Aufgabe 1 (1+2+2 Punkte)
12 gleichartige Teilchen sollen rein zufällig und unabhängig voneinander in 3 Fächer gelegt werden.

(a) Konstruieren Sie für dieses Experiment einen geeigneten diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) als Modell.

(b) Definieren Sie das Ereignis, dass das erste Fach genau 3 Teilchen enthält, als Teilmenge A des von Ihnen in (a) gewählten Ergebnisraums.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des in (b) definierten Ereignisses.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien (Ω, P) der durch $\Omega = \mathbb{R}$ sowie $P = Fs(p)$, $p \in (0,1)$, definierte diskrete Wahrscheinlichkeitsraum und $A = \{2 \cdot k + 3 : k \in \mathbb{Z}\}$. Berechnen Sie $P(A)$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Seien X, Y, Z reelle Zufallsvariablen auf einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P). Nehmen Sie an, dass X, Y identisch verteilt sind, und untersuchen Sie, ob dann auch (X, Z), (Y, Z) identisch verteilt sind.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Seien $n \in \mathbb{N}$, $\mathfrak{X} = \{0, \ldots, n\}$ sowie X eine Zufallsvariable auf einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit Werten in $\mathfrak{X}$ und

$$P(X = k) = \int_0^1 \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k} \, dx, \; k \in \mathfrak{X}.$$

erechnen Sie EX.

ufgabe 5 (2+4 Punkte)
X eine reelle Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{S}, P)$ mit $X \sim$
$-10, 10)$. Berechnen Sie

) $P(X \in \mathbb{Q} \cap \mathbb{R}_{\leq -1})$ und (b) $P(1 \leq |\sqrt[3]{X} - 1| \leq 2)$.

gabe 6 (4 Punkte)
X eine reelle Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{S}, P)$ mit der durch
$= \frac{1}{2} e^{-|x|}$, $x \in \mathbb{R}$, definierten R-Dichte. Berechnen Sie $Ee^{t \cdot X}$, $t \in (-1, 1)$.

abe 7 (3 Punkte)
eine reelle Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathfrak{S}, P)$ mit $X \sim$
). Berechnen Sie $\mathrm{Var}(X^4)$.

Stochastikklausur SS 2014

Aufgabe 2

$\Omega = \mathbb{R}$, $P = Fs(p)$, $p \in (0,1]$

$A = \{2k+3 : k \in \mathbb{Z}\}$

$2k+3 = 1 \Leftrightarrow k = -1$

$$P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\{\omega\}) = \sum_{k=-1}^{\infty} P(\{2k+3\})$$

$$= \sum_{k=-1}^{\infty} p \cdot (1-p)^{2k+3-1} \underset{k \to k-1}{=} \sum_{k=0}^{\infty} p \cdot (1-p)^{2(k-1)+3-1}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} p \cdot (1-p)^{2k} = p \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left((1-p)^2\right)^k = p \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (1-2p+p^2)^k$$

$$\underset{\text{geometrische Reihe}}{=} p \cdot \frac{1}{1-(1-2p+p^2)} = \frac{p}{2p-p^2} = \underline{\underline{\frac{1}{2-p}}}$$

Aufgabe 1

a) Ein geeignetes Modell ist der Laplacesche Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit $\Omega = Kom_3^{12}$ (mit

b) $A : \{(X = 3) \in \Omega\}$; X gibt die Anzahl der Zeichen im 1. Fach an

?

Aufgabe 7

$Var(X^n) = E(X^{2n}) - (E(X^n))^2$

bei $N(\underbrace{0}_{E(X)},\underbrace{1}_{Var(X)})$: $E(X^n) = (n-1) \cdot E(X^{n-2})$

$f(x) = \underline{\qquad}$ $Ee^{tX} = ?$

Stetige Verteilung

$(0,1)$ $Var(X^4)$ berechnen

Aufgabe 3

X, Y, Z reelle ZV

X, Y identisch verteilt $\Rightarrow$ zu zeigen: X und Z und Y und Z identisch verteilt

Aufgabe 4

$\langle = X \rangle = \int_0^1 \binom{n}{k} \, dx$ Erwartungswert berechnen

Aufgabe 5

$P(\mathbb{Q} \cap \mathbb{R}_{\leq 1})$ und b) $P(\ldots \leq \sqrt[3]{X} \leq \ldots)$

Aufgabe 1

12 Kugeln werden auf 3 Fächer verteilt

a) $|\Omega| = Per^n_k (mW)$

b) A soll sein: Im ersten Fach liegen 3 Kugeln

c) $|A| = Kom^n_k (oW)$

Aufgabe 2

(b) $A = \{3k+2, k \in \mathbb{Z}\}$ $3k+3$?