

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 38

Aaric Llerena Medina

Un empleado del banco “TRABAJA” ha revisado 2000 créditos. Luego, un auditor seleccionó al azar 400 de tales créditos y encontró que en 20 de ellas había errores. Considerando como satisfactoria hasta un 3 % de créditos con error y en el nivel de significación de 3 %, ¿puede admitirse como satisfactorio el trabajo del empleado?

Solución:

Definiendo las hipótesis:

$$H_0 : p \leq 0.03 \quad \text{contra} \quad H_1 : p > 0.03$$

donde p es la proporción de créditos con error.

Asimismo, los datos del problema son:

- Tamaño de la muestra: $n = 400$.
- Número de créditos con error en la muestra: $X = 20$.
- Proporción muestral de créditos con error: $\hat{p} = \frac{X}{n} = \frac{20}{400} = 0.05$.
- Nivel de significación: $\alpha = 0.03$.

Se calcula el estadístico de prueba para una proporción:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

donde $p_0 = 0.03$ es la proporción bajo la hipótesis nula. Sustituyendo los valores:

$$Z = \frac{0.05 - 0.03}{\sqrt{\frac{0.03 \times 0.97}{400}}} = \frac{0.02}{\sqrt{\frac{0.0291}{400}}} = \frac{0.02}{0.00853} \approx 2.3447$$

Se necesita determinar el valor crítico Z_α con $\alpha = 0.03$ y como la región crítica es en la cola derecha, es decir, $P(Z > Z_\alpha)$, entonces:

$$P(Z > Z_\alpha) = 1 - P(Z < Z_\alpha) = 0.03 \Rightarrow P(Z < Z_\alpha) = 0.07$$

Por lo que buscando el valor 0.07 en la tabla de distribución normal, se obtiene el valor $Z = 1.88$.

Asimismo, se establece la regla de decisión:

- Si $Z_{\text{calc}} > Z_{\alpha}$, se rechaza H_0 .
- Si $Z_{\text{calc}} \leq Z_{\alpha}$, no se rechaza H_0 .

En este caso, $Z_{\text{calc}} = 2.347 > 1.88$, por lo que se rechaza la hipótesis nula.

Además, se calcula el valor- p para confirmar la decisión. En este caso, el valor- p está dado por:

$$\begin{aligned} P &= P(P > 2.347) \\ &= 1 - P(P < 2.347) \\ &= 1 - 0.9905 \\ &= 0.0095 \end{aligned}$$

El valor- p de aproximadamente 0.0095 es menor que el nivel de significación de 0.03, lo que refuerza la decisión de rechazar la hipótesis nula.