

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 63

Aaric Llerena Medina

Una empresa de estudios de mercado quiere saber si un producto promocionado a nivel nacional lo adquieren los hombres en mayor porcentaje que las mujeres. Para esto se escogieron dos muestras aleatorias independientes de 900 hombres y 800 mujeres resultando que 270 hombres y 200 mujeres adquirieron el producto.

- Plantee las hipótesis nula y alternativa.
- Determine la proporción conjunta.
- Al nivel de significación del 5 %, ¿cuál es su decisión respecto a la hipótesis nula?
- Determine el valor de la probabilidad P

Solución:

Datos del estudio de mercado:

- Hombres:** $n_1 = 900$, $x_1 = 270$ compradores $\left(\hat{p}_1 = \frac{270}{900} = 0.30 \right)$
- Mujeres:** $n_2 = 800$, $x_2 = 200$ compradoras $\left(\hat{p}_2 = \frac{200}{800} = 0.25 \right)$

- Según la información, el planteamiento de hipótesis es:

$$H_0 : p_1 \leq p_2 \quad \text{vs} \quad H_1 : p_1 > p_2$$

- La proporción conjunta está dada por:

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{270 + 200}{900 + 800} = \frac{470}{1,700} \approx 0.2765$$

- Primero se debe calcular es estadístico Z , por ello:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{0.05}{\sqrt{0.2765 \times 0.7235 \times \left(\frac{1}{900} + \frac{1}{800} \right)}} = \frac{0.05}{0.02174} \approx 2.30$$

El calor crítico unilateral de $\alpha = 0.05$ es:

$$Z_\alpha = 1.645$$

Finalmente, comparando que:

$$Z = 2.30 > 1.645$$

Por lo tanto, como $Z = 2.30$ es mayor que 1.645, rechazamos la hipótesis nula.

d) El valor p se determina como:

$$P = P(Z > 2.30) = 1 - \Phi(2.30) = 1 - 0.9893 = 0.0107$$

Este valor p es menor que el nivel de significación del 5 %, lo que confirma la conclusión de rechazar la hipótesis nula.

