

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 66

Aaric Llerena Medina

En un estudio de mercado para determinar el rating de los programas de TV del mediodía una muestra aleatoria de 400 hogares de cierta comunidad reveló que 80 están sintonizando el programa B de TV, 120 sintonizan el programa G y el resto sintonizan otra cosa. ¿Es la proporción global de televidentes que sintonizan el programa B igual al que sintonizan G ? Utilice $\alpha = 0.01$ y una prueba bilateral.

Solución:

Se realizó un estudio para comparar las proporciones de audiencia entre dos programas de TV (B y G) en 400 hogares:

- **Programa B:** 80 hogares ($\hat{p}_B = \frac{80}{400} = 0.20$)
- **Programa G:** 120 hogares ($\hat{p}_G = \frac{120}{400} = 0.30$)

Planteamos las hipótesis para una prueba bilateral:

$$H_0 : p_B = p_G \quad \text{vs} \quad H_1 : p_B \neq p_G$$

Calculamos la proporción combinada bajo H_0 :

$$\hat{p} = \frac{x_B + x_G}{n_B + n_G} = \frac{80 + 120}{400 + 400} = \frac{200}{800} = 0.25$$

El estadístico de prueba Z se calcula como:

$$Z = \frac{\hat{p}_B - \hat{p}_G}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_B} + \frac{1}{n_G} \right)}} = \frac{0.20 - 0.30}{\sqrt{0.25 \times 0.75 \times \left(\frac{1}{400} + \frac{1}{400} \right)}} = \frac{-0.10}{0.0306} \approx -3.2679$$

Para $\alpha = 0.01$ (prueba bilateral), el valor crítico es $|Z_{\alpha/2}| = 2.576$. Comparando:

$$|Z| = 3.2679 > 2.576$$

Por lo tanto, se rechaza H_0 al nivel de significación del 1 %. Es decir, existe evidencia estadística suficiente para afirmar que las proporciones de audiencia entre los programas B y G son significativamente diferentes. La diferencia observada de 10 % (20 % vs 30 %) no es atribuible al azar.