

Estadística Inferencial

Capítulo X - Ejercicio 45

Aaric Llerena Medina

El jefe de logística de cerámicas “LOZA” tiene que escoger entre dos marcas A y B de máquinas para su planta de producción. El sabe que cada marca tiene un tiempo de producción por pieza cuya distribución es normal. Se le permitió probar ambas máquinas durante un periodo de prueba para luego escoger 10 tiempos al azar para cada una de ellas, resultando los siguientes tiempos en segundos:

Máquina A: 40, 49, 47, 42, 48, 38, 44, 49, 50, 37

Máquina B: 40, 41, 39, 40, 38, 42, 43, 37, 38, 41

- a) En el nivel de significación de 0.05 y en una prueba bilateral, ¿se podría concluir que las varianzas poblacionales son iguales? ¿Qué marca de máquina debería adquirir?
- b) Determine la probabilidad P de significación unilateral.

Solución:

Para simplificar el cálculo:

Máquina A			Máquina B		
		$(x_i - \bar{x}_a)^2$			$(x_i - \bar{x}_a)^2$
	40	19.36		40	0.01
	49	21.16		41	1.21
	47	6.76		39	0.81
	42	5.76		40	0.01
	48	12.96		38	3.61
	38	40.96		42	4.41
	44	0.16		43	9.61
	49	21.16		37	8.41
	50	31.36		38	3.61
	37	54.76		41	1.21
Cantidad	10		Cantidad	10	
Suma	444	214.40	Suma	399	32.90
Promedio	44.40		Promedio	39.90	
Varianza		23.82	Varianza		3.66

a) Se plantean hipótesis para una prueba bilateral:

$$H_0 : \sigma_A^2 = \sigma_B^2 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$$

El estadístico F se calcula como:

$$F = \frac{s_A^2}{s_B^2} = \frac{23.82}{3.66} \approx 6.5082$$

Los grados de libertad son $df_n = n_A - 1 = 9$ (numerador) y $df_d = n_B - 1 = 9$ (denominador).

Los valores críticos para $\alpha = 0.05$ en una prueba bilateral son:

$$F_{0.05/2,9,9} = 4.0260 \quad \text{y} \quad F_{1-0.05/2,9,9} = 0.2484$$

Como $F_{\text{calc}} = 6.50582 > F_{0.975} = 4.0260$ se rechaza la H_0 . Por lo tanto, hay evidencia suficiente para concluir que las varianzas poblacionales no son iguales al nivel α de 0.05.

Respecto a la recomendación, la máquina B tiene menor varianza ($s_B^2 = 3.66$) y es más consistente en sus tiempos de producción. Por lo tanto, se recomienda la Máquina B.

b) Para la hipótesis unilateral $\sigma_A^2 > \sigma_B^2$, se calcula el valor- p asociado al estadístico F_{calc} :

$$P(F_{9,9} > 6.5082) = 1 - P(F_{9,9} < 6.5082) \approx 1 - 0.9949 \approx 0.0051$$

Como el valor- p es aproximadamente 0.0051 y este es menor que el nivel de significancia de 0.05, lo que indica que se rechaza la hipótesis nula, es decir, se confirma la conclusión de rechazo de H_0 .