

Actividad 8

Luis Aarón Cerón Ramírez

May 24, 2018

El oscilador de Van de Pol es un oscilador con amortiguamiento no lineal, que esta dado por la ecuación diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

donde x es la coordenada de posición (la cual es función del tiempo), y μ es un parámetro escalar que indica la no linealidad y fuerza del amortiguamiento.

1 Historia

Este oscilador fue propuesto originalmente por el físico e ingeniero eléctrico holandés Balthasar Van der Pol en 1920, cuando este se encontraba trabajando para la compañía Phillips.

2 Forma en dos dimensiones

Al usar el teorema de Liénard se puede probar que el sistema tiene un límite cíclico. Aplicando la transformación $y = x - x^3/3 - \dot{x}/\mu$, por lo que el oscilador de Van der Pol se puede escribir como en la forma de dos dimensiones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mu(x - \frac{x^3}{3} - y) \\ \dot{y} &= \frac{x}{\mu}\end{aligned}$$

3 Resultados para el oscilador no forzado

Dos interesantes regímenes para el oscilador no forzado son: Cuando $\mu = 0$, no hay amortiguamiento por lo que la ecuación se convierte en

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0$$

La cual es la forma para oscilador armónico simple, y siempre hay conservación de la materia. Cuando μ es mayor que cero, el sistema entrara en un límite cíclico. Cerca del origen $x = \dot{x} = 0$, el sistema es inestable, y lejos del origen el sistema es amortiguado. Este oscilador no tiene solución analítica exacta.

4 Oscilador de Van der Pol forzado

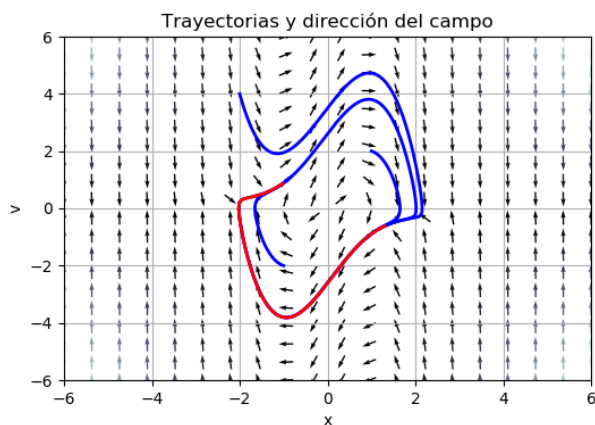
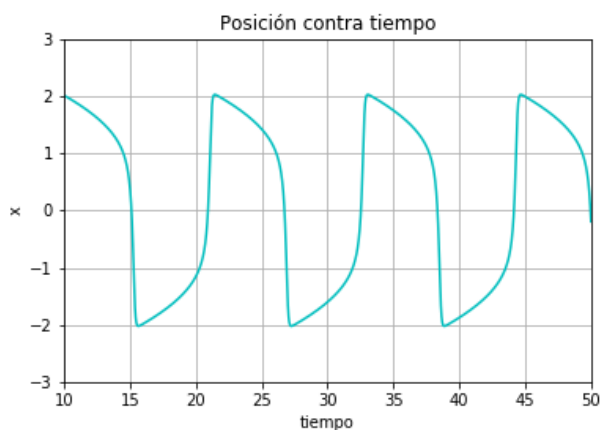
El oscilador de Van der Pol agrega a la expresión original y agrega una función de dirección $A \sin(\omega t)$ dando la forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \mu(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x - A \sin(\omega t) = 0$$

donde A es la amplitud ó desplazamiento de la función de onda y ω es la velocidad angular.

5 Resultados

La actividad consistió en recrear las imágenes de la pagina de wikipedia, por lo que se anexan las imágenes en esta sección.



6 Conclusión

Como ya se ha mencionado en los trabajos anteriores, se puede observar la importancia de estas herramientas al análisis de situaciones físicas, lo que ayuda a una mejor comprensión sobre el comportamiento de los modelos lo que ayuda a una mejor comprensión en el estudio de estos modelos.

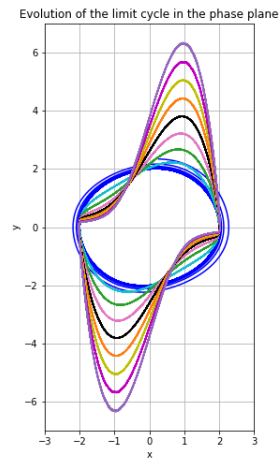
7 Apéndice

Este ejercicio pareciera similar al desarrollado en las actividades 6 y 7. ¿Qué aprendiste nuevo?

A programar un nuevo modelo así como las implicaciones que este modelo tiene.

¿Qué fue lo que más te llamó la atención del oscilador de Van der Pol?

Las gráficas que se pudieron recrear y observar el comportamiento que estas tenían y compararlas con las actividades pasadas y ver las diferencias pues en los tres casos eran osciladores con características distintas.



Has escuchado ya hablar de caos. ¿Por qué sería importante estudiar este oscilador?

Si he escuchado, tengo entendido que son modelos que se encuentran en muchos casos físicos como el péndulo doble

¿Qué mejorarías en esta actividad?

Más fuentes para consultar la información

¿Algún comentario adicional antes de dejar de trabajar en Jupyter con Python?

No por el momento

Cerramos la parte de trabajo con Python ¿Que te ha parecido?

Me pareció que el uso de jupyter sería muy importante en los trabajos que siguen pues facilita de gran manera el trabajo con cálculo así como la graficación.