

Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 56

Aaric Llerena Medina

Se escoge una muestra de 600 electores que acaban de votar, entre las 9am y las 3pm para estimar la proporción de votantes a favor de los candidatos A y B . En una encuesta hecha en la víspera se estimó en 30 % y 35 % los porcentajes a favor de A y B respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de B exceda a la proporción muestral de A en al menos 10 %?

Solución:

- **Distribución de \hat{p}_A :**

$$\hat{p}_A \sim N\left(p_A, \frac{p_A(1-p_A)}{n}\right) = N\left(0.30, \frac{0.30 \times 0.70}{600}\right) = N(0.30, 0.00035)$$

- **Distribución de \hat{p}_B :**

$$\hat{p}_B \sim N\left(p_B, \frac{p_B(1-p_B)}{n}\right) = N\left(0.35, \frac{0.35 \times 0.65}{600}\right) = N(0.35, 0.0003791)$$

La diferencia $D = \hat{p}_B - \hat{p}_A$ sigue una distribución normal con:

- **Media:** $\mu_D = p_B - p_A = 0.35 - 0.30 = 0.05$
- **Varianza:** $\sigma_D^2 = \frac{p_A(1-p_A)}{n} + \frac{p_B(1-p_B)}{n} = 0.00035 + 0.0003791 = 0.0007291$

Por lo tanto: $D \sim N(0.05, 0.0007291)$

Calculamos $P(D \geq 0.10)$:

- **Estandarización del valor 0.10:**

$$Z = \frac{0.10 - \mu_D}{\sqrt{\sigma_D^2}} = \frac{0.10 - 0.05}{\sqrt{0.0007291}} \approx \frac{0.05}{0.027} \approx 1.85$$

- **Usando la distribución normal estándar:**

$$P(Z \geq 1.851) = 1 - \Phi(1.85) \approx 1 - 0.9678 = 0.0322$$

Por lo tanto, la probabilidad de que la proporción muestral de B exceda a la de A en al menos un 10 % es aproximadamente 0.0322.