

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 68

Aaric Llerena Medina

Para probar la eficacia de dos nuevos insecticidas en la protección contra plagas de las viñas de San Antonio en San Martín, se seleccionaron al azar 80 plantas de uvas para rociarlo con el insecticida A y 50 plantas de uvas para rociarlo con el insecticida B . Cuando maduraron las uvas se encontró que 6 y 5 plantas de uvas rociadas con A y B respectivamente tenían plagas. Con un nivel de significación del 5%, ¿se puede concluir que el insecticida A es más eficaz?

Solución:

Se desea probar la eficacia de dos insecticidas, A y B , en la protección contra plagas de las viñas. Los datos son:

- **Insecticida A:** Tamaño de muestra $n_A = 80$, plantas con plagas $X_A = 6$.
- **Insecticida B:** Tamaño de muestra $n_B = 50$, plantas con plagas $X_B = 5$.

Se plantea la hipótesis de que el insecticida A es más eficaz que el insecticida B . Por ello, se realiza una prueba de hipótesis para comparar las proporciones de plantas con plagas entre los dos insecticidas.

$$H_0 : p_A \geq p_B \quad \text{vs} \quad H_1 : p_A < p_B$$

donde p_A y p_B son las proporciones de plantas con plagas en los grupos tratados con A y B , respectivamente. Se debe estimar las proporciones muestrales:

- Proporción muestral para A :

$$\hat{p}_A = \frac{X_A}{n_A} = \frac{6}{80} = 0.075$$

- Proporción muestral para :

$$\hat{p}_B = \frac{X_B}{n_B} = \frac{5}{50} = 0.10$$

Con \hat{p}_A y \hat{p}_B se determina la estimación de la proporción combinada:

$$\hat{p} = \frac{X_A + X_B}{n_A + n_B} = \frac{6 + 5}{80 + 50} = \frac{11}{130} \approx 0.0846$$

Asimismo, el estadístico de prueba está dado por:

$$Z = \frac{\hat{p}_A - \hat{p}_B}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p}) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}}$$

Sustituyendo los valores en la expresión:

$$Z = \frac{0.075 - 0.10}{\sqrt{\frac{11}{130} \times \left(1 - \frac{11}{130} \right) \left[\frac{1}{80} + \frac{1}{50} \right]}} = \frac{-0.025}{\sqrt{\frac{1,309}{16,900} \times \frac{13}{400}}} = \frac{-0.025}{0.0502} \approx -0.4980$$

Por lo tanto, $Z = -0.4980$.

Ahora, se debe calcular el valor crítico para un nivel de significación $\alpha = 0.05$ u una prueba unilateral, por lo que el valor crítico es $Z_{1-\alpha} = -1.645$. Por lo que:

$$Z = -0.4980 > -1.645$$

Por lo tanto, como el valor calculado de Z es -0.498 es mayor que el valor crítico -1.645, no rechazamos la hipótesis nula. Es decir, no hay suficiente evidencia para concluir que el insecticida A es más eficaz que el insecticida B al nivel de significación $\alpha = 0.05$.