

(6 pages)

NOVEMBER 2022

50434/SM3AE

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A – (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions.

- ① Use Bernoulli's formula to evaluate $\int x^3 e^{2x} dx$.

பெர்னோலி வாய்பாட்டை பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக:
 $\int x^3 e^{2x} dx$.

- ② Write the Fourier coefficients for the function $f(x)$ defined in the interval $0 \leq x \leq 2\pi$.

$0 \leq x \leq 2\pi$ என்ற இடைவெளியில் வரையறுக்கப்பட்ட சார்பு $f(x)$ -க்கு பூரியர் கெழுக்களை எழுதுக.

3. Form a partial differential equation by elimination arbitrary function from $z = e^y f(x + y)$.

எதேச்சை சார்பை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாட்டை அமைக்கவும் : $z = e^y f(x + y)$.

4. Solve $pq + p + q = 0$.

தீர் : $pq + p + q = 0$.

5. Find $L[\cos 4t \cos 2t]$.

$L[\cos 4t \cos 2t]$ ஐ காண்க.

6. Find $L^{-1}\left[\frac{s}{s^2 + 9}\right]$.

$L^{-1}\left[\frac{s}{s^2 + 9}\right]$ ஐ காண்க.

7. Find the divergence of $x^2i + y^2j + z^2k$.

$x^2i + y^2j + z^2k$ ன் பாய்வை காண்க.

8. Show that $\nabla \times \vec{r} = \vec{0}$ where $\vec{r} = xi + yj + zk$.

$\vec{r} = xi + yj + zk$ எனில் $\nabla \times \vec{r} = \vec{0}$ எனக்காட்டு.

9. State Green's theorem.

கிரீனின் தேற்றத்தை எழுதுக.

10. Use Gauss divergence theorem to show that $\iint_S \vec{r} \cdot \hat{n} dS = 108\pi$, where S is the surface of the

sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

காலின் பாய்வுத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$\iint_S \vec{r} \cdot \hat{n} dS = 108\pi$ எனக்காட்டு. இங்கு S என்பது

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$ என்ற கோளத்தின் மேற்பரப்பு.

~~சுருக்கல்~~

11. Use reduction formula to evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$.

சுருக்கல் வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி மதிப்பிடுக :
 $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x dx$.

12. Define : Solenoidal vector.
பாய்வற்ற வெக்டர் - வரையறு.

PART B - (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

13. Find a reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$
(n - positive integer).

$\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ சுருக்கல் வாய்பாட்டை காண்க. (இங்கு n மிகை முழு எண்).

14. Solve: $(D^2 - 4D + 13)y = e^{2x} \cos 3x$.

தீர் : $(D^2 - 4D + 13)y = e^{2x} \cos 3x$.

15. Find $L^{-1} \left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)} \right]$.

$L^{-1} \left[\frac{1}{s(s+1)(s+2)} \right]$ ஐ காண்க.

16. If \vec{A} and \vec{B} are vector point functions, show that $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{A}$.

\vec{A} மற்றும் \vec{B} என்பன வெக்டர் புள்ளிவழிச் சார்புகள் எனில் $\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{B} - (\nabla \times \vec{B}) \cdot \vec{A}$ எனக்காட்டு.

17. If $\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j$, and C is the arc of the cubical parabola $y = x^3$ from $(1, 1)$ to $(2, 8)$, then show that $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 90$.

எனக்காட்டு.

இங்கு

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 90$$

$$\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j,$$

மற்றும் C என்பது $(1, 1)$,

$(2, 8)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் முப்படி

பரவளையம் $y = x^3$.

18. Solve: $\sqrt{p} + \sqrt{q} = x$.

$$\text{தீர் : } \sqrt{p} + \sqrt{q} = x.$$

19.

Determine the constant 'a' so that the vector

$$\vec{F} = (x + 3y)i + (y - 2z)j + (x + az)k \text{ is solenoidal.}$$

$$\vec{F} = (x + 3y)i + (y - 2z)j + (x + az)k$$

எனில் 'a' -ன் மதிப்பைக் காண்க.

பாய்வுற்றது

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

20. Find a Fourier series for the function $f(x) = e^x$ in $(-\pi, \pi)$.

$(-\pi, \pi)$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = e^x$ என்ற சார்பின் பூரியர் தொடரைக் காண்க.

21. Solve: $x(z^2 - y^2)p + y(x^2 - z^2)q = z(y^2 - x^2)$.

தீர் : $x(z^2 - y^2)p + y(x^2 - z^2)q = z(y^2 - x^2)$.

22. Using Laplace transform, solve

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-2t}, \text{ given that } y = 0, \frac{dy}{dt} = 1$$

when $t = 0$.

லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர் :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 5y = e^{-2t} \text{ இங்கு } t = 0 \text{ எனும்போது}$$

$$y = 0, \frac{dy}{dt} = 1.$$

~~manic~~

- (23) (a) Show that the vector point function $\vec{A} = (4xy - z^3)i + 2x^2j - 3xz^2k$ is irrotational.

$\vec{A} = (4xy - z^3)i + 2x^2j - 3xz^2k$ என்ற வெக்டர் புள்ளி வழிச்சார்பு சுழற்சியற்றது எனக்காட்டு.

- (b) If $\vec{F} = xyz i + xyz^2 j + x^2 yz k$, find $\text{div curl } \vec{F}$.

$$\vec{F} = xyz i + xyz^2 j + x^2 yz k$$

எனில் $\text{div curl } \vec{F}$ -ஐ காண்க.

24. If $\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j$ and C is formed by the straight lines OA and AB , where O, A, B are $(0,0), (2,0), (3, 2)$ then show that $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 11$.

$\vec{F} = (2x + y)i + (3y - x)j$ என்க. C -யானது OA மற்றும் AB , ஆகிய நேர்கோடுகளால் இணைக்கப்படும் வளைவரை. இங்கு O, A, B என்ற புள்ளிகள் முறையே $(0,0), (2,0), (3, 2)$ எனில் $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 11$ எனக்காட்டு.