

## Röntgenstrahlung und die Drehkristallmethode

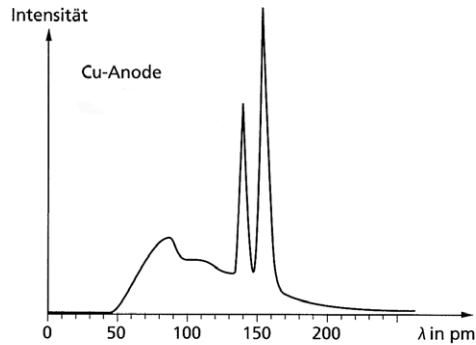
Vor über hundert Jahren hat Wilhelm C. Röntgen die nach ihm benannte Röntgenstrahlung entdeckt. Sie wird heute vielfältig in Wissenschaft, Technik und Medizin eingesetzt.

Röntgenröhren, in denen beschleunigte Elektronen auf eine Anode beispielsweise aus Kupfer oder Molybdän geschossen werden, dienen der Erzeugung von Röntgenstrahlung. Zur spektralen Untersuchung von Röntgenstrahlung wird im Folgenden die Drehkristallmethode verwendet, die unter anderem von den Physikern William L. Bragg und William H. Bragg entwickelt wurde.

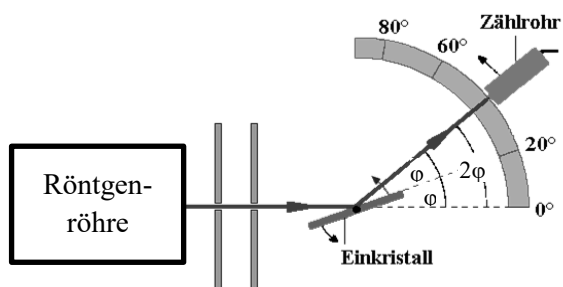
### Aufgaben

- 1.1 Skizzieren und beschriften Sie den Aufbau einer Röntgenröhre.  
Beschreiben Sie die Funktionen der angelegten Spannungen.  
(5 BE)
- 1.2 Eine Röntgenröhre wird mit einer Beschleunigungsspannung von  $U_a = 30 \text{ kV}$  betrieben.  
Berechnen Sie unter der Annahme, dass alle Elektronen vor der Beschleunigung eine zu vernachlässigende Geschwindigkeit besitzen, mit einem nichtrelativistischen Ansatz die Geschwindigkeit  $v$ , mit der die Elektronen auf die Anode treffen.  
Berechnen Sie das Ergebnis auch als prozentualen Anteil der Lichtgeschwindigkeit.  
(4 BE)
- 2 Material 1 zeigt ein idealisiertes Röntgenspektrum einer Kupferanode. Zur Beschreibung eines solchen Spektrums unterscheidet man den kontinuierlichen Anteil und den charakteristischen Anteil der Röntgenstrahlung.
  - 2.1 Erläutern Sie die Entstehung dieser beiden Strahlungsanteile und erklären Sie in diesem Zusammenhang die Notwendigkeit, die Anode zu kühlen.  
Beschreiben Sie den Einfluss des verwendeten Anodenmaterials und der Beschleunigungsspannung auf diese beiden Anteile der Strahlung.  
(8 BE)
  - 2.2 Erläutern Sie, welche Auswirkungen auf das Spektrum in Material 1 zu erwarten sind, wenn bei ansonsten gleichen Rahmenbedingungen die Heizspannung erhöht wird.  
(2 BE)

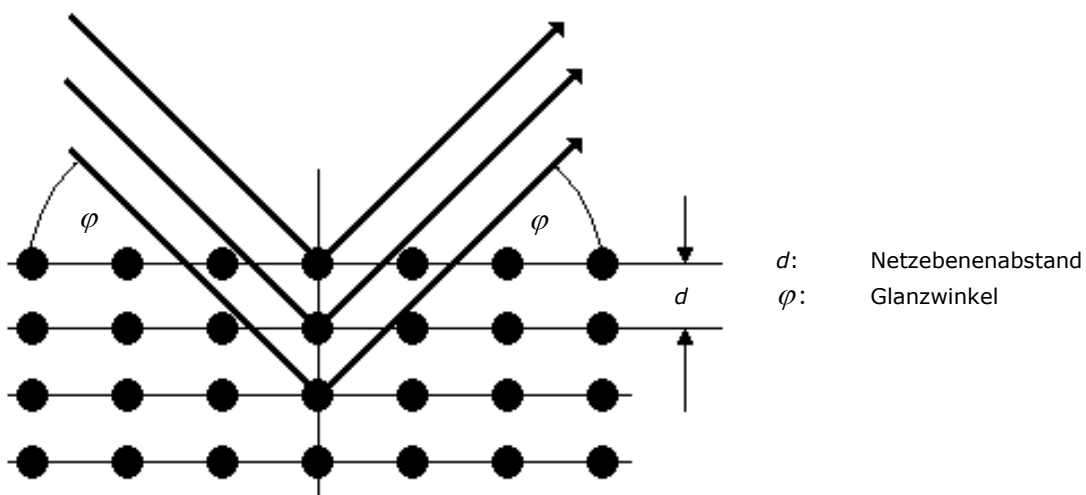
- 3 Das Röntgenspektrum einer Molybdänanode wird mit einem NaCl-Kristall untersucht. Material 2 zeigt eine Skizze des dafür benötigten Versuchsaufbaus. Zum Nachweis der Röntgenstrahlung wird ein Zählrohr verwendet, das beim Drehen des Kristalls jeweils um den doppelten Glanzwinkel  $\varphi$  weitergedreht wird. Der Netzebenenabstand beträgt  $d = 282 \text{ pm}$ .
- 3.1 Die Bragg-Bedingung  $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \varphi$  mit  $n = 1, 2, 3, \dots$  stellt einen Zusammenhang zwischen der Wellenlänge  $\lambda$  der Röntgenstrahlung, dem Netzebenenabstand  $d$  des verwendeten Kristalls und dem Glanzwinkel  $\varphi$  her,  $n$  gibt die Ordnung des Interferenzmaximums an. Leiten Sie unter Verwendung von Material 3 die Bragg-Bedingung her. (4 BE)
- 3.2 Material 4 zeigt das Röntgenspektrum einer Molybdänanode in zwei Darstellungen. Ordnen Sie die sechs ausgeprägten Maxima (Peaks) in der unteren Darstellung jeweils der  $K_\alpha$ - oder  $K_\beta$ -Linie sowie der jeweiligen Ordnung zu. Berechnen Sie unter Verwendung aller Maxima die Wellenlängen der  $K_\alpha$ - und der  $K_\beta$ -Linie von Molybdän. *Hinweis:* Mit „ $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linie“ werden die Übergänge vom Energieniveau  $E_2$  auf das Energieniveau  $E_1$  bzw. vom Energieniveau  $E_3$  auf das Energieniveau  $E_1$  bezeichnet. (8 BE)
- 4.1 Zwischen der Grenzwellenlänge  $\lambda_{\min}$  des Röntgenspektrums und der Beschleunigungsspannung  $U_a$  gilt der Zusammenhang  $\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e} \cdot \frac{1}{U_a}$ . Leiten Sie diesen Zusammenhang her. (4 BE)
- 4.2 Material 5 stellt für verschiedene Beschleunigungsspannungen einen Ausschnitt des jeweiligen Röntgenspektrums einer Molybdänanode dar. Zeichnen Sie, wie in Material 5 an einem Beispiel gezeigt, durch den steil ansteigenden Teil jeder Kurve jeweils eine Gerade, die den Verlauf näherungsweise beschreibt. Bestimmen Sie mithilfe dieser Geraden die Grenzwellenlängen  $\lambda_{\min}$ . Stellen Sie unter Verwendung der Tabelle in Material 5 die Grenzwellenlängen  $\lambda_{\min}$  in Abhängigkeit vom Kehrwert der Spannung  $U_a$  in einem Diagramm grafisch dar. Ermitteln Sie aus diesem Diagramm mithilfe einer Ausgleichsgeraden durch den Ursprung einen Wert für das Planck'sche Wirkungsquantum und die prozentuale Abweichung dieses Werts vom Literaturwert. (12 BE)
- 5 Henry Moseley fand den folgenden Zusammenhang zwischen der Frequenz der  $K_\alpha$ -Linie und der Ordnungszahl  $Z$  des zugehörigen Elements:  
$$f_{K_\alpha} = \frac{3}{4} f_R (Z - S)^2$$
 mit der Rydberg-Frequenz  $f_R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$   
Die dimensionslose Zahl  $S$  wird Abschirmkonstante genannt. Die  $K_\alpha$ -Linie von Kupfer ( $Z = 29$ ) besitzt die Frequenz  $f_{K_\alpha} = 1,94 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$ .  
Bestätigen Sie rechnerisch, dass die Abschirmkonstante  $S$  für die  $K_\alpha$ -Linie von Kupfer ungefähr den Wert 1 besitzt. (3 BE)

**Material 1****Idealisiertes Röntgenspektrum einer Kupferanode**

Bardo Diehl et al.: Physik Oberstufe Gesamtband, Berlin 1. Aufl. 2008, S. 362.

**Material 2****Schematischer Versuchsaufbau zur Aufnahme eines Röntgenspektrums**

URL: <https://www.leifiphysik.de> (abgerufen am 20.03.2011).

**Material 3****Abbildung zur Herleitung der Bragg-Bedingung**

## Material 4

## Röntgenspektrum einer Molybdänanode

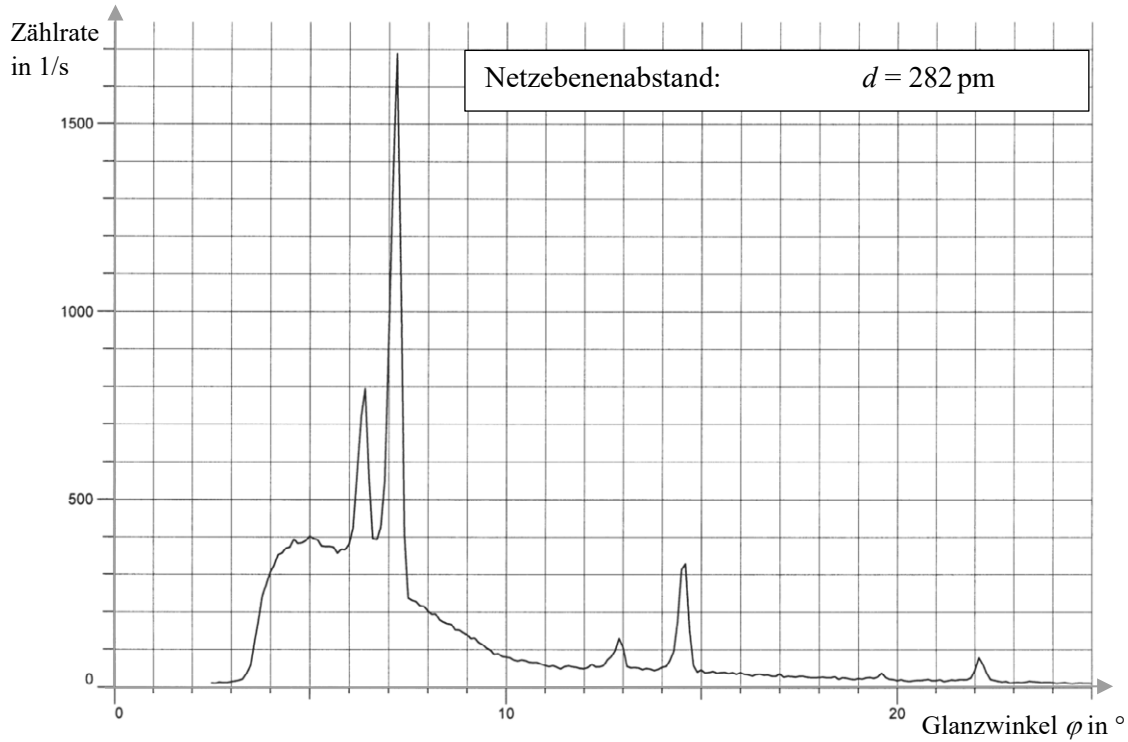


Diagramm mit linearer Skalierung der vertikalen Achse

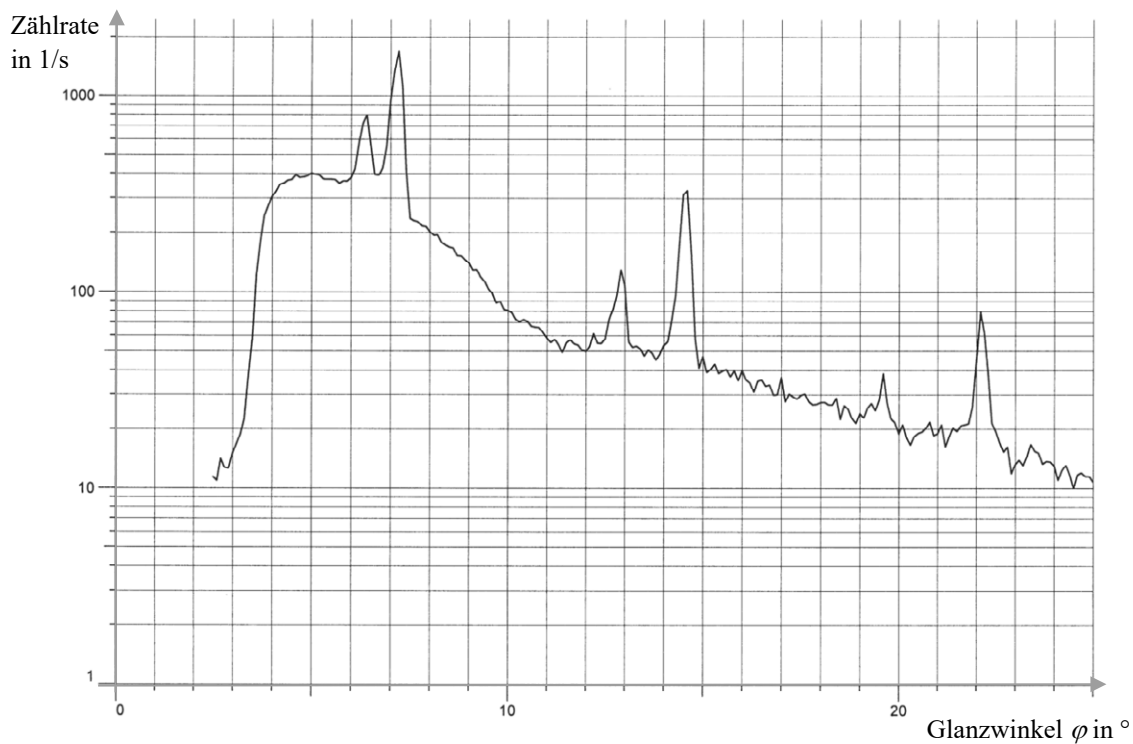
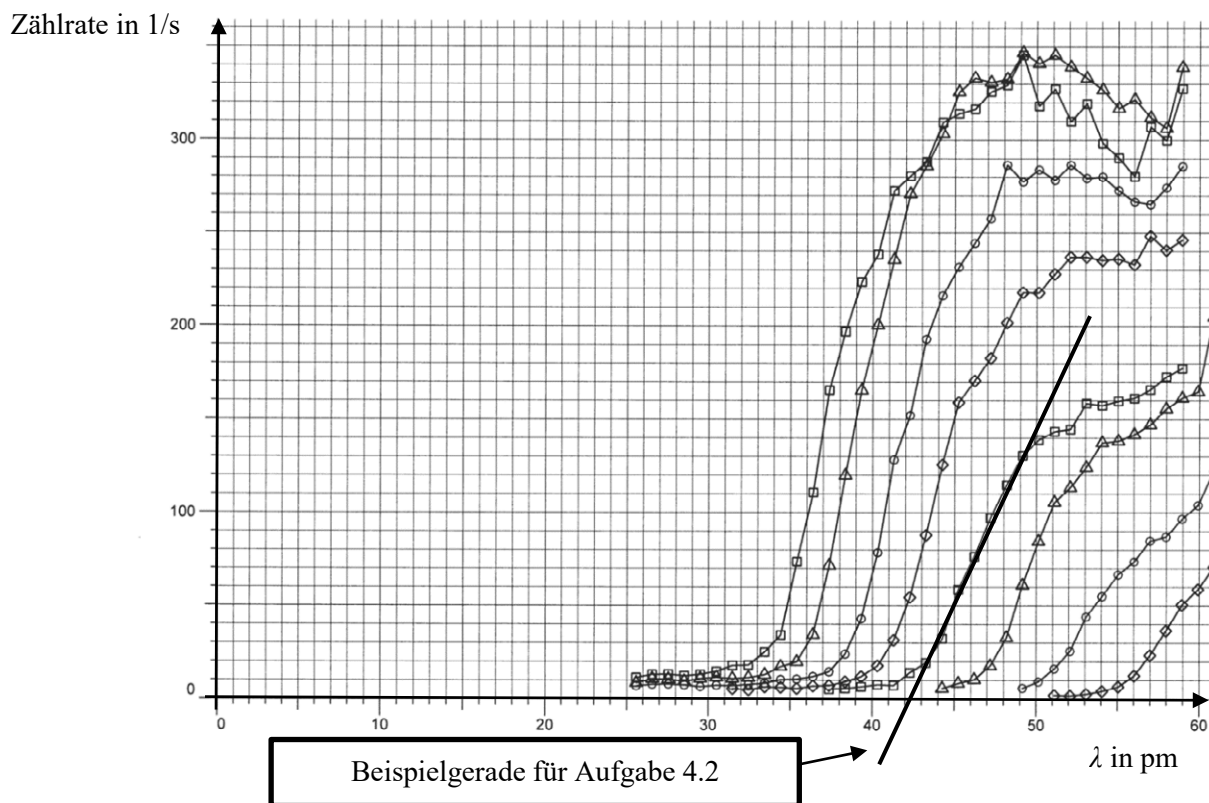


Diagramm in halblogarithmischer Darstellung zur Verdeutlichung der Maxima

## Material 5

**Röntgenspektren einer Molybdänanode  
bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen (Ausschnitt)**

$U_a$ in kV	35	34	32	30	28	26	24	22
$\lambda_{\min}$ in pm					42,0			
$\frac{1}{U_a}$ in $10^{-5} \frac{1}{V}$								