

# Estadística Inferencial

## Capítulo X - Ejercicio 33

Aaric Llerena Medina

La compañía de productos lácteos “La Leche” está considerando cambiar sus actuales envases plásticos por envases de cartón, siempre y cuando se compruebe que más del 60 % de los consumidores aceptan el nuevo envase de cartón, para esto realiza una consulta a 600 consumidores seleccionados al azar.

- a) En el nivel de significación no mayor de 0.05, ¿qué valor mínimo debe tener el número de consumidores en la muestra que aceptan el nuevo envase de cartón para que a partir de ese valor la decisión sea cambiar los envases?
- b) Si 384 consumidores de la muestra aceptan el nuevo envase, ¿cuál es la significación para esta prueba?

### **Solución:**

Definiendo las hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.60 \quad \text{contra} \quad H_1 : p > 0.60$$

donde  $p$  es la proporción de consumidores que aceptan el nuevo envase de cartón.

- a) Para determinar el valor crítico con un nivel de significación no mayor de 0.05, el valor crítico  $Z_{1-0.05}$  es aproximadamente 1.645. Además, el estadístico de prueba para una proporción se calcula como:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

donde  $\hat{p}$  es la proporción muestral,  $p_0 = 0.60$  es la proporción bajo la hipótesis nula, y  $n = 600$  es el tamaño de la muestra.

Para encontrar el valor mínimo de  $\hat{p}$  que lleva a la aceptación de  $H_1$ , igualamos el estadístico de prueba al valor crítico:

$$\frac{\hat{p} - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60 \times 0.40}{600}}} = 1.645$$

Resolviendo para  $\hat{p}$ :

$$\hat{p} = 0.60 + 1.645 \times \sqrt{\frac{0.60 \times 0.40}{600}} \approx 0.6329$$

El número mínimo de consumidores que deben aceptar el nuevo envase para que la decisión sea cambiar los envases es:

$$n \times \hat{p} = 600 \times 0.6329 \approx 379.74$$

Por lo tanto, el valor mínimo es 380 consumidores.

b) Si 384 consumidores de la muestra aceptan el nuevo envase, la proporción muestral es:

$$\hat{p} = \frac{384}{600} = 0.64$$

El estadístico de prueba es:

$$Z = \frac{0.64 - 0.60}{\sqrt{\frac{0.60 \times 0.40}{600}}} = \frac{0.04}{0.0200} = 2$$

El valor- $p$  para una prueba unilateral derecha con  $Z = 2$  es:

$$\text{Valor-}p = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) \approx 1 - 0.9772 \approx 0.0228$$

Dado que el valor- $p$  (0.0228) es menor que el nivel de significación (0.05), rechazamos la hipótesis nula. Por lo tanto, hay suficiente evidencia para concluir que más del 60 % de los consumidores aceptan el nuevo envase.