Problem Sheet 1

① ¬ (A ∨ x)
¬ (true ∨ False)
¬ (true)
False

ⅳ ¬ (A ∨ x) ∧ ¬ (A ∨ y)
= [constants]
¬ (true) ∧ ¬ (true)
False ∧ False
False

ⅶ
y ⇒ B ⇒ [¬ y ∨ B]
y ⇒ B ⇒ [True ∨ True]
y ⇒ B ⇒ True
False ⇒ true ⇒ true
True

x ⅱ

[(x ∧ y) ⇒ A] ⇒ [x ⇒ (y ⇒ A)] =

[(False ∧ false) ⇒ true] ⇒ [False ⇒ (False

[False ⇒ true] ⇒ [False ⇒ True]

[True ⇒ [True]

True

Q2

P	Q	¬P	P∧Q	P→(P∧Q)	≡P
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F
F	F	T	F	T	F

(A)   Problem Sheet 2

(B) $x \lor (y \lor x) \lor \lor \neg y$

≡ [associativity] [commutativity]

$x \lor x \lor y \lor \neg y$

$x \lor x \lor (y \lor \neg y)$

≡ [exclude-Middle]

$x \lor x \lor \text{True}$

≡ [idempotency]

$x \lor \text{True}$

≡ [constants]

true

ⓑ $(x \vee y) \wedge (x \vee \neg y)$

$\equiv$ [commutativity]

$(x \vee x) \wedge (y \vee \neg y)$

$\equiv$ [exclude Middle]

$x \vee x \quad \wedge \quad$ true

$x \quad \wedge \quad$ true

true

ⓒ $x \vee y \vee \neg x$

$\equiv$ [Commutativity]

$y \vee x \vee \neg x$

$\equiv$ [exclude Middle]

$y \vee$ true

$\equiv$ [Constants]

True

(d) $(x \lor y) \land (x \lor \neg y) \land (\neg x \lor y) \land (\neg x \lor \neg y)$

$\equiv$ [Commutativity]

$x \lor x \land y \lor \neg y \land \neg x \lor \neg x \land x \lor \neg y$

$\equiv$ [Exclude Middle]

$x \lor x \land true \land \neg x \lor \neg x \land true$

$\equiv$ [Constants]

$x \lor x \land \neg x \lor \neg x \land true$

$\equiv$ [contradiction]

$x \lor false \lor \neg x \land true$

$\equiv$ [constants]

$x \lor \neg x \land true$

$\equiv$ [Exclude Middle]

$true \land true$

$true$

© $(x \land y) \lor (x \land \neg y) \land (\neg x \lor y) \land (\neg x \lor \neg y)$

$\equiv$ [Commutativity]

$(x \land x) \lor (y \land \neg y) \land (\neg x \lor \neg x) \land (y \lor \neg y)$

$\equiv$ [~~exclude~~ Contradiction], [exclude middle]

$x \land x \lor$ false $\land \neg x \lor \neg x \land$ true

$\equiv$ [Constants]

$x \land$ false $\land \neg x \lor \neg x \land$ true

$\equiv$ [Constants]

False $\land (\neg x \lor \neg x) \land$ true

$\equiv$ False $\land$ True

$\equiv$ ~~False~~ False

(Q3)

a) $P \Rightarrow P \wedge P$

$\equiv$ [idempotency]

$P \Rightarrow P$

True

b) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

$\equiv$ [Implication]

$[p \wedge \neg p \vee q] \Rightarrow q$

~~[False ∨ q] ⇒ q~~

$\equiv$ [Low of contradiction]

$[False \vee q] \Rightarrow q$

$\equiv$ [Constents]

$q \Rightarrow q$

True

d)

$$[(p \Rightarrow q) \land \neg Q] \Rightarrow \neg p$$
$\equiv$ (implication)
$$[(\neg p \lor q \land \neg Q] \equiv \neg p$$

$\equiv$ [De Morgans Law]
$$[\neg (p \lor q) \land \neg Q] \equiv \neg p$$
$\equiv$ [Contradiction]
$$[\neg p \lor false] \equiv \neg p$$
$\equiv$ [Constants]
$$\neg p \equiv \neg p$$