Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 52

Aaric Llerena Medina

Dos profesores enseñan a dos secciones A y B el mismo curso de matemáticas. Para comparar los promedios en las calificaciones obtenidas con los dos profesores, se escogieron dos muestras aleatorias independientes de 9 notas de A y 8 notas de B dando los siguientes resultados:

Grupo A: 02, 18, 10, 20, 17, 05, 12, 16, 11

Grupo B: 12, 16, 09, 15, 12, 13, 11, 10

Suponga que las calificaciones con cada uno de los dos profesores se distribuyen normalmente. Con un nivel de significación de 0.05.

a) ¿Se podría concluir que son homogéneas las varianzas de las calificaciones con los dos profesores?

b) ¿Es la calificación promedio de A más alta que la de B?

Solución:

Calculando las varianzas de cada grupo:

Dato	**Grupo A**	$(x_i - x)^2$
1	2	106.78
2	18	32.11
3	10	5.44
4	20	58.78
5	17	21.78
6	5	53.78
7	12	0.11
8	16	13.44
9	11	1.78
Suma	111	294
Promedio	12.33	

Dato	**Grupo B**	$(x_i - x)^2$
1	12	0.063
2	16	14.063
3	9	10.563
4	15	7.563
5	12	0.063
6	13	0.563
7	11	1.563
8	10	5.063
Suma	98	39.50
Promedio	12.25	

Las varianzas para el grupo A y grupo B son:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - x)^2}{n-1} \Rightarrow s_A^2 = \frac{294}{9-1} = 36.75 \quad \text{y} \quad s_B^2 = \frac{39.50}{8-1} = 5.6429$$

a) Para determinar si las varianzas son homogéneas, se determina el estadístico F:

$$F = \frac{s_A^2}{s_B^2} = \frac{36.75}{5.6429} = 6.5126$$

El valor crítico de F para $\alpha = 0.05$, con grados de libertad $df_1 = 8$ y $df_2 = 7$ es aproximadamente 3.7257. Como $F_{\text{calc}} = 6.51 > 3.73$, se rechaza la hipótesis nula de igualdad de varianzas. Por lo tanto, se concluye que las varianzas de las calificaciones en ambos grupos no son homogéneas.

b) Dado que las varianzas no son homogéneas, se utiliza la prueba t de Welch para comparar las medias:

$$t = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{12.33 - 12.25}{\sqrt{\frac{36.75}{9} + \frac{5.6429}{8}}} \approx \frac{0.08}{2.1883} \approx 0.0366$$

Asimismo, los grados de libertad para la prueba t de Welch se calculan con la fórmula:

$$\text{gl} = \frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}\right)^2}{\frac{(s_A^2/n_A)^2}{n_A - 1} + \frac{(s_B^2/n_B)^2}{n_B - 1}} = \frac{\left(\frac{36.75}{9} + \frac{5.6429}{8}\right)^2}{\frac{(36.75/9)^2}{9-1} + \frac{(5.6429/8)^2}{8-1}} = \frac{22.9316}{2.1553} \approx 10.6396 \approx 11$$

El valor crítico de t para $\alpha = 0.05$ con 11 grados de libertad aproximados es aproximadamente $t_{1-0.05,11} \approx 1.7959$. Como $t_{\text{calc}} = 0.036 < 1.7959$, no se rechaza la hipótesis nula de igualdad de medias. Es decir, la calificación promedio de A no es más alta que la de B.