

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 20

Aaric Llerena Medina

Un estudio estadístico indica que el tiempo en minutos que utilizan los 100 operarios para confeccionar un pantalón de la firma “JEAN” es una variable aleatoria cuya distribución es normal con media 15 y desviación estándar 3.2. Para comprobar el tiempo promedio se escogieron los tiempos de producción de 16 operarios resultando una media de 16.

- a) Plantee las hipótesis adecuadas del problema.
- b) ¿Cuál es la estadística de la prueba?
- c) Realice la prueba de las hipótesis en el nivel de significación 0.05.

Solución:

- a) Dado que se desea determinar si el tiempo promedio realmente excede los 15 minutos, las hipótesis se plantean de la siguiente forma:

$$H_0 : \mu = 15,$$

$$H_1 : \mu > 15.$$

- b) Como la distribución del tiempo es normal y se conoce la desviación estándar poblacional $\sigma = 3.2$, se utiliza la prueba Z . La estadística de prueba se define por:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

donde $\mu_0 = 15$, $\bar{X} = 16$, $n = 16$ y $\sigma = 3.2$. Se calcula el error estándar:

$$SE = \frac{3.2}{\sqrt{16}} = \frac{3.2}{4} = 0.8$$

El estadístico de prueba es:

$$Z = \frac{16 - 15}{0.8} = \frac{1}{0.8} = 1.25$$

Por lo tanto, se determina que el estadístico de prueba es 1.25.

- c) Para una prueba unilateral de la cola superior, el valor crítico a $\alpha = 1 - 0.05 = 0.95$, se busca el valor crítico de Z en la tabla de distribución normal estándar:

$$+1.64 = +1.6 + 0.04$$

+	...	0.04	Z	0.05	...
⋮					
1.5					
1.6		0.9495	0.9500	0.9505	
⋮					

*Nota: Se está trabajando con 4 decimales.

Como no se tiene un valor para 0.80, se debe interpolar con los valores cercanos:

1.64	Z	1.65
0.9495	0.9500	0.9505

Resolviendo:

$$\frac{1.64 - Z}{0.9495 - 0.95} = \frac{Z - 1.65}{0.95 - 0.9505}$$

$$\frac{1.64 - Z}{-0.0005} = \frac{Z - 1.65}{-0.0005}$$

$$1.64 - Z = Z - 1.65$$

$$-2Z = -1.65 - 1.64$$

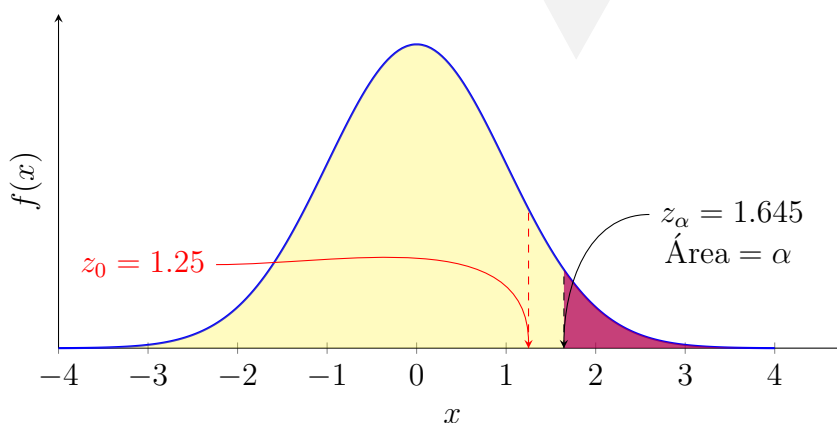
$$-Z = -\frac{3.29}{2} = 1.645$$

La decisión es:

Rechazar H_0 si $Z > 1.645$; no rechazar H_0 si $Z \leq 1.645$

Como $1.25 < 1.645$, no se rechaza la hipótesis nula. Por lo tanto, no hay evidencia suficiente para concluir que el tiempo promedio de producción es diferente a 15 minutos.

De forma visual, a través del siguiente gráfico se aprecia:



Se visualiza que el Z_c se encuentra en la zona de no rechazo.