

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 29

Aaric Llerena Medina

Un fabricante afirma que es 5 % el porcentaje de su producción defectuosa. Para comprobar esta hipótesis se seleccionó una muestra aleatoria de 40 observaciones y se encontró que el porcentaje muestral de defectuosos es 0.10. En el nivel de significación de 0.05:

- Plantee las hipótesis adecuadas.
- Determine la región rechazo de la hipótesis nula.
- Calcule el valor de la estadística de la prueba.
- ¿Cuál es su decisión respecto a la afirmación del fabricante?

Solución:

Según los datos proporcionados:

- Proporción poblacional: $p_0 = 0.05$
- Proporción muestral: $\hat{p} = 0.10$
- Tamaño de la muestra: $n = 40$
- Nivel de significación: $\alpha = 0.05$

- Se desea evaluar la afirmación del fabricante de que el porcentaje de producción defectuosa es del 5 %. Se tomó una muestra aleatoria de 40 unidades, por lo que se obtiene un porcentaje muestral de defectuosos de 0.10. Se plantean las hipótesis:

$$H_0 : p = 0.05 \quad \text{vs} \quad H_1 : p \neq 0.05$$

- La región de rechazo es unilateral derecha, ya que la hipótesis alternativa es $H_1 : p > 0.05$. El valor crítico de la cola derecha $Z_{1-\alpha}$ con $\alpha = 0.05$, buscando en la tabla de distribución normal estándar es aproximadamente 1.645.

Por lo tanto, se rechaza H_0 si el estadístico de prueba Z es mayor que 1.645.

- Para determinar el valor de la estadística de la prueba para proporciones es a través de:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

Sustituyendo los valores:

$$Z = \frac{0.10 - 0.05}{\sqrt{\frac{0.05 \cdot 0.95}{40}}} = \frac{0.05}{\sqrt{\frac{0.0475}{40}}} = \frac{0.05}{\sqrt{0.0011875}} \approx \frac{0.05}{0.0345} \approx 1.45$$

Por lo tanto, el valor de la estadística de prueba es $Z \approx 1.45$.

- d) Dado que $z_{calc} \approx 1.45$ no pertenece a la región de rechazo, no se rechaza H_0 . Es decir, no hay suficiente evidencia para rechazar la afirmación del fabricante. La afirmación del fabricante se mantiene al nivel de significación del 5%.

