Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 33

Aaric Llerena Medina

Para controlar la calidad en un proceso de producción de cierto bien de consumo, se seleccionan al azar 46 unidades del bien cada día. Si la proporción de objetos defectuosos en la muestra es al menos $\bar{p}_0$, se detiene el proceso, de otro modo se continua con el proceso. Determine aproximadamente el valor de $\bar{p}_0$ para que con probabilidad de 0.9332 no se continúe con el proceso, cuando la producción total contenga 8 % de objetos defectuosos.

Solución:

La proporción muestral $\hat{p}$ de objetos defectuosos sigue una distribución aproximadamente normal (dado que n es suficientemente grande) con:

- **Media:** $\mu_{\hat{p}} = p = 0.08$.
- **Desviación estándar:** $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\dfrac{0.08 \times 0.92}{46}} = \sqrt{\dfrac{0.0736}{46}} \approx \sqrt{0.0016} = 0.04$.

Se busca el valor de $\bar{p}_0$ tal que:

$$P\left(\hat{p} \geq \bar{p}_0\right) = 0.9332$$

Esto es equivalente a:

$$P\left(\hat{p} < \bar{p}_0\right) = 1 - 0.9332 = 0.0668$$

Estandarizando la proporción muestral:

$$P\left(\hat{p} < \bar{p}_0\right) = P\left(Z < \frac{\bar{p}_0 - \mu_{\hat{p}}}{\sigma_{\hat{p}}}\right) = 0.0668$$

Buscando en la tabla de la distribución normal estándar, el valor Z que deja un área de 0.0668 a la izquierda es aproximadamente $Z = -1.5$. Por lo tanto:

$$\frac{\bar{p}_0 - 0.08}{0.04} = -1.5$$

Despejando $\bar{p}_0$:

$$\bar{p}_0 = 0.08 + (-1.5) \times 0.04 = 0.08 - 0.06 = 0.02$$

Por lo tanto, el valor $\bar{p}_0 = 0.02$ significa que si la proporción de objetos defectuosos en la muestra diaria es al menos 2 %, se detendrá el proceso con una probabilidad de 0.9332 cuando la producción total contenga 8 % de objetos defectuosos.