

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 21

Aaric Llerena Medina

La empresa agroindustrial “COCONA S.A.” de Iquitos procesa palmito y las envasa en frascos para su consumo. Se sabe que el tiempo del proceso tiene distribución normal con una media de 10 minutos. Se introduce un nuevo método para reducir el tiempo medio del proceso. Para comprobar el cambio del promedio se observaron aleatoriamente 10 tiempos de proceso y se obtuvieron los siguientes resultados.

Tiempos	7	8	9	10	11	12	12.5
# de frascos	2	2	2	1	1	1	1

- a) En el nivel de significación del 0.05, ¿se puede decir que el tiempo de llenado con el nuevo método es significativamente inferior al anterior?
- b) Determine la probabilidad P de la prueba.

Solución:

A partir de estos datos se obtiene mediante cálculo de la media ponderada, que:

$$\bar{X} = \frac{\sum (X_i \cdot f_i)}{n} = \frac{93.5}{10} = 9.35$$

y la desviación estándar muestral es aproximadamente:

$$s = \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{35.025}{10 - 1}} = \sqrt{3.8917} \approx 1.9727$$

- a) Para determinar si el nuevo método reduce significativamente el tiempo de proceso, se plantea el contraste de las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \mu = 10 \quad \rightsquigarrow \quad \text{el tiempo promedio no ha disminuido}$$

$$H_1 : \mu < 10 \quad \rightsquigarrow \quad \text{el tiempo promedio ha disminuido.}$$

Dado que la muestra proviene de una población normal y la varianza poblacional se desconoce, se utiliza la prueba t de Student con $n - 1 = 9$ grados de libertad. La estadística de la prueba es:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

donde $\mu_0 = 10$ sustituyendo los valores obtenidos:

$$t = \frac{9.35 - 10}{\frac{1.9727}{\sqrt{10}}} = \frac{-0.65}{0.6238} \approx -1.04$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ en una prueba unilateral (cola inferior), el valor crítico $t_{0.05,9}$ es aproximadamente -1.8125, por ello, la regla de decisión es:

Rechazar H_0 si $t < -1.8125$

Como $t = -1.04 > -1.8125$, no se rechaza H_0 . Es decir, al nivel de significación del 0.05 no hay evidencia suficiente para concluir que el tiempo promedio de proceso con el nuevo método es significativamente inferior a 10 minutos.

b) La probabilidad P es el valor p asociado al estadístico $t = -1.04$ con $df = 9$ grados de libertad es:

$$P \approx 0.1627$$

Esto indica que existe aproximadamente un 16.27% de probabilidad, bajo la hipótesis nula de que $\mu = 10$, de obtener una media muestral tan baja como 9.35 minutos o menor.