De-Broglie-Wellen und der lineare Potenzialtopf

Aufgaben

1 Der französische Physiker Louis de Broglie stellte im Jahr 1924 die Hypothese auf, dass auch Teilchen Welleneigenschaften zeigen. Erst drei Jahre später konnten diese Eigenschaften experimentell nachgewiesen werden.
Im Folgenden wird zunächst das Verhalten eines Tennisballs betrachtet, der mehrfach in zufälligen Richtungen auf eine Wand mit zwei länglichen Öffnungen geschlagen wird. Die Mitten der Öffnungen sind $d = 0{,}5\,\text{m}$ voneinander entfernt (Material 1).

1.1 Beschreiben Sie die Verteilung der Auftrefforte des Balls auf der dahinterliegenden Wand.

(2 BE)

1.2 Berechnen Sie die De-Broglie-Wellenlänge eines Tennisballs der Masse 58 g, der mit einer Geschwindigkeit von 140 km/h geschlagen wird.
[zur Kontrolle: $\lambda = 2{,}9 \cdot 10^{-34}\,\text{m}$]

(4 BE)

1.3 Beurteilen Sie anhand der Größenordnung des Winkels, unter dem man am Doppelspalt das Interferenzmaximum erster Ordnung relativ zum Maximum nullter Ordnung beobachten kann, ob in der Verteilung der Auftrefforte der Bälle ein Interferenzmuster zu erwarten ist. Dabei soll der Schirmabstand groß gegenüber dem Spaltabstand sein.

(4 BE)

1.4 Beschriften Sie den Versuchsaufbau in Material 2, indem Sie die Kästchen ausfüllen, und beschreiben Sie, warum man mit einem solchen Versuch prinzipiell die Welleneigenschaften von Elektronen nachweisen kann.

(6 BE)

1.5 Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit eines Elektrons, sodass seine De-Broglie-Wellenlänge $\lambda = 3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$ nicht unterschreitet.
Berechnen Sie ebenfalls die maximale Spannung, mit der ein Elektron dafür aus der Ruhe beschleunigt werden darf.

(5 BE)

2 Der lineare Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden ist ein einfaches Atommodell, das den Welleneigenschaften des Elektrons Rechnung trägt. Die Energie eines Elektrons im Zustand mit der Quantenzahl n in einem Topf der Länge L kann mit der Gleichung $E_n = \frac{h^2}{8 m_e \cdot L^2} \cdot n^2$ berechnet werden. Dabei ist h das Planck'sche Wirkungsquantum und m_e ist die Masse des Elektrons.

2.1 Beschreiben Sie kurz die wesentlichen Eigenschaften des Modells des linearen Potenzialtopfs mit unendlich hohen Wänden.
Erklären Sie, warum sich in dem Modell für das Elektron diskrete Energiewerte ergeben.

(4 BE)

2.2 Berechnen Sie die drei niedrigsten Energieniveaus in einem linearen Potenzialtopf der Länge $L = 710\,\text{pm}$ in der Einheit eV und zeichnen Sie damit ein maßstabsgerechtes Termschema.
[zur Kontrolle: $E_1 = 0{,}75\,\text{eV}$; $E_2 = 2{,}98\,\text{eV}$; $E_3 = 6{,}71\,\text{eV}$]

(7 BE)

2.3 Skizzieren Sie die zu den drei niedrigsten Energieniveaus gehörigen De-Broglie-Wellen des Elektrons über der Länge des Potenzialtopfs.
Geben Sie die Wellenlängen der stehenden Wellen des Elektrons jeweils als Vielfaches bzw. Bruchteil der Länge L an.

(5 BE)

3 Für chemische Untersuchungen verwendet man Indikatoren wie z. B. das Phenolphthaleinmolekül. Gibt man Phenolphthaleinmoleküle in saure oder alkalische Lösungen, so erscheinen diese Lösungen in unterschiedlichen Farben, das zugegebene Molekül dient somit als Indikator. Alkalische Lösungen, z. B. Seifenlaugen, erscheinen rötlich-violett, nur schwach alkalische bis saure Lösungen erscheinen farblos.
Mithilfe des Potenzialtopfmodells lässt sich die rötlich-violette Färbung wie folgt erklären: Ein Elektron kann sich in einem bestimmten Bereich des Indikatormoleküls wie in einem linearen Potenzialtopf frei bewegen. Durch die Einstrahlung von Licht, das alle Wellenlängen im sichtbaren Bereich enthält, wird das Elektron von einem Zustand in einen energiereicheren Zustand angeregt. Das Licht mit der entsprechenden Wellenlänge wird absorbiert. Der Indikator erscheint dann in der Komplementärfarbe, die im Farbkreis der Farbe des absorbierten Lichts gegenüberliegt (Material 3). Vereinfachend soll im Folgenden davon ausgegangen werden, dass das Elektron stets vom Zustand mit $n = 1$ in den Zustand $n = 2$ angeregt wird.

3.1 Zeigen Sie, dass man die rötlich-violette Färbung von Phenolphthalein erklären kann, wenn man annimmt, dass sich das Elektron innerhalb des Phenolphthaleinmoleküls durch das Modell des linearen Potenzialtopfs beschreiben lässt. Wie in Aufgabe 2.2 wird angenommen, dass sich das Elektron über eine Länge von $L = 710\,\text{pm}$ frei bewegen kann.

(5 BE)

3.2 In einer nur schwach alkalischen bis sauren Lösung ändert sich die Struktur des Phenolphthaleinmoleküls. Im Modell des Potenzialtopfs bedeutet dies, dass der Bereich, in dem sich das Elektron frei bewegen kann, kleiner wird.
Erläutern Sie, wie sich diese Strukturänderung auf die Wellenlänge des absorbierten Lichts auswirkt, und erörtern Sie, warum der Indikator in diesem Zustand farblos erscheint.

(5 BE)

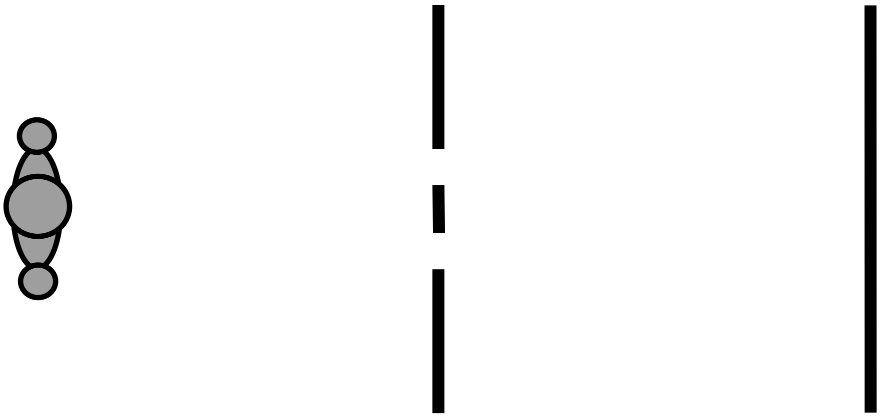
3.3 Als Alternative zu Phenolphthalein kann Thymolphthalein als Indikator verwendet werden. Alkalische Lösungen färben diesen Stoff blau.
Entscheiden Sie unter Angabe einer Begründung mithilfe des Farbkreises (Material 3), ob der Potenzialtopf von Thymolphthalein kürzer oder länger als der Potenzialtopf von Phenolphthalein in einer alkalischen Lösung sein muss.

(3 BE)

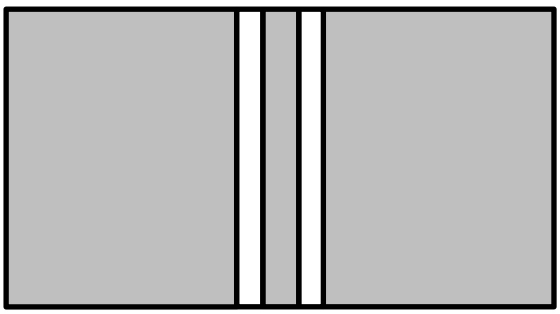
Material 1

Tennisspieler vor einer Wand mit zwei Öffnungen

a) von oben (nicht maßstabsgerecht)

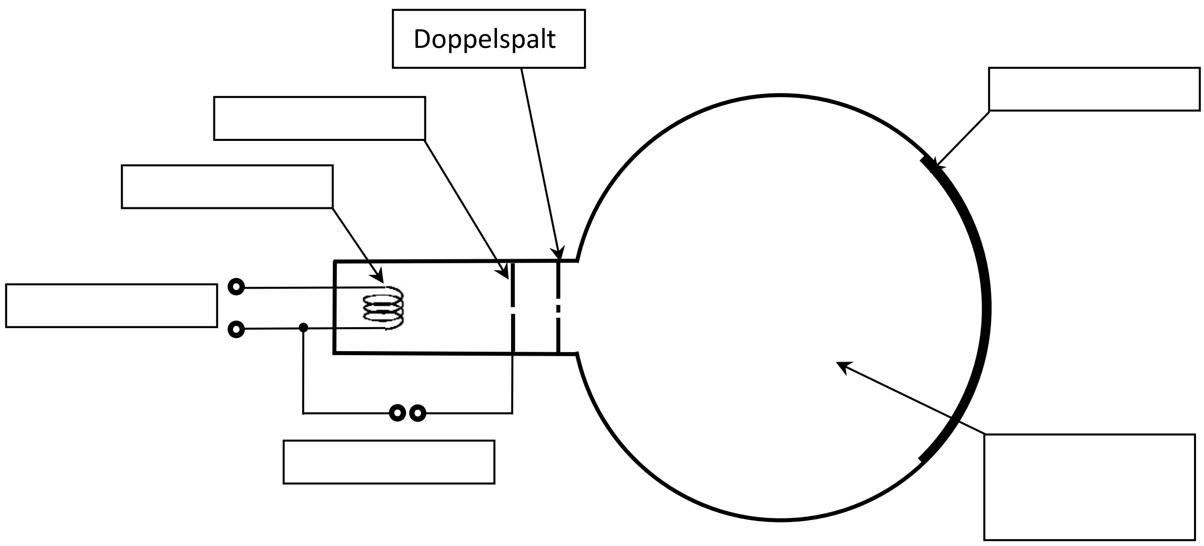


b) Wand aus der Sicht des Tennisspielers



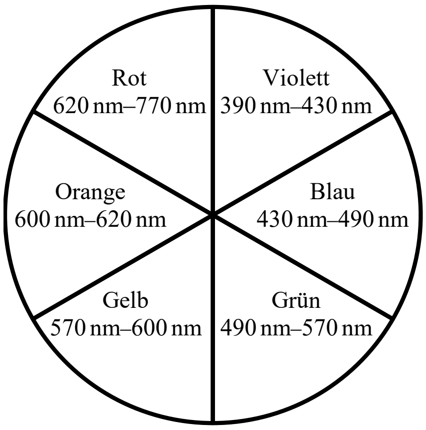
Material 2

Versuchsaufbau zum prinzipiellen Nachweis der Welleneigenschaften von Elektronen



Material 3

Farbkreis



Die angegebenen Wellenlängen sind ungefähre Werte.