

# Ausgewählte Kapitel aus Algorithmen und Datenstrukturen

## Klausur WS 2017/18

Bitte **Namen** und **Matrikelnummer** auf jedem Blatt angeben !

### Aufgabe 1:

(10 Punkte)

Beschreiben Sie jeweils eine Lösung für das Union-Find-Problem mit Laufzeiten

a)  $O(\log n)$  (amortisiert) für UNION und  $O(1)$  für FIND

b)  $O(1)$  für UNION und  $O(\log n)$  für FIND

wobei  $n$  die Anzahl der Elemente ist. Begründen Sie in beiden Fällen die entsprechenden Laufzeiten.

### Aufgabe 2:

(10 Punkte)

Entwickeln Sie eine Datenstruktur zur Speicherung von  $n$  Schlüsseln aus dem Universum  $\{1, \dots, N\}$  (wobei  $n \ll N$ ), die eine Zugriffszeit von  $O(1)$  garantiert. Sie dürfen dabei  $O(n^2)$  Speicherplatz verwenden. Skizzieren Sie, wie man die Datenstruktur verbessern kann, damit nur noch Speicherplatz  $O(n)$  benutzt wird (perfektes Hashing).

### Aufgabe 3:

(10 Punkte)

Beschreiben Sie die Technik der *amortisierten Analyse* einer Folge von Operationen auf einer Datenstruktur  $D$ . Demonstrieren Sie diese Technik am Beispiel einer Folge von Increment-Operationen auf einem binären Zähler.

### Aufgabe 4:

(10 Punkte)

Sei  $G$  ein planarer Graph mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten. Folgern Sie aus dem Satz von Euler, dass  $m \leq 3n - 6$  und dass  $G$  einen Knoten vom Grad  $\leq 5$  besitzt. Zeigen Sie, dass für bipartite planare Graphen  $m \leq 2n - 4$  gilt.

### Aufgabe 5:

(10 Punkte)

Zeichnen Sie einen planaren Graphen, der verschiedene planare Einbettungen besitzt. Geben Sie die entsprechenden Einbettungen jeweils durch Auflistung der Face-Zyklen an. Für welche Graphen ist die planare Einbettung eindeutig ?