

**Eindimensionaler Potenzialtopf – Farbstoffmoleküle – Quantenobjekte**

Cyanin-Farbstoffmoleküle, die z. B. für die Farbe von Blüten verantwortlich sind, bestehen im Allgemeinen aus Kohlenstoffketten mit Stickstoff-, Sauerstoff- und Wasserstoffatomen. Sie werden deshalb auch Kettenmoleküle genannt. Eine bestimmte Anzahl von Elektronen ( $\pi$ -Elektronen) kann sich innerhalb der gesamten Kette fast frei bewegen (Material 1). Es sollen verschiedene eindimensionale (lineare) Potenzialtöpfe als Modell für ein solches Kettenmolekül verwendet werden.

**Aufgaben**

- 1 Als Vorüberlegung wird hier zunächst ein eindimensionaler Potenzialtopf der Länge  $L$  mit unendlich hohen Wänden betrachtet, in dem sich nur ein Elektron befindet (Material 2).
  - 1.1 Nennen Sie anhand von Material 2 die wesentlichen Eigenschaften dieses Modells. Nennen Sie den Zusammenhang zwischen der Wellenfunktion  $\psi(x)$  des Elektrons und der Aufenthaltswahrscheinlichkeit und erklären Sie, weshalb sich aus dem Modell die Bedingungen  $\psi(0) = 0$  und  $\psi(L) = 0$  ergeben.

**(5 BE)**
  - 1.2 Skizzieren Sie die Wellenfunktionen und die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten eines Elektrons für die drei größten möglichen Wellenlängen im Intervall  $[0; L]$ . Geben Sie die zugehörigen Wellenlängen in Abhängigkeit von  $L$  an. Erläutern Sie den Unterschied zwischen der skizzierten Aufenthaltswahrscheinlichkeit der zweitgrößten Wellenlänge und der Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines klassischen Teilchens mit einer kinetischen Energie größer null.

**(7 BE)**
  - 1.3 Die folgende Formel beschreibt die Energieniveaus eines Elektrons in dem eindimensionalen Potenzialtopf der Länge  $L$ :  $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m_e \cdot L^2} \cdot n^2$  mit  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Leiten Sie diese Formel mithilfe des Modells der stehenden Wellen her.

**(5 BE)**
- 2 Das Modell eines eindimensionalen Potenzialtopfs wird nun auf ein Cyanin-Molekül angewendet, das eine Kettenlänge  $L = 1,2 \text{ nm}$  besitzt.
  - 2.1 Berechnen Sie mit der in Aufgabe 1.3 angegebenen Formel die Energien der fünf niedrigsten Niveaus in der Einheit eV und zeichnen Sie ein Termschema in einem geeigneten Maßstab.

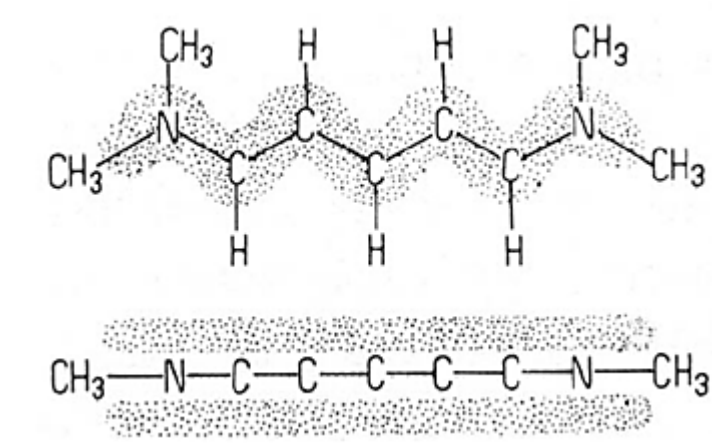
**(8 BE)**
  - 2.2 Das Cyanin-Molekül besitzt acht frei bewegliche Elektronen. Gemäß dem Pauli-Prinzip können höchstens zwei Elektronen ein Energieniveau besetzen. Untersuchen Sie, welcher Übergang der energieärmste ist, der aus dem Grundzustand des Moleküls angeregt werden kann. Zeichnen Sie diesen Übergang in das Termschema aus Aufgabe 2.1 als Pfeil ein.

**(3 BE)**

**Physik  
Leistungskurs****Thema und Aufgabenstellung  
Vorschlag B2**

- 2.3 Berechnen Sie die Wellenlänge  $\lambda$  eines Photons, das in der Lage ist, den Übergang von  $E_4$  zu  $E_5$  anzuregen.  
[zur Kontrolle:  $\lambda = 528 \text{ nm}$ ]
- (4 BE)**
- 2.4 Die Blütenblätter einer Rose enthalten die oben untersuchten Cyanin-Moleküle als Farbstoffe. Begründen Sie anhand des Ergebnisses aus Aufgabe 2.3 und Material 3, dass die Cyanin-Moleküle die Blütenblätter rot färben.
- (3 BE)**
- 2.5 Die Materialien 2, 4a) und 4b) beschreiben in dieser Reihenfolge eindimensionale Potenzialtöpfe, die das Cyanin-Molekül zunehmend genauer charakterisieren. Beschreiben Sie die Änderungen im Verlauf der potenziellen Energie und erläutern Sie, welche Eigenschaften des Moleküls beim Übergang von Material 2 nach 4a) und von 4a) nach 4b) jeweils Berücksichtigung finden.
- (5 BE)**
- 3 Elektronen sind Quantenobjekte, für die die Orts-Impuls-Unschärfe gilt.
- 3.1 Geben Sie an, was man unter der Orts-Impuls-Unschärfe physikalisch versteht. Berechnen Sie den Wert der Impulsunschärfe eines Elektrons innerhalb des Cyanin-Moleküls aus Aufgabe 2 sowie seine sich daraus ergebende Mindestenergie.
- (6 BE)**
- 3.2 Die Beugung von Elektronen am Einfachspalt kann ebenfalls mit der Orts-Impuls-Unschärfe erklärt werden (Material 5). Vor dem Spalt haben alle Quantenobjekte im Parallelbündel den Impulsbetrag  $p = p_{y,\text{vor}}$ . Es liegt noch kein Impuls in x-Richtung vor. Durch die Einengung auf den Ort  $\Delta x$  weitet sich das Bündel auf dem Weg zum Schirm auf. Diese Aufweitung bedeutet, dass die Quantenobjekte einen Querimpuls  $p_x$  erhalten. Da sich innerhalb des Hauptmaximums der am Schirm entstehenden Beugungsfigur der größte Teil der Quantenobjekte befindet, wird die Unschärfe des Querimpulses  $\Delta p_x$  durch die Lage des Minimums 1. Ordnung abgeschätzt. Leiten Sie aus  $\Delta x \cdot \Delta p_x = h$  die Formel für den Winkel  $\alpha_1$ , unter dem das Minimum 1. Ordnung zu sehen ist, in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  und Spaltbreite  $\Delta x$  her, wie sie sich in der klassischen Physik ergibt. Die Kleinwinkelnäherung kann verwendet werden.
- (4 BE)**

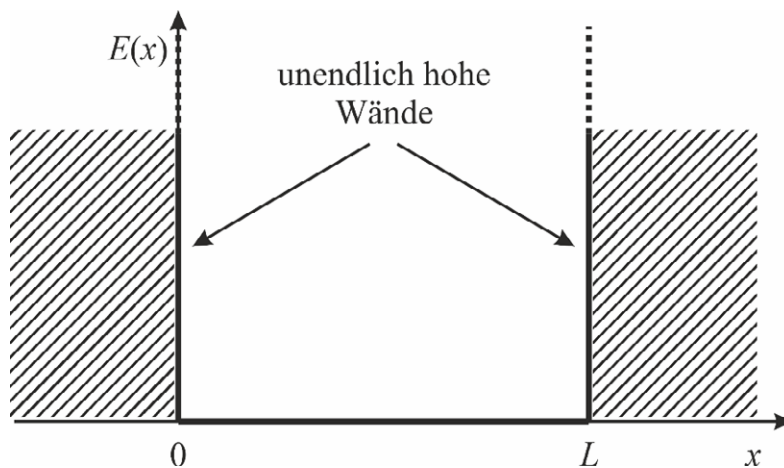
## Material 1

Schematische Darstellung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit der  $\pi$ -Elektronen in einem Cyanin-FarbstoffmolekülVereinfachte Ansicht  
von der Seite

Im gepunkteten Bereich halten sich die  $\pi$ -Elektronen mit großer Wahrscheinlichkeit auf.

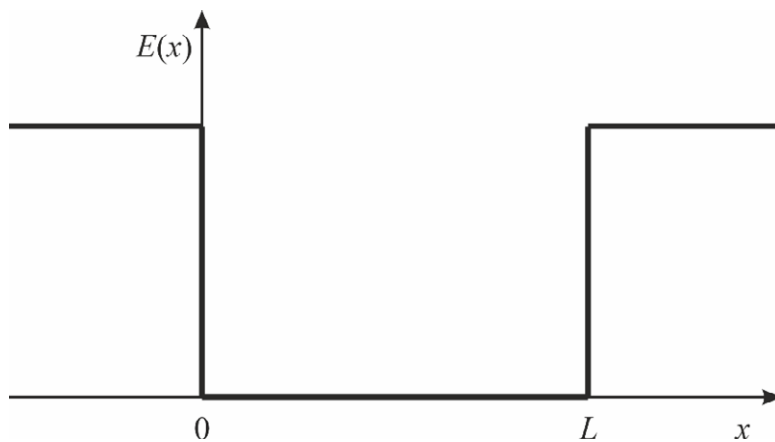
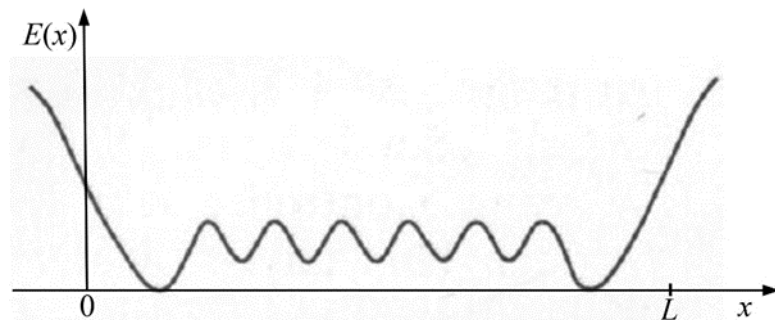
URL: [https://www.uni-marburg.de/fb15/studium/praktika/pcprakt/bachelor/skripte/pc2\\_01\\_lichtabsorption.pdf](https://www.uni-marburg.de/fb15/studium/praktika/pcprakt/bachelor/skripte/pc2_01_lichtabsorption.pdf) (abgerufen am 01.10.2018).

## Material 2

Eindimensionaler Potenzialtopf der Länge  $L$  mit unendlich hohen Wänden

**Material 3****Tabelle zu Wellenlängen und Komplementärfarben**

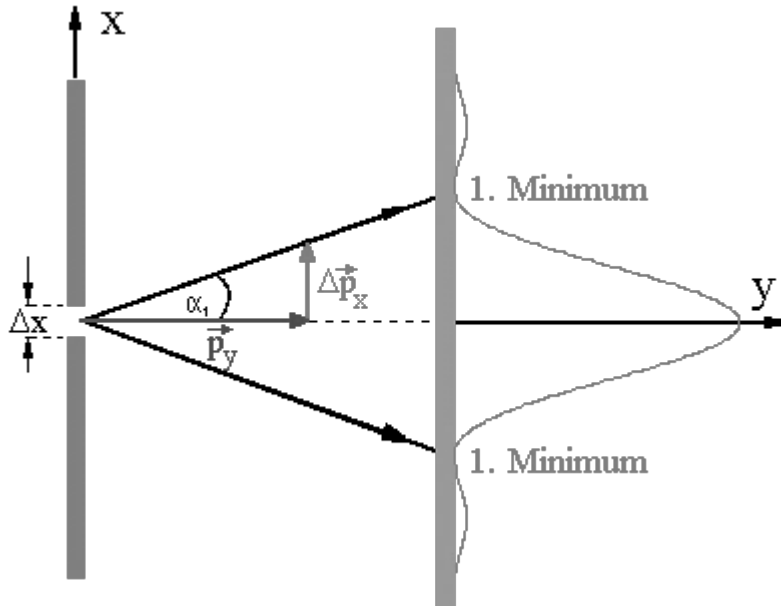
Farbe	Wellenlängenbereich in nm	Komplementärfarbe (Mischfarbe des restlichen Spektrums)
Rot	770 – 640	Grün
Orange	640 – 600	Blau
Gelb	600 – 570	Violett
Grün	570 – 490	Rot
Blau	490 – 430	Orange
Violett	430 – 390	Gelb

**Material 4****Potenzialtöpfe zur differenzierten Beschreibung des Cyanin-Moleküls****a)****b)**

URL: [https://www.uni-marburg.de/fb15/studium/praktika/pcprakt/bachelor/skripte/pc2\\_01\\_lichtabsorption.pdf](https://www.uni-marburg.de/fb15/studium/praktika/pcprakt/bachelor/skripte/pc2_01_lichtabsorption.pdf)  
(abgerufen am 01.10.2018, bearbeitet).

## Material 5

## Die Unschärferelation bei der Beugung von Elektronen am Einzelspalt



URL: <https://www.leifiphysik.de/quantenphysik/quantenobjekt-elektron/grundwissen/unschaerferelation> (abgerufen am 19.11.2022).