

Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 19

Aaric Llerena Medina

Un procesador de alimentos envasa café en frascos de 400 gramos. Para controlar el proceso se seleccionan 64 frascos cada hora. Si su peso medio es inferior a un valor crítico K , se detiene el proceso y se registra. En caso contrario, se continúa la operación sin detener el proceso. Determinar el valor de K de modo que haya una probabilidad de solo el 5% de detener el proceso cuando está envasando a un promedio de 407.5 gramos con una desviación estándar de 2.5 gramos.

Solución:

El peso de los frascos se distribuye normalmente con una media de 407.5 gramos y una desviación estándar de 2.5 gramos. Por ello, la media muestral \bar{X} sigue una distribución normal, tal que:

- **Media Muestral:** $\mu_{\bar{X}} = \mu = 407.5$
- **Desviación Estándar Muestral:** $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.5}{\sqrt{64}} = \frac{2.5}{8} = 0.3125$

La media muestral \bar{X} de una muestra de 64 frascos se distribuye como $\bar{X} \sim N(407.5, 0.3125^2)$.

Se debe encontrar K que cumpla lo siguiente:

$$P(\bar{X} < K) = 0.05$$

Estandarizando la media muestral: $P\left(Z < \frac{K - 407.5}{0.3125}\right) = 0.05$.

Buscando el valor 0.05 en la tabla:

- **1. Buscando los valores más cercanos a 0.05:**

$-1.64 = -1.6 - 0.04$

	0.04	Z	0.05	...
...				
1.5				
1.6	0.0505	0.0500	0.0495	
...				

**Nota: Se está trabajando con 4 decimales.*

- 2. Como no se tiene un valor para 0.80, se debe interpolar con los valores cercanos:

-1.64	Z	-1.65
0.0505	0.05	0.0495

Resolviendo:

$$\frac{-1.64 - Z}{0.0505 - 0.05} = \frac{Z - (-1.65)}{0.05 - 0.0495}$$

$$\frac{-1.64 - Z}{0.0005} = \frac{Z + 1.65}{0.0005}$$

$$-1.64 - Z = Z + 1.65$$

$$2Z = 1.65 + 1.64$$

$$Z = \frac{3.29}{2}$$

$$Z = 1.645$$

Por lo obtenido y reemplazando:

$$\frac{K - 407.5}{0.3125} = -1.645$$

Resolviendo la ecuación y determinando el valor de K :

$$K - 407.5 = -1.645 \times 0.3125$$

$$K - 407.5 = -0.5141$$

$$K = 407.5 - 0.5141$$

$$K = 406.9859$$

Por lo tanto, el valor de K debe ser aproximadamente 406.9859 gramos para que haya una probabilidad del 5 % de detener el proceso cuando el peso medio es de 407.5 gramos.