

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 67

Aaric Llerena Medina

La agencia de publicidad “RDT” realizó un estudio para comparar la efectividad de un anuncio en la radio en dos distritos. Después de difundir dicho aviso, se realizó una encuesta telefónica con 600 personas seleccionadas al azar, que viven en cada uno de los dos distritos resultando las proporciones: 20 % y 18 % respectivamente para el primero y el segundo distrito. En el nivel de significación del 5 %, ¿es posible concluir que la proporción de todas las personas que escucharon dicho aviso en el primer distrito es superior a la del segundo distrito?

Solución:

La agencia de publicidad “RDT” realizó un estudio para comparar la efectividad de un anuncio en la radio en dos distritos. Los datos son:

- **Distrito 1:** Tamaño de muestra $n_1 = 600$, proporción $\hat{p}_1 = 0.20$.
- **Distrito 2:** Tamaño de muestra $n_2 = 600$, proporción $\hat{p}_2 = 0.18$.

Se plantea la hipótesis de que la proporción de personas que escucharon el anuncio en el primer distrito es superior a la del segundo distrito. Por ello, se una prueba de hipótesis para comparar las proporciones entre los dos distritos.

$$H_0 : p_1 \leq p_2 \quad \text{vs} \quad H_1 : p_1 > p_2$$

donde p_1 y p_2 son las proporciones de personas que escucharon el anuncio en el primer y segundo distrito, respectivamente. Se debe estimar la proporción combinada:

$$\hat{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{600 \times 0.20 + 600 \times 0.18}{600 + 600} = \frac{120 + 108}{1,200} = \frac{228}{1,200} = 0.19$$

Asimismo, el estadístico de prueba está dado por:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Sustituyendo los valores:

$$Z = \frac{0.20 - 0.18}{\sqrt{0.19 \times 0.81 \left(\frac{1}{600} + \frac{1}{600} \right)}} = \frac{0.02}{\sqrt{\frac{1,539}{10,000} \times \frac{1}{300}}} = \frac{0.02}{0.0226} \approx 0.8850$$

Por lo tanto, $Z = 0.8850$.

Ahora, se debe calcular el valor crítico para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ y una prueba unilateral, el valor crítico es $Z_\alpha = 1.645$. Por lo que:

$$Z = 0.8850 < 1.645$$

Por lo tanto, como el valor calculado de $Z = 0.8850$ es menor que el valor crítico 1.645, no rechazamos la hipótesis nula. Es decir, no hay suficiente evidencia para concluir que la proporción de personas que escucharon el anuncio en el primer distrito es significativamente mayor que en el segundo distrito al nivel de significación del 5 %.

