# Estadística Inferencial

## Capítulo VIII - Ejercicio 22

Aaric Llerena Medina

---

Una empresa comercializa fardos de algodón cuyo peso $X$ se distribuye normalmente con una media de 250 Kg. y una desviación estándar de 4 kg. El costo por fardo está dado por: $Y = aX + 52$. Halle el valor de $a$, si se sabe que la media de los costos de 4 fardos escogidos al azar es siempre mayor que \$3,100 con probabilidad 0.0228.

***Solución:***

El peso $X$ de un fardo de algodón se distribuye normalmente con una media de 250 Kg y una desviación estándar de 4 Kg. Por ello, la media muestral $\bar{X}$ sigue una distribución normal:

- **Media Muestral:** $\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 250$.
- **Desviación Estándar muestral:** $\sigma_{\bar{X}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{4}{\sqrt{4}} = \dfrac{4}{2} = 2$

La media muestral $\bar{X}$ de una muestra de 4 fardos escogidos se distribuye como $X \sim N\left(250, 2^2\right)$.

El costo de un fardo es $Y = aX + 52$. La media del costo de un fardo es:

$$\mu_Y = a\mu_x + 52 = a(250) + 52 = 250a + 52$$

La media de la media muestral del costo es:

$$\mu_{\bar{Y}} = a\mu_{\bar{X}} + 52 = a(250) + 52 = 250a + 52$$

La varianza de la media muestral del costo es:

$$\sigma_{\bar{Y}}^2 = a^2\sigma_{\bar{X}}^2 = a^2 \times 4 = 4a^2$$

La desviación estándar de la media muestral del costo es:

$$\sigma_{\bar{Y}} = 2a$$

Entonces, la media muestral $\bar{Y}$ sigue una distribución aproximadamente normal

$$\bar{Y} \sim N\left(250a + 52, 4a^2\right)$$

Por lo tanto, se debe encontrar:

$$P\left(\bar{Y} > 3,100\right) = 0.0228$$

Estandarizando:

$$P\left(Z > \frac{3100 - (250a + 52)}{2a}\right) = 0.0228$$

Haciendo uso de las propiedades y usando la tabla de la distribución normal estándar:

$$\begin{aligned} P\left(Z > \alpha\right) &= 1 - P\left(Z < \alpha\right) \\ 0.0228 &= 1 - P\left(Z < \alpha\right) \\ P\left(Z < \alpha\right) &= 0.9772 \end{aligned}$$

Buscando el valor en la tabla:

$$2.00 = 2.0 + 0.00$$

| + | 0.00 | 0.01 | 0.02 | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|
| $\vdots$ | | | | |
| 1.9 | | | | |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | |
| $\vdots$ | | | | |

Por lo obtenido y reemplazando:

$$\frac{3100 - (250a + 52)}{2a} \approx 2$$

Resolviendo la ecuación:

$$\begin{aligned} 3100 - 250a - 52 &= 4a \\ 3,048 &= 254a \\ a &= \frac{3,048}{254} \\ a &= 12 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor de $a$ es aproximadamente 12.