Estadística Inferencial

Capítulo VIII - Ejercicio 43

Aaric Llerena Medina

Las ventas mensuales en soles de filetes de atún en todas los mercados, tienen distribución normal con una varianza de 400. Para realizar una prueba del valor de la varianza se escogió una muestra aleatoria de 13 tiendas y se encuentra que las ventas del mes dan una varianza de 360. Al nivel de significación del 5 %, ¿hay razón suficiente para concluir que la varianza de la población es diferente de 400?

Solución:

Se analiza la varianza poblacional de ventas mensuales de filetes con distribución normal:

- Varianza poblacional: $\sigma_0^2 = 400$
- Varianza muestral: $s^2 = 360$
- Muestra actual: $n = 13$ tiendas

Se plantean las hipótesis para una prueba bilateral:

$$H_0 : \sigma^2 = 400 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma^2 \neq 400$$

Se calcula el estadístico chi-cuadrado:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{12 \times 360}{400} = \frac{4,320}{400} = 10.80$$

Los valores críticos para $\alpha = 0.05$ (gl = 12, prueba bilateral):

$$\chi^2_{1-0.05/2,12} = 4.4038 \quad \text{y} \quad \chi^2_{0.05/2,12} = 23.3367$$

Se establece la regla de decisión:

- Si $\chi^2 < \chi^2_{\alpha/2,n-1}$ o $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$, se rechaza H_0.
- Si $\chi^2_{\alpha/2,n-1} \leq \chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$, no se rechaza H_0.

En este caso:

$$4.404 < 10.80 < 23.337 \quad \Rightarrow \quad \text{No rechazamos } H_0$$

Asimismo, determinamos el valor-p asociado a través de tablas:

$$P = 2 \times P(\chi^2_{12} > 10.80) = 2 \times \left[1 - P(\chi^2_{12} < 10.80)\right] \approx 2 \times (1 - 0.5461) \approx 0.9078$$

Por lo tanto, se reafirma que no se rechaza la hipótesis nula (H_0).