Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 36

Aaric Llerena Medina

Un transbordador transporta 300 pasajeros. Se sabe que el peso de la población de pasajeros tiene una media de 63 Kg. y una varianza de 135 kg^2 y que el 30 % de toda la población de pasajeros tiene pesos que superan los 90 kilogramos.

a) Si el reglamento de seguridad establece que el peso total de los pasajeros del transbordador no debe exceder los 19,000 Kg en más del 5 % de las veces. ¿Cumple el transbordador las reglamentaciones de seguridad?

b) Si la población consiste de 2,000 pasajeros, ¿qué probabilidad hay de que menos del 25 % de los 300 pasajeros tengan un peso que supere los 90 kilogramos?

Solución:

a) El peso total S es la suma de los pesos de 300 pasajeros. Dado que los pesos son independientes e idénticamente distribuidos, S sigue una distribución aproximadamente normal con:

- **Media:** $\mu_S = n \cdot \mu = 300 \times 63 = 18,900$ kg.
- **Varianza:** $\sigma_S^2 = n \cdot \sigma^2 = 300 \times 135 = 40,500 \text{ kg}^2$.
- **Desviación estándar:** $\sigma_S = \sqrt{40,500} \approx 201.25$ kg.

Se pide determinar la probabilidad de que $S > 19,000$, por lo que estandarizando:

$$Z = \frac{19,000 - 18,900}{201.25} = \frac{100}{201.25} \approx 0.50$$

Por lo tanto:

$$P(S > 19,000) = P(Z > 0.50)$$

Usando la tabla de la distribución normal estándar:

$$P(Z > 0.50) = 1 - P(Z < 0.50) \approx 1 - 0.6915 = 0.3085$$

Como la probabilidad de que el peso total exceda 19,000 kg es 0.3085 (es decir, 30.85 %), lo cual es mayor que el 5 % permitido por el reglamento. Por lo tanto, el transbordador **no cumple** con las reglamentaciones de seguridad.

b) Se tiene una población de 2,000 pasajeros, de los cuales el 30 % tiene pesos que superan los 90 kg. Se toma una muestra de $n = 300$ pasajeros. Sea Y el número de pasajeros en la muestra que pesan más de 90 kg.

La variable Y sigue una distribución binomial $(n = 300, p = 0.30)$. Dado que n es grande, aproximamos esta distribución por una normal con:

- **Media:** $\mu_Y = n \cdot p = 300 \times 0.30 = 90$.
- **Varianza:** $\sigma_Y^2 = n \cdot p \cdot (1 - p) = 300 \times 0.30 \times 0.70 = 63$.
- **Desviación estándar:** $\sigma_Y = \sqrt{63} \approx 7.937$.

Se debe calcular la probabilidad de que menos del 25 % de los pasajeros pesen más de 90 kg, es decir, menor del 25 % de 300 pasajeros es $0.25 \times 300 = 75$ pasajeros. Por lo tanto, se busca $P\left(Y < 75\right)$, por lo que estandarizando:

$$P(Y < 75) \approx P\left(Z < \frac{75 - 90}{7.937}\right) = P\left(Z < \frac{-15}{7.937}\right) \approx P(Z < -1.89)$$

Usando la tabla de la distribución normal estándar:

$$P(Z < -1.89) \approx 0.0294$$

Por lo tanto, la probabilidad de que menos del 25 % de los pasajeros tengan un peso que supere los 90 kg es aproximadamente 0.0294.