

Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 39

Aaric Llerena Medina

De 3,000 empleados de una empresa se escoge una muestra aleatoria de 300 empleados para una encuesta sobre condiciones laborales. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral a favor de las condiciones laborales esté comprendido en el intervalo de 0.76 y 0.84, si se estima en 80 % del total de empleados el porcentaje a favor de las condiciones laborales?

Solución:

Dado que el tamaño de la muestra es grande ($n = 300$), la proporción muestral \hat{p} sigue una distribución aproximadamente normal con:

■ **Media:** $\mu_{\hat{p}} = p = 0.80$.

■ **Desviación estándar:** $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.80 \times 0.20}{300}} = \sqrt{\frac{0.16}{300}} \approx \sqrt{0.000533} \approx 0.0231$.

Para calcular la probabilidad de que \hat{p} esté entre 0.76 y 0.84, se debe determinar $P(0.76 \leq \hat{p} \leq 0.84)$. Estandarizando:

■ Para $\hat{p} = 0.76$:

$$Z = \frac{0.76 - 0.80}{0.0231} = \frac{-0.04}{0.0231} \approx -1.73$$

■ Para $\hat{p} = 0.84$:

$$Z = \frac{0.84 - 0.80}{0.0231} = \frac{0.04}{0.0231} \approx 1.73$$

Por lo tanto:

$$P(0.76 \leq \hat{p} \leq 0.84) = P(-1.73 \leq Z \leq 1.73)$$

Usando la tabla de la distribución normal estándar:

■ $P(Z \leq 1.73) \approx 0.9582$.

■ $P(Z \leq -1.73) \approx 0.0418$.

Restando ambas probabilidades:

$$P(-1.73 \leq Z \leq 1.73) = P(Z \leq 1.73) - P(Z \leq -1.73) = 0.9582 - 0.0418 = 0.9164$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la proporción muestral esté comprendida entre 0.76 y 0.84 es aproximadamente 0.9164.