## Estadística Inferencial

## Capítulo VIII - Ejercicio 23

## Aaric Llerena Medina

Definimos la variable aleatoria "error muestral", por:  $|\bar{X} - \mu|$ . De todas las muestras de tamaño 36 escogidas al azar de la población  $N(\mu, 324)$ .

- a) ¿Qué porcentaje tendrán un error muestral mayor de 4.5?
- b) ¿Para qué valor de k el 95 % tienen error muestral no mayor que k?

## Solución:

a) La media muestral  $\bar{X}$  sigue una distribución normal:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) = N\left(\mu, \frac{324}{36}\right) = N\left(\mu, 9\right)$$

Por lo tanto, la desviación estándar de  $\bar{X}$  es  $\sigma_{\bar{X}} = 3$ .

Se desea encontrar el porcentaje que tendrá un error muestral mayor de 4.5, esto se traduce como  $|\bar{X} - \mu| > 4.5$ , por lo que estandarizando:

$$P(|\bar{X} - \mu| > 4.5) = P(|\bar{X} - \mu| > 4.5) = P(|Z| > 1.5) = 1 - P(|Z| < 1.5)$$

Despejando el valor absoluto, se convierte en:

$$P(|Z| > 1.5) = 1 - P(|Z| < 1.5)$$

$$= 1 - P(-1.5 < Z < 1.5)$$

$$= 1 - [P(Z < 1.5) - P(Z < -1.5)]$$

Usando la tabla de distribución normal:

- $P(P < 1.5) \approx 0.9332$
- $P(P < -1.5) \approx 0.0668$

Por lo tanto la probabilidad es:

$$P(|Z| > 1.5) = 1 - [(P < 1.5) - P(P < -1.5)]$$
  
= 1 - [0.9332 - 0.0668]  
= 0.1336

El porcentaje de muestral con un error muestral mayor de 4.5 es aproximadamente 13.36 %.

b) Se quiere encontrar el valor de k tal que cumpla:

$$P\left(|\bar{X} - \mu| \le k\right) = 0.95$$

Estandarizando:

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}}\right| \le \frac{k}{3}\right) = 0.95$$

Por lo que operando:

$$P\left(-\frac{k}{3} \le Z \le \frac{k}{3}\right) = 0.95$$

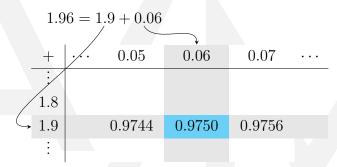
$$P\left(Z \le \frac{k}{3}\right) - P\left(Z \le -\frac{k}{3}\right) = 0.95$$

Dado que  $P(Z \le -a) = 1 - P(Z \le a)$ :

$$2P\left(Z \le \frac{k}{3}\right) - 1 = 0.95$$

$$P\left(Z \le \frac{k}{3}\right) = 0.975$$

Buscando el valor en la tabla:



Por lo obtenido y reemplazando:

$$\frac{k}{3} = 1.96 \Rightarrow k = 1.96 \times 3 \Rightarrow 5.88$$

Por lo tanto, el valor de k es aproximadamente 5.88.