $\vec{J_M}$ la densité de courant magnétique. Notons la force de Lorentz agissant sur une charge q à vitesse $\vec{v}$

$$f_{Lorentz} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{1.5}$$

ainsi que la force agissant sur un dipôle électrique $\vec{P}$ (où $\vec{B} = \vec{0}$)

$$f_p = (p.\vec{\nabla})\vec{E} \tag{1.6}$$

D'autres forces sont renseignées à la page 12.

Une approche (microscopique) pour étudier la propagation de la lumière dans la matière serait de résoudre ces équations couplées aux équations de mouvement de toutes les particules, ce qui n'est pas réaliste. Une autre approche est de voir les choses d'un point de vue macroscopique. Les équations de Maxwell sont valables aux dimensions macroscopique (nm) en considérant la moyenne des champs sur un volume contenant un grand nombre d'atomes, ions, ... Avec l'hypothèse de continuité, on appelle cette approche *electrodynamics of continuous media.*

1.2.2 Polarisation Charge and Current

Nous avons vu l'expression d'un dipôle microscopique ($\vec{p} = q\vec{d}$). Pour l'approche macroscopique, il faut considérer la moyenne du moment dipolaire par unité de volume

$$\vec{P}(r) \equiv \lim_{\Delta V \to \epsilon} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V} \tag{1.7}$$

où $\vec{P}P$ est défini dans la limite où l'élément de volume ΔV autour de $\vec{r}$ est "petit" macroscopiquement, mais contient un grand nombre de dipôles. Le moment magnétique d'un élément au point $\vec{r'}$ est donné par

$$P\Delta V' \tag{1.8}$$

Celui-ci contribue au potentiel au point $\vec{r}$ d'une quantité (vecteurs à mettre)

$$\Delta U(r) = \frac{P(r')\Delta V'(r - r')}{4\pi\epsilon_0|r - r'|^3} \tag{1.9}$$

Le potentiel au point $\vec{r}$ est alors donné par

$$U(\vec{r}) = \iiint_{V_0} \frac{P(r')(r - r')dV'}{4\pi\epsilon_0|r - r'|^3} \tag{1.10}$$

Sachant que, par propriété$\nabla'(1/(|r - r'|) = (r - r')/(|r - r'|^3)$ et à l'aide du vecteur différentiel $\nabla'(f\vec{P}) : f\nabla'.\vec{P} + \vec{P}.\nabla' f$, on peut ré-écrire le potentiel

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{V_0} \frac{(-\nabla'.\vec{P})dV'}{|\vec{r} - \vec{r'}|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{S_0} \frac{\vec{P}.dS}{|\vec{r} - \vec{r'}|} \tag{1.11}$$

Par identification avec l'expression du potentiel du à une distribution de charge volumique ou surfacique et comme $[-\vec{\nabla}.\vec{P}] = [C/m^3]$ et $[\vec{P}] = [C/m^2]$, on peut écrire

$$\rho_P = -\vec{\nabla}.\vec{P} \tag{1.12}$$

Sachant que le courant de polarisation est donné par [2]

$$\vec{J_p} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \tag{1.13}$$

2. Cf. théorie microscopique des dipôles élémentaires

Compte-tenu de la précédente expression, nous obtenons

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = -\vec{\nabla}.\vec{J_p} \tag{1.14}$$

La présence de la divergence se justifie par le fait que les charges sont séparées, le signe par convention.

1.2.3 Magnetisation Current

Les courants de magnétisations sont des petites "boucles" magnétiques. Similairement à la sous-section précédente

$$M(\vec{r}) \equiv \lim_{\Delta V \to \epsilon} \frac{\sum_i m_i}{\Delta V}, \qquad \vec{J_M} = \vec{\nabla} \times \vec{M} \tag{1.15}$$

1.2.4 Maxwell's Equations Revisited

En substituant dans les équations de Maxwell les résultats des deux précédentes sous-sections et en posant $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ et $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0 - \vec{M}$, on trouve

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho \\ \boldsymbol{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \tag{1.16}$$

1.2.5 Constitutive Equations

Pour avoir un système résolvable, il faut trouver une relation entre $\vec{P}, \vec{E}$ et $\vec{M}, \vec{B}$. Ceci va être faisable avec une approché phénoménologique, en utilisant les équations constitutives.

Champ de magnétisation

Dans ce cours, on considérera que $\vec{M} = \vec{0}$

1.2.6 Champ de polarisation

Beaucoup de matériaux contiennent des dipôles ou son polarisé à cause de $\vec{E}$. Ces dipôles sont affectés lorsqu'une onde EM traverse le matériau : les particules positives bougent dans la direction du champ et les négatives dans le sens opposé. Il en résulte que $\vec{P} = f(\vec{E})$. On peut alors considérer le développement en série suivant

$$\vec{P} = \vec{P}^{(0)} + \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \dots \tag{1.17}$$

où $\vec{P}^{(0)}$ est la polarisation statique, $\vec{P}^{(1)}$ est la polarisation linéaire ($\propto \vec{E}$), ...

De façon générale, la polarisation en $(\vec{r}, t)$ dépend d'autres position et temps que le doublet $(\vec{r}, t)$. L'expression du n^e ordre devient alors

$$\begin{aligned} P_i^{(n)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \iiint_{V_0} d\vec{r}_1 \dots \iiint_{V_0} d\vec{r}_n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \dots \quad & \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \chi_{ij_1 \dots j_n}^{(n)}(\vec{r}, \vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n, t, t_1, \dots, t_n) \\ & E_{j1}(\vec{r}_1, t) \dots E_{jn}(\vec{r}_n, t_n) \end{aligned} \tag{1.18}$$

où $\chi^{(n)}$ est la susceptibilité d'ordre n, un tenseur de rang $n+1$. Nous faisons ici l'hypothèse que le matériau est homogène (propriétés identique en chaque point de l'espace). En cas de discontinuité, on supposera que la théorie de continuité reste valide à l'interface. On fait également l'hypothèse que le matériau est stationnaire : la même expérience faite aujourd'hui ou demain donnera les mêmes résultats. Il s'agit bien sur d'approximations. Ceci s'exprime mathématiquement par un tenseur de susceptibilité qui ne dépend que des différences entre les coordonnées spatiales et temporelles.

$$\begin{aligned} P_i^{(n)}(r,t) = \epsilon_0 \quad & \iiint_{V_0} dr_1 \ldots \iiint_{V_0} dr_n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \\ & \chi_{ij_1 \ldots j_n}^{(n)}(r - r_1, \ldots, r - r_n, t, \ldots, t - t_n) E_{j_1}(r_1, t_1) \ldots E_{j_n}(r_n, t_n) \end{aligned} \tag{1.19}$$