

Elektromagnetischer Schwingkreis und Teslatransformator**Aufgaben**

In einem elektromagnetischen Schwingkreis wird ein Kondensator verwendet, dessen Kapazität sich in einem bestimmten Bereich stufenlos verändern lässt. So kann die Eigenfrequenz f des Schwingkreises eingestellt werden.

- 1 Der Kondensator hat zunächst eine Kapazität von $C = 50 \text{ pF}$ und wird auf eine Spannung von $U = 20 \text{ V}$ aufgeladen. Er wird dann über eine Spule entladen. Material 1 zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannung am Kondensator für den ungedämpften Fall.
 - 1.1 Skizzieren Sie einen Schaltplan des Versuchsaufbaus, der auch die Schaltung zum Aufladen des Kondensators und das Gerät zum Messen der Spannung am Kondensator enthält. **(3 BE)**
 - 1.2 Bestätigen Sie mithilfe von Material 1, dass $U(t) = 20 \text{ V} \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 10^6}{2s} \cdot t\right)$ den dargestellten Spannungsverlauf beschreibt. **(2 BE)**
 - 1.3 Ermitteln Sie einen Term, der den zeitlichen Verlauf der Ladung $Q(t)$ des Kondensators angibt, und einen Term, der den zeitlichen Verlauf der Stromstärke $I(t)$ für den verwendeten Schwingkreis angibt. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf von $I(t)$ und eine dazu geeignete Skala der vertikalen Achse in Material 1 ein. **(6 BE)**
 - 1.4 Beschreiben Sie den Spannungs- und Stromstärkeverlauf im Schwingkreis für eine halbe Schwingungsdauer. Begründen Sie unter Einbeziehung der damit verbundenen Energieumwandlungen und physikalischen Effekte die Vorgänge, die diese zeitlichen Verläufe verursachen. **(6 BE)**
- 2 In einem Versuch wird nun die Abhängigkeit der Eigenfrequenz f des Schwingkreises von der Kapazität C des Kondensators bei konstanter Induktivität untersucht. Die Messergebnisse sind in Material 2 dargestellt.
 - 2.1 Stellen Sie f^2 in Abhängigkeit von $\frac{1}{C}$ in einem Diagramm dar.
Erläutern Sie mithilfe einer geeigneten Formel, dass die Wertepaare im Diagramm Punkte ergeben, die theoretisch auf einer Geraden liegen müssen.
Ermitteln Sie mithilfe des Diagramms die Induktivität L der Schwingkreisspule. **(9 BE)**

- 2.2 In Material 3 wird eine Differenzialgleichung für die Ladung $Q(t)$ auf dem Kondensator hergeleitet.

Erläutern Sie, wie sich die Zeilen (1) bis (4) ergeben.

Zeigen Sie, dass der allgemeine Lösungsansatz $Q(t) = Q_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$ die Differenzialgleichung zu jedem Zeitpunkt erfüllen kann.

Leiten Sie damit eine Gleichung zur Berechnung der Schwingungsdauer T der elektromagnetischen Schwingung her.

(9 BE)

- 3 Für einen Schwingkreis mit der Kapazität $C = 5 \cdot 10^{-11} \text{ F}$ und einer Eigenfrequenz $f = 2,51 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ wird nun der Ohm'sche Widerstand R der Spule mit der Induktivität $L = 8,2 \text{ mH}$ berücksichtigt. Eine Messung der Abnahme der Spannungsamplitude U_{\max} am Kondensator liefert die Messwerte in Material 4.

Für die zeitliche Abnahme der Spannungsamplitude U_{\max} gilt $U_{\max}(t) = U_0 \cdot e^{-k \cdot t}$ mit $k = \frac{R}{2 \cdot L}$,

wobei U_0 die Spannungsamplitude zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ ist.

- 3.1 Bestätigen Sie rechnerisch anhand der Messwerte in Material 4, dass eine exponentielle Abnahme der Spannungsamplitude U_{\max} vorliegt.

Bestimmen Sie den Ohm'schen Widerstand R der Spule.

[zur Kontrolle: $k = 5,6 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$]

(5 BE)

- 3.2 Untersuchen Sie, nach wie vielen vollständigen Schwingungen die Gesamtenergie des Schwingkreises zum ersten Mal weniger als 10 % seiner Anfangsenergie beträgt, wenn der Kondensator zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ vollständig geladen ist. Es gilt $T = 4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$.

(4 BE)

- 4 Bei einem Teslatriansformator, mit dem sehr hohe Spannungen erzeugt werden können, werden zwei Schwingkreise induktiv gekoppelt. Material 5 zeigt den prinzipiellen Aufbau sowie ein Schaltbild eines Teslatriansformators und beschreibt dessen Funktion.

Die zeitliche Änderung der Stromstärke und die damit verbundene zeitliche Änderung des magnetischen Flusses im Primärschwingkreis induziert eine zeitlich veränderliche Spannung im Sekundärschwingkreis. Dabei auftretende Energieverluste sollen vernachlässigt werden.

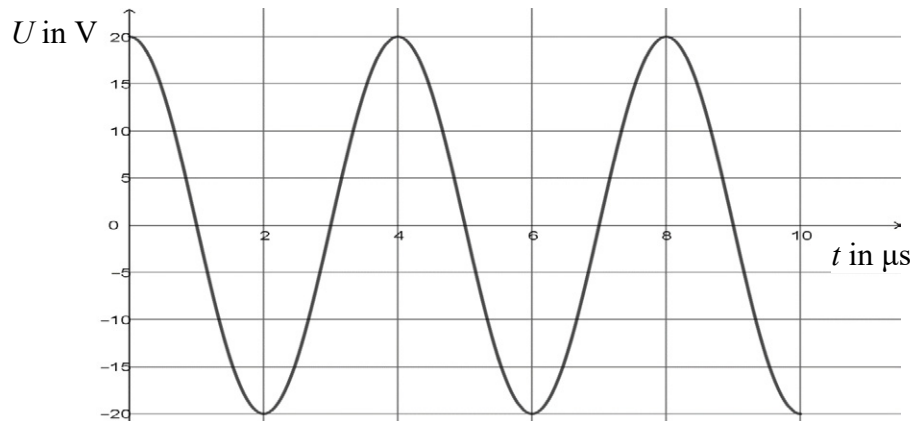
- 4.1 Im Primärschwingkreis eines Teslatriansformators besitzt die Spule eine Induktivität von $1,25 \cdot 10^{-6} \text{ H}$ und der Kondensator eine Kapazität von 1000 pF . Im Sekundärschwingkreis hat die Induktivität der Spule den Wert $2,9 \cdot 10^{-2} \text{ H}$.

Berechnen Sie die Kapazität im Sekundärschwingkreis.

(3 BE)

- 4.2 Erklären Sie unter Bezugnahme auf die Energieerhaltung in den elektrischen Schwingkreisen sowie die Energieübertragung zwischen Primär- und Sekundärschwingkreis, dass die Verwendung einer kleinen Kapazität beim Sekundärschwingkreis eines Teslatriansformators zu hohen Spannungen führt.

(3 BE)

Material 1**Zeitlicher Verlauf der Spannung am Kondensator für den ungedämpften Fall****Material 2****Messreihe**

Messung Nr.	1	2	3	4
C in 10^{-10} F	2,8	1,3	0,71	0,50
f in 10^5 Hz	1,10	1,55	2,10	2,51

Material 3**Herleitung einer Differenzialgleichung für die Ladung $Q(t)$**

$$(1) \quad E_{\text{el}} + E_{\text{magn}} = \frac{1}{2 \cdot C} \cdot Q(t)^2 + \frac{1}{2} \cdot L \cdot I(t)^2 = \text{konstant}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2 \cdot C} \cdot 2 \cdot Q(t) \cdot \dot{Q}(t) + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot I(t) \cdot \dot{I}(t) = 0$$

$$(3) \quad \frac{Q(t)}{C} \cdot \dot{Q}(t) + L \cdot \dot{Q}(t) \cdot \ddot{Q}(t) = 0$$

$$(4) \quad \ddot{Q}(t) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot Q(t) = 0$$

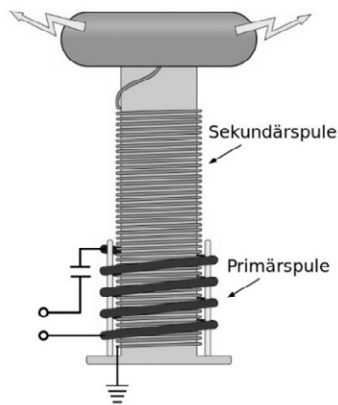
Material 4**Gedämpfte Schwingung**

t in μs	0	8	16	24
U_{max} in V	40,0	25,6	16,3	10,4

Material 5

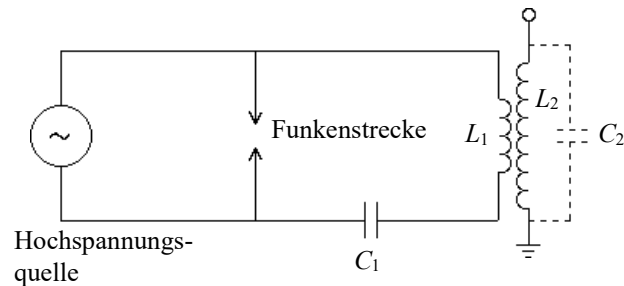
Teslatransformator

Prinzipieller Aufbau:



URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Tesla-Transformator> (abgerufen am 30.03.2022).

Vereinfachtes Schaltbild:



URL: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f4/Schaltbild_teslatransformator.png (abgerufen am 21.11.2022).

Beschreibung des Funktionsprinzips:

Der vom Physiker Nikola Tesla Ende des 19. Jahrhunderts entwickelte Teslatransformator ist in der Lage, sehr große, hochfrequente Spannungen zu erzeugen. Er besteht aus zwei miteinander gekoppelten elektromagnetischen Schwingkreisen.

Der primäre Schwingkreis besteht aus einer Spule mit geringer Induktivität L_1 und einem Kondensator mit großer Kapazität C_1 . Im Sekundärkreis dagegen ist die Induktivität L_2 sehr groß und die Kapazität C_2 sehr klein. Dabei bildet das Oberteil in Form eines Torus oder einer Kugel zusammen mit der Erde den Kondensator im Sekundärschwingkreis. Anders als beim normalen Transformator hängt das Verhältnis von Sekundär- zu Primärspannung hier nicht direkt proportional von dem Windungsverhältnis der beiden Spulen ab.

Im Betrieb wird der Kondensator C_1 über eine Hochspannungsquelle aufgeladen. Die Funkenstrecke hat die Funktion eines Schalters. Sobald an der Funkenstrecke eine bestimmte Feldstärke (etwa 1 kV pro mm) anliegt, zündet die Funkenstrecke. Die Luft zwischen den Elektroden wird ionisiert und damit leitfähig, der Primärschwingkreis ist nun geschlossen und kann schwingen. Die beiden sehr unterschiedlichen Schwingkreise haben gleiche Eigenfrequenzen und befinden sich in Resonanz. Aus dem Primärschwingkreis wird Energie in den Sekundärschwingkreis übertragen, so lange bis idealerweise die gesamte Energie übertragen wurde und der Funke in der Funkenstrecke erlischt. Am Kondensator des sekundären Schwingkreises entstehen so sehr große Wechselspannungen, die mehr als 1 MV betragen können.