

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 30

Aaric Llerena Medina

Un candidato político consistentemente ha sido favorecido por al menos 58 % de la votación de la población en encuestas hechas durante los meses que preceden a las elecciones generales. Sin embargo, una encuesta a 500 votantes realizada la semana final de la campaña reveló que la proporción de votantes a favor de él fue de 54 %. Al nivel de significación del 5 %, ¿debería este candidato creer que el nivel de su apoyo ha bajado?

Solución:

Como se desea evaluar si el nivel de apoyo de un candidato político ha disminuido respecto al 58 % que consistentemente ha recibido en encuestas previas. En una muestra de 500 votantes, la proporción muestral de apoyo fue del 54 %. Se plantea las hipótesis:

$$H_0 : p \geq 0.58 \quad \text{vs} \quad H_1 : p < 0.58$$

donde p es la proporción real de votantes que apoyan al candidato.

El estadístico de prueba para proporciones es:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}},$$

donde $\hat{p} = 0.54$, $p_0 = 0.58$, y $n = 500$. Calculando el error estándar:

$$SE = \sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}} = \sqrt{\frac{0.58 \times 0.42}{500}} = \sqrt{\frac{0.2436}{500}} = \sqrt{0.0004872} \approx 0.0221.$$

Sustituyendo los valores en el estadístico:

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{SE} = \frac{0.54 - 0.58}{0.0221} = \frac{-0.04}{0.0221} \approx -1.81.$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ en una prueba unilateral izquierda, el valor crítico es:

$$z_\alpha = -1.645.$$

Por lo que comparando $z_{\text{calc}} = -1.81 < z_\alpha = -1.645$ se rechaza la hipótesis nula H_0 . Existe evidencia suficiente para concluir que el nivel de apoyo del candidato ha disminuido.

El valor- p asociado a la prueba es:

$$P = P(Z < -1.81) \approx 0.0351,$$

lo cual es menor que $\alpha = 0.05$, por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 . Por lo tanto, al nivel de significación del 5 %, el candidato debería creer que el nivel de su apoyo ha bajado, ya que la evidencia estadística respalda esta conclusión.

