

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 65

Aaric Llerena Medina

En una muestra de 500 hogares de Trujillo se encontró que 50 de ellos estaban viendo vía satélite un programa especial de televisión. En otra muestra de 400 hogares de Tarapoto se encontró que 28 de ellos estaban viendo el mismo programa especial. En el nivel de significación 0.05, ¿puede rechazarse la suposición del patrocinador de que el porcentaje de hogares que están observando el programa especial no es el mismo en las dos ciudades?

Solución:

Se analizan las proporciones de audiencia de un programa especial en dos ciudades peruanas con los siguientes datos muestrales:

- **Trujillo:** Muestra de $n_1 = 500$ hogares, con $x_1 = 50$ televidentes ($\hat{p}_1 = \frac{50}{500} = 0.10$)
- **Tarapoto:** Muestra de $n_2 = 400$ hogares, con $x_2 = 28$ televidentes ($\hat{p}_2 = \frac{28}{400} = 0.07$)

Planteamos las hipótesis para una prueba bilateral de proporciones:

$$H_0 : p_1 = p_2 \quad \text{vs} \quad H_1 : p_1 \neq p_2$$

La proporción combinada estimada bajo H_0 es:

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{50 + 28}{500 + 400} = \frac{78}{900} \approx 0.0867$$

Calculamos el estadístico de prueba Z:

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{0.10 - 0.07}{\sqrt{\frac{13}{150} \times \left(1 - \frac{13}{150} \right) \times \left[\frac{1}{500} + \frac{1}{400} \right]}} = \frac{0.03}{0.0189} \approx 1.5873$$

Para $\alpha = 0.05$ en una prueba bilateral, el valor crítico es $Z_{\alpha/2} = \pm 1.96$. Al comparar:

$$|Z| = 1.5873 < 1.96$$

Por lo tanto, no se rechaza H_0 al nivel de significación del 5 %. Es decir, los datos no proporcionan evidencia suficiente para contradecir la suposición del patrocinador. La diferencia observada del 3 % (10 % vs 7 %) entre las ciudades podría deberse a variabilidad muestral ($p > 0.05$).