Introducción a la programación

Práctica 2: Especificación de problemas

Ejercicio 1

Escribir semiformalmente los siguientes predicados.

c) esMinimo: que dado una secuencia de enteros l y un entero elem, verifica que elem sea el mínimo.

Ejercicio 1

Escribir semiformalmente los siguientes predicados.

c) esMinimo: que dado una secuencia de enteros l y un entero elem, verifica que elem sea el mínimo.

`pred esMinimo`$(s : seq\langle\mathbb{Z}\rangle, elem : \mathbb{Z})$ $\{$

elem pertenece a s, y no hay ningún elemento de s que sea estrictamente menor a elem

$\}$

Ejercicio 1

Escribir semiformalmente los siguientes predicados.

c) esMinimo: que dado una secuencia de enteros l y un entero elem, verifica que elem sea el mínimo.

$\texttt{pred esMinimo}(s : seq\langle\mathbb{Z}\rangle, elem : \mathbb{Z})$ {

elem pertenece a s, y no hay ningún elemento de s que sea estrictamente menor a elem

}

Un poco más formal...

Ejercicio 1

Escribir semiformalmente los siguientes predicados.

c) esMinimo: que dado una secuencia de enteros l y un entero elem, verifica que elem sea el mínimo.

pred esMinimo($s : seq\langle\mathbb{Z}\rangle, elem : \mathbb{Z}$) {
    elem pertenece a s, y no hay ningún elemento de s que sea estrictamente menor a elem
}

Un poco más formal...

pred esMinimo (s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, elem: $\mathbb{Z}$) {
    $elem \in s \land (\forall x : \mathbb{Z})(x \in s \rightarrow x \geq elem)$
}

Ejercicio 2

e) `buscarMinimo`: que dado una secuencia de enteros devuelva la posición donde se encuentra el mínimo.

Ejercicio 2

e) `buscarMinimo`: que dado una secuencia de enteros devuelva la posición donde se encuentra el mínimo.

problema buscarMinimo (l: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {
  requiere: $\{l$ tiene al menos un elemento$\}$
  asegura: $\{0 \leq res < |s|\}$
  asegura: {esMinimo(s, l[res])}
}

Ejercicio 2

h) `elMasRepetido`: que dada una secuencia de enteros devuelva el valor que más apariciones tiene.

Ejercicio 2

h) `elMasRepetido`: que dada una secuencia de enteros devuelva el valor que más apariciones tiene.

problema `elMasRepetido` (s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {
  `requiere:` {s tiene al menos un elemento}
  asegura: {$res \in s$}
  asegura: {#apariciones(res, s) $\geq$ #apariciones(x, s) para todos los x pertenecientes a s}
}

Ejercicio 6

Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas:

b) `problema indiceDelMaximo` (l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {
  `requiere:` $\{|l| > 0\}$
  asegura: $\{0 \leq res < |l| \wedge ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow l[i] \leq l[res])\}$
}

i) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle$
ii) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1\rangle$
iii) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle$

Ejercicio 6

Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas:

b) `problema indiceDelMaximo` (l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {
   `requiere:` $\{|l| > 0\}$
   asegura: $\{0 \leq res < |l| \land ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow l[i] \leq l[res])\}$
}

   I) $l = \langle 1, 2, 3, 4 \rangle$
   II) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1 \rangle$
   III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$

I) 3

Ejercicio 6

Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas:

b) `problema indiceDelMaximo` (l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {
   `requiere`: $\{|l| > 0\}$
   asegura: $\{0 \leq res < |l| \wedge ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow l[i] \leq l[res])\}$
}

   I) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle$
   II) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1\rangle$
   III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle$

I) 3

II) 0 y 3

Ejercicio 6

Para los siguientes problemas, dar todas las soluciones posibles a las entradas dadas:

b) `problema indiceDelMaximo` (l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{Z}$ {

`requiere:` $\{|l| > 0\}$

asegura: $\{0 \leq res < |l| \wedge ((\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \rightarrow l[i] \leq l[res])\}$

}

I) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle$

II) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1\rangle$

III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle$

I) 3

II) 0 y 3

III) cualquier índice válido: 0, 1, 2, 3, 4 y 5

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a, b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a, b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

a) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{$True$\}$
   asegura: $\{\ (a < 0 \land res = 2 * b) \land (a \geq 0 \land res = b - 1)\ \}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b-1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

a) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{$True$\}$
   asegura: $\{\ (a < 0 \land res = 2 * b) \land (a \geq 0 \land res = b - 1)\ \}$
 $\}$

a no puede cumplir al mismo tiempo $a < 0$ y $a \geq 0$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a, b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a, b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

b) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a > 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a, b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a, b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

b) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a > 0 \land res = b - 1)\}$
 $\}$

¿Y si a $=$ 0?

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

c) `problema` `f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere`: $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a \geq 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

c) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \land res = 2 * b) \lor (a \geq 0 \land res = b - 1)\}$
$\}$

Especificación correcta

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

d) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \land (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a, b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a, b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

d) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \land (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
   $\}$

Especificación correcta

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a,b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a,b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

e) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere`: $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \vee (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

Ejercicio 7

Sea $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como:

$$f(a, b) = \begin{cases} 2b & \text{si } a < 0 \\ b - 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuáles de las siguientes especificaciones son correctas para el problema de calcular $f(a, b)$? Para las que no lo son, indicar por qué.

e) `problema f` (a, b: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
   `requiere:` $\{True\}$
   asegura: $\{(a < 0 \to res = 2 * b) \vee (a \geq 0 \to res = b - 1)\}$
$\}$

¿Y si $a = 0$ y $res = b$?

Ejercicio 8

Considerar la siguiente especificación, junto con un algoritmo que dado x devuelve x^2.

`problema` `unoMasGrande` (x: $\mathbb{R}$) : $\mathbb{R}$ $\{$
  `requiere:` $\{True\}$
  asegura: $\{res > x\}$
$\}$

a) ¿Qué devuelve el algoritmo si recibe $x = 3$? ¿El resultado hace verdadera la postcondición de unoMasGrande?

b) ¿Qué sucede para las entradas $\mathsf{x} = 0.5$, $\mathsf{x} = 1$, $\mathsf{x} = -0.2$ y $\mathsf{x} = -7$?

c) Teniendo en cuenta lo respondido en los puntos anteriores, escribir una **precondición** para unoMasGrande, de manera tal que el algoritmo cumpla con la especificación.

Ejercicio 10

Considerar las siguientes dos especificaciones, junto con un algoritmo a que satisface la especificación de p2.

```
problema p1 (x: ℝ, n: ℤ) : ℤ {
  requiere: {x ≠ 0}
  asegura: {x^n − 1 < resultado ≤ x^n}
}
```

problema p1 (x: $\mathbb{R}$, n: $\mathbb{Z}$) : $\mathbb{Z}$ {
requiere: $\{x \neq 0\}$
asegura: $\{x^n - 1 < resultado \leq x^n\}$
}

problema p2 (x: $\mathbb{R}$, n: $\mathbb{Z}$) : $\mathbb{Z}$ {
requiere: $\{n \leq 0 \rightarrow x \neq 0\}$
asegura: $\{resultado = \lfloor x^n \rfloor\}$
}

a) Dados valores de x y n que hacen verdadera la precondición de p1, demostrar que hacen también verdadera la precondición de $p2$.

b) Ahora, dados estos valores de x y n, supongamos que se ejecuta a: llegamos a un valor de res que hace verdadera la postcondición de p2. ¿Será también verdadera la postcondición de p1 con este valor de res?

c) ¿Podemos concluir que a satisface la especificación de p1?

Ejercicio 12

a) ★Dado un entero positivo, obtener su descomposición en factores primos. Devolver una secuencia de tuplas (p, e), donde p es un factor primo y e es su exponente, ordenada en forma creciente con respecto a p.

Ejercicio 12

a) ★Dado un entero positivo, obtener su descomposición en factores primos. Devolver una secuencia de tuplas (p, e), donde p es un factor primo y e es su exponente, ordenada en forma creciente con respecto a p.

```
problema descomposicionEnPrimos (n: ℤ) : seq⟨ℤ × ℤ⟩  {
  requiere: {n ≥ 2}
  asegura: {esDescomposicion(res, n)}
  asegura: {primosEnRes(res)}
  asegura: {ordenadaPorP(res)}
}
```

Ejercicio 12

```
problema descomposicionEnPrimos (n: ℤ) : seq⟨ℤ × ℤ⟩ {
  requiere: {n ≥ 2}
  asegura: {esDescomposicion(res, n)}
  asegura: {primosEnRes(res)}
  asegura: {ordenadaPorP(res)}
}
```

Ejercicio 12

problema descomposicionEnPrimos (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$ {
requiere: $\{n \geq 2\}$
asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

pred esDescomposicion (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}$) {
$n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res_0^{res_1}$
}

Ejercicio 12

problema descomposicionEnPrimos (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$ {
requiere: $\{n \geq 2\}$
asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

pred esDescomposicion (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}$) {
$$n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res_0^{res_1}$$
}

pred primosEnRes (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) {
$$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \rightarrow esPrimo(res[i]_0))$$
}

Ejercicio 12

problema descomposicionEnPrimos (n: $\mathbb{Z}$) : $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$ {
  requiere: $\{n \geq 2\}$
  asegura: $\{esDescomposicion(res, n)\}$
  asegura: $\{primosEnRes(res)\}$
  asegura: $\{ordenadaPorP(res)\}$
}

pred esDescomposicion (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, n : \mathbb{Z}$) {
  $n = \prod_{i=0}^{|res|-1} res_0^{res_1}$
}

pred primosEnRes (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) {
  $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| \rightarrow esPrimo(res[i]_0))$
}

pred ordenadaPorP (res: $seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) {
  $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |res| - 1 \rightarrow res[i]_0 < res[i+1]_0)$
}

Ejercicio 13

Especificar semiformalmente los siguientes problemas sobre secuencias:

d) Dado una secuencia l y un entero n, devolver la secuencia resultante de multiplicar solamente los valores pares por n.

Ejercicio 13

Especificar semiformalmente los siguientes problemas sobre secuencias:

d) Dado una secuencia l y un entero n, devolver la secuencia resultante de multiplicar solamente los valores pares por n.

`problema` `multiplicarPares` (s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) : $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$ {
  asegura: {la cantidad de elementos de res es igual a la de s}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ es par entonces $res[i] = n * s[i]$}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ no es par entonces $res[i] = s[i]$}
}

Bonus track

Especificar el problema que recibe dos secuencias de secuencias de enteros que son interpretadas como matrices, y que devuelve otra secuencia de secuencias conteniendo el resultado de la multiplicación entre los parámetros.

Bonus track

Especificar el problema que recibe dos secuencias de secuencias de enteros que son interpretadas como matrices, y que devuelve otra secuencia de secuencias conteniendo el resultado de la multiplicación entre los parámetros.

`problema` `multiplicarMatrices` (m1, m2: $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$) : $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$
{
  `requiere:` {esMatriz(m1)}
  `requiere:` {esMatriz(m2)}
  `requiere:` {la cantidad de columnas de $m1$ es igual a la cantidad de filas de $m2$}
  asegura: {Si la dimensión de $m1$ es $a \times b$ y la de $m2$ es $b \times c$, la dimensión de res será $n \times p$}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ es par entonces $res[i] = n * s[i]$}
  asegura: {para toda posición válida i, si $s[i]$ no es par entonces $res[i] = s[i]$}
}

`pred` `esMatriz` (m: $seq\langle seq\langle \mathbb{Z}\rangle\rangle$) {
  $m \geq 0$, y todos los elementos de m tienen la misma longitud
}