# Estadística Inferencial

## Capítulo X - Ejercicio 48

Aaric Llerena Medina

Un analista financiero está interesado en comparar los niveles de rendimiento, en puntos porcentuales, de dos empresas de sectores diferentes1 y 2. El sabe que las tasas de rendimiento de cada una de estas empresas tiene distribución normal. Seleccionó al azar 16 acciones de cada una de las empresas y observó las tasas de rendimiento. Las tasas de rendimiento dieron las medias 45 y 38, y las varianzas 128 y 64 respectivamente para las empresas 1 y 2.

a) ¿Son diferentes las dos varianzas poblacionales de las tasas de rendimiento?

b) ¿Es la tasa de rendimiento promedio de la empresa 1 mayor que la de la empresa 2?

***Solución:***

Se desea comparar las tasas de rendimiento, en puntos porcentuales, de dos empresas de sectores diferentes. Los datos muestrales de las empresas son:

- **Emp. 1:** Tamaño muestral $n_1 = 16$, media muestral $\bar{x}_1 = 45$, varianza muestral $s_1^2 = 128$
- **Emp. 2:** Tamaño muestral $n_2 = 16$, media muestral $\bar{x}_2 = 38$, varianza muestral $s_2^2 = 64$

a) Se plantea las hipótesis para una prueba bilateral:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

El estadístico de prueba es:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{128}{64} = 2.00$$

Los grados de libertad son $df_n = n_1 - 1 = 15$ (numerador) y $df_d = n_2 - 1 = 15$ (denominador). Para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ en una prueba bilateral, los valores críticos son:

$$F_{0.05/2,15,15} = 2.8621 \quad \text{y} \quad F_{1-0.05/2,15,15)} = 0.3494$$

El valor calculado del estadístico de prueba es $F = 2$. Como $0.3494 < 2 < 2.8621$, la $H_0$ no cae en la región de rechazo.

Por lo tanto, no rechazamos la hipótesis nula. Es decir, no hay evidencia suficiente para concluir que las varianzas poblacionales de las tasas de rendimiento de las dos empresas son diferentes al nivel de significación del 5 %.

b) Para comparar las medias poblacionales, se realiza una prueba $t$ para la diferencia de medias. Dado que en la parte a) no se rechaza la hipótesis de igualdad de varianzas, se asume varianzas iguales. La varianza combinada $s_p^2$ es:

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(16-1)\cdot 128 + (16-1)\cdot 64}{16+16-2} = \frac{2,880}{30} = 96$$

El estadístico $t$ se calcula como:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{45-38}{\sqrt{96\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\right)}} = \frac{7}{\sqrt{96\times\frac{2}{16}}} = \frac{7}{\sqrt{12}} \approx \frac{7}{3.464} \approx 2.02$$

Para determinar la región de rechazo, el nivel de significación del 5 % ($\alpha = 0.05$) y una prueba unilateral, el valor crítico de $t$ con 30 grados de libertad, el $t$ crítico es:

$$t_{1-0.05,30} \approx 1.6973$$

El valor calculado del estadístico de prueba es $t \approx 2.02$ y como $2.02 > 1.6973$ se cae en la región de rechazo.

Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula $H_0$. Es decir, hay evidencia suficiente para concluir que la tasa de rendimiento promedio de la empresa 1 es mayor que la de la empresa 2 al nivel de significación del 5 %.