Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 69

Aaric Llerena Medina

El gerente de compras de una compañía está evaluando dos marcas de equipo para fabricar un artículo. Examinó una muestra aleatoria de tamaño 50 para la primera marca y encontró que 5 de ellos tenían defectos. Controló otra muestra aleatoria de tamaño 80 para la segunda marca y encontró que 6 de ellos tenían defectos. Los manuales de los equipos indican que el porcentaje de fabricación defectuosa del total es la misma para las dos marcas de equipo. Sin embargo, como la primera cuesta bastante menos, el gerente de compras le otorga a esa marca el beneficio de la duda y afirma que la primera tiene mayor porcentaje de producción defectuosa. En el nivel de significación de 0.05, ¿cuál es la conclusión de usted?

Solución:

El gerente de compras está evaluando dos marcas de equipo. Se tienen los siguientes datos:

- **Marca 1:** Tamaño de muestra $n_1 = 50$, defectuosos $X_1 = 5$.
- **Marca 2:** Tamaño de muestra $n_2 = 80$, defectuosos $X_2 = 6$.

El gerente afirma que la primera marca tiene un mayor porcentaje de producción defectuosa. Por ello, se realiza una prueba de hipótesis para comparar las proporciones de defectos entre las dos marcas, por lo que se plantea las siguientes pruebas de hipótesis:

$$H_0 : p_1 \leq p_2 \quad \text{vs} \quad H_1 : p_1 > p_2$$

donde p_1 y p_2 son las proporciones de defectos en las marcas 1 y 2, respectivamente. Se debe estimar las proporciones muestrales:

- Proporción muestral de la marca 1:

$$\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1} = \frac{5}{50} = 0.10$$

- Proporción muestral de la marca 2:

$$\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2} = \frac{6}{80} = 0.075$$

Con $\hat{p}_1$ y $\hat{p}_2$ se determina la estimación de la proporción combinada:

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2} = \frac{5+6}{50+80} = \frac{11}{130} \approx 0.0846$$

Asimismo, el estadístico de prueba está dado por:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Sustituyendo los valores en la expresión:

$$Z = \frac{0.10 - 0.075}{\sqrt{\frac{11}{130} \times \left(1 - \frac{11}{130}\right)\left[\frac{1}{50} + \frac{1}{80}\right]}} = \frac{0.025}{\sqrt{\frac{1,309}{16,900} \times \frac{13}{400}}} = \frac{0.025}{0.0502} \approx 0.4980$$

Por lo tanto, $Z = 0.4980$.

Ahora, se debe calcular el valor crítico para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ u una prueba unilateral, por lo que el valor crítico es $Z_\alpha = 1.645$. Por lo que:

$$Z = 0.4980 < 1.645$$

Por lo tanto, como el valor calculado de Z es 0.498 es menor que el valor crítico 1.645, no rechazamos la hipótesis nula. Es decir, no hay suficiente evidencia para concluir que la primera marca tiene un mayor porcentaje de producción defectuosa que la segunda marca al nivel de significación de 0.05.