

# Estadística Inferencial

## Capítulo X - Ejercicio 39

Aaric Llerena Medina

El administrador del banco “CREDITOS” afirma que el 10 % de los clientes hacen operaciones diarias por más de \$10,000. Se va a diseñar una prueba de hipótesis para el porcentaje. Halle el tamaño de la muestra y el valor crítico de la prueba si se desea que la probabilidad de cometer error tipo I sea 0.0228 y que el riesgo de tomar una decisión equivocada sea 0.0329 cuando la proporción de clientes que hacen operaciones por más de \$10,000 sea realmente 5 %.

### **Solución:**

Los datos del problema son:

- Proporción bajo  $H_0$ :  $p_0 = 0.10$ .
- Probabilidad de error tipo I ( $\alpha$ ): 0.0228.
- Proporción bajo  $H_1$ :  $p_1 = 0.05$ .
- Probabilidad de error tipo II ( $\beta$ ): 0.0329.

Se define las hipótesis de la siguiente forma:

$$H_0 : p = 0.10 \quad \text{contra} \quad H_1 : p < 0.10$$

donde  $p$  es la proporción de clientes que hacen operaciones por más de \$10,000.

Para calcular el tamaño de la muestra para un prueba de una cola, se utiliza la fórmula del tamaño de la muestra para proporciones:

$$n = \left( \frac{Z_{1-\alpha} \sqrt{p_0(1-p_0)} + Z_{1-\beta} \sqrt{p_1(1-p_1)}}{\Delta} \right)^2$$

donde  $\Delta = p_0 - p_1 = 0.10 - 0.05 = 0.05$ .

Ahora, se debe calcular los valores de  $Z$ :

- $Z_{1-\alpha} = Z_{0.9772} \approx 2.00$ .
- $Z_{1-\beta} = Z_{0.9671} \approx 1.84$ .

Sustituyendo los valores en la fórmula:

$$n = \left( \frac{2.00 \times \sqrt{0.10 \times 0.90} + 1.84 \times \sqrt{0.05 \times 0.95}}{0.05} \right)^2 = \left( \frac{0.6 + 0.4}{0.05} \right)^2 = \left( \frac{1}{0.05} \right)^2 = 400$$

Por lo tanto, el tamaño de la muestra requerido es  $n = 400$ .

Asimismo, para un nivel de significación  $\alpha = 0.0228$ , el valor crítico  $Z_\alpha$  se busca el valor en la tabla:

$-2.50 = -2.0 - 0.00$

—	0.00	0.01	0.02	...
⋮				
1.9				
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	
⋮				

El valor crítico  $Z_\alpha$  es aproximadamente  $-2.00$ , por ello, la región crítica para la prueba es  $Z < -2.00$ .

Por lo tanto, el tamaño de la muestra necesario es 400 y el valor crítico de la prueba es  $Z = -2.00$ . Si el valor calculado de  $Z$  es menor que  $-2.00$ , se rechazará la hipótesis nula.