

Ausgewählte Kapitel aus Algorithmen und Datenstrukturen

Klausur WS 2017/18

Bitte **Namen** und **Matrikelnummer** auf jedem Blatt angeben !

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Beschreiben Sie jeweils eine Lösung für das Union-Find-Problem mit Laufzeiten

a) $O(\log n)$ (amortisiert) für UNION und $O(1)$ für FIND

b) $O(1)$ für UNION und $O(\log n)$ für FIND

wobei n die Anzahl der Elemente ist. Begründen Sie in beiden Fällen die entsprechenden Laufzeiten.

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Entwickeln Sie eine Datenstruktur zur Speicherung von n Schlüsseln aus dem Universum $\{1, \dots, N\}$ (wobei $n \ll N$), die eine Zugriffszeit von $O(1)$ garantiert. Sie dürfen dabei $O(n^2)$ Speicherplatz verwenden. Skizzieren Sie, wie man die Datenstruktur verbessern kann, damit nur noch Speicherplatz $O(n)$ benutzt wird (perfektes Hashing).

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Beschreiben Sie die Technik der *amortisierten Analyse* einer Folge von Operationen auf einer Datenstruktur D . Demonstrieren Sie diese Technik am Beispiel einer Folge von Increment-Operationen auf einem binären Zähler.

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Sei G ein planarer Graph mit n Knoten und m Kanten. Folgern Sie aus dem Satz von Euler, dass $m \leq 3n - 6$ und dass G einen Knoten vom Grad ≤ 5 besitzt. Zeigen Sie, dass für bipartite planare Graphen $m \leq 2n - 4$ gilt.

Aufgabe 5: (10 Punkte)

Zeichnen Sie einen planaren Graphen, der verschiedene planare Einbettungen besitzt. Geben Sie die entsprechenden Einbettungen jeweils durch Auflistung der Face-Zyklen an. Für welche Graphen ist die planare Einbettung eindeutig ?