

Colisiones y Teoría Clásica de Transporte

Notas sobre plasma basado en el Goldston [1]

Aaron Sanabria Martínez*

7 de agosto de 2025

Índice

1. Plasma Parcialmente Ionizados	1
1.1. Secciones efectivas, Camino libre medio y Frecuencias de Colisión	2
1.2. Grado de ionización en Equilibrio Coronal	3
1.3. Radiación	4

1. Plasma Parcialmente Ionizados

Los procesos atómicos son los encargados de determinar el grado de ionización en plasmas parcialmente ionizados. Hay dos procesos de ionización que satisfacen la conservación de momento y energía. Estos son: (i) ionización por impacto; un electrón colisiona con un átomo lo que resulta en la liberación de un ión y dos electrones, (ii) ionización radiativa; un fotón con suficiente energía es absorbido por el átomo y este se disocia en un ión y un electrón. Por otro lado hay procesos de recombinación por procesos inversos a los anteriores, (i) recombinación de tres cuerpos; un ión y dos electrones se unen para formar un átomo neutro y un electrón libre, (ii) recombinación radiativa; un ión se combina con un electrón y se emite un fotón.

En un equilibrio termodinámico estricto, se tienen tres casos que diferencian las características en el nivel de ionización de plasmas, plasmas a densidades altas (estelares, o de laboratorio muy densos)

- n_i/n_0 depende de n_e y T_e .
- Las partículas y radiación están lo suficientemente confinadas para que el equilibrio termodinámico entre partículas y radiación se alcancen.

* aaron.sanabria@ucr.ac.cr

- Equilibrio local si la los procesos de ionización y recombinación por interacción entre partículas domina sobre los procesos radiativos.
- Partículas del plasma en equilibrio por si mismas.
- Si la densidad crítica de $10^{22}m^{-3}$ es alcanzada la recombinación de tres cuerpos domina sobre la radiativa para un temperatura de algunos eV .

Para el caso de plasmas de baja densidad

- Recombinación radiativa domina sobre la de tres cuerpos.
- n_i/n_0 depende únicamente de T_e .
- Se llega a un estado estacionario 'Equilibrio Coronal' cuando ambos procesos de recombinación están en balanceados.

Finalmente en casos de baja densidad donde no se llega al Equilibrio Coronal por en muchos casos por fuentes externas de neutros en el plasma

- La densidad de neutros se ajusta al balancear ionización con la fuente externa de neutros en vez de por recombinación.
- Densidad de neutros mucho mayor al caso donde hay únicamente recombinación.

En todos los casos a unos pocos eV de temperatura el grado de ionización se vuelve grande.

1.1. Secciones efectivas, Camino libre medio y Frecuencias de Colisión

A modo de introducción de lo que son las secciones eficaces en colisiones usaremos el caso de un electrón que colisiona con un átomo neutro. Se pueden identificar dos tipos de colisiones en este caso; (i) Colisiones elásticas; se conserva la identidad de las partículas, el electrón rebota del átomo que se mantiene en el mismo nivel de energía, (ii) Colisiones inelásticas; tal como ionización o excitación. En el primer caso, puede presentarse una pérdida de momentum dependiendo del ángulo de rebote, la probabilidad de esta pérdida se puede expresar en términos de una sección transversal efectiva σ que el átomo tendría si absorbiera momentum totalmente. Para el segundo caso, para ionización, por ejemplo, la probabilidad de que esto pase se puede representar por una sección transversal efectiva σ que el átomo tendría si se ionizara por todos los átomos que golpean esta área.

Considere electrones incidiendo perpendicularmente hacia la sección transversal de una los con una densidad de neutros n_0 . Los átomos son imaginados como esferas de área transversal eficaz σ . Esta área obedece a los dos casos mencionados de probabilidad total de uno u otro evento dependiendo del tipo de colisión. El número de átomos por unidad de área en la losa es $n_0 dx$ y la

fracción del área transversal de loza cubierta por átomos es $n_0\sigma dx$. Si hay un flujo Γ de electrones incidentes, el flujo de electrones que emergen de la loza es i

$$\begin{aligned}\Gamma(x + dx) &= \Gamma(x) + \frac{d\Gamma(x)}{dx}dx = \Gamma(x)(1 - n_0\sigma dx) \\ &\implies \frac{d\Gamma(x)}{dx} = -n_0\sigma\Gamma(x) \\ \implies \Gamma(x) &= \Gamma_0 \exp(-n_0\sigma x) = \Gamma_0 \exp(-x/\lambda_{mfp})\end{aligned}$$

con

$$\lambda_{mfp} = (n_0\sigma)^{-1} \quad (1)$$

λ_{mfp} es el camino libre medio de colisiones. En un λ_{mfp} el flujo disminuiría por $1/e$ respecto al flujo incidente Γ_0 . Es la distancia que viaja un electrón libremente antes de tener una probabilidad de chocar con un átomo. Para electrones con velocidad v el tiempo medio entre colisiones está dado por

$$\tau = \lambda_{mfp}/v \quad (2)$$

Al inverso de esta cantidad se le denomina 'frecuencia de colisión', y se define en términos de una distribución de velocidades como

$$\nu = \langle \tau^{-1} \rangle = n_0 \langle \sigma v \rangle = \frac{n_0}{n_e} \int d^2v f_e(v) \sigma(v) v \quad (3)$$

1.2. Grado de ionización en Equilibrio Coronal

Cuando las colisiones entre neutros y electrones resulta en ionización se puede calcular la razón a la cual se producen nuevos electrones por unidad de volumen al multiplicar la frecuencia de colisión de ionización de los electrones por la densidad de electrones en el plasma n_e . Tal que

$$S_e = n_e n_0 \langle \sigma_{ion} v_e \rangle \quad (4)$$

Donde σ_{ion} es la sección eficaz para la ionización por impacto de electrones. Aquí se asume que $v_e \gg v_0$. Básicamente los átomos están quietos desde el marco de referencia de los electrones y son los electrones los que generan colisiones, por tanto, σ_{ion} depende fuertemente de v_e al menos para energías de alrededor de $30eV$.

Para el caso del Hidrógeno una buena aproximación para la frecuencia de colisiones está dada por

$$\langle \sigma_{ion} v_e \rangle = \frac{2,0 \times 10^{-13}}{6,0 + T_e(eV)/13,6} \left(\frac{T_e(eV)}{13,6} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{13,6}{T_e(eV)} \right) [m^3 s^{-1}] \quad (5)$$

El término fuente para los neutros está en equilibrio coronal es dado por

$$S_0 = n_e n_0 \langle \sigma_{rec} v_e \rangle \quad (6)$$

donde σ_{rec} es la sección eficaz para la recombinación radiativa. Para un plasma cuasi-neutral de Hidrógeno en el régimen de temperaturas de interés, una buena aproximación es

$$\langle \sigma_{rec} v_e \rangle = 0,7 \times 10^{-19} \left(\frac{13,6}{T_e(eV)} \right)^{1/2} [m^3 s^{-1}] \quad (7)$$

En el caso de un plasma homogéneo de Hidrógeno en equilibrio coronal, el grado de ionización se da al balancear la razón de generación de electrones por ionización por impacto contra aquella de perdida de electrones por sumidero por recombinación radiativa. Este concepto de equilibrio coronal **se puede generalizar a plasmas compuestos o que contienen una mezcla de iones con Z mayores**. En dado caso, dependiendo principalmente en la temperatura electrónica, los iones se desprenderan de los electrones de las capas externas y retendrán algunos electrones ligados en las capas internas. Esto da paso a una distribución de equilibrio entre varios estados de ionización.

La validez de cualquier modelo de equilibrio coronal depende de la escala temporal en la que se alcanza el balance de ionización y recombinación (tiempo de confinamiento) siendo mucho más corto que la escala temporal en la cuál se introducen o se pierden partículas en el plasma. Si el tiempo de confinamiento empieza a ser comparable con procesos atómicos, el balance de ionización pasa a estados más bajos de carga. Para plasmas de mayor Z, entran en juego otros procesos como 'recombinación dieléctrica' en el balance de estados de carga.

1.3. Radiación

Referencias

- [1] R. Goldston and P. Rutherford, *Introduction to Plasma Physics*, ser. Introduction to Plasma Physics. Taylor & Francis, 1995.