

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 55

Aaric Llerena Medina

En un estudio para comparar la venta diaria de arroz embolsado en los hipermercados 1 y 2 se escogieron el monto de las ventas de 9 y 8 días al azar respectivamente de 1 y 2 resultando los siguientes datos en soles:

Mercado 1: 1,500 1,700 1,600 1,800 1,700 1,900 1,200 1,300 1,400

Mercado 2: 1,200 1,000 1,300 1,100 1,200 1,500 1,400 1,500

Suponga que tales ventas en cada uno de los supermercados tienen distribución normal. Utilizando el nivel de significación del 1 %.

- ¿Se puede concluir que las varianzas de todas las ventas son iguales?
- Utilice una prueba unilateral, para determinar si existe alguna diferencia significativa en las ventas medias?

Solución:

Se calcula los datos necesarios:

Mercado 1			Mercado 2		
		$(x_i - \bar{x}_1)^2$			$(x_i - \bar{x}_2)^2$
	1,500	4,444.44		1,200	5,625.00
	1,700	17,777.78		1,000	75,625.00
	1,600	1,111.11		1,300	625.00
	1,800	54,444.44		1,100	30,625.00
	1,700	17,777.78		1,200	5,625.00
	1,900	111,111.11		1,500	50,625.00
	1,200	134,444.44		1,400	15,625.00
	1,300	71,111.11		1,500	50,625.00
	1,400	27,777.78			
Cantidad	9		Cantidad	8	
Suma	14,100	440,000	Suma	10,200	235,000.00
Promedio	1,566.67		Promedio	1,275.00	
Varianza		55,000.00	Varianza		33,571.43

a) Se plantea las hipótesis:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \rightsquigarrow \quad (\text{Las varianzas de las ventas son iguales})$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \quad \rightsquigarrow \quad (\text{Las varianzas de las ventas no son iguales})$$

Para determinar si las varianzas son iguales, se determina el estadístico F :

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{55,000}{33,571.43} \approx 1.6383$$

Para un nivel de significación de 0.01 y con 8 grados de libertad para el numerador y 7 grados de libertad para el denominador, el valor crítico de $F_{0.01/2,8,7} \approx 8.6781$.

Como $F_{\text{cal}} = 1.6383 < 8.6781$ no se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no hay evidencia suficiente para concluir que las varianzas de las ventas no son iguales con un α de 0.01.

b) Se plantea las hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \quad \rightsquigarrow \quad (\text{No hay diferencia en las ventas medias})$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2 \quad \rightsquigarrow \quad (\text{Existe una diferencia significativa en las ventas medias})$$

Dado que no se rechaza la hipótesis de igualdad de varianzas, se asume varianzas iguales.

La varianza combinada s_p^2 es:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_2 - 1) s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(8 \cdot 55,000) + (7 \cdot 33,571.43)}{9 + 8 - 2} = \frac{675,000}{15} \approx 45,000$$

El estadístico t se calcula como:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{1,566.67 - 1,275}{\sqrt{45,000 \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} \right)}} \approx \frac{291.67}{\sqrt{103.0776}} \approx 2.8296$$

Para un nivel de significación de 0.01 y con 15 grados de libertad, el valor crítico de $t_{1-0.01,15}$ es aproximadamente 2.6025.

Dado que $t = 2.8296 > 2.602$ se rechaza H_0 . Por lo tanto, existe evidencia de que las ventas medias del Mercado 1 son mayores que las del Mercado 2.