Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 64

Aaric Llerena Medina

En una encuesta de opinión realizada en Lima, en el mes 1 una muestra aleatoria de 200 ciudadanos de Lima indicó que 20 de ellos se abstienen de opinar. En el mes 2 otra muestra aleatoria de 200 ciudadanos demostró que 12 de ellos se abstienen de opinar sobre el mismo asunto. En el nivel de significación 0.05, verificar la afirmación de que la diferencia $p_1 - p_2$ es menor que 5% donde p_1 y p_2 son las proporciones de todos los todos los ciudadanos que se abstienen de opinar.

Solución:

Se analizan las proporciones de abstención en dos meses consecutivos en Lima con los siguientes datos:

■ Mes 1: Muestra de
$$n_1 = 200$$
 ciudadanos, $x_1 = 20$ abstenciones ($\hat{p}_1 = \frac{20}{200} = 0.10$)

■ Mes 2: Muestra de
$$n_2 = 200$$
 ciudadanos, $x_2 = 12$ abstenciones ($\hat{p}_2 = \frac{12}{200} = 0.06$)

Planteamos las hipótesis para verificar si la diferencia es menor al 5

$$H_0: p_1 - p_2 \ge 0.05$$
 vs $H_1: p_1 - p_2 < 0.05$

Calculamos el estadístico Z considerando la diferencia hipotética bajo H_0 :

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}}$$

Sustituyendo valores y desarrollando:

$$Z = \frac{(0.10 - 0.06) - 0.05}{\sqrt{\frac{0.10 \times 0.90}{200} + \frac{0.06 \times 0.94}{200}}} = \frac{-0.01}{\sqrt{\frac{9}{20,000} + \frac{141}{500,000}}} = \frac{-0.01}{0.02706} \approx -0.369$$

Para $\alpha = 0.05$ (prueba unilateral izquierda), el valor crítico es $Z_{\alpha} = -1.645$. Al comparar:

$$Z = -0.369 > -1.645$$

Por lo tanto, no rechazamos H_0 al nivel del 5 %. Es decir, no existe evidencia estadística suficiente para respaldar la afirmación de que la diferencia en las proporciones de abstención sea menor al 5 %.