Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 54

Aaric Llerena Medina

Dos programas de televisión A y B tiene como ratings (porcentaje de hogares donde se ve el programa) de 40 y 20 respectivamente. Se toma una muestra aleatoria de 300 hogares con TV durante la transmisión del programa A y otra de 100 hogares durante la transmisión de B, ¿cuál es la probabilidad de que los resultados muestren que el programa A tiene un rating mayor a la de B en $10\,\%$?

Solución:

Considerando la diferencia de ratings muestrales $D = \hat{p}_A - \hat{p}_B$, se tiene que, por independencia de las muestras, D se distribuye de manera normal con:

$$\mu_D = 0.40 - 0.20 = 0.20$$
 y $\sigma_D^2 = 0.0008 + 0.0016 = 0.0024$

Se desea calcular la probabilidad de que D sea al menos 0.10, es decir: $P(D \ge 0.10)$. Para ello, se procede a estandarizar la variable D:

$$Z = \frac{D - \mu_D}{\sqrt{\sigma_D^2}}$$

Para D = 0.10:

$$Z = \frac{0.10 - 0.20}{\sqrt{0.0024}} \approx \frac{-0.10}{0.0490} \approx -2.04$$

Entonces,

$$P(D \ge 0.10) = 1 - P(Z < -2.04)$$

Utilizando la simetría y las tablas de la distribución normal se tiene que:

$$P(Z < -2.04) \approx 0.0207$$

por lo que:

$$P(D > 0.10) \approx 1 - 0.0207 \approx 0.9793$$

Es decir, existe aproximadamente un 97.93% de probabilidad de que los resultados muestren que el programa A tenga un rating mayor al de B en al menos 10%.