Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 56

Aaric Llerena Medina

El gerente de ventas de pantalones "INCA" quiere saber si una reducción del 5 % en el precio de su producto es suficiente para aumentar sus ventas. Para comprobar esta hipótesis el fabricante seleccionó en forma aleatoria 10 sucursales donde se vendió el producto a precio normal y otras 10 sucursales donde se vendió a precio de oferta. El número de unidades vendidas durante la semana pasada fue:

Precio de Oferta: 55, 56, 57, 56, 58, 53, 54, 59, 60, 57

Precio Normal: 50, 45, 49, 50, 38, 58, 63, 37, 48, 85

Suponga que cada una de tales ventas se distribuyen aproximadamente normal. En el nivel de significación de 0.05.

a) ¿Se puede concluir que son iguales las varianzas de los precios?

b) ¿Se puede inferir que la reducción del precio aumenta las ventas?

Solución:

Calculando los datos necesarios:

	Oferta	$(x_i - x_{\text{Oferta}})^2$
	55	2
	56	0
	57	0
	56	0
	58	2
	53	12
	54	6
	59	6
	60	12
	57	0.25
Cantidad	10	
Suma	565	43
Promedio	56.50	
Varianza		4.72

	Normal	$(x_i - x_{\text{Normal}})^2$
	50	5.29
	45	53.29
	49	10.89
	50	5.29
	38	204.49
	58	32.49
	63	114.49
	37	234.09
	48	18.49
	85	1,069.29
Cantidad	10	
Suma	523	1,748.10
Promedio	52.30	
Varianza		194.23

a) Se plantea las hipótesis:

$$H_0 : \sigma^2_{\text{oferta}} = \sigma^2_{\text{normal}} \quad \rightsquigarrow \quad \text{(Las varianzas de los precios son iguales)}$$

$$H_1 : \sigma^2_{\text{oferta}} \neq \sigma^2_{\text{normal}} \quad \rightsquigarrow \quad \text{(Las varianzas de los precios no son iguales)}$$

Para determinar si las varianzas son iguales, se determina el estadístico F:

$$F = \frac{\sigma^2_{\text{normal}}}{\sigma^2_{\text{oferta}}} = \frac{194.23}{4.72} \approx 41.1504$$

Para un nivel de significación de 0.05 y con 9 grados de libertad para el numerador y 9 grados de libertad para el denominador, el valor crítico de $F_{0.05/2,9,9} \approx 4.0260$.

Como $F_{\text{cal}} = 41.1504 > 4.0260$ se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, hay evidencia suficiente para concluir que las varianzas de las ventas no son iguales con un α de 0.05.

b) Para determinar si la reducción del precio aumenta las ventas, se utiliza una prueba t unilateral con varianzas desiguales.

$$H_0 : \mu_{\text{oferta}} \leq \mu_{\text{normal}} \quad \rightsquigarrow \quad \text{(No hay diferencia en las ventas medias)}$$

$$H_1 : \mu_{\text{oferta}} > \mu_{\text{normal}} \quad \rightsquigarrow \quad \text{(La reducción del precio aumenta las ventas)}$$

Dado que las varianzas no son homogéneas, se utiliza la prueba t para dos muestras independientes con varianzas desiguales (prueba de Welch). Por ello, el estadístico de prueba:

$$t = \frac{\bar{X}_{\text{oferta}} - \bar{X}_{\text{normal}}}{\sqrt{\dfrac{s^2_{\text{oferta}}}{n_{\text{oferta}}} + \dfrac{s^2_{\text{normal}}}{n_{\text{normal}}}}} = \frac{56.50 - 52.30}{\sqrt{\dfrac{4.72}{10} + \dfrac{194.23}{10}}} = \frac{4.2}{4.4604} \approx 0.9416$$

Los grados de libertad aproximados se calcula como:

$$df = \frac{\left(\dfrac{s^2_{\text{oferta}}}{n_{\text{oferta}}} + \dfrac{s^2_{\text{normal}}}{n_{\text{normal}}}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{s^2_{\text{oferta}}}{n_{\text{oferta}}}\right)^2}{n_{\text{oferta}} - 1} + \dfrac{\left(\dfrac{s^2_{\text{normal}}}{n_{\text{normal}}}\right)^2}{n_{\text{normal}} - 1}} = \frac{\left(\dfrac{4.72}{10} + \dfrac{194.23}{10}\right)^2}{\dfrac{\left(\dfrac{4.72}{10}\right)^2}{10-1} + \dfrac{\left(\dfrac{194.23}{10}\right)^2}{10-1}} = \frac{(19.895)^2}{41.9417} = 9.4372 \approx 9$$

Para un nivel de significación de 5 % ($\alpha = 0.05$) y una prueba unilateral, el valor crítico de t con 9 grados de libertad es $t_{1-0.05,9} \approx 1.8331$. Por lo que la región de rechazo es $t > 1.8331$.

El valor calculado del estadístico de prueba es $t \approx 0.9416$ y como es menor que 1.8331 no se acepta la hipótesis nula. Por lo tanto, no hay pruebas significativas de que la reducción de precios aumente las ventas.