



Precondición más débil en SmallLang

Ejercicio 1. Calcular las siguientes expresiones, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- | | |
|-------------------------------|---|
| a) $\text{def}(a + 1)$. | d) $\text{def}(A[i] + 1)$. |
| b) $\text{def}(a/b)$. | e) $\text{def}(A[i + 2])$. |
| c) $\text{def}(\sqrt{a/b})$. | f) $\text{def}(0 \leq i \leq A \wedge_L A[i] \geq 0)$. |

Ejercicio 2. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde a, b son variables reales, i una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(a := a+1; b := a/2, b \geq 0)$.
- b) $wp(a := A[i] + 1; b := a*a, b \neq 2)$.
- c) $wp(a := A[i] + 1; a := b*b, a \geq 0)$.
- d) $wp(a := a-b; b := a+b, a \geq 0 \wedge b \geq 0)$.

Ejercicio 3. Sea $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L A[j] \geq 0)$. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde i es una variable entera y A es una secuencia de reales.

- a) $wp(A[i] := 0, Q)$.
- b) $wp(A[i+2] := -1, Q)$.
- c) $wp(A[i] := A[i-1], Q)$.

Ejercicio 4. Para los siguientes pares de programas S y postcondiciones Q

- Escribir la precondición más débil $P = wp(S, Q)$
- Mostrar formalmente que la P elegida es correcta

a) $S \equiv$

```

if (  $a < 0$  )
   $b := a$ 
else
   $b := -a$ 
endif

```

$Q \equiv (b = -|a|)$

b) $S \equiv$

```

if (  $i > 0$  )
   $s[i] := 0$ 
else
   $s[0] := 0$ 
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

c) $S \equiv$

```

if (  $i > 1$  )
   $s[i] := s[i-1]$ 
else
   $s[i] := 0$ 
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j-1])$

d) $S \equiv$

```

if (  $s[i] > 0$  )
   $s[i] := -s[i]$ 
else
  skip
endif

```

$Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \geq 0)$

Ejercicio 5. Para las siguientes especificaciones:

- Poner nombre al problema que resuelven
- Escribir un programa S sencillo en SmallLang, sin ciclos, que lo resuelva
- Dar la precondition más débil del programa escrito con respecto a la postcondición de su especificación

- a) `proc problema1 (in s: seq<Z>, in i: Z, inout a: Z)`
 requiere $\{0 \leq i < |s| \wedge_L a = \sum_{j=0}^{i-1} s[j]\}$
 asegura $\{a = \sum_{j=0}^i s[j]\}$
- b) `proc problema2 (in s: seq<Z>, in i: Z) : Bool`
 requiere $\{0 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
 asegura $\{res = true \leftrightarrow (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow_L s[j] \geq 0)\}$
- c) `proc problema3 (inout s: seq<Z>, in i: Z)`
 requiere $\{(0 \leq i < |s|) \wedge_L (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$
 asegura $\{(\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j \leq i \rightarrow s[j] = fibonacci(j))\}$

Ejercicio 6. Dado el siguiente código y precondition

```

if (i mod 3 == 0)
    s[i] = s[i] + 6;
else
    s[i] = i;
endif

```

$Q \equiv \{(\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$

Mostrar mediante un contraejemplo que las siguientes WPs son incorrectas

- a) $P \equiv \{0 \leq i \leq |s| \wedge i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- b) $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge i \bmod 3 \neq 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- c) $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge (i \bmod 3 = 0 \vee i \bmod 2 = 0) \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- d) $P \equiv \{i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$
- e) $P \equiv \{0 \leq i < |s|/2 \wedge i \bmod 3 = 0 \wedge (\forall j: \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \bmod 2 = 0)\}$