

# Estadística Inferencial

## Capítulo X - Ejercicio 22

Aaric Llerena Medina

Las cajas de avena llenadas por un proceso automático deben tener un contenido de 160 gramos en promedio. Si no es así debe detenerse la producción para regular la máquina. Para el control se obtuvo el peso en gramos  $X_i$  de 10 cajas seleccionadas al azar de esa producción y resultaron las siguientes sumas:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 1,580 \quad \sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 249,658$$

- Plantee las hipótesis para una prueba unilateral cola izquierda.
- ¿Qué estadística se debería usar en la prueba y que condición fundamental requiere esta estadística?
- En el nivel de significancia de 0.01, ¿es razonable detener la producción?

### **Solución:**

- Como se debe detener la producción si el contenido promedio es inferior a 160 gramos, se plantea la prueba unilateral a la izquierda:

$$H_0 : \mu = 160 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu < 160$$

- Para la estadística de la prueba se utiliza la prueba  $t$  para una muestra, ya que la varianza poblacional es desconocida. La estadística de prueba se calcula como:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

donde  $\bar{X}$  es la media muestral,  $\mu_0 = 160$ ,  $S$  es la desviación muestral y  $n$  es el tamaño de la muestra. Por ello, antes de calcular el estadístico, se determinan la media muestral y la desviación muestral a partir de los datos:

#### ■ Media muestral:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{n} = \frac{1,580}{10} = 158$$

#### ■ Varianza muestral:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{10} X_i^2 - n\bar{X}^2 \right) = \frac{1}{10-1} (249,658 - 10 \times 158^2) = 2$$

■ **Desviación estándar muestral:**

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2}$$

Por lo tanto, el estadístico de prueba es:

$$t = \frac{158 - 160}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}}} = \frac{-2}{0.4472} \approx -4.47$$

c) Para una prueba unilateral a la izquierda con  $n - 1 = 9$  grados de libertad y un nivel de significancia  $\alpha = 0.01$ , el valor crítico es aproximadamente

$$t_{0.01,9} \approx -2.8214$$

Dado que el estadístico calculado,  $t \approx -4.47$ , es menor que  $-2.82$ , se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ .

Por lo tanto, existe evidencia suficiente para concluir que el contenido promedio es menor que 160 gramos, lo cual indica que la producción no cumple con el estándar establecido y, en consecuencia, es razonable detener el proceso para regular la máquina.