Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 39

Aaric Llerena Medina

El administrador del banco "CREDITOS" afirma que el 10 % de los clientes hacen operaciones diarias por más de \$10,000. Se va a diseñar una prueba de hipótesis para el porcentaje. Halle el tamaño de la muestra y el valor crítico de la prueba si se desea que la probabilidad de cometer error tipo I sea 0.0228 y que el riesgo de tomar una decisión equivocada sea 0.0329 cuando la proporción de clientes que hacen operaciones por más de \$10,000 sea realmente 5 %.

Solución:

Los datos del problema son:

- Proporción bajo H_0 : $p_0 = 0.10$.
- Proporción bajo H_1 : $p_1 = 0.05$.
- Probabilidad de error tipo I (α): 0.0228.
- Probabilidad de error tipo II (β): 0.0329.

Se define las hipótesis de la siguiente forma:

$$H_0: p = 0.10$$
 contra $H_1: p < 0.10$

donde p es la proporción de clientes que hacen operaciones por más de \$10,000.

Para calcular el tamaño de la muestra para un prueba de una cola, se utiliza la fórmula del tamaño de la muestra para proporciones:

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha}\sqrt{p_0(1-p_0)} + Z_{1-\beta}\sqrt{p_1(1-p_1)}}{\Delta}\right)^2$$

donde $\Delta = p_0 - p_1 = 0.10 - 0.05 = 0.05$.

Ahora, se debe calcular los valores de Z:

•
$$Z_{1-\alpha} = Z_{0.9772} \approx 2.00$$
.

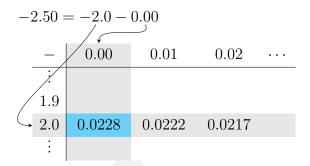
•
$$Z_{1-\beta} = Z_{0.9671} \approx 1.84$$
.

Sustituyendo los valores en la fórmula:

$$n = \left(\frac{2.00 \times \sqrt{0.10 \times 0.90} + 1.84 \times \sqrt{0.05 \times 0.95}}{0.05}\right)^2 = \left(\frac{0.6 + 0.4}{0.05}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.05}\right)^2 = 400$$

Por lo tanto, el tamaño de la muestra requerido es n=400.

Asimismo, para un nivel de significación $\alpha=0.0228,$ el valor crítico Z_{α} se busca el valor en la tabla:



El valor crítico Z_{α} es aproximadamente -2.00, por ello, la región crítica para la prueba es Z<-2.00.

Por lo tanto, el tamaño de la muestra necesario es 400 y el valor crítico de la prueba es Z=-2.00. Si el valor calculado de Z es menor que -2.00, se rechazará la hipótesis nula.