

# Ausgewählte Kapitel aus Algorithmen und Datenstrukturen

## Nachklausur WS 2013/14

Bitte **Namen** und **Matrikelnummer** auf jedem Blatt angeben !

### Aufgabe 1: (8 Punkte)

Beschreiben Sie jeweils eine Lösung für das Union-Find-Problem mit Laufzeit

a)  $O(\log n)$  (amortisiert) für UNION und  $O(1)$  für FIND

b)  $O(1)$  für UNION und  $O(\log n)$  für FIND

wobei  $n$  die Anzahl der Elemente ist. Begründen Sie in beiden Fällen die entsprechenden Laufzeiten.

### Aufgabe 2: (5 Punkte)

Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung der *starken Zusammenhangskomponenten* eines gerichteten Graphen an.

### Aufgabe 3: (5 Punkte)

Entwickeln Sie eine Datenstruktur zur Speicherung von  $n$  Schlüsseln aus dem Universum  $\{1, \dots, N\}$  (wobei  $n \ll N$ ), die eine Zugriffszeit von  $O(1)$  garantiert. Sie dürfen dabei  $O(n^2)$  Speicherplatz verwenden

### Aufgabe 4: (Perfektes Hashing) (6 Punkte)

Verbessern Sie die Datenstruktur aus Aufgabe 3, so dass nur noch Speicherplatz  $O(n)$  benutzt wird.

### Aufgabe 5: (6 Punkte)

Sei  $G$  ein planarer Graph mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten. Folgern Sie aus dem Satz von Euler, dass  $m \leq 3n - 6$  und dass  $G$  einen Knoten vom Grad  $\leq 5$  besitzt. Zeigen Sie, dass für bipartite planare Graphen  $m \leq 2n - 4$  gilt.