

Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 40

Aaric Llerena Medina

Una empresa encuestadora debe seleccionar una muestra aleatoria de una población que consiste de 3,000 electores para una encuesta de opinión. La empresa estima en 30 % del total, el porcentaje a favor de cierto candidato. ¿De qué tamaño debe escoger la muestra si se quiere tener una probabilidad del 95 % de que la diferencia de la proporción a favor del candidato en la muestra y en la población no exceda el valor 0.0492?

Solución:

La proporción muestral \hat{p} sigue una distribución aproximadamente normal con:

■ **Media:** $\mu_{\hat{p}} = p = 0.30$.

■ **Desviación estándar:** $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.30 \times 0.70}{n}} = \sqrt{\frac{0.21}{n}}$.

El margen de error E está dado por:

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{\hat{p}}$$

donde $z_{\alpha/2}$ es el valor crítico de la distribución normal estándar para un nivel de confianza del 95 %. Para $\alpha = 0.05$, $z_{\alpha/2} \approx 1.96$.

Dado que $E = 0.0492$, se tiene:

$$0.0492 = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.21}{n}}$$

Para determinar el tamaño de la muestra n , se despeja n de la ecuación anterior:

$$\sqrt{\frac{0.21}{n}} = \frac{0.0492}{1.96} \Rightarrow n = \left(\frac{1.96}{0.0492} \right)^2 \times 0.21 \Rightarrow n = 333.27$$

Como el tamaño de la muestra debe ser un número entero, se redondea hacia arriba: $n = 334$.

Por lo tanto, la empresa debe seleccionar una muestra de al menos 334 electores para tener una probabilidad del 95 % de que la diferencia entre la proporción muestral y la proporción verdadera no exceda 0.0492.