Bohr'sches Atommodell und Anwendungen

Aufgaben

1 Die Spektrallinien des Wasserstoffs im Bereich des sichtbaren Lichts und dem daran anschließenden UV-Bereich besitzen eine Regelmäßigkeit, die mathematisch modellierbar ist. Dies formulierte Johann Jakob Balmer. Ein Auszug aus seiner Arbeit steht in Material 1.

1.1 Überführen Sie die Information des Texts in Material 1 in eine Formel zur Berechnung der Wellenlänge und berechnen Sie mit ihr die Wellenlängen der „ersten vier Wasserstofflinien".

(4 BE)

1.2 Die gängige Formel für die Licht-Frequenzen der Balmer-Serie lautet:

$f = R_{\mathrm{H}} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$, mit $n = 3, 4, 5, 6, \ldots$ und der Rydberg-Frequenz $R_{\mathrm{H}} = c_0 \cdot R_\infty$.

Zeigen Sie für einen Wert von n, dass mit der angegebenen Formel nahezu derselbe Wert der Wellenlänge berechnet werden kann wie mit der Formel aus Aufgabe 1.1.

(3 BE)

1.3 Beschreiben Sie, durch welche Modifikation der in Aufgabe 1.2 genannten Formel die Frequenzen von weiteren Spektralserien des Wasserstoffs berechnet werden können.

(2 BE)

2 1913 entwickelte Niels Bohr sein Atommodell, mit dem das Wasserstoffspektrum erklärt werden konnte. Die Elektronen sind dabei klassische Teilchen mit der Ladung e und der Masse m_{e}, die durch die Coulombkraft im Radialfeld des Atomkerns auf einer Kreisbahn gehalten werden. Nach den Bedingungen, die Bohr aufstellte, ergeben sich bestimmte erlaubte Radien r_n und Bahngeschwindigkeiten v_n des Elektrons.

2.1 Die Grafik in Material 2 zeigt Eigenschaften, die das Wasserstoffatom nach dem Bohr'schen Modell besitzt. Beschreiben Sie die Grafik und erklären Sie vier der in der Grafik gezeigten Eigenschaften.

(8 BE)

2.2 Beschreiben Sie, wie es nach dem Bohr'schen Modell zur Emission bzw. Absorption elektromagnetischer Strahlung mit ganz bestimmten Wellenlängen kommt.
Stellen Sie mindestens einen Sachverhalt dar, bei dem das Bohr'sche Atommodell im Widerspruch zur klassischen Physik steht.

(5 BE)

2.3 In Material 3 wird eine Formel für die Gesamtenergie des Elektrons mithilfe der Bohr'schen Quantenbedingung hergeleitet. In Zeile (1) werden Formeln für die erlaubten Radien r_n und Bahngeschwindigkeiten v_n des Elektrons angegeben.
Erläutern Sie den Ansatz in Zeile (2) und die weiteren Zeilen der Herleitung.

Zeigen Sie, dass der Term $\frac{e^4 \cdot m_{\mathrm{e}}}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^2}$ die Einheit Joule besitzt.

(8 BE)

3 Das Bohr'sche Atommodell wird auch auf „wasserstoffähnliche" Atome oder Ionen angewendet. Beim Element Lithium führt das Bohr'sche Modell zu folgender Vorstellung: Zwei Elektronen befinden sich nah am Kern und besetzen die Bahn mit $n = 1$. Das dritte Elektron besetzt im Grundzustand die Bahn $n = 2$. Da die beiden inneren Elektronen die Wirkung der Kernladung teilweise abschirmen, wird statt der Kernladungszahl $Z = 3$ eine reduzierte Kernladungszahl Z_{eff} verwendet. Es gilt: $E_{\text{gesamt}} = -13{,}6\,\text{eV} \cdot \frac{{Z_{\text{eff}}}^2}{n^2}$

In der Tabelle in Material 4 sind die Ionisierungsenergien dieses äußeren Elektrons aus den Bahnen $n = 2$ bis $n = 4$ dargestellt.

3.1 Berechnen Sie ausgehend von E_{gesamt} für diese Bahnen die jeweiligen Werte für Z_{eff}.
Begründen Sie, warum hier Werte in der Nähe von 1 für Z_{eff} plausibel sind.

(6 BE)

3.2 Deuten Sie die Tatsache, dass die drei Werte für Z_{eff} nicht übereinstimmen und eine Tendenz erkennen lassen.

(3 BE)

4 Die gängige Herleitung der Energiestufen hat zur Voraussetzung, dass zur kinetischen Energie einzig die Bewegung des Elektrons beiträgt. Dem Atomkern als Partner der Drehbewegung wird eine de facto unendlich große Masse und damit keinerlei Bewegung zugeschrieben. Verzichtet man auf diese Vereinfachung, so ergeben sich leichte Veränderungen, die man dadurch berücksichtigen kann, dass man die Rydberg-Frequenz R_{H} mit dem Faktor $\beta = \frac{\text{Atomkernmasse}}{\text{Atommasse}}$ multipliziert.

4.1 Berechnen Sie die Faktoren β_{H} für normalen Wasserstoff und β_{D} für Deuterium, dessen Atomkern aus einem Proton und einem Neutron besteht, mit den Angaben für die Massen des Elektrons, des Protons und des Neutrons aus der Formelsammlung bzw. aus dem Taschenrechner.
[zur Kontrolle: $\beta_{\text{H}} = 0{,}999456$, $\beta_{\text{D}} = 0{,}999728$]

(3 BE)

4.2 Mit einer Gasentladungsröhre, die mit einem Gemisch aus Wasserstoff und Deuterium gefüllt ist, wird die rote Linie der Balmer-Serie untersucht. Es lassen sich zwei dicht nebeneinander liegende Spektrallinien beobachten, deren Abstand durch das Bohr'sche Modell richtig vorhergesagt wird und deren Wellenlänge jeweils etwa 656 nm beträgt.
Berechnen Sie die Differenz der Wellenlängen dieser beiden Linien auf drei Stellen genau.

(4 BE)

4.3 Positronium ist ein exotisches Atom mit sehr kurzer Lebensdauer, das aus einem Elektron und seinem „Antiteilchen", dem Positron, besteht. Man kann es mit dem Bohr'schen Atommodell beschreiben, wenn man das Positron als „Atomkern" mit der Masse eines Elektrons betrachtet. Vergleichen Sie die Wellenlängen der Spektrallinien der „Balmer-Serie" des Positroniums mit denjenigen des Wasserstoffs.

(4 BE)

Material 1

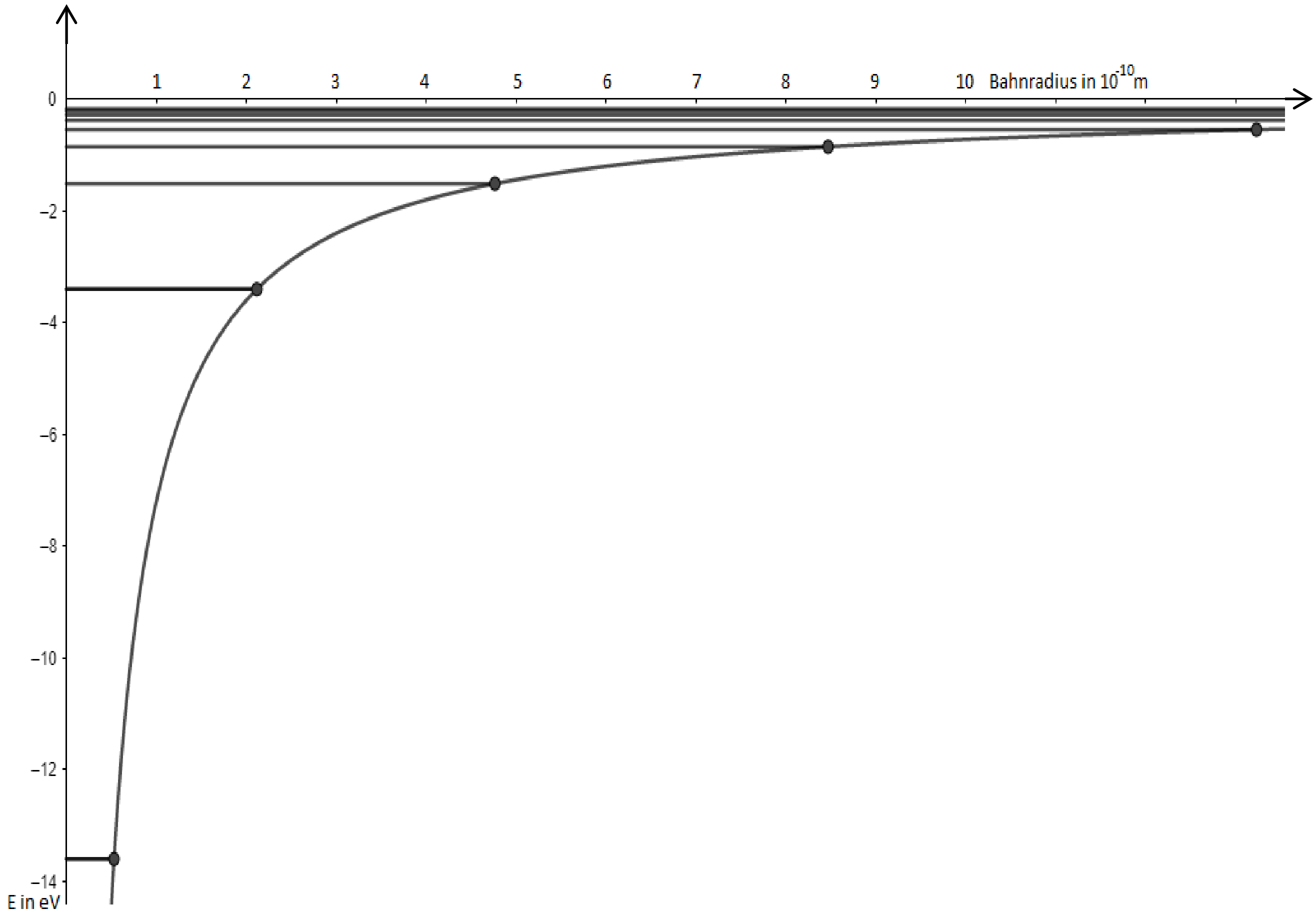
Auszug aus „Notiz über die Spektrallinien des Wasserstoffs von J. J. Balmer“

„Die Wellenlängen der ersten vier Wasserstofflinien ergeben sich nun dadurch, dass die Grundzahl [364,56 nm] der Reihe nach mit den Koeffizienten $\frac{9}{5}, \frac{4}{3}, \frac{25}{21}, \frac{9}{8}$ multipliziert wird. Scheinbar bilden diese vier Koeffizienten keine gesetzmäßige Reihe; sobald man aber den zweiten und den vierten mit vier erweitert, stellt sich die Gesetzmäßigkeit her, und die Koeffizienten erhalten zum Zähler die Zahlen $3^2, 4^2, 5^2, 6^2$ und zum Nenner eine je um vier kleinere Zahl.“

Johann Jakob Balmer: Notiz über die Spektrallinien des Wasserstoffs, in: Annalen der Physik und Chemie, Band 25, Heft 5, 1885, S. 81 (Rechtschreibung angepasst).

Material 2

Grafik zum Bohr’schen Atommodell



Material 3

Herleitung der Energie des Elektrons nach der Bohr'schen Quantenbedingung

(1) $\frac{1}{r_n} = \frac{e^2 \cdot m_\mathrm{e} \cdot \pi}{\varepsilon_0 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ $\quad v_n^2 = \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_\mathrm{e}} \cdot \frac{1}{r_n}$, mit natürlicher Zahl n

(2) $E_\mathrm{pot} = -\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_n}$ $\quad E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_\mathrm{e} \cdot v_n^2$

(3) $E_\mathrm{gesamt} = -\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_n} + \frac{1}{2} \cdot m_\mathrm{e} \cdot v_n^2$

(4) $E_\mathrm{gesamt} = -\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2 \cdot m_\mathrm{e} \cdot \pi}{\varepsilon_0 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2} \cdot m_\mathrm{e} \cdot \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_\mathrm{e}} \cdot \frac{e^2 \cdot m_\mathrm{e} \cdot \pi}{\varepsilon_0 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$

(5) $E_\mathrm{gesamt} = -\frac{e^4 \cdot m_\mathrm{e}}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -13{,}6\,\mathrm{eV} \cdot \frac{1}{n^2}$

Material 4

Ionisierungsenergie des äußeren Lithium-Elektrons

Bahn n	Ionisierungsenergie in eV
2	5,37
3	2,00
4	1,03

URL: http://ruby.chemie.uni-freiburg.de/Vorlesung/Gif_bilder/Methoden_ac/li_spektrum.png (abgerufen am 13.03.2022).