

Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 47

Aaric Llerena Medina

Sean $X_1 \sim \chi^2(9)$, $X_2 \sim \chi^2(20)$ y $X = (X_1/9)/(X_2/20)$. Hallar los valores a y b tales que:

$$P[a \leq X \leq b] = 0.925 \text{ y } P[X \leq a] = 0.05$$

Solución:

Sean $X_1 \sim \chi^2(9)$, $X_2 \sim \chi^2(20)$ y $X = \frac{X_1/9}{X_2/20}$. La variable X sigue una distribución F con 9 grados de libertad en el numerador y 20 grados de libertad en el denominador, es decir: $X \sim F(9, 20)$.

Se nos pide encontrar los valores a y b tales que:

$$P[a \leq X \leq b] = 0.925 \text{ y } P[X \leq a] = 0.05.$$

- a) **Encontrar el valor de a :** Dado que $P[X \leq a] = 0.05$, a es el percentil 0.05 de la distribución $F(9, 20)$. Usando tablas de la distribución F se obtiene: $a = F_{0.05}(9, 20) \approx 0.3405$.
- b) **Encontrar el valor de b :** Se sabe que $P[a \leq X \leq b] = 0.925$ y que $P[X \leq a] = 0.05$, entonces:

$$P[X \leq b] = P[X \leq a] + P[a \leq X \leq b] = 0.05 + 0.925 = 0.975$$

Operando, b es el percentil 0.975 de la distribución $F(9, 20)$. Usando tablas de la distribución F , se obtiene: $b = F_{0.975}(9, 20) \approx 2.8365$

Por lo tanto, $a = 0.3405$ y $b = 2.8365$ para que la probabilidad de que X esté entre 0.3405 y 2.8364 es 0.925, y la probabilidad de que X sea menor o igual a 0.3405 es 0.05.