

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 50

Aaric Llerena Medina

El grupo “NATURA” lanza la publicidad de su producto de fibra natural afirmando que su consumo durante un mes da como resultado la pérdida de peso. Una muestra aleatoria de 12 personas que consumieron el producto reveló un peso medio de 62 kg antes, un peso medio de 58 kg después de un mes de iniciado el consumo y una desviación estándar de las diferencias de pesos $\hat{s}_d = 5$ kg. Suponga que la diferencia de los pesos tiene distribución normal. En el nivel de significación de 0.01.

- a) ¿Se debería concluir que el producto es efectivo?
- b) Halle el valor de la probabilidad P de la prueba.

Solución:

Se desea evaluar si el consumo del producto de fibra natural del grupo “NATURA” es efectivo para la pérdida de peso. Los datos muestrales son:

- Tamaño muestral: $n = 12$.
- Peso medio antes: $\bar{x}_{\text{antes}} = 62$ kg.
- Peso medio después: $\bar{x}_{\text{después}} = 58$ kg.
- Desviación estándar de las diferencias: $\hat{s}_d = 5$ kg.

- a) Se plantean las hipótesis:

$$H_0 : \mu_d \leq 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu_d > 0,$$

donde μ_d es la diferencia promedio de pesos antes y después del consumo del producto.

El estadístico de prueba t se calcula como:

$$t = \frac{\bar{x}_{\text{antes}} - \bar{x}_{\text{después}}}{\hat{s}_d / \sqrt{n}} = \frac{4}{5/3.4641} = \frac{4}{1.4434} \approx 2.771$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0.01$ en una prueba unilateral, los grados de libertad son $df = n - 1 = 11$, y el valor crítico es:

$$t_{1-0.01,11} = 2.7181$$

Por lo que comparando:

$$t_{\text{calc}} = 2.771 > t_{1-0.01,11} = 2.7181$$

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula H_0 . Existe evidencia suficiente para concluir que el producto es efectivo en la pérdida de peso.

- b) El valor P es la probabilidad de obtener un resultado tan extremo o más extremo que el observado, bajo la suposición de que la hipótesis nula (H_0) es verdadera. Para una prueba unilateral, el valor P se calcula como:

$$P = P(T > t)$$

Donde T sigue una distribución t con 11 grados de libertad y $t = 2.77$. Usando las tablas de distribución t , se obtiene:

$$P = 1 - \Phi(t_{\text{calc}}) = 1 - \Phi(2.771) \approx 1 - 0.9909 \approx 0.0091$$

Por lo tanto, como este valor- p es menor que $\alpha = 0.01$, se rechaza la hipótesis nula. Es decir, al nivel de significación del 1 %, se concluye que el producto es efectivo para la pérdida de peso.