

Das Bohr'sche Atommodell und Welleneigenschaften von Elektronen**Aufgaben**

- 1 Zum Ende des 19. Jahrhunderts wurden die Emissionsspektren von verschiedenen Gasen vermessen. Niels Bohr postulierte 1913 ein Modell zur Erklärung des Spektrums von Wasserstoff. Nach dem Bohr'schen Atommodell bewegt sich das Elektron im Wasserstoff nur auf Bahnen, deren Energien mit der folgenden Gleichung berechnet werden können:

$$(1) \quad E_n = -\frac{e^4 \cdot m_e}{8 \varepsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

- 1.1 Bestätigen Sie durch eine Einheitenrechnung, dass es sich bei der Größe E_n in Gleichung (1) um eine Energie handelt, und zeigen Sie, dass eine Umrechnung in die Einheit eV die Gleichung

$$E_n = -13,61 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2} \text{ ergibt.}$$

(5 BE)

- 1.2 In Material 1 werden drei der niedrigsten fünf Energieniveaus von Wasserstoff in einem Ausschnitt eines Termschemas gezeigt.

Ordnen Sie durch geeignete Rechnungen jedem der drei eingezeichneten Energieniveaus die entsprechende Quantenzahl n zu.

(3 BE)

- 1.3 Zeichnen Sie im Ausschnitt von Material 1 das noch zwischen den Energieniveaus $-0,85 \text{ eV}$ und $-3,4 \text{ eV}$ fehlende Energieniveau maßstabsgetreu ein.
Berechnen Sie die Wellenlängen der Strahlung, die bei den Übergängen von diesem Niveau auf die beiden tiefer liegenden Energieniveaus des Wasserstoffs emittiert wird.
Geben Sie an, welcher dieser Übergänge Strahlung im sichtbaren Bereich erzeugt.

(7 BE)

- 1.4 Erklären Sie im Rahmen des Bohr'schen Atommodells, dass das Wasserstoffspektrum aus einzelnen Linien besteht.

(4 BE)

- 2 Im Bohr'schen Atommodell umläuft das Elektron den Kern auf einer Kreisbahn. Aus dem Bohr'schen Postulat zur Quantisierung des Bahndrehimpulses $L_n = m_e \cdot v_n \cdot r_n = \frac{h}{2\pi} \cdot n$ folgen für die Geschwindigkeiten v_n auf den Elektronenbahnen und deren Radien r_n die Bedingungen:

$$(2) \quad r_n = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2 \quad \text{und} \quad (3) \quad v_n = \frac{e^2}{2 \varepsilon_0 \cdot h} \cdot \frac{1}{n}$$

- 2.1 Berechnen Sie mit den Gleichungen (2) und (3) die fehlenden Werte für den Bahnradius und die Bahngeschwindigkeit in Material 2.

(3 BE)

- 2.2 Louis de Broglie postulierte für klassische Teilchen Welleneigenschaften. Wird das Elektron durch eine Materiewelle beschrieben, so muss der Umfang der Elektronenbahnen im Bohr'schen Atommodell ein ganzzahliges Vielfaches der De-Broglie-Wellenlänge sein. Berechnen Sie für die in Material 2 vorgegebenen Quantenzahlen n die entsprechende De-Broglie-Wellenlänge des Elektrons und untersuchen Sie, ob die Forderung erfüllt wird.

(6 BE)

- 2.3 Leiten Sie aus der Bedingung $2\pi \cdot r_n = n \cdot \lambda_n$ die Quantisierung des Bahndrehimpulses

$$m_e \cdot v_n \cdot r_n = \frac{h}{2\pi} \cdot n \text{ her.}$$

(3 BE)

- 2.4 Nennen Sie einen klassischen und einen quantenmechanischen Aspekt des Bohr'schen Atommodells und nennen Sie darüber hinaus zwei Grenzen des Bohr'schen Atommodells.

(4 BE)

- 3 Ungefähr 35 Jahre nachdem de Broglie die Welleneigenschaften von Teilchen postuliert hatte, gelang es Claus Jönsson, durch Beugung eines Elektronenstrahls an einem Doppelspalt ein Interferenzmuster zu erzeugen. Eine stark vergrößerte Abbildung des Interferenzmusters findet sich in Material 3. Es kann davon ausgegangen werden, dass in dem beobachteten Bereich alle Streifen im gleichen Abstand von einem Mikrometer zueinander liegen. Der Abstand des Schirms zum Doppelspalt beträgt $a = 37 \text{ cm}$, die Beschleunigungsspannung $U_B = 50 \text{ kV}$, der Abstand der beiden Spalte $d = 2 \text{ }\mu\text{m}$. Für die weitere Rechnung kann die Kleinwinkelnäherung verwendet werden. Relativistische Effekte sollen vernachlässigt werden.

- 3.1 Zeigen Sie, dass die De-Broglie-Wellenlänge der beschleunigten Elektronen $\lambda = 5,5 \text{ pm}$ beträgt und dass die Flugzeit vom Doppelspalt bis zum Schirm in der Größenordnung von wenigen Nanosekunden liegt.

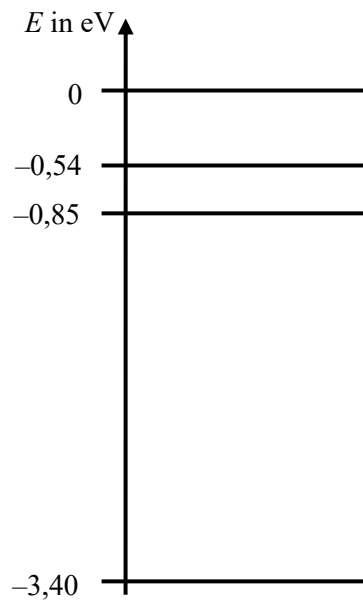
(6 BE)

- 3.2 Der Abstand von nur einem Mikrometer zwischen den Interferenzstreifen erfordert eine technisch aufwändige Beobachtung. Wesentlich einfacher wäre es, lägen die Streifen zumindest einen Zehntel Millimeter auseinander, was aber aus anderen Gründen nicht zu realisieren ist. Berechnen Sie die theoretisch dafür benötigte Beschleunigungsspannung bei sonst gleichem Versuchsaufbau.

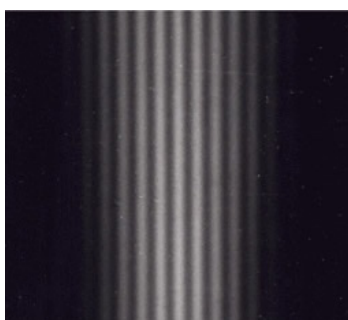
(6 BE)

- 3.3 Über eine Versuchsdauer von 5 s werden in gleichen Zeitabständen insgesamt 4000 Elektronen emittiert und tragen dazu bei, ein Interferenzmuster zu erzeugen. Jemand behauptet, zur Erzeugung des Musters müssten jeweils mindestens zwei Elektronen miteinander interferieren. Beurteilen Sie diese Behauptung mithilfe einer geeigneten Rechnung, wie viele Elektronen sich bei einer Beschleunigungsspannung von 50 kV gleichzeitig in der Versuchsanordnung mit einer Gesamtlänge von etwa einem halben Meter befinden.

(3 BE)

Material 1**Maßstabsgetreuer Ausschnitt aus dem Termschema des Wasserstoffatoms****Material 2****Tabelle mit Quantenzahl n , Bahnradius r_n , Bahngeschwindigkeit v_n und De-Broglie-Wellenlänge λ_n**

n	r_n in 10^{-10} m	v_n in $10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	λ_n
2		1,09	
3	4,76		

Material 3**Interferenzmuster im Experiment von Jönsson**

URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Claus_Jönsson (abgerufen am 27.02.2021).