

Reglas de tipado

$$\frac{}{\Gamma \vdash \langle \rangle_{\tau} : \text{Cola}_{\tau}} \text{T-Vacía}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M_1 : \text{Cola}_{\tau} \quad \Gamma \vdash M_2 : \tau}{\Gamma \vdash M_1 \bullet M_2 : \text{Cola}_{\tau}} \text{T-Encolar}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Cola}_{\tau}}{\Gamma \vdash \text{próximo}(M) : \tau} \text{T-Próximo}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Cola}_{\tau}}{\Gamma \vdash \text{desencolar}(M) : \text{Cola}_{\tau}} \text{T-Desencolar}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M_1 : \text{Cola}_{\tau} \quad \Gamma \vdash M_2 : \sigma \quad \Gamma, c : \text{Cola}_{\tau}, x : \tau \vdash M_3 : \sigma}{\Gamma \vdash \text{case } M_1 \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow M_2 ; c \bullet x \rightsquigarrow M_3 : \sigma} \text{T-Case}$$

Reglas de reducción

$$V ::= \dots \mid \langle \rangle_{\mathcal{L}} \mid V \cdot V$$

Reglas de cómputo

$$\text{próximo}(\langle \rangle_{\mathcal{L}} \cdot V) \rightarrow V \quad \text{E-Próximo1}$$

$$\text{próximo}(V_1 \cdot V_2 \cdot V_3) \rightarrow \text{próximo}(V_1 \cdot V_2) \quad \text{E-Próximo2}$$

$$\text{desencolar}(\langle \rangle_{\mathcal{L}} \cdot V) \rightarrow \langle \rangle_{\mathcal{L}} \quad \text{E-Desencolar1}$$

$$\text{desencolar}(V_1 \cdot V_2 \cdot V_3) \rightarrow \text{desencolar}(V_1 \cdot V_2) \cdot V_3 \quad \text{E-Desencolar2}$$

$$\text{case } \langle \rangle_{\mathcal{L}} \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow M_1; c \cdot x \rightsquigarrow M_2 \rightarrow M_1 \quad \text{E-Case1}$$

$$\text{case } V_1 \cdot V_2 \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow M_1; c \cdot x \rightsquigarrow M_2 \rightarrow M_2 \{c := V_1, x := V_2\} \quad \text{E-Case2}$$

Reglas de congruencia

$$\frac{M \rightarrow M'}{M \cdot N \rightarrow M' \cdot N} \quad \text{E-Encolar-Izq}$$

$$\frac{N \rightarrow N'}{V \cdot N \rightarrow V \cdot N'} \quad \text{E-Encolar-Der}$$

$$\frac{M \rightarrow M'}{\text{próximo}(M) \rightarrow \text{próximo}(M')} \quad \text{E-Próximo3}$$

$$\frac{M \rightarrow M'}{\text{desencolar}(M) \rightarrow \text{desencolar}(M')} \quad \text{E-Desencolar3}$$

$$\frac{M \rightarrow M'}{\text{case } M \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow N_1; c \cdot x \rightsquigarrow N_2 \rightarrow \text{case } M' \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow N_1; c \cdot x \rightsquigarrow N_2} \quad \text{E-Case}$$

$\underbrace{\quad}_{V_1} \quad \underbrace{\quad}_{V_2}$
 $\text{case } \langle \rangle_{\text{Nat}} \cdot \underline{1} \cdot 0 \text{ of } \langle \rangle \rightsquigarrow \text{próximo}(\langle \rangle_{\text{Bool}}) ; c \cdot x \rightsquigarrow \text{isZero}(x)$

$E\text{-case}_2 \rightarrow \text{isZero}(x) \{ c := \langle \rangle_{\text{Nat}} \cdot \underline{1}, x := 0 \} = \text{isZero}(0)$

$\text{isZero}_0 \rightarrow \text{true}$

$\text{último} \stackrel{\text{def}}{=} \lambda x : \text{Cola } \tau . \text{case of}$
 $\quad \langle \rangle \rightsquigarrow \text{próximo}(\langle \rangle_{\tau}) ;$
 $\quad c \cdot u \rightsquigarrow u$

Permite tipar correctamente ya que $\vdash \text{próximo}(\langle \rangle_{\tau}) : \tau$
 Está en forma normal pero no es un valor.

$\vdash \text{último}_{\tau} : \text{Cola } \tau \rightarrow \tau$