

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 14

Aaric Llerena Medina

El gerente de ventas de la empresa “Gato S.A” que elabora cápsulas de uña de gato indica que la demanda semanal tiene distribución normal con una media de 1,000 cápsulas y una desviación estándar de 360 cápsulas. Sin embargo en un estudio reciente una muestra aleatoria de 36 semanas dio una demanda promedio de 850 cápsulas.

- a) En el nivel de significación de 0.05, ¿es posible concluir que la media de la producción semanal es menos de 1,000 cápsulas?
- b) Determine la probabilidad P de la prueba.

Solución:

Se desea contrastar la siguiente hipótesis:

- $H_0 : \mu = 1,000$ el gerente es correcto.
- $H_1 : \mu < 1,000$ los clientes gastan menos.

Dado que la población es normal y la desviación estándar es conocida, se utiliza la prueba Z .

El estadístico de prueba es:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

donde $\mu_0 = 1,000$. Sustituyendo los valores:

$$Z = \frac{850 - 1,000}{\frac{360}{\sqrt{36}}} = \frac{-150}{60} = -2.5$$

- a) Para un nivel de significación de 0.05 y una prueba de una cola (ya que H_1 es $\mu < 1,000$), se busca el valor crítico de Z en la tabla de distribución normal estándar:

$-1.64 = -1.6 - 0.04$

	0.04	Z	0.05	...
1.5				
1.6	0.0505	0.0500	0.0495	

**Nota: Se está trabajando con 4 decimales. Como no se tiene un valor para 0.80, se debe interpolar con los valores cercanos:*

-1.64	Z	-1.65
0.0505	0.05	0.0495

Resolviendo:

$$\frac{-1.64 - Z}{0.0505 - 0.05} = \frac{Z - (-1.65)}{0.05 - 0.0495}$$

$$\frac{-1.64 - Z}{0.0005} = \frac{Z + 1.65}{0.0005}$$

$$-1.64 - Z = Z + 1.65$$

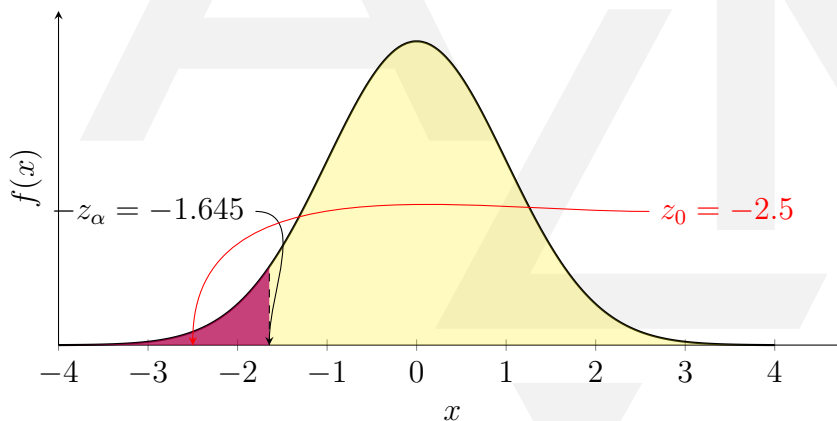
$$-2Z = 1.65 + 1.64$$

$$Z = -\frac{3.29}{2}$$

$$Z = -1.645$$

Como $-2.5 < -1.645$, se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, hay evidencia suficiente para concluir que la media de la producción semanal es menor que 1,000 cápsulas.

De forma visual, se representa en el siguiente gráfico:



Se aprecia que el valor crítico cae en la zona de rechazo.

- b) El valor p es la probabilidad de que $Z \leq -2.5$ y haciendo uso de la distribución normal estándar se encuentra que:

$$P(Z \leq -2.5) \approx 0.0062$$

El valor p es aproximadamente 0.0062, que es menor que el nivel de significación de 0.05. Esto refuerza la conclusión de rechazar la hipótesis nula.