

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 46

Aaric Llerena Medina

Un estudio estadístico sobre el uso de cajeros automáticos indica que el monto diario (en dólares) de los movimientos tanto para hombres y mujeres tienen distribución normal con la misma media y con varianzas respectivas de 64 y 49. Sin embargo la inferencia respecto a la igualdad de las medias es poco creíble. Para investigar más al respecto, se seleccionaron aleatoriamente los montos de los movimientos de 20 hombres y 25 mujeres dando las medias respectivas de 200 y 205. Para el nivel de significación del 1 %, ¿se puede concluir que las medias de las dos poblaciones de montos son diferentes?

Solución:

Se tienen los siguientes datos:

- **Hombres:** $n_1 = 20$, $\bar{x}_1 = 200$, varianza poblacional $\sigma_1^2 = 64$
- **Mujeres:** $n_2 = 25$, $\bar{x}_2 = 205$, varianza poblacional $\sigma_2^2 = 49$

Se plantean las hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

Dado que las varianzas son conocidas, se utiliza el estadístico Z para la diferencia de medias:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \overbrace{(\mu_1 - \mu_2)}^0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{200 - 205}{\sqrt{\frac{64}{20} + \frac{49}{25}}} = \frac{-5}{\sqrt{3.2 + 1.96}} = \frac{-5}{\sqrt{5.16}} \approx \frac{-5}{2.27} \approx -2.20$$

Para un nivel de significación del 1 % y una prueba bilateral, los valores críticos de Z son ± 2.576 . La región de rechazo es: $Z < -2.576$ o $Z > 2.576$. El valor calculado del estadístico de prueba es $Z \approx -2.20$. Como -2.20 no cae en la región de rechazo ($-2.20 > -2.576$), no se rechaza la hipótesis nula.

Además el valor- p bilateral es:

$$P = 2 [1 - \Phi(2.20)] \approx 2 \times (1 - 0.9861) = 0.0278$$

y como $0.028 > 0.01$, no se concluye que las medias de las dos poblaciones sean diferentes, es decir, no se rechaza la hipótesis nula.