Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 16

Aaric Llerena Medina

En cierta población de matrimonios, el peso en kg. de esposos y esposas se distribuye $N(80, 100)$ y $N(64, 69)$ respectivamente y son independientes. Si se eligen 25 matrimonios al azar de esta población, calcular la probabilidad de que la media de los pesos sea a lo más 137 kg.

Solución:

Primero se debe definir las variables:

- **Peso del esposo:** $X \sim N(80, 100)$.
- **Peso de la esposa:** $Y \sim N(64, 69)$.
- **Peso de un matrimonio:** $Z = X + Y$.

Dado que X e Y son independientes, la media y varianza de Z es:

- **Media:** $\mu_Z = \mu_X + \mu_Y = 80 + 64 = 144$
- **Varianza:** $\sigma_Z^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 = 100 + 69 = 169$

Ya que la media muestral del peso de 25 matrimonios ($n = 25$), sea $\bar{X}$ la media muestral, entonces:

- **Media de $\bar{Z}$:** $\mu_{\bar{Z}} = \mu_Z = 144$
- **Varianza $\bar{Z}$:** $\sigma_{\bar{Z}}^2 = \dfrac{\sigma^2}{n} = \dfrac{169}{25} = 6.76$

Dado que $\bar{Z}$ sigue aproximadamente una distribución normal $N(144, 6.76)$, estandarizando:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma_{\bar{Z}}^2}} = \frac{\bar{X} - 144}{\sqrt{6.76}} = \frac{\bar{X} - 144}{2.6}$$

Para un $\bar{Z} = 137$, entonces:

$$Z = \frac{137 - 144}{2.6} = \frac{-7}{2.6} = -2.69$$

Usando la tabla de distribución normal:

$$P(Z \leq -2.69) = 0.0036$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la media de los pesos de 25 matrimonios sea a lo más 137 kg es aproximadamente 0.0036.