

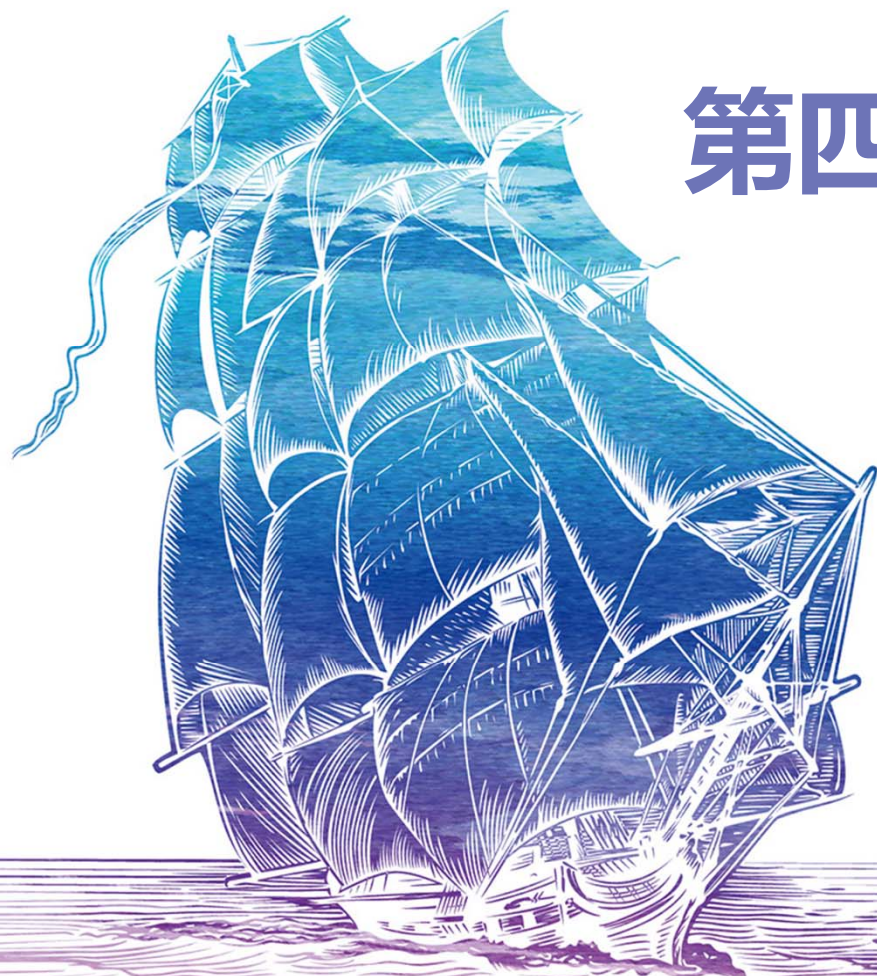


香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

第四课 PID算法及其实现

CUHK(SZ)

2019年7月



Contents

目录

01

PID简介

02

PID原理

03

PID在无人船中的实现

04

PID调节技巧



香港中文大學(深圳)

The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen



01

PID简介

02

PID原理

03

PID在无人船中的实现

04

PID调节技巧

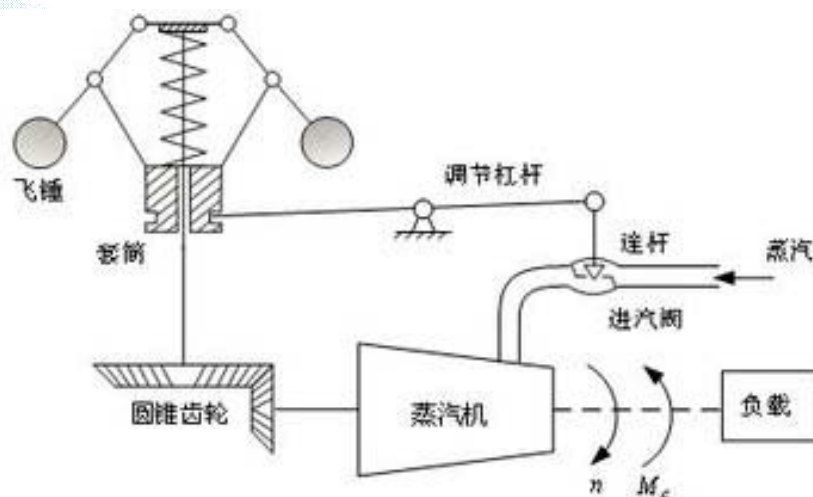
1.1 控制系统简介



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

控制系统：控制系统意味着通过它可以按照所希望的方式**保持和改变**机器、机构或其他设备内任何感兴趣或**可变的量**。控制系统同时是为了使被控制对象达到**预定的理想状态**而实施的。

例如，蒸汽机阀门调节



阀门开度→蒸汽流量→蒸汽机→蒸汽机转速→套筒位移→连杆位移→阀门开度。

控制系统的三大需求：**稳、快、准**

1.1 控制系统简介



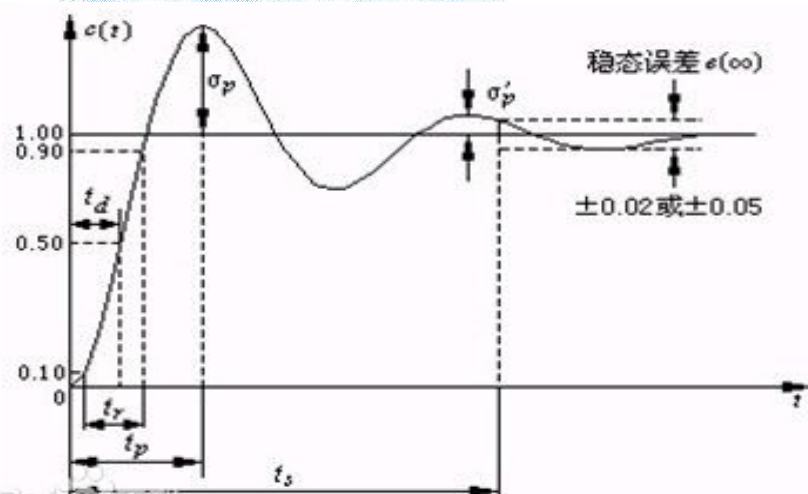
香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

对控制系统的基本要求，通常是通过系统对特定输入信号的响应来满足的。

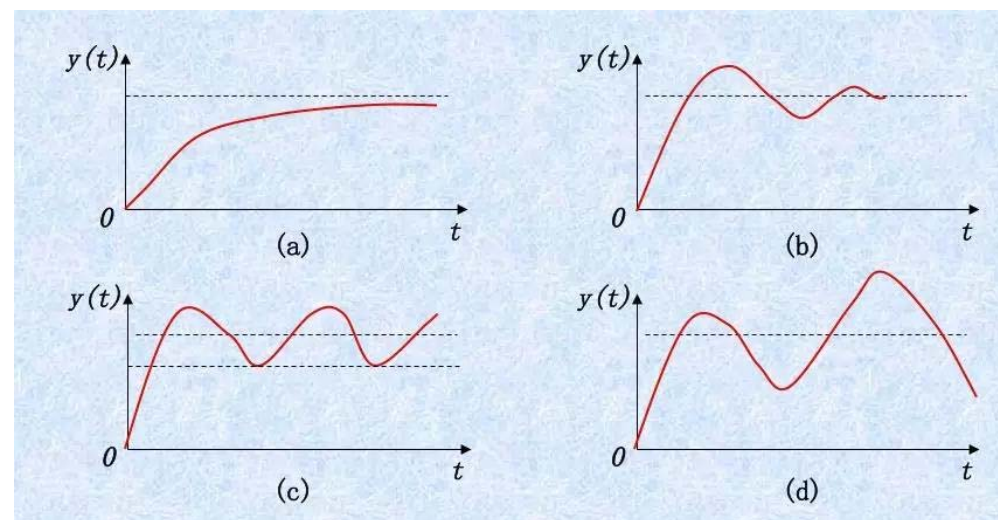
稳定性：在平衡状态下，系统受到某个干扰后，经过一段时间其被控量可以达到某一稳定状态；

准确性：系统处于稳态时，其稳态误差；

快速性：系统对动态响应的要求，一般由过渡时间的长短来衡量。



控制系统动态特性



控制系统输出对比

1.2 初识PID



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

PID (Proportional Integral Derivative) 控制是最早发展起来的控制策略之一，由于其算法简单、鲁棒性好和可靠性高，被广泛应用于工业过程控制，尤其适用于可建立精确数学模型的确定性控制系统。

一个PID的故事

背景：假设我有一个水缸，最终的控制目的是要保证水缸里的水位永远的维持在1米的高度。

比例控制算法

初始： 高度0.2m 误差0.8m

T

假设旁边站着一个人，这个人通过往缸里加水的方式来控制水位。如果单纯的用比例控制算法，就是指加入的水量 u 和误差 $error$ 是成正比的。

假设 k_p 取0.5， T 表示第 T 次加水

$T=1$, $u_1=u_0+K_p*error=0.6$, 此时 $h=0.6$, $error=0.4$

$T=2$, $u_2=u_1+K_p*error=0.8$, 此时 $h=0.8$, $error=0.2$

$T=N$, $h=1$, $error=0$

1.2 初识PID



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

新情况：假设这个水缸在加水的过程中，存在漏水的情况，每次加水的过程，都会漏掉0.1米高度的水。
假设 k_p 取0.5，那么会存在着某种情况，假设经过几次加水，水缸中的水位到0.8时，水位将不会再变换！
因为，水位为0.8，则误差 $error=0.2$ 。所以每次往水缸中加水的量为 $u=0.5*0.2=0.1$

即， $h=0.8$ ， $error=0.2$ $out=0.1$

$$h=u(n-1) + K_p * error - out = 0.8$$

同时，每次加水缸里又会流出去0.1米的水！加入的水和流出的水相抵消，水位将不再变化！

目标1米，最后系统达到稳定状态为0.8米。

所以，单独的比例控制，在很多时候并不能满足要求



1.2 初识PID



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

积分控制算法

如果仅仅用比例，可以发现存在暂态误差，最后的水位为0.8m了。于是，在控制中，我们再引入一个分量，该分量和误差的积分是正比关系。所以，比例+积分控制算法为：

$$u = k_p * \text{error} + k_i * \int \text{error}$$

Error1=0.8, error2=0.4, 此时 $\int \text{error} = 0.8 + 0.4 = 1.2$

由于这个积分项会将前面若干次的误差进行累计，所以可以很好的消除稳态误差（假设在仅有比例项的情况下，系统卡在稳态误差了，即上例中的0.8，由于加入了积分项的存在，会让输入增大，从而使得水缸的水位可以大于0.8，渐渐到达目标的1.0。）这就是积分项的作用。

1.2 初识PID



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

微分控制算法

平稳的驾驶车辆，当发现前面有红灯时，为了使得行车平稳，基本上提前几十米就放松油门并踩刹车了。当车辆离停车线非常近的时候，则使劲踩刹车，使车辆停下来。整个过程可以看做一个加入微分的控制策略。

t 时刻和 $t-1$ 时刻error的差，即 $u = k_d * (\text{error}(t) - \text{error}(t-1))$ ，其中的 k_d 是一个系数项。

在刹车过程中，因为error是越来越小的，
则微分控制项是负数，在控制中加入一个负数项，
防止刹车不及时。

加入微分项，就是减少控制过程中的震荡。



1.2 PID优点



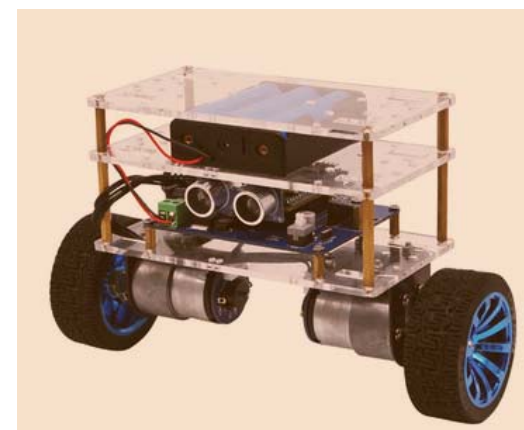
香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

PID控制算法的优点

1. 技术成熟
2. 易于掌握和理解
3. 不需要复杂的数学模型
4. 控制效果好



四旋翼飞行器：(高度保持，水平保持)



平衡车：平衡站立与行走

思考：

哪些设备或者场合可以采用PID控制算法？请说出两种



01

PID简介



02

PID原理

03

PID在无人船中的实现

04

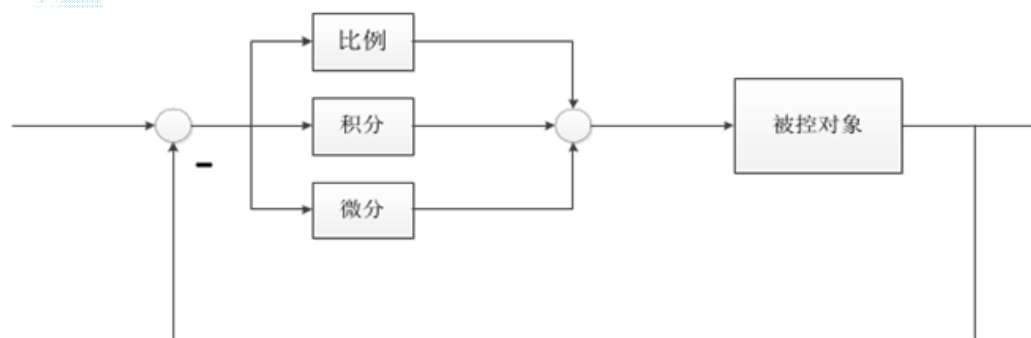
PID调节技巧

2.1 比例调节器 (P)



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

在生活中，根据对象的特性和控制要求，可灵活的改变其结构，取其中的一部分环构成控制规律。例如，P调节器、I调节器、D调节器、PID调节器



P调节器

比例环节数学表达式： $u(t)=K_p \cdot e(t)$

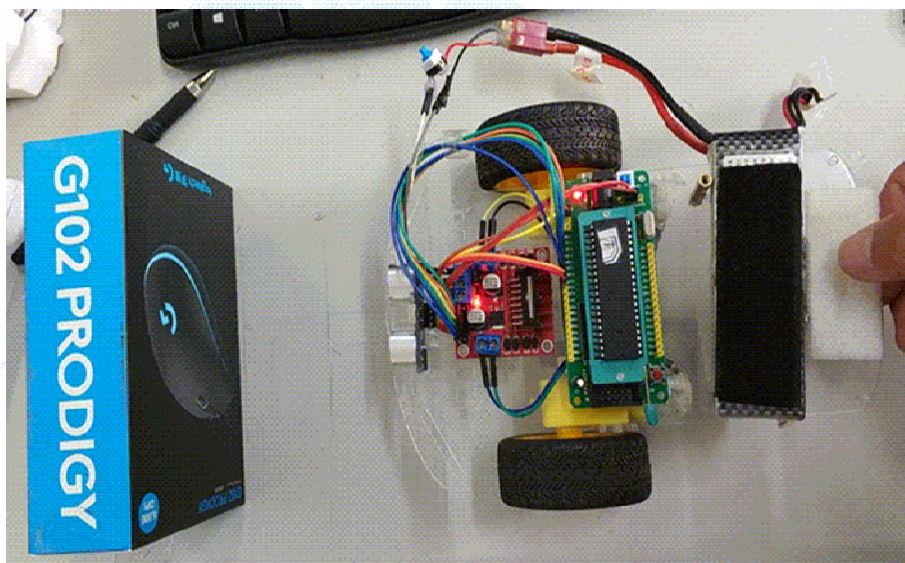
在PID控制器中，比例环节主要是对偏差量 $e(t)$ 瞬间做出反应，产生响应的控制量 $u(t)$ ，使减少偏差 $e(t)$ 向减小的方向变化。

控制作用的强弱取决于比例系数 K_p ， K_p 越大，控制作用也就越强，则过度越快，控制过程的静态偏差 e 也就越小，但是 K_p 越大，也就越容易产生振荡，增加系统的超调量，系统的稳定性会变差

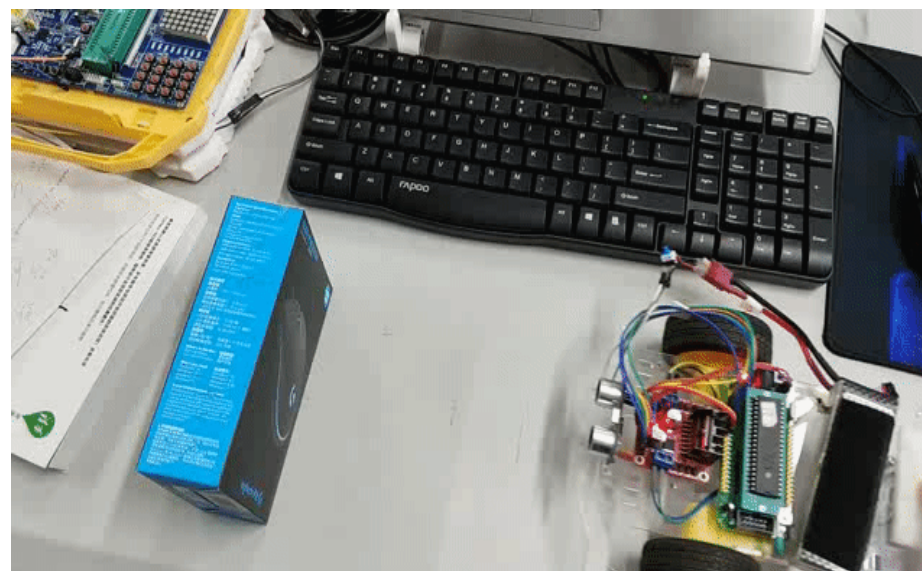
2.1 比例调节器 (P)



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen



只有P控制



相对稳定PID

2.2 积分调节器&微分调节器



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

积分简介：通过分割的方法**无限逼近**

所以，此时计算的覆盖面积为：

第一块橙色面积： $S_1 = 0.428 * (0 + 1 * 0.428)$

第一块橙色面积： $S_2 = 0.428 * (0 + 2 * 0.428)$

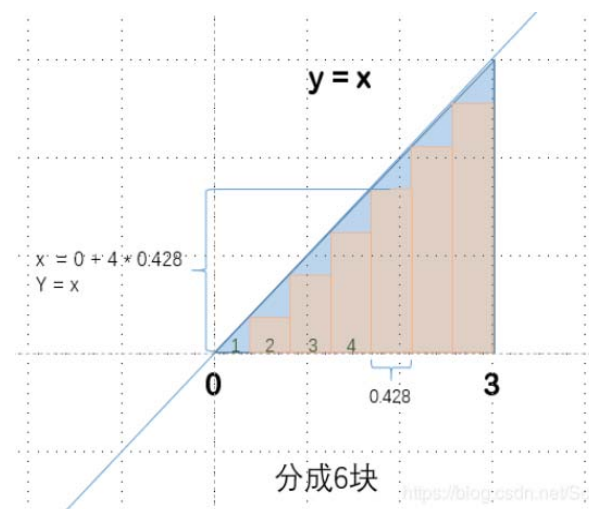
第一块橙色面积： $S_3 = 0.428 * (0 + 3 * 0.428)$

第一块橙色面积： $S_4 = 0.428 * (0 + 4 * 0.428)$

第一块橙色面积： $S_5 = 0.428 * (0 + 5 * 0.428)$

第一块橙色面积： $S_6 = 0.428 * (0 + 6 * 0.428)$

总面积： $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$
 $= 0.428 * (0 + (0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) * 0.428) = 3.846864$



➡ $3.846864 < 4.5$



当我们分割为n个举行，n逼近无穷大的时候用dx代替0.482， $dx = \frac{3-0}{n}$

面积为： $S = dx * (0 + (0 + 1 + 2 + \dots + n) * dx)$
 $= \frac{3-0}{n} * \frac{(1+n)n}{2} * \frac{3-0}{n} = \frac{3*3}{2} * \frac{n+1}{n} = 4.5$

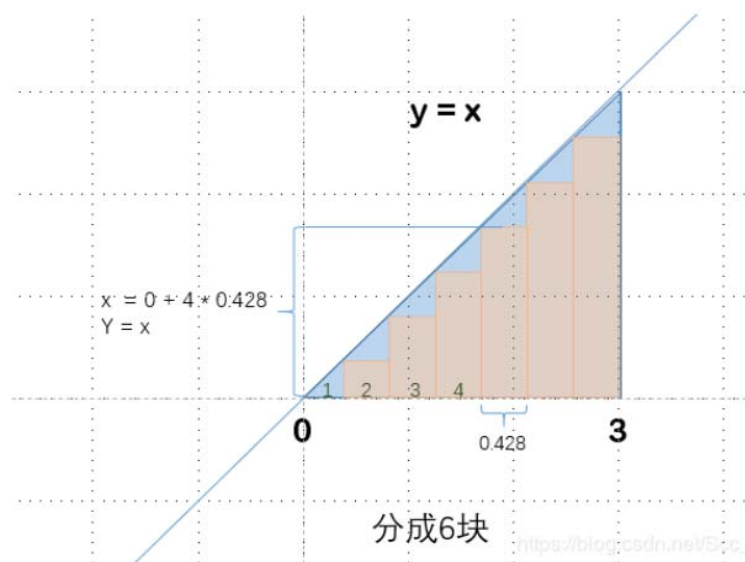
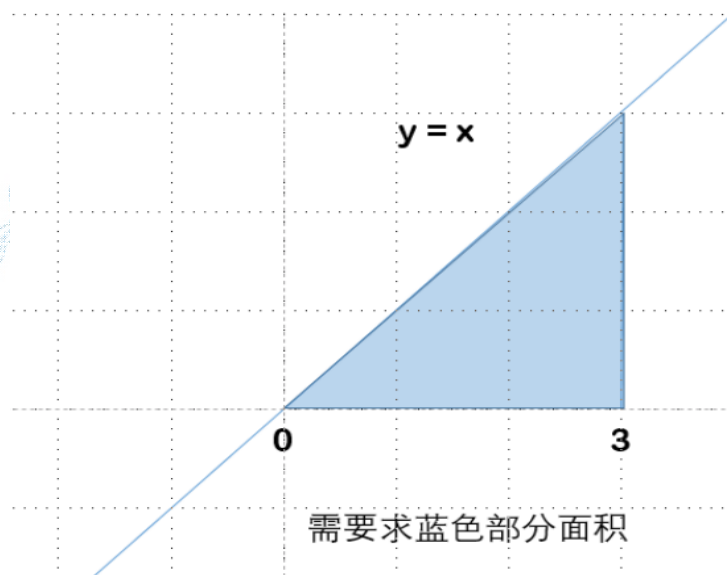
用积分表示： $\int_0^3 x dx = \frac{3^2}{2} = 4.5$



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

积分调节器 (I)

在PID中，积分调节是 $ki * \int error dt$ 由于这个积分项会将前面若干次的误差进行累计，所以可以很好的消除稳态误差



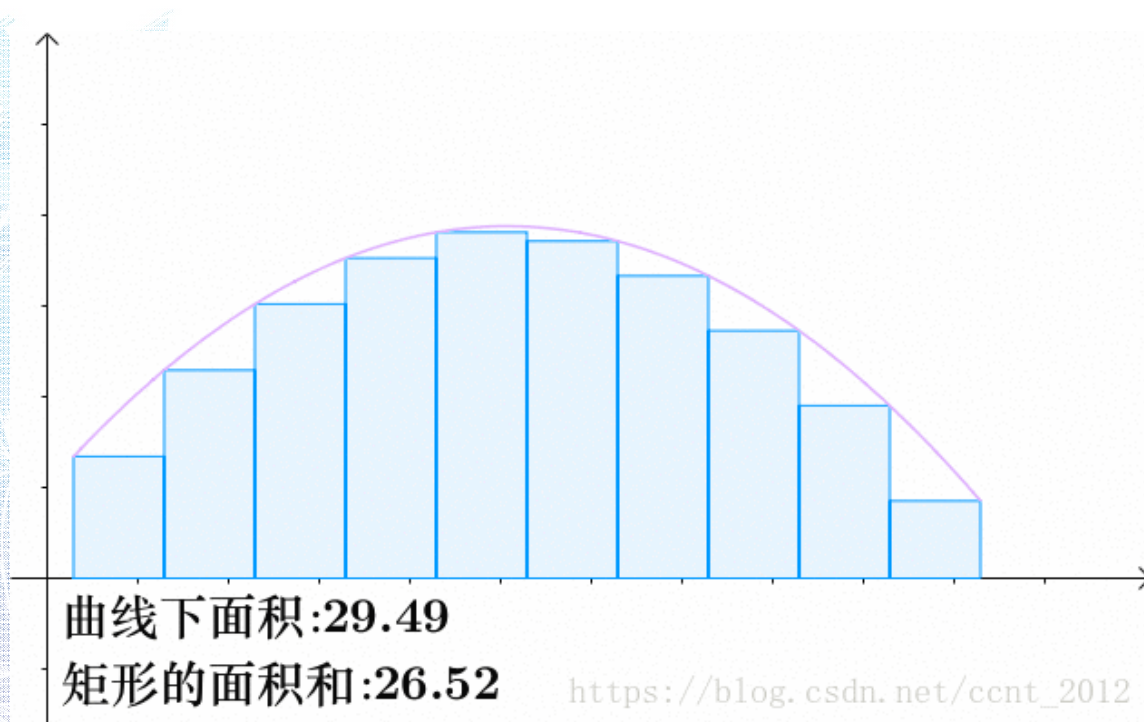
对于一些不规则的面积求解就存在难度，但实际上也是可以通过分割的方法无限逼近

2.2 积分调节器&微分调节器



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

不规则曲线积分



对于一些不规则的面积求解就存在难度，但实际上也是可以通过分割的方法**无限逼近**

2.2 积分调节器&微分调节器



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

积分控制算法

如果仅仅用比例，可以发现存在暂态误差，最后的水位就卡在0.8了。于是，在控制中，我们再引入一个分量，该分量和误差的积分是正比关系。所以，比例+积分控制算法为：

$$u = k_p \cdot \text{error} + k_i \cdot \int \text{error}$$

Erro1=0.8, error2=0.4, 此时 $\int \text{error} = 0.8 + 0.4 = 1.2$

由于这个积分项会将前面若干次的误差进行累计，所以可以很好的消除稳态误差（假设在仅有比例项的情况下，系统卡在稳态误差了，即上例中的0.8，由于加入了积分项的存在，会让输入增大，从而使得水缸的水位可以大于0.8，渐渐到达目标的1.0。）这就是积分项的作用。

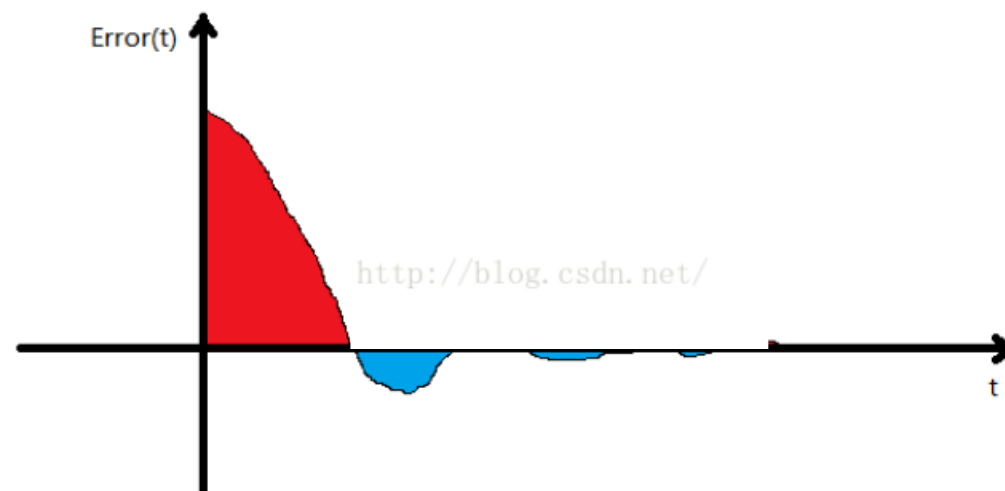
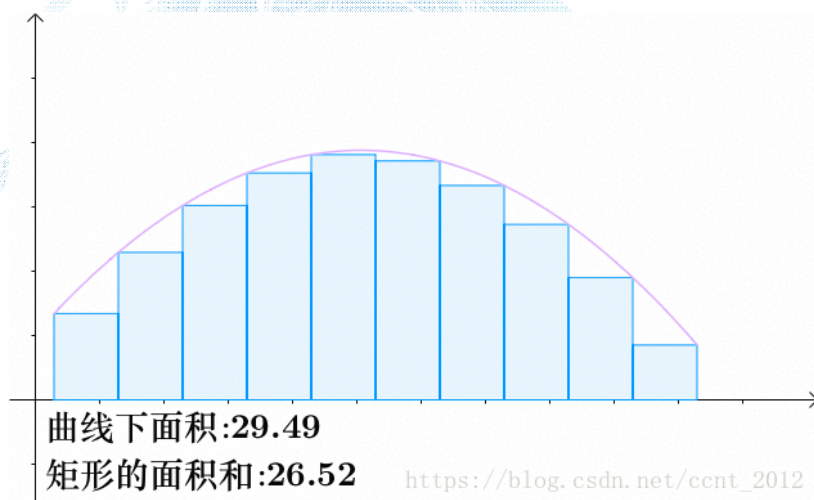
2.2 积分调节器&微分调节器



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

积分调节器 (I)

在PID中，积分调节是 $ki \int error dt$ 由于这个积分项会将前面若干次的误差进行累计，所以可以很好的消除稳态误差。积分作用的目的是使红色部分的面积和蓝色部分的面积的和为0，那么即使系统在比例控制和微分控制部分已经趋于稳定，只要Err不为0就会存在静差，只要存在静差那么积分就会对系统产生影响，直到系统的Err值为0。



对于一些不规则的面积求解就存在难度，但实际上也是可以通过分割的方法**无限逼近**

2.2 积分调节器&微分调节器

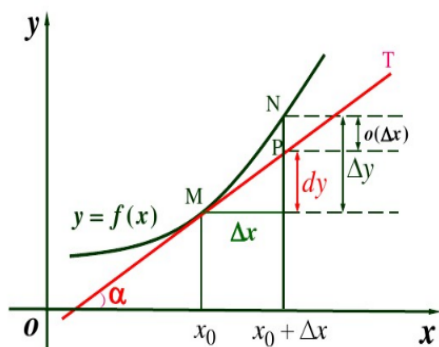


香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

微分调节器 (D)

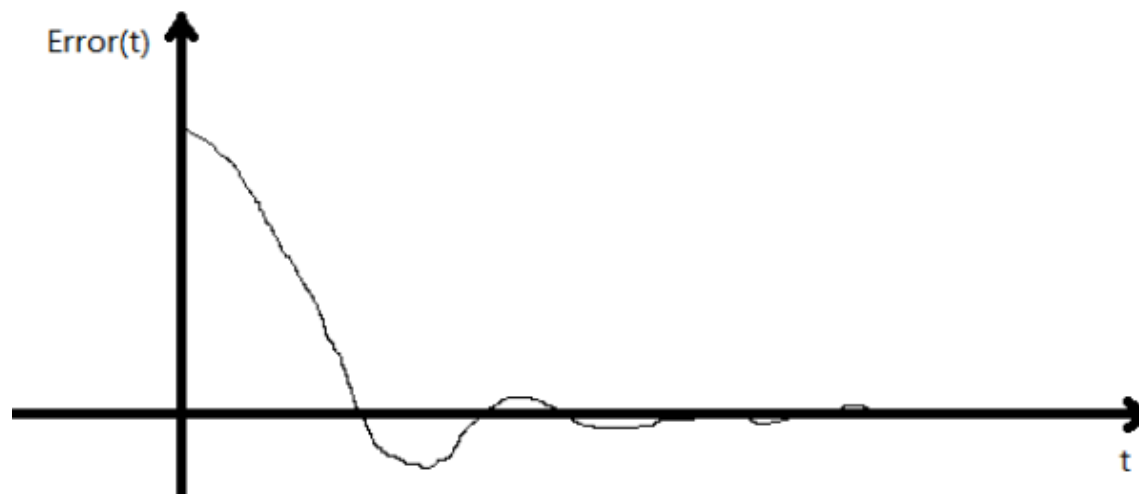
微分：是一个线性函数，其意义就是变化的具体数值

切线：有了导数之后就可以被确定下来了



微分原理示意图

$$f'(x) \approx \frac{\Delta x}{\Delta y}$$



$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

随着微分的影响，Err曲线的斜率最终是趋向于0的直到最后斜率为0。

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

PID是以它的三种纠正算法而命名，在其调节过程中PI、PD都起作用受控变数是三种算法（比例、积分、微分）相加后的结果，即为其输出，其输入为误差值（设定值减去测量值后的结果）或是由误差值衍生的信号。若定义 $u(t)$ 为控制输出，PID算法可以用下式表示：

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

K_p 比例增益，调整参数

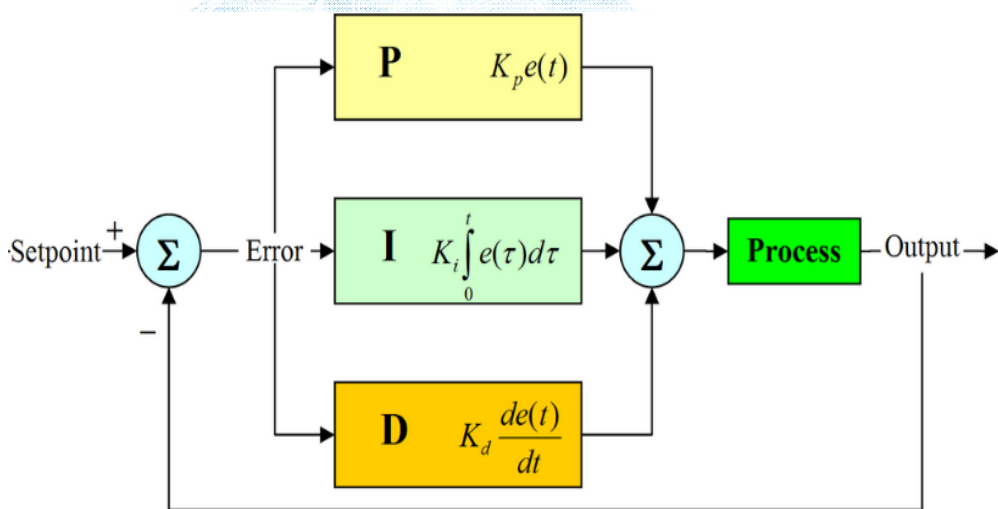
K_i 积分增益，调整参数

K_d 微分增益，调整参数

e 误差=设定值 (SP) — 回授值 (PV)

t 目前时间

τ 积分变数，数值从时间0至时间t

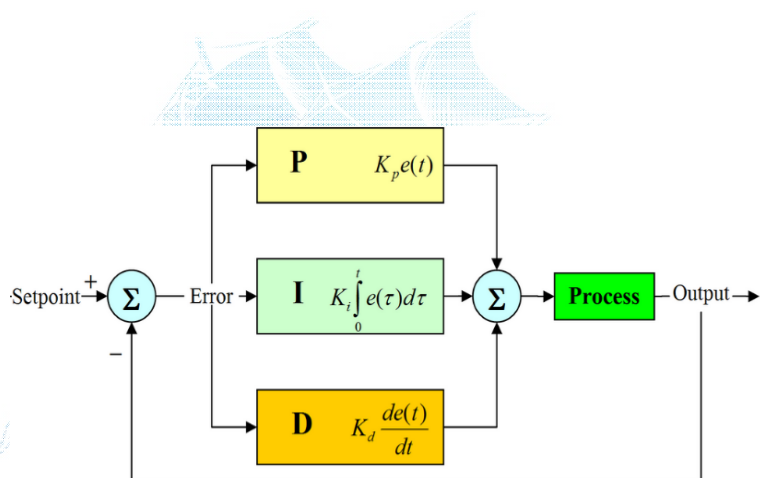


2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

PID控制器各环节的作用



$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

K_p 比例增益, 调整参数

K_i 积分增益, 调整参数

K_d 微分增益, 调整参数

e 误差=设定值 (SP) — 回授值 (PV)

t 目前时间

τ 积分变数, 数值从时间0至时间t

比例环节: 成比例的反应控制系统的偏差信号, 偏差一旦产生, 控制器立即产生控制作用, 以减少偏差;

积分环节: 主要用于消除静态误差, 提高系统的准确性

微分环节: 提升控制系统快速性

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

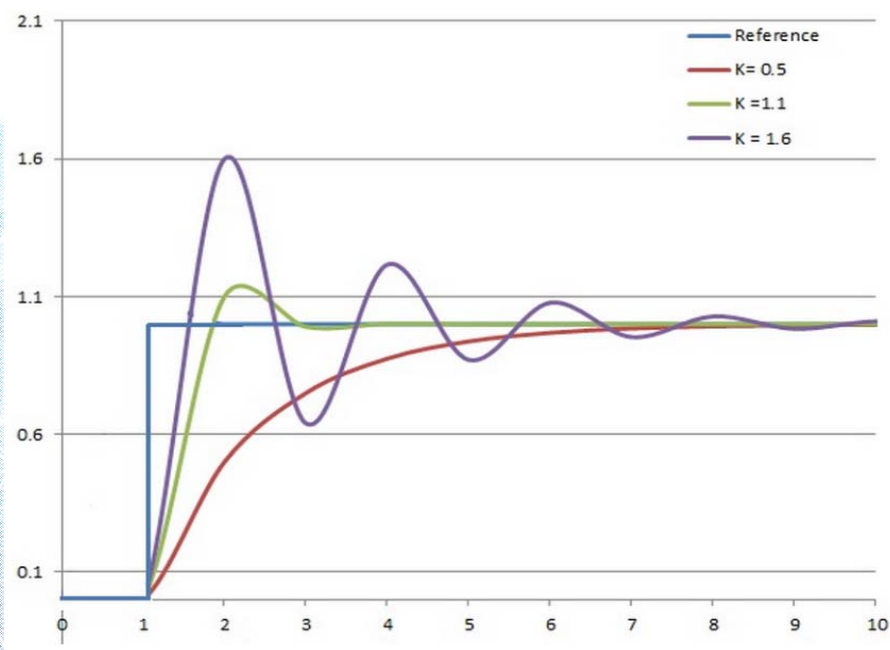


图 不同Kp与系统输出

比例系数和控制系统速度以及稳定性有关。

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

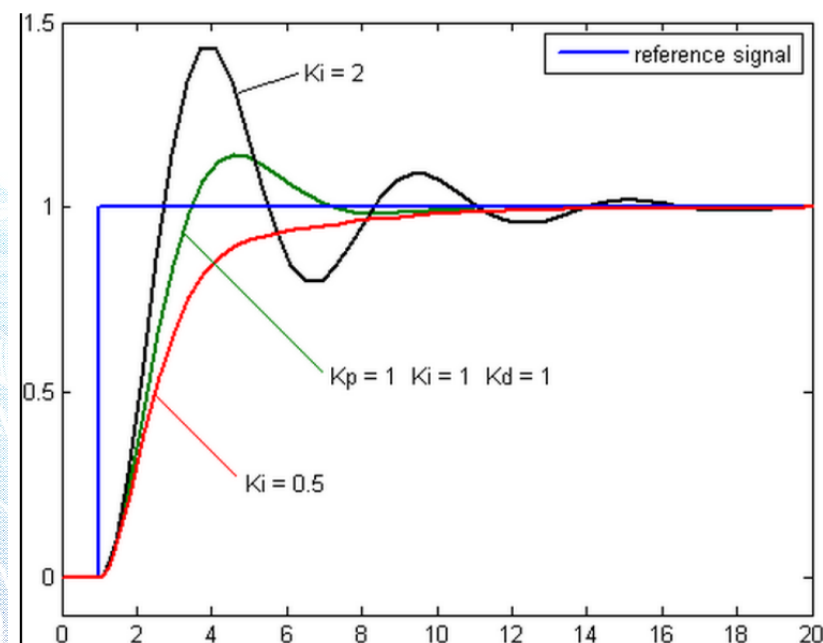


图 不同积分增益 k_i

积分控制考虑过去误差，将误差值过去一段时间和（误差和）乘以一个正值的常数 K_i 。

K_i 从过去的平均误差值来找到系统的输出结果和预定值的平均误差。

一个简单的比例系统会震荡，会在预定值的附近来回变化，因为系统无法消除多余的纠正。通过加上负的平均误差值，平均系统误差值就会渐渐减少。

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

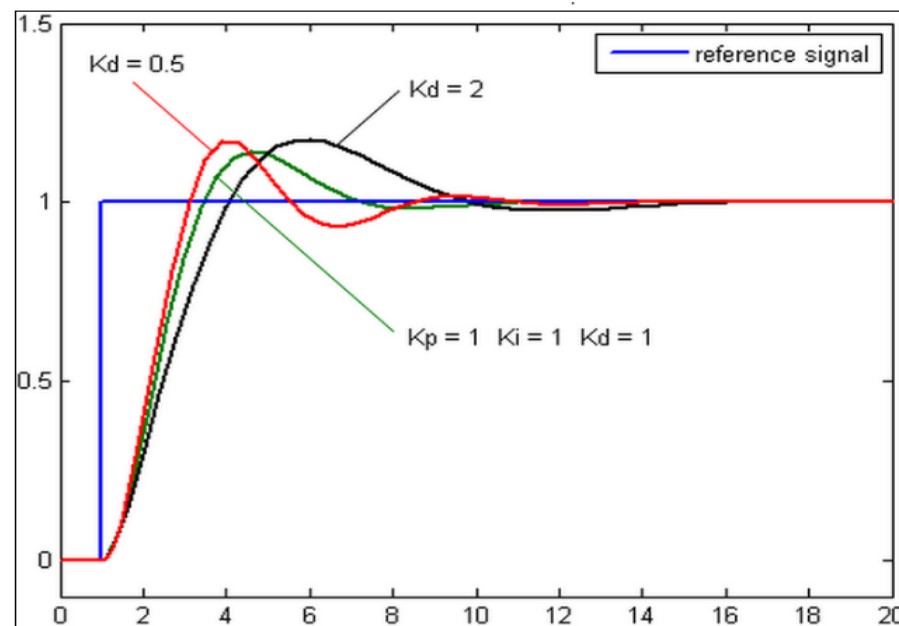


图 不同Kp与系统输出

C. 微分控制可以提升响应速度及系统稳定性。

不过因为纯微分器不是因果系统，因此在PID系统实现时，一般会为微分控制加上一个低通滤波器以限制高频增益及噪声。实务上较少用到微分控制，估计PID控制器中只有约20%有用到微分控制。

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

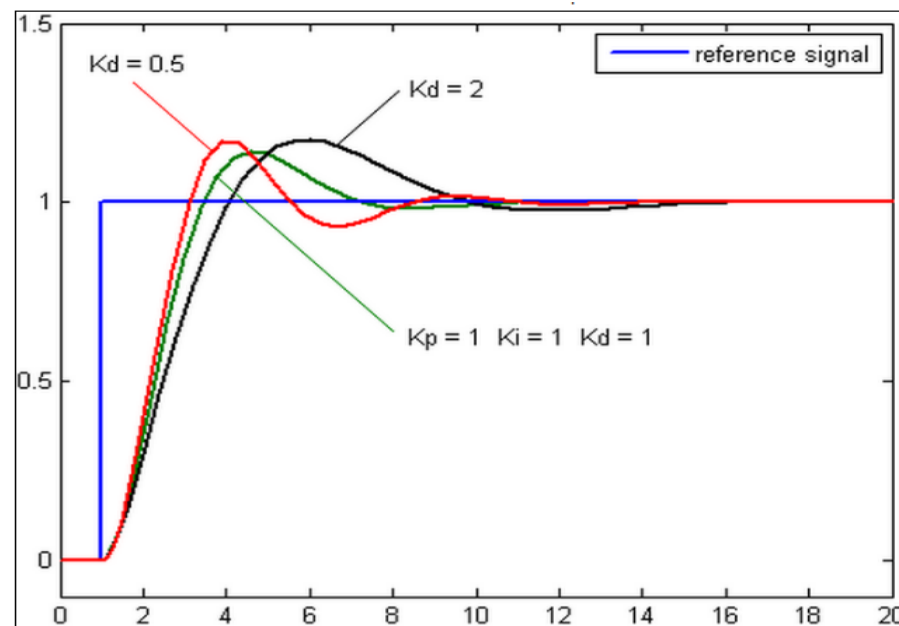


图 不同 K_p 与系统输出

C. 微分控制可以提升响应速度及系统稳定性。

不过因为纯微分器不是因果系统，因此在PID系统实现时，一般会为微分控制加上一个低通滤波器以限制高频增益及噪声。实务上较少用到微分控制，估计PID控制器中只有约20%有用到微分控制。

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

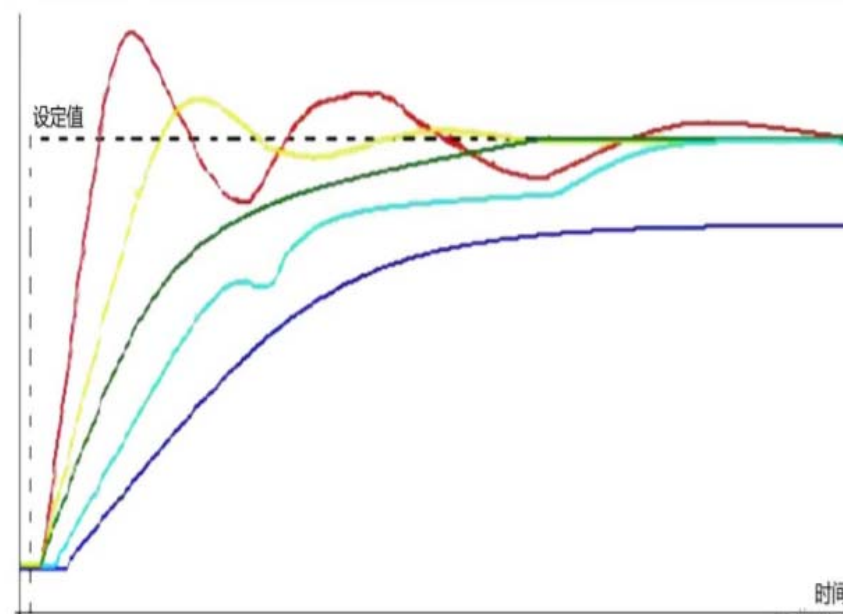


图 不同参数下控制系统的输出特性

请分析以下问题：

1. 哪条曲线最为理想？
2. 各控制系统响应特性的原因是什么？

2.3 PID调节模型及原理



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

黄色、绿色之间的都是可以接受的，希望调节快些就靠近黄色，不希望超调就靠近绿色。
很多人认为PID参数不好找，关键是有没有耐心，修改的方向对不对。

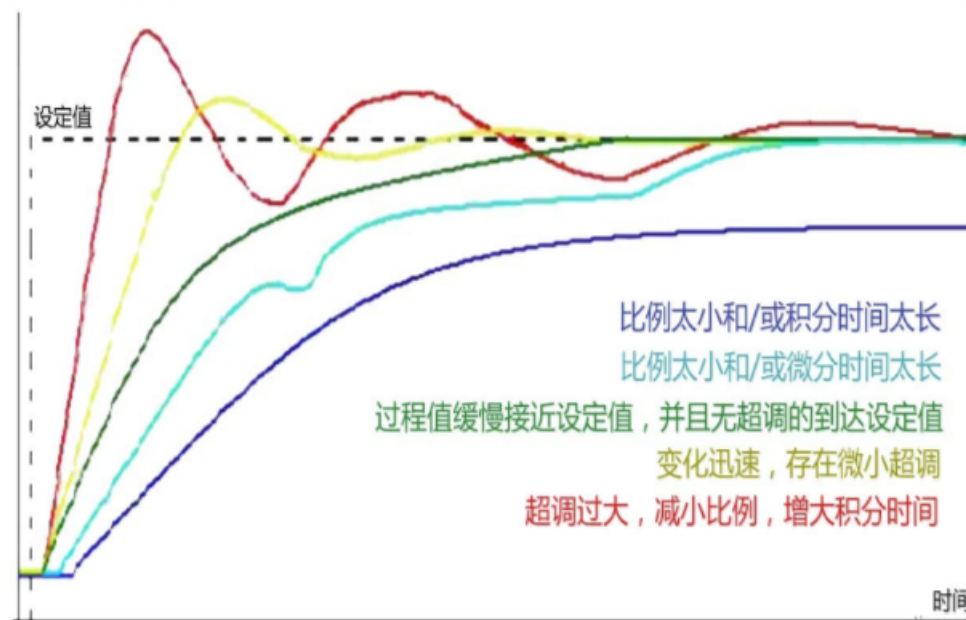


图 不同参数下控制系统的输出特性

请分析以下问题：

1. 哪条曲线最为理想？
2. 各控制系统响应特性的原因是什么？



01

PID简介

02

PID原理



03

PID在无人船中的实现

04

PID调节技巧

3.1 Arduino库函数介绍



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

PID的初始化函数，并设置输入、输出、目标值等参数。具体语法格式如下：

PID(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, Direction)

PID(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, POn, Direction)

参数	说 明
Input	(double)输入参数，待控制的量
Output	(double)输出参数，指经过PID控制系统的输出量
Setpoint	(double)目标值，希望达到的数值
Kp,Ki,Kd	(double)PID控制的比例、积分、微分系数
Direction	DIRECT 或 REVERSE，指的是当输入与目标值出现偏差时，向哪个方向控制。当设置为REVERSE时，会在初始化时将Kp, Ki, Kd变化为原来的负值。

<https://github.com/br3ttb/Arduino-PID-Library>

3.1 Arduino库函数介绍



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

a) SetMode()

指定PID算法的运行计算过程是自动 (AUTOMATIC) 还是手动 (MANUAL)。手动就是关闭PID算法的计算功能。调为AUTOMATIC模式时才会初始化PID算法，进行输出。例：SetMode(AUTOMATIC);

b) Compute()

包含PID的控制算法，应该在loop()函数之中反复调用。但是具体的输出和采样时间有关，否则很可能会出现什么也不做，输出为0的情况。

无参数，但是有一个返回值。

返回值	说明
True	输出是经过计算的输出
False	啥也没做，不输出或输出为0

3.2 PID控制器在无人船中的实现



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

应用场景：针对帆船在水上航行时存在着航向偏离理想直航线的问题，确定了保持船舶航向稳定性的性能指标，并采用PID控制方法保持船舶航向的稳定性。

感知元件：IMU，安装于船体内，用以检测船体的位姿

执行元件：舵机，安装于舵上，用以调整航向

参数	说 明
Input	直线巡航过程汇总，理想角度与实时反馈的差值
Output	舵机的角度
Setpoint	舵机的角度
Kp,Ki,Kd	(double)PID控制的比例、积分、微分系数
Direction	DIRECT 或 REVERSE，指的是当输入与目标值出现偏差时，向哪个方向控制。笔者发现，当设置为REVERSE时，会在初始化时将Kp, Ki, Kd变化为原来的负值。

3.3 代码实现



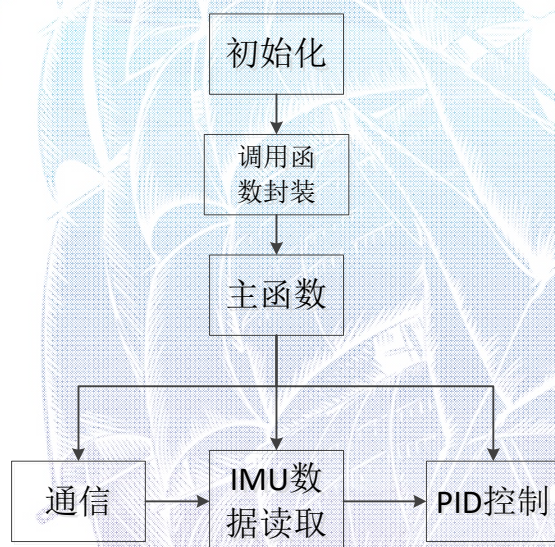
香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

应用场景：针对帆船在水上航行时存在着航向偏离理想直航线的问题，确定了保持船舶航向稳定性的性能指标，并采用PID控制方法保持船舶航向的稳定性。

感知元件：IMU，安装于船体内，用以检测船体的位姿；

单目相机，安装与水池上方，负责检测船体位置以及转向信息。

执行元件：舵机，安装于舵上，用以调整航向



系统框图

初始化：引用头文件、引脚设置

调用函数封装：封装舵机控制函数

通信模块：用于蓝牙模块通信，从电脑获取位置信息

IMU数据读取：读取当前帆船的姿态

PID控制：用于精确控制舵机的转向



3.4 无人船实践

一、针对航向保持

- A. 观察有PID控制器时，无人船在行进过程中有何异同。
- B. 记录不同PI参数下帆船出现的状况，验证并分析原因。

(注意：一组负责观察P参数对系统的影响，另外一组负责观察I参数的影响)

二、“Z”字形航行过程中

当转弯时，依旧执行此PID算法会有什么现象？为什么？

答：由于水的阻力与船体自身的惯性，需要花费3-5秒完成转弯工作，在此过程中，航向偏差会一直存在，且角度偏差较大，在此算法的作下，会一直下发命令舵机旋转，但由于物理特性，舵机的旋转角度有限，因此，有可能造成舵机的损坏。



01

PID简介

02

PID原理

03

PID在无人船中的实现



04

PID调节技巧

4 PID参数调节



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

□ 传统方法

1. 关闭控制器的I和D元件，加大P元件，使产生振荡。
2. 减小P，使系统找到临界振荡点。
3. 加大I，使系统达到设定值。
4. 重新上电，观察超调、振荡和稳定时间是否符合系统要求。
5. 针对超调和振荡的情况适当增加微分项。

缺点：寻找合适的I和D较为困难

□ Ziegler-Nichols方法分为两步：

1. 构建闭环控制回路，确定稳定极限。
2. 根据公式计算控制器参数。

4 PID参数调节



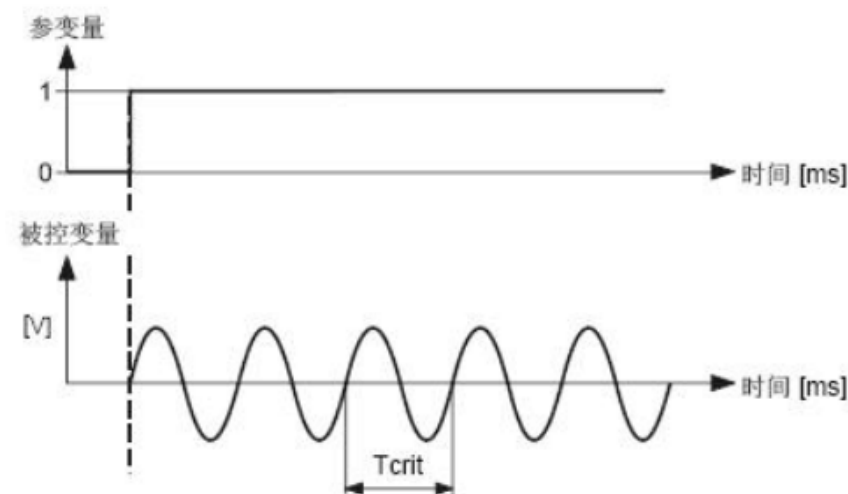
香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

□ Ziegler-Nichols方法分为两步:

1. 构建闭环控制回路, 确定稳定极限。
2. 根据公式计算控制器参数。

稳定极限是由P元件决定的。当出现稳态振荡时就达到了这个极限, 产生了临界系数 K_{pcrit} 和临界振荡周期 T_{crit} 。确定临界系数 K_{pcrit} 和振荡周期 T_{crit} 后根据下表进行计算。

	K_P	T_n	T_v	K_I	K_D
P	$0.5 \cdot K_{Pcrit}$	----	----	----	----
PD	$0.8 \cdot K_{Pcrit}$	----	$0.12 \cdot T_{crit}$	----	$K_P \cdot T_v$
PI	$0.45 \cdot K_{Pcrit}$	$0.85 \cdot T_{crit}$	----	$\frac{K_P}{T_n}$	----
PID	$0.6 \cdot K_{Pcrit}$	$0.5 \cdot T_{crit}$	$0.12 \cdot T_{crit}$	$\frac{K_P}{T_n}$	$K_P \cdot T_v$



假设 $K_{pcrit}=20$, $T_{crit}=100\text{ms}$

根据上述方法确定PID控制器中的P、I、D参数

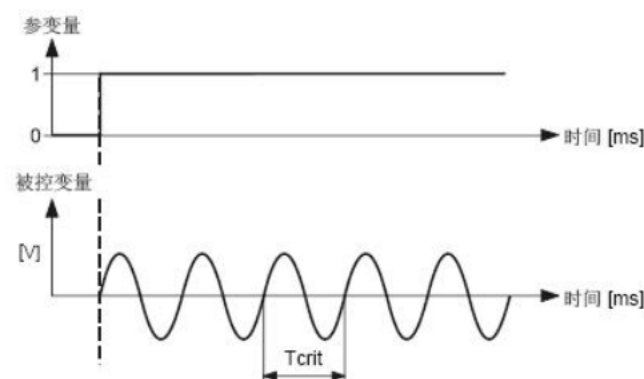
4 PID参数调节



香港中文大学(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen

假设 $K_{pcrit}=20$, $T_{crit}=100ms$, 根据上述方法确定PID控制器中的P、I、D参数

	K_P	T_n	T_v	K_I	K_D
P	$0.5 \cdot K_{pcrit}$	----	----	----	----
PD	$0.8 \cdot K_{pcrit}$	----	$0.12 \cdot T_{crit}$	----	$K_P \cdot T_v$
PI	$0.45 \cdot K_{pcrit}$	$0.85 \cdot T_{crit}$	----	$\frac{K_P}{T_n}$	----
PID	$0.6 \cdot K_{pcrit}$	$0.5 \cdot T_{crit}$	$0.12 \cdot T_{crit}$	$\frac{K_P}{T_n}$	$K_P \cdot T_v$



解

$$K_p = 0.6 \times K_{pcrit} = 0.6 \times 20 = 12$$

$$T_n = 0.5 \times T_{crit} = 0.5 \times 100ms = 50ms$$

$$T_v = 0.12 \times T_{crit} = 0.12 \times 100ms = 12ms$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_n} = \frac{12}{0.05} = 240$$

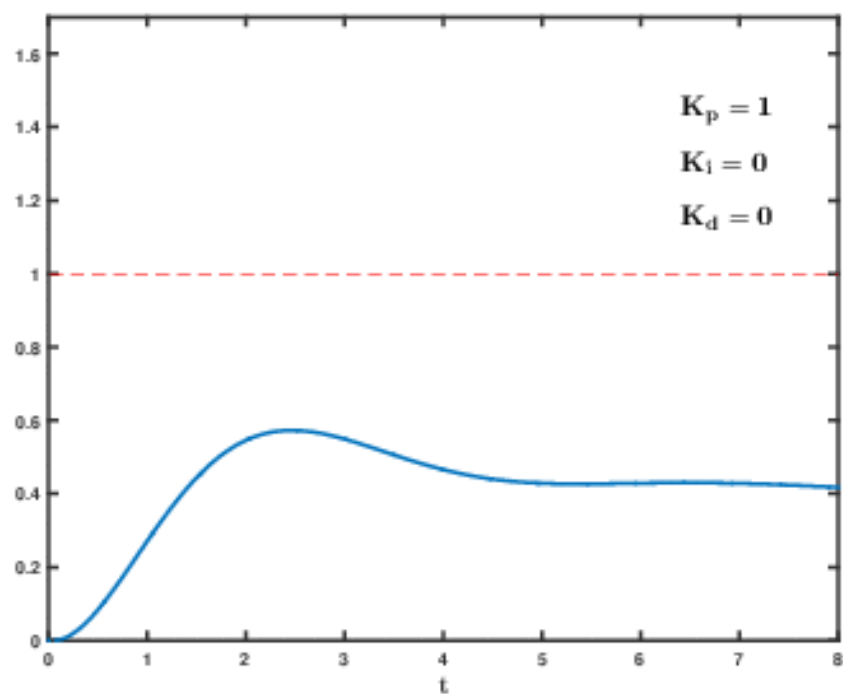
$$K_d = K_p \times T_v = 12 \times 0.012 = 0.144s$$

$$P=12, I=240, K=144$$

4 PID参数调节



香港中文大學(深圳)
The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen



PID调节过程演示