

# A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting \*

Yoav Freund and Robert E. Schapire

## ■ 简介

Adaboost是一种基于boost思想的一种自适应的迭代式算法。通过在同一个训练数据集上训练多个弱分类器(weak classifier), 然后把这一组弱分类器组合起来, 产生一个强分类器(strong classifier)

### ■ 优点:

- 具有较低的泛化误差 (low generalization)
- 改善了分类器的分类正确率
- 可以将这个算法配合多个分类算法使用。例如, 可以选择决策树, SVM, 贝叶斯分类器等作为弱分类器
- 容易编码实现, 不容易出现overfitting(过拟合)现象

### ■ 缺点:

- 对outliers (异常点) 非常的敏感。 因为异常点容易分错, 会逐级影响后面的产生的弱分类器

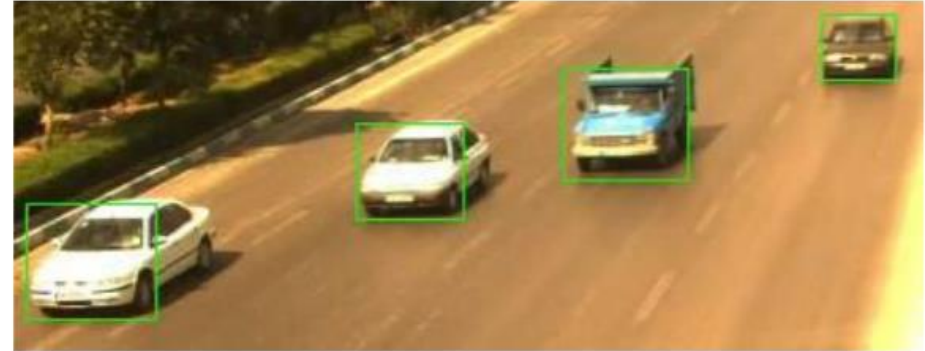
## ■ 应用



medium lighting



low lighting

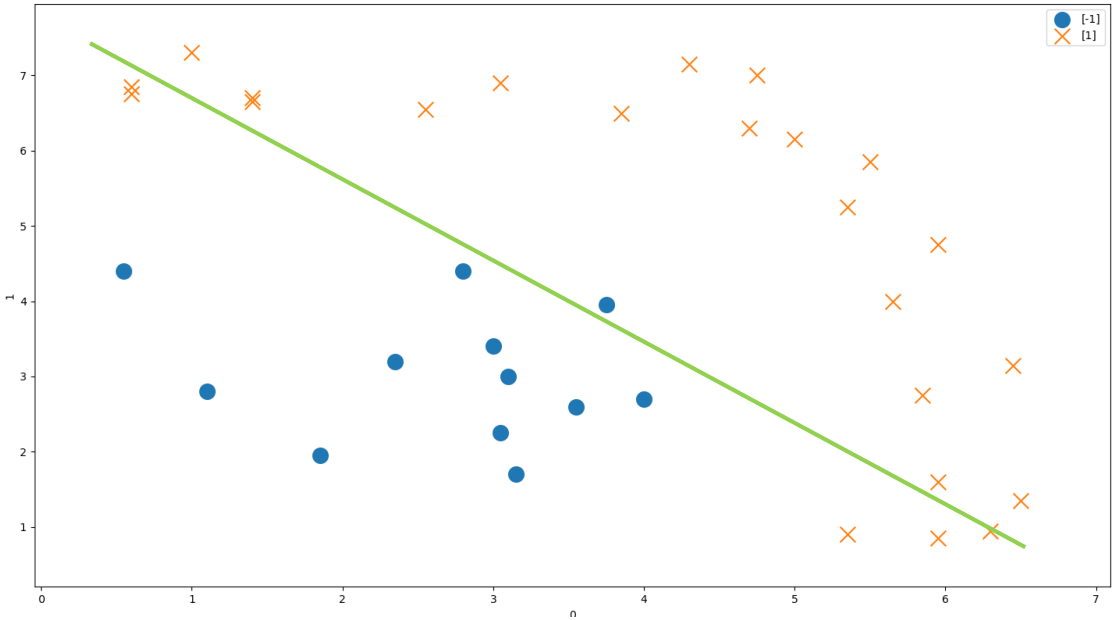


strong lighting

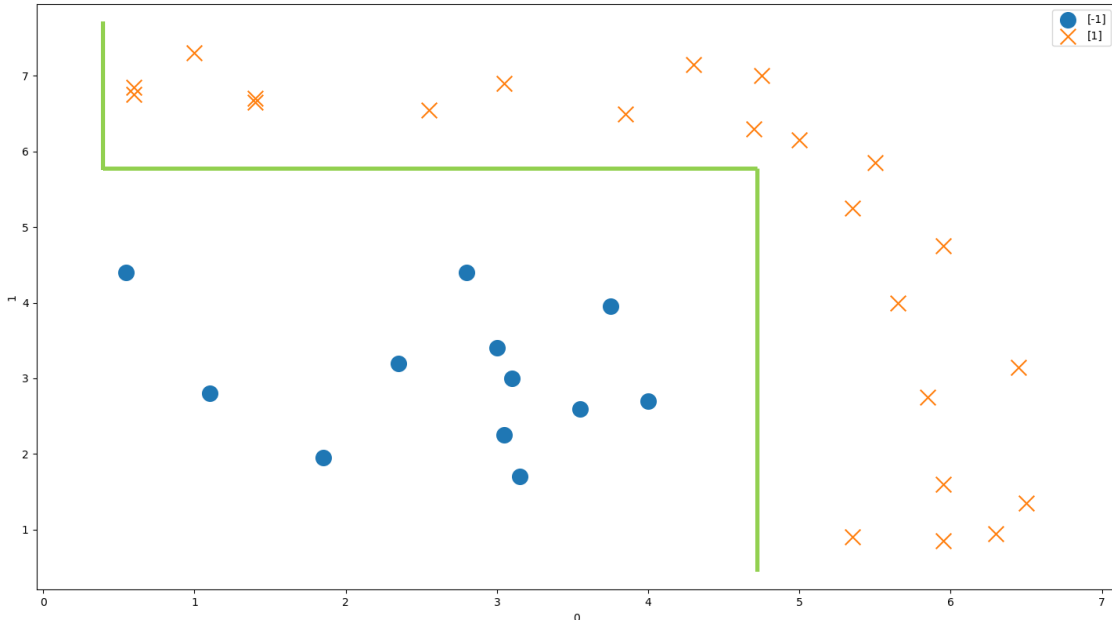
Mohammad, M., Maryam, N., Majid, P., Mohammad, K., 2018, Moving Vehicle Detection Using AdaBoost and Haar-Like Feature in Surveillance Videos, Islamic Azad University, Yazd, Iran



弱分类器



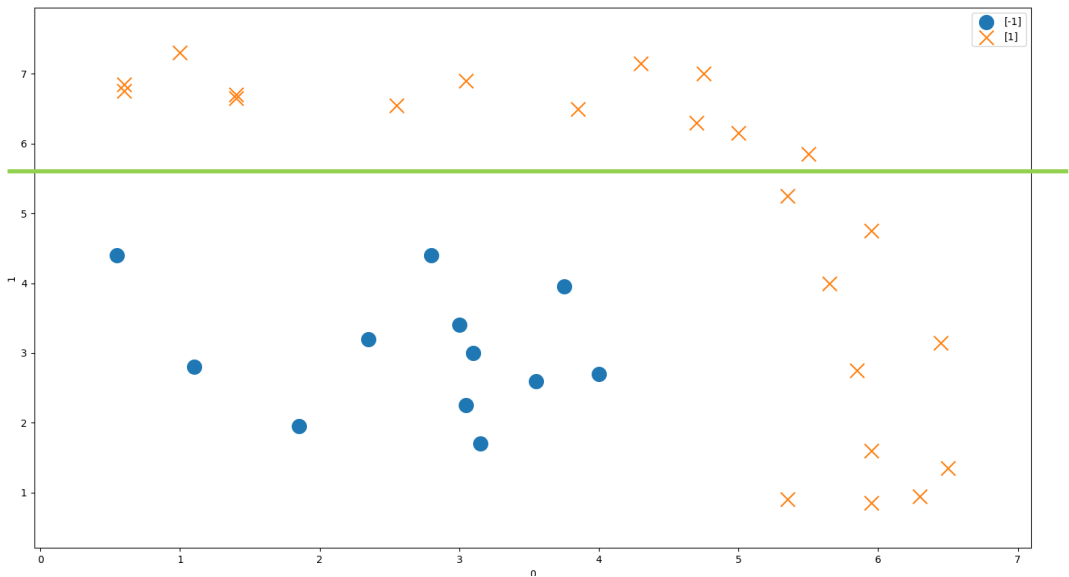
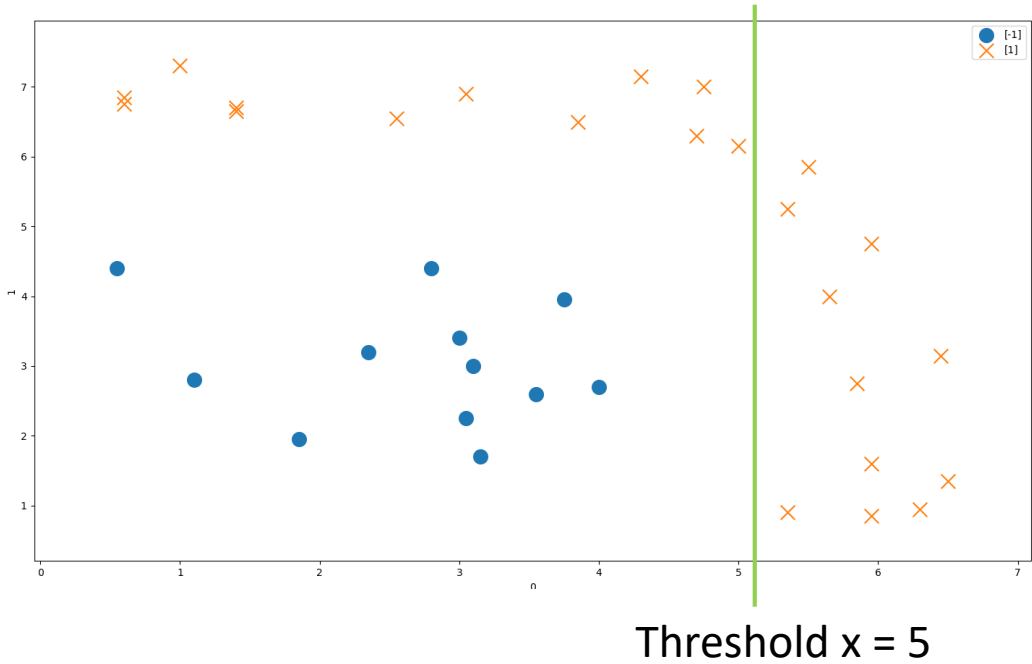
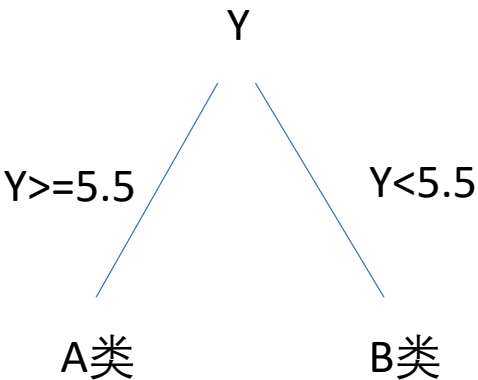
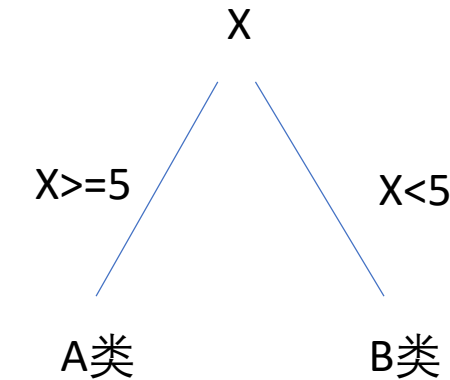
强分类器





# 预备知识

## ■ 单层决策树





## ■ 算法基本思想

- 1) 给所有训练样本增加一个权重属性 $w$ 。
- 2) 根据当前的样本，训练一个弱分类器（线性分类器或者决策树等）。用错分的样本的权重之和表示这个弱分类器的错误率 $e$ 。
- 3) 使用弱分类器的错误率更新样本的权重 $w$ 。如果样本在该弱分类器中被正确分类，则减小其权重；若被错误分类，则增加其权重。或者只减小正确分类的样本的权重，这样相当于增加了错误分类样本的权重。
- 4) 使用弱分类器的错误率生成弱分类器的权重 $\alpha$ 。
- 5) 重复第二步，产生若干个弱分类器，直到所有分类器的加权 $\alpha$ 的分的错误率 $e_f$ 为0。

## ■ Adaboost算法分类

二分类	basic adaboost
多分类	adaboost M1 adaboost.M2
回归问题	adaboost.R
<p>注：论文[1]给出了四种算法，并给出了一些基本的推导。论文[2]给出了二分类算法的详细推导。</p> <p>[1] A Decision-Theoretic Generalization of On-Line Learning and an Application to Boosting*</p> <p>[2] AdaBoost and the Super Bowl of Classifiers A Tutorial Introduction to Adaptive Boosting</p>	

注意：更新权重的两种方法是等价的。在归一化权重时，多的系数会被约掉，最后得到一样的权重。

## ◆ 二分类算法步骤

①  $i$ 表示第 $i$ 个样本，共 $N$ 个样本。 $M$ 表示第 $m$ 次迭代，第一次迭代时，每个权重  $W_1^i$  为  $\frac{1}{N}$ 。且样本的标签为1和-1。  
 $h_m(x_i)$ 表示第 $m$ 个分类器对第 $i$ 个样本的输出。

① 归一化权重  $W_m^i = \frac{W_m^i}{\sum W_m^i}$

② 第 $m$ 次迭代时构造第 $m$ 个弱分类器，使得

$$e_m = \sum_{y_i=h_m(x_i)} W_m^i$$

③  $\alpha_m = \frac{1}{2} \ln \frac{1-e_m}{e_m}$  或者  $\alpha_m = \frac{e_m}{1-e_m}$

$$④ \quad W_{m+1}^i = W_m^i \cdot e^{-y_i \alpha_m h_m(x_i)} = \begin{cases} W_m^i \cdot \left(\frac{1-e_m}{e_m}\right)^{-\frac{1}{2}} \\ W_m^i \cdot \left(\frac{1-e_m}{e_m}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

或者  $W_{m+1}^i = W_m^i \cdot \alpha_m^{1-|h_m(x_i)-y_i|/2}$

⑤  $h_f(x_i) = \text{sgn}(\sum \alpha_m h_m(x_i))$



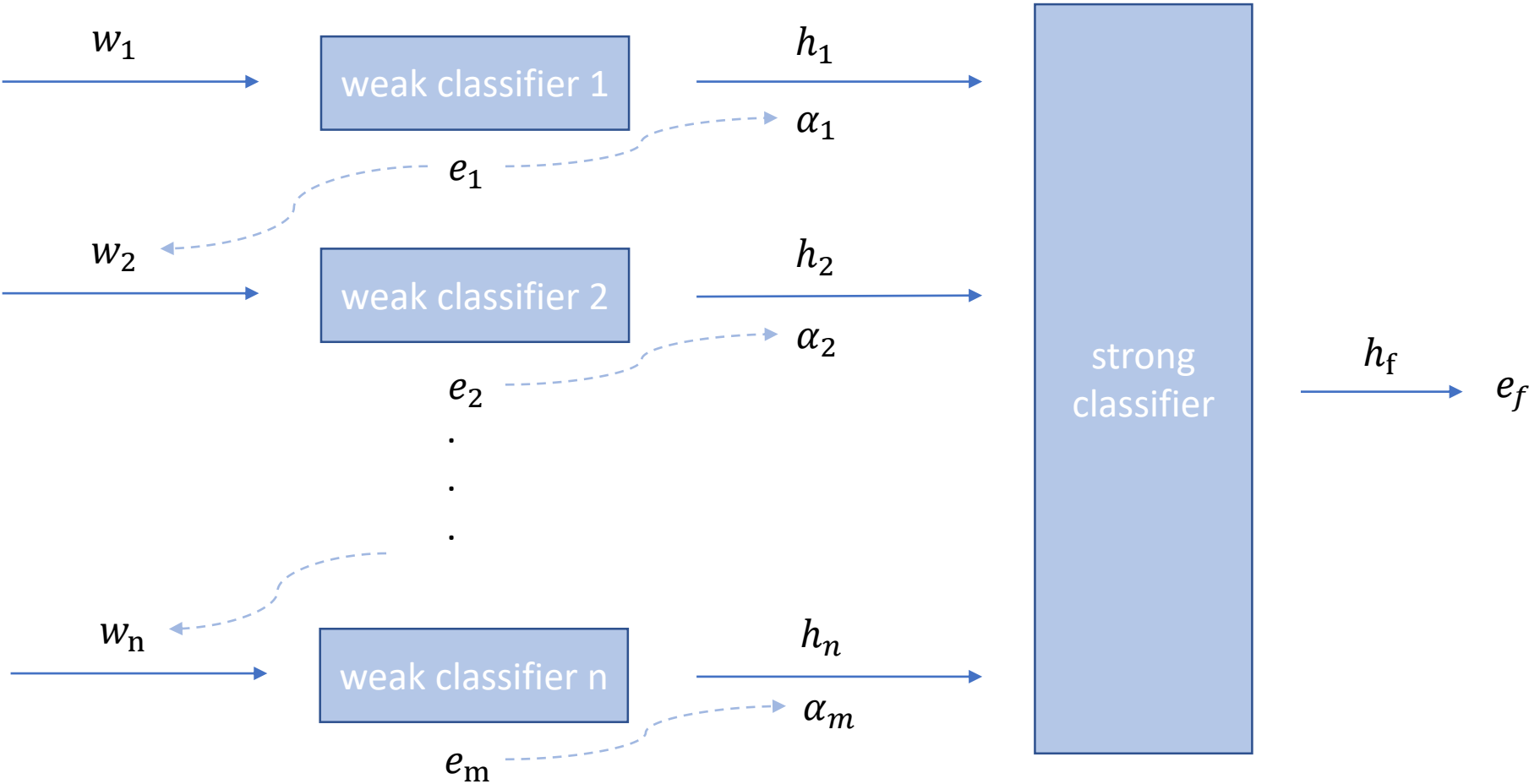
# adaboost

$$W_{m+1}^i = W_m^i \cdot \beta^{1 - |h_m(x_i) - y_i|/2}$$

$$e_m = \sum_{y_i = k_m(x_i)} W_m^i$$

$$\alpha_m = \frac{e_m}{1 - e_m}$$

## 流程图 ( $y_i = \{-1,1\}$ )

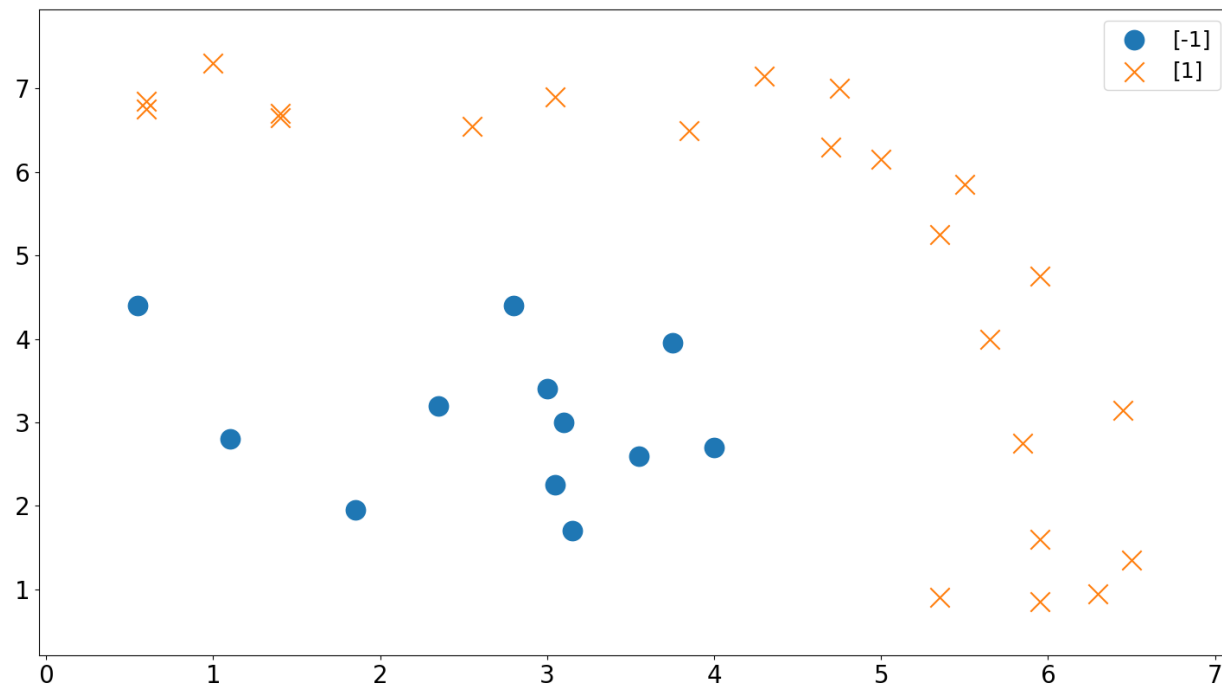




## ■ 简单示例（采用adaboost M1算法）

分析：

- 训练样本是二维坐标，即每个样本有两个特征x和y。
- 使用单层决策树作为弱分类器。
- 为了使结果更直观，两类的标签用-1和1表示。
- 强分类器最后的输出就为： $h_f = \sum_i^n \alpha_i h_i$
- 最后分类： $h_f \geq 0, w = 1;$   
 $h_f < 0, w = -1;$





## ■ 简单示例

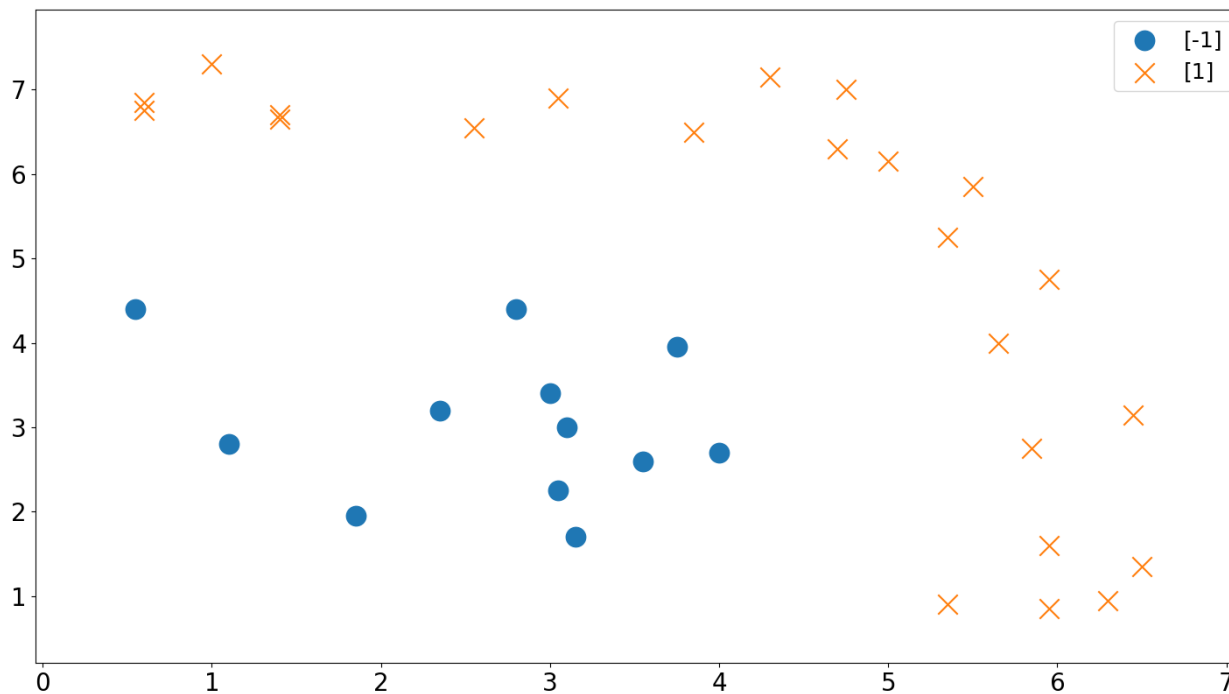
### Step 1 – 初始化权重

- 对每个样本初始化一个权重分布：

$$p_1, p_2, \dots, p_N$$

- 归一化权重：

$$w_i = \frac{p_i}{\sum_{j=1}^N p_j}$$



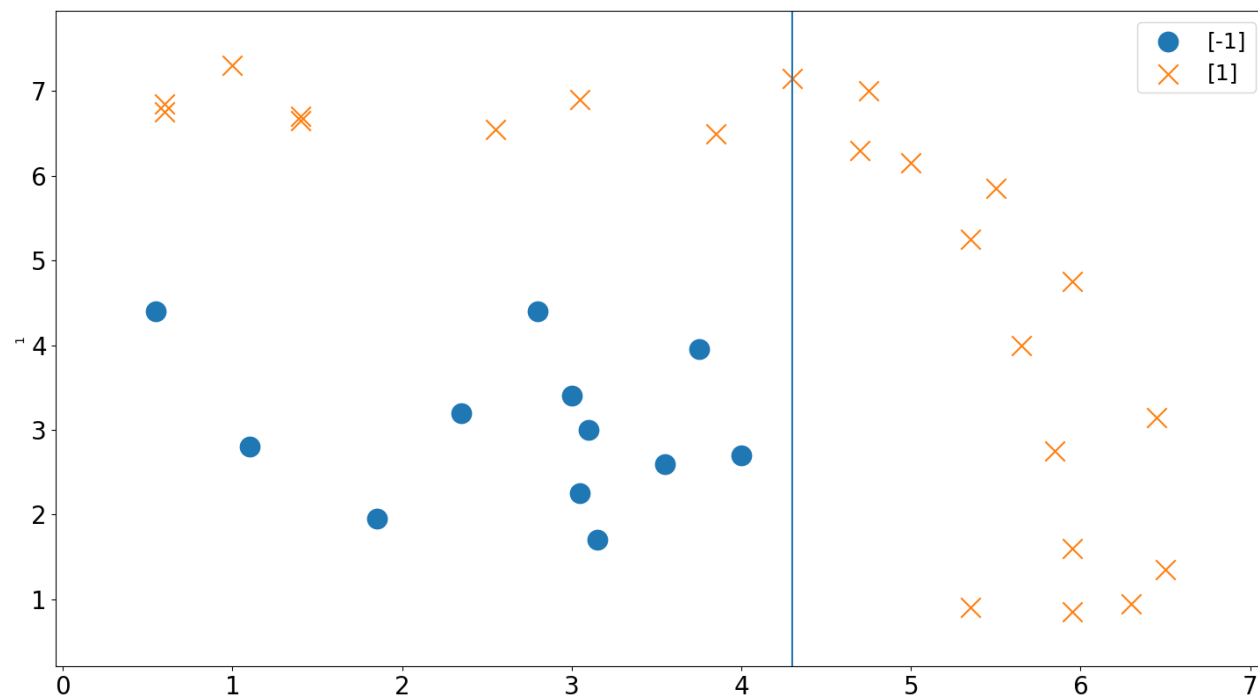
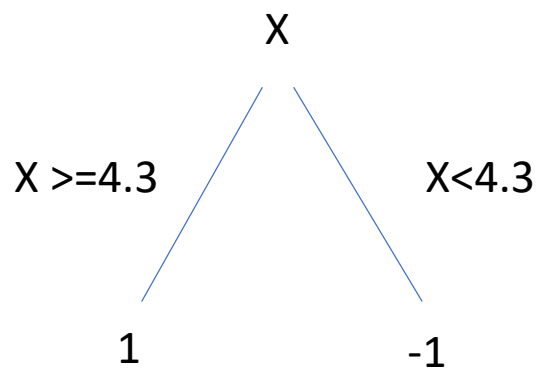
注：如果一开始不知道样本的权重分布情况，则通常开始将所有样本的权重设置成一样。

## ■ 简单示例

### Step 2 - 迭代

#### 第一次迭代 - 生成弱分类器:

- 在特征 $x$ 中找到一个阈值 $x_t$ 使样本错误率最小。在特征 $y$ 中找到找到一个阈值 $y_t$ 使样本错误率最小。最后将错误率最小的特征的阈值作为最后的决策树的阈值。



$$x_{t1} = 4.3$$

$$e_1 = 0.228571$$

$$\alpha_1 = 0.608198$$



更新权重  
到 $w_2$



## ■ 简单示例

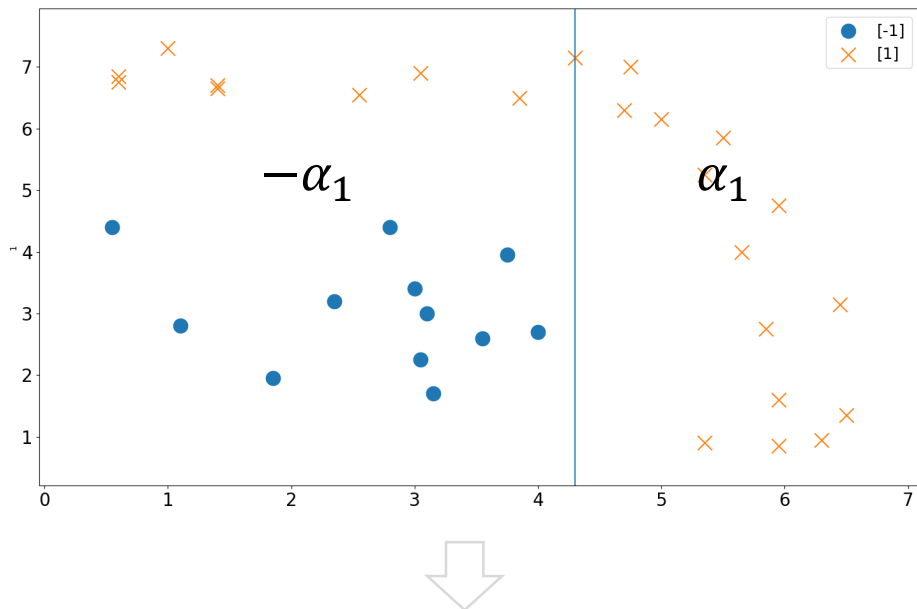
### Step 2 - 迭代

#### 第一次迭代 - 生成强分类器:

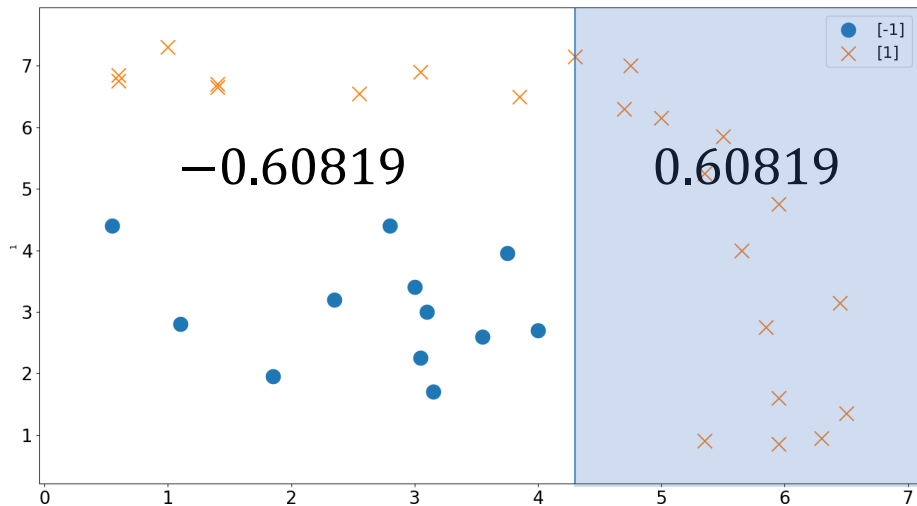
- 第一步只生成了一个弱分类器，则本轮生成的强分类器由一个弱分类器构成，最后的输出：

$$h_f = \sum_i^n \alpha_i h_i$$

- 最后分类： $h_f \geq 0, w = 1;$   
 $h_f < 0, w = -1;$



$x_{t1} = 4.3$   
 $e_1 = 0.228571$   
 $\alpha_1 = 0.608198$



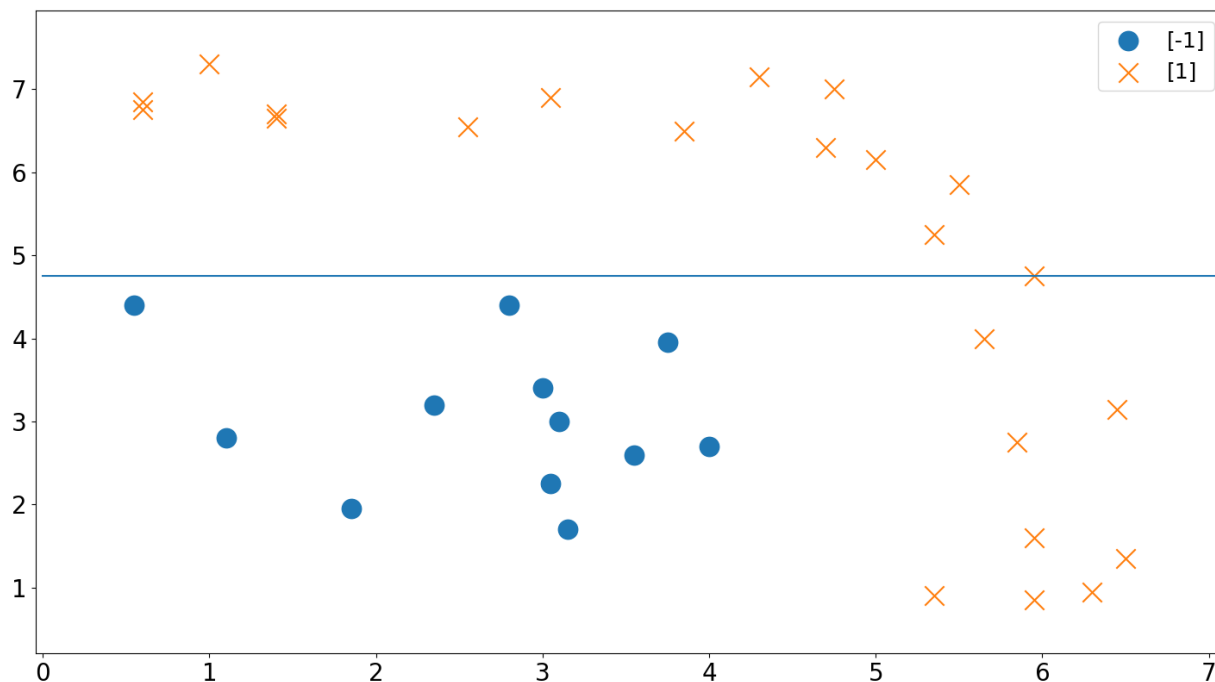
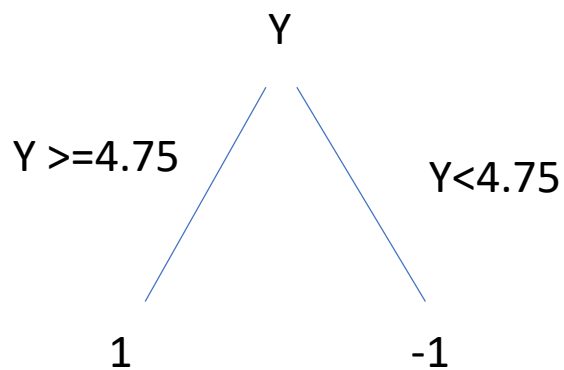
$e_f = 0.228571$

## ■ 简单示例

### Step 2 - 迭代

#### 第二次迭代 - 生成弱分类器:

- 在特征 $x$ 中找到一个阈值 $x_t$ 使样本错误率最小。在特征 $y$ 中找到找到一个阈值 $y_t$ 使样本错误率最小。最后将错误率最小的特征的阈值作为最后的决策树的阈值。



$$y_{t1} = 4.75$$

$$e_2 = 0.148148$$

$$\alpha_2 = 0.874600$$



更新权重  
到 $w_3$

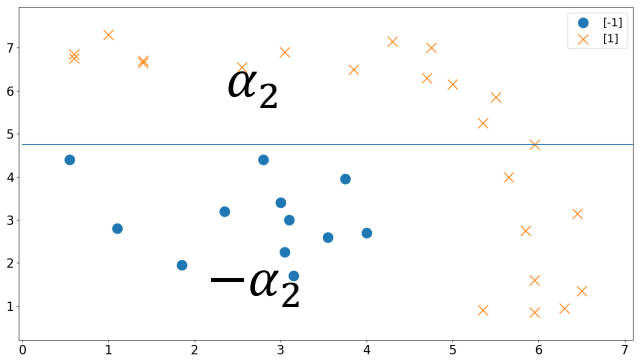


■ 简单示例

Step 2 - 迭代

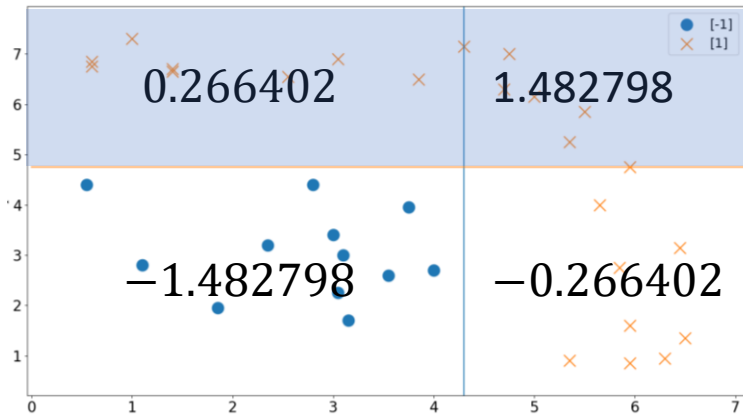
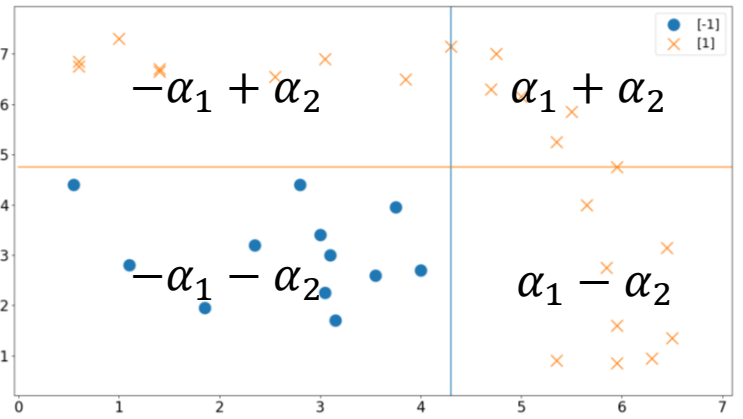
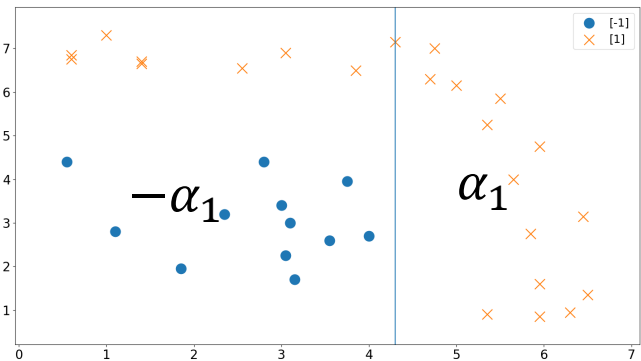
第二次迭代 - 生成强分类器:

$e_2 = 0.148148$   
 $\alpha_2 = 0.874600$



$e_1 = 0.228571$   
 $\alpha_1 = 0.608198$

+



$e_f = 0.228571$

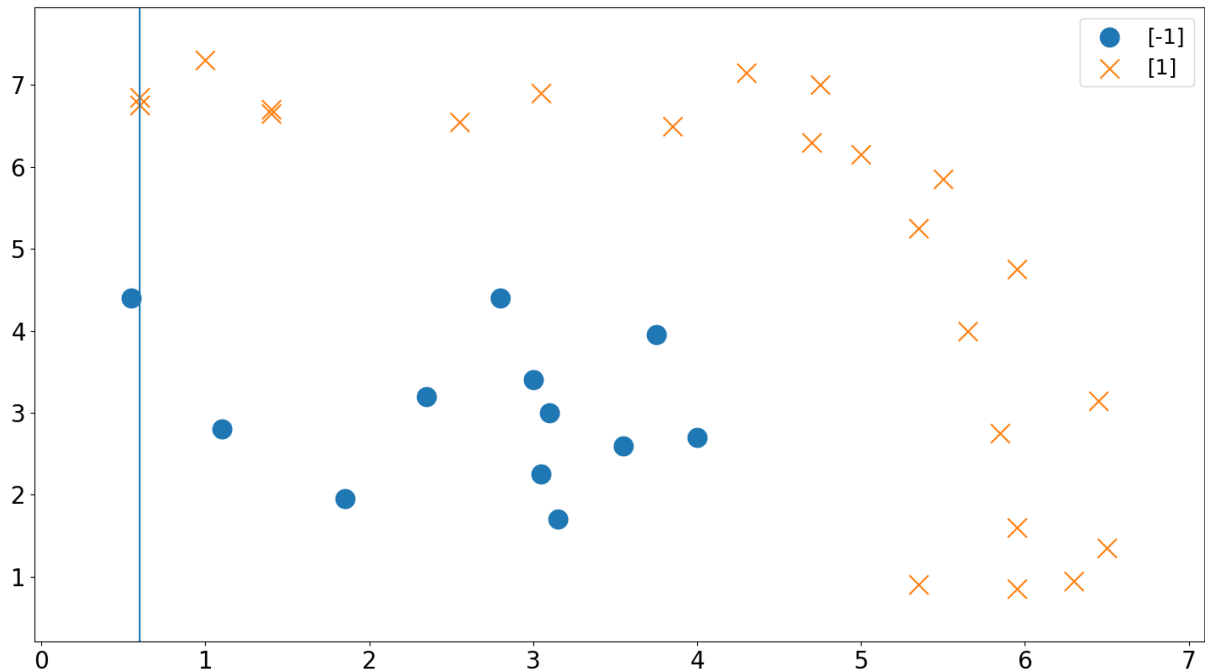
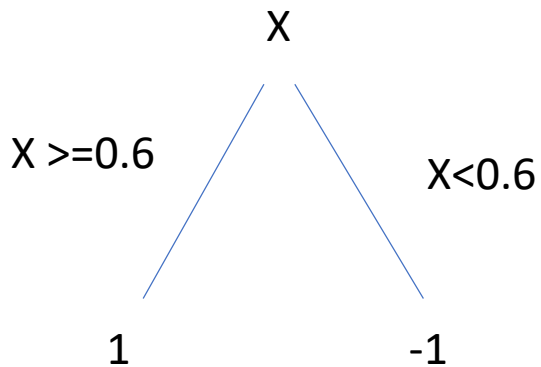


## ■ 简单示例

### Step 2 - 迭代

#### 第三次迭代 - 生成弱分类器:

- 在特征 $x$ 中找到一个阈值 $x_t$ 使样本错误率最小。在特征 $y$ 中找到找到一个阈值 $y_t$ 使样本错误率最小。最后将错误率最小的特征的阈值作为最后的决策树的阈值。



$$x_{t2} = 0.6$$

$$e_3 = 0.119565$$

$$\alpha_3 = 0.998277$$

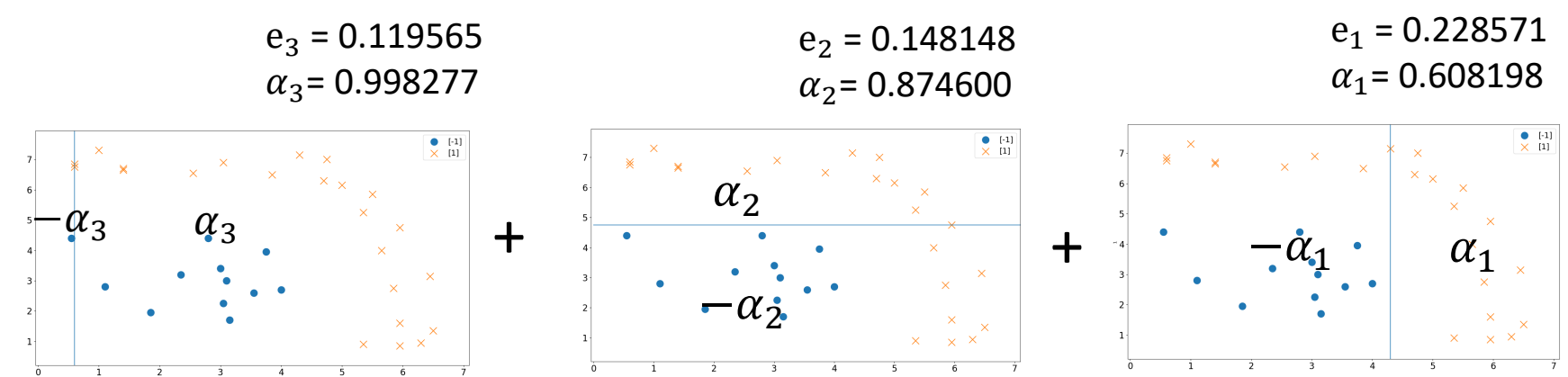


更新权重  
到 $w_4$

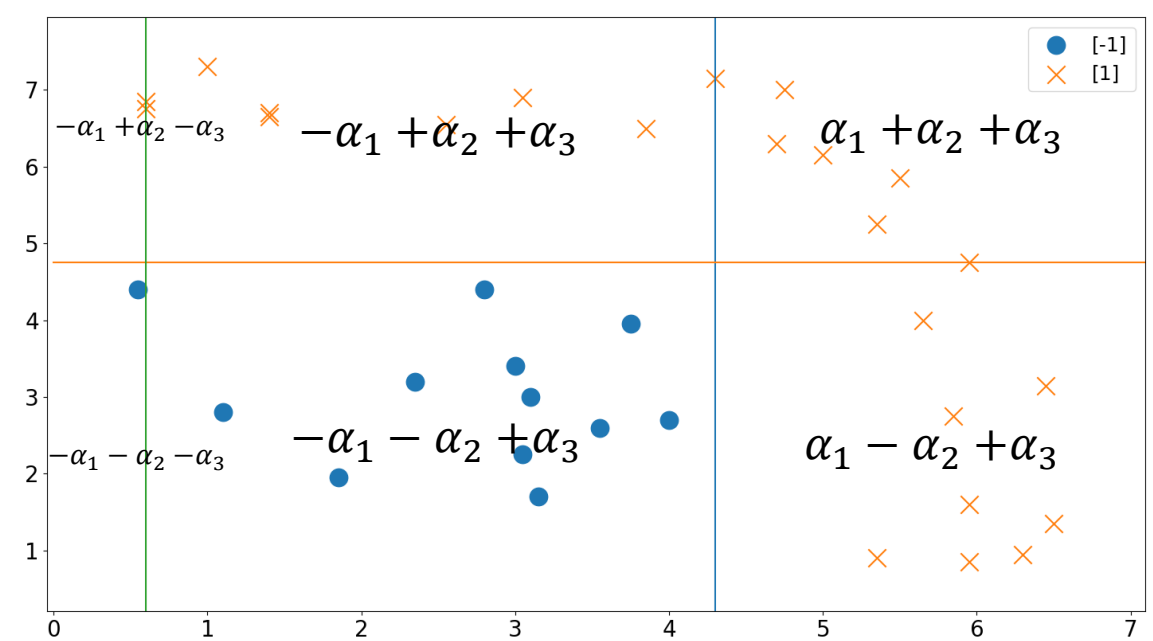
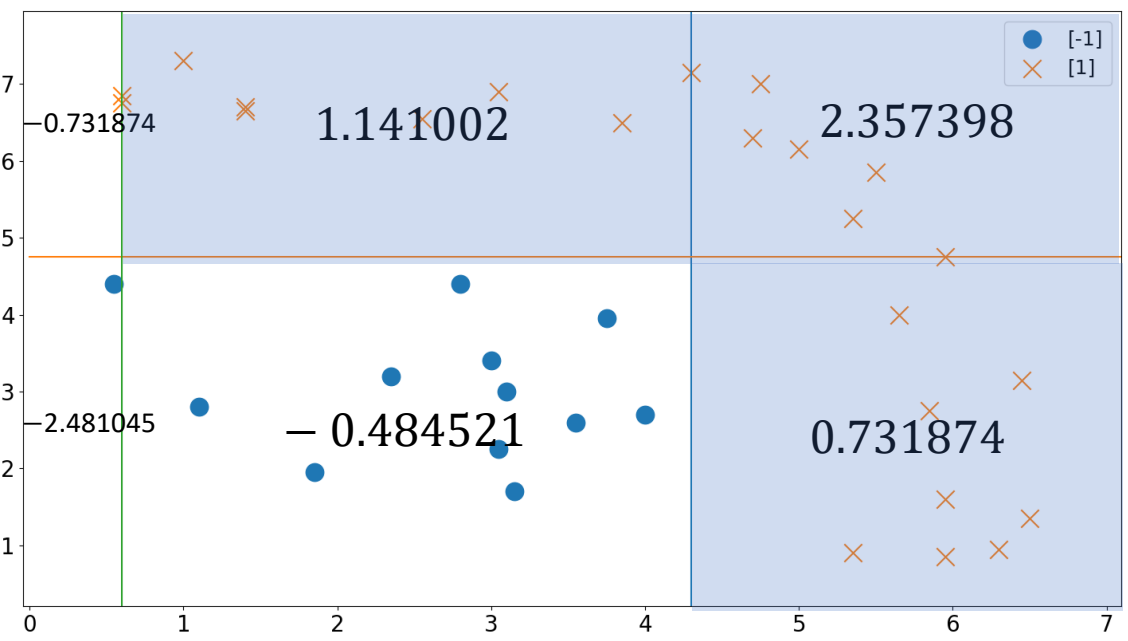
■ 简单示例

Step 2 - 迭代

第三次迭代 - 生成强分类器:



$e_f = 0$





## ■ 问题？？？

- 1、对于二分类单层决策树问题，将导致每次弱分类器的错误率必小于等于0.5。所以算法才会收敛。如果是多分类问题，若错误率大于0.5则算法结束，为什么？论文算法中有提到。
- 2、关于二分类的收敛性和性能评估？