



PROBLEMA DE LA MOCHILA 0/1 (CON PROGRAMACIÓN DINÁMICA)

Programación 3
Javier Miranda

Escuela de Ingeniería Informática
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Ejemplo

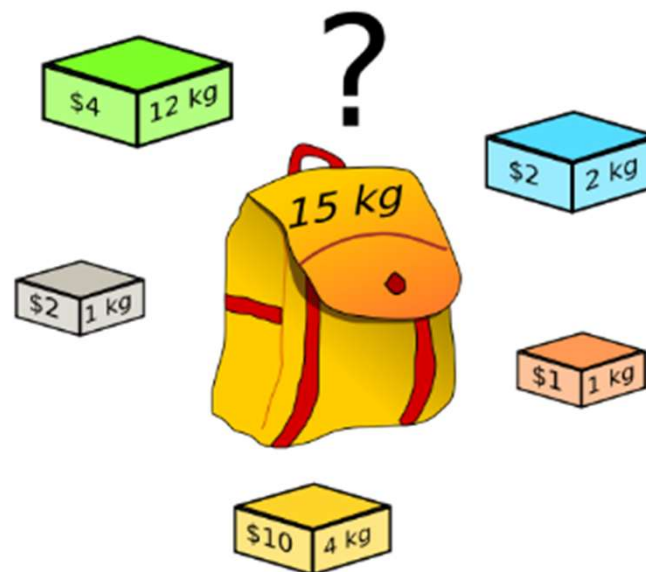
Entrada: Peso de N items $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$
Beneficio de N items $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$
Mochila con un límite W

Salida: Elección $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
... donde $x_i \in \{0, 1\}$.

*Elección
binaria*

$N = 4$ $W = 5$

Elementos (peso, beneficio)
(2,3), (3,4), (4,5), (5,6)



Ejemplo

$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

Peso

Beneficio



Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



¿ Recurrencia ?

W = 2, 3, 4, 5

B = 3, 4, 5, 6

N = 4, 3, 2, 1



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos

N=4
w=5

$W = \underline{2}, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos

$N=4$
 $w=5$

Lo cojo



$W = \underline{2}, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

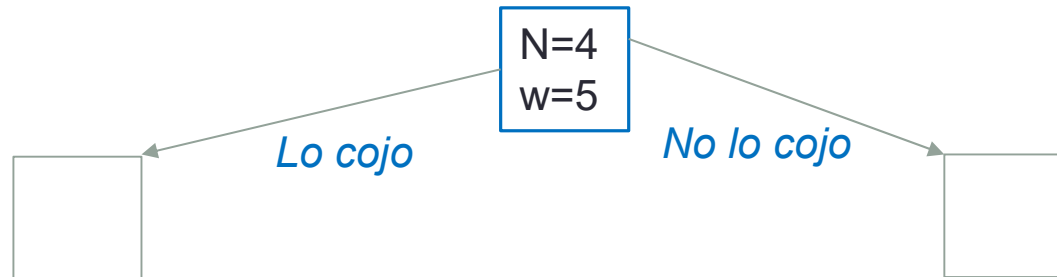
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = \underline{2}, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

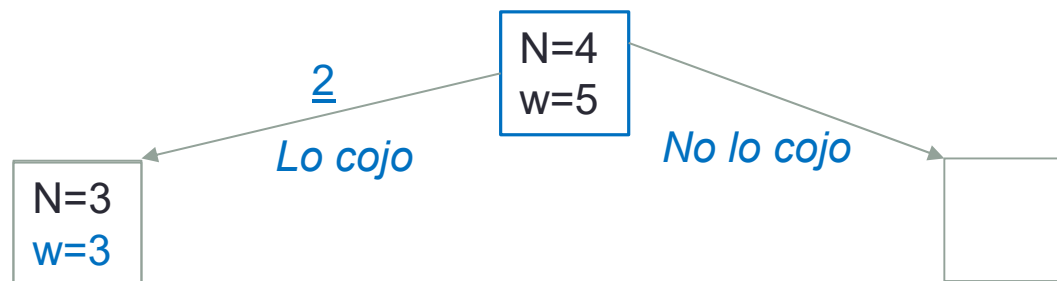
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = \underline{2}, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

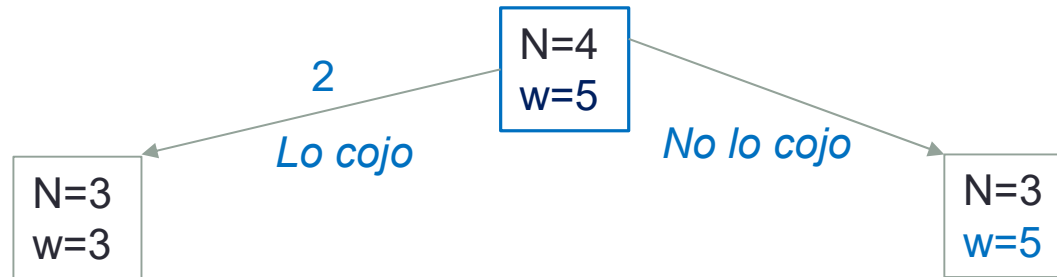
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



W = 2, 3, 4, 5

B = 3, 4, 5, 6

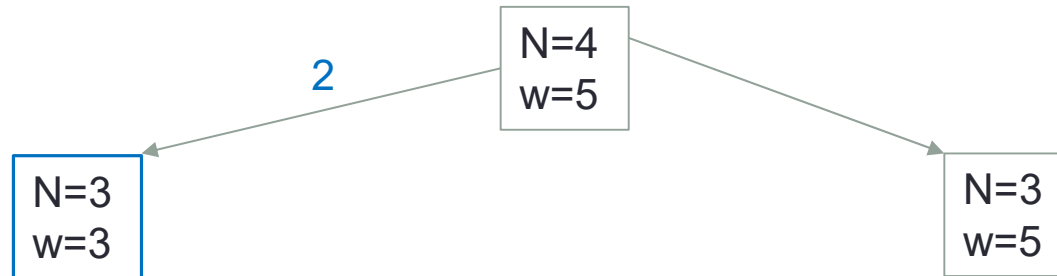
N = 4, 3, 2, 1



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, \underline{3}, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

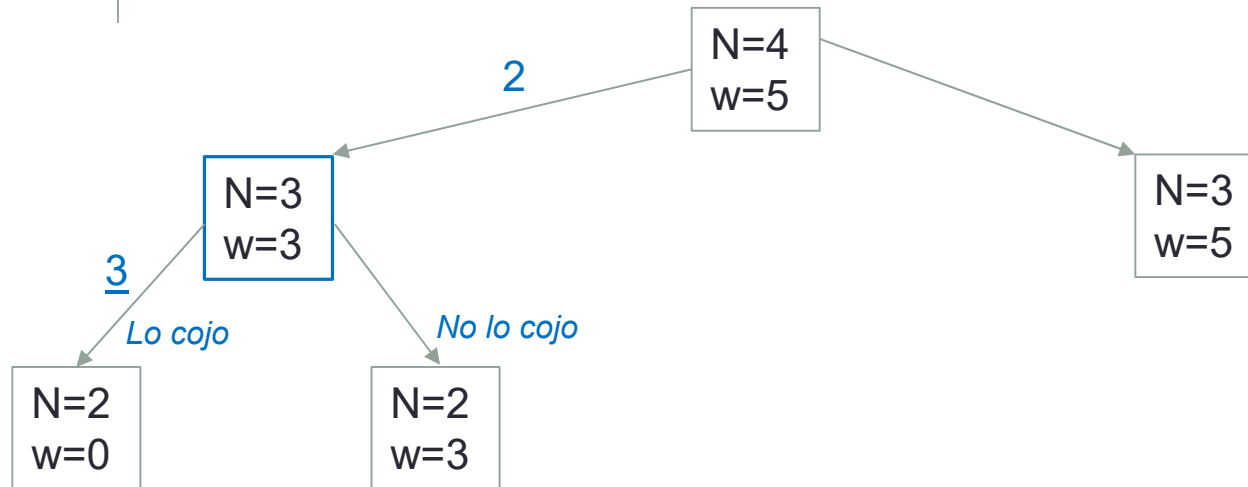
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, \underline{4}, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

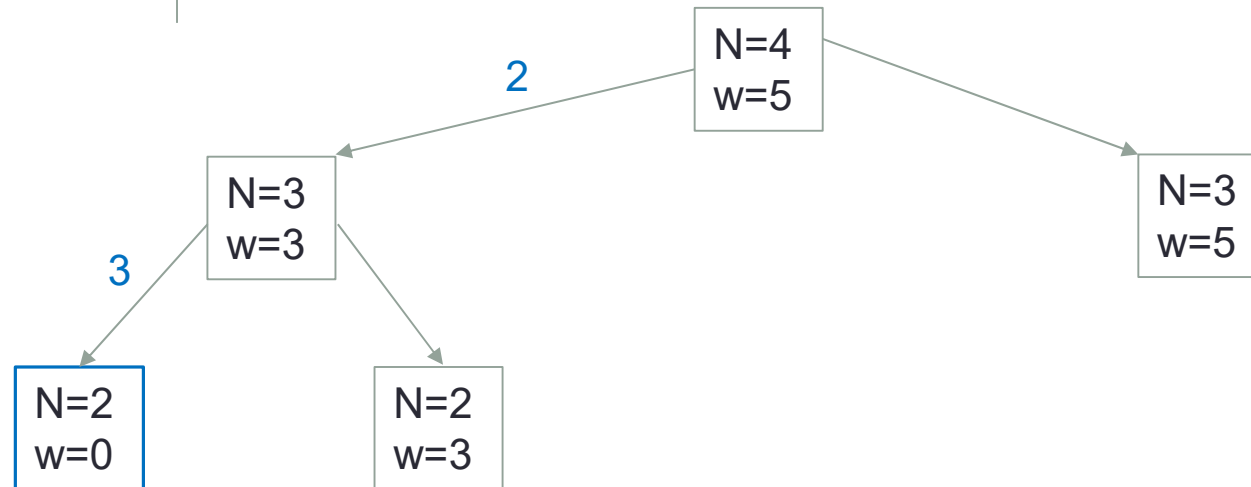
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



W = 2, 3, 4, 5

B = 3, 4, 5, 6

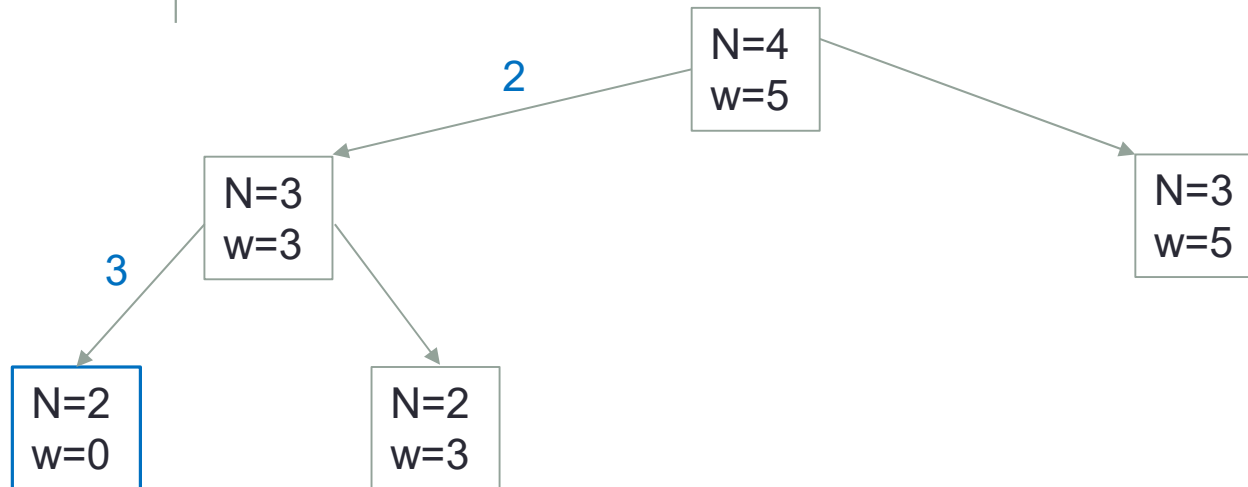
N = 4, 3, 2, 1



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



*No puedo
cojerlo!*

W = 2, 3, 4, 5

B = 3, 4, 5, 6

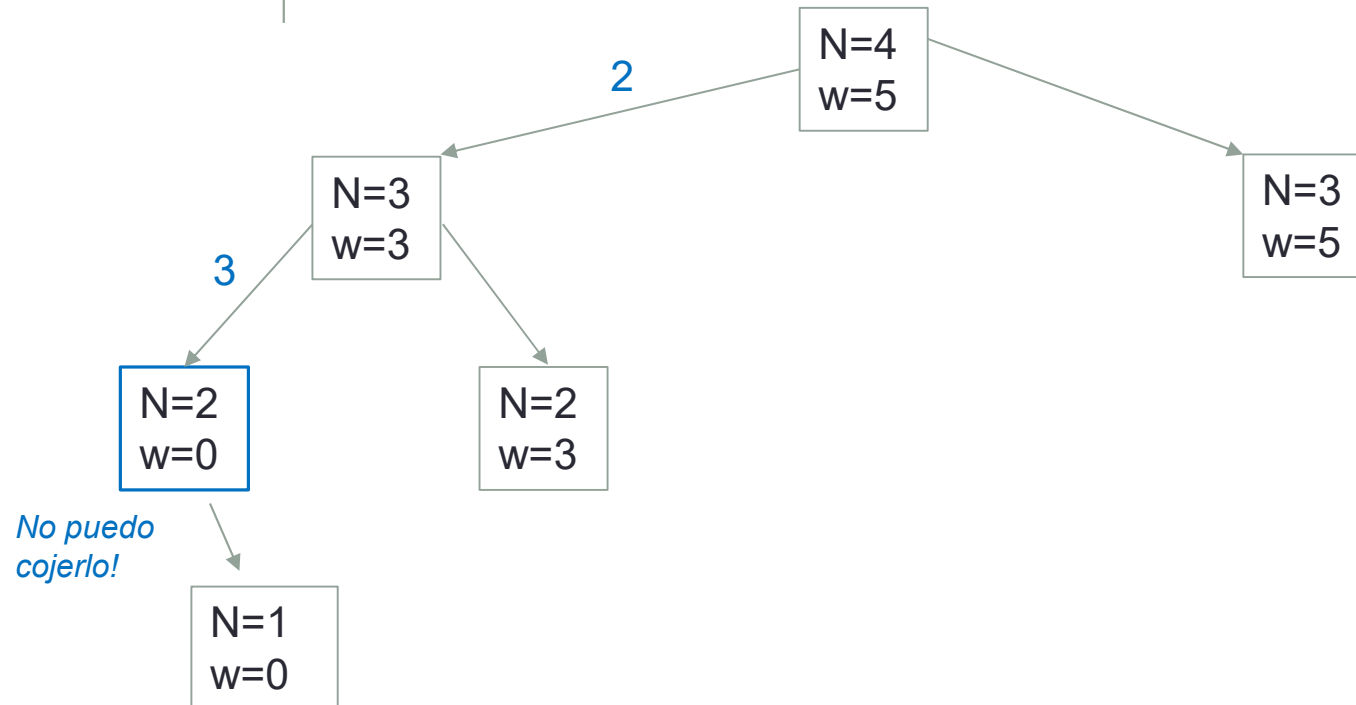
N = 4, 3, 2, 1



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, \underline{5}$

$B = 3, 4, 5, 6$

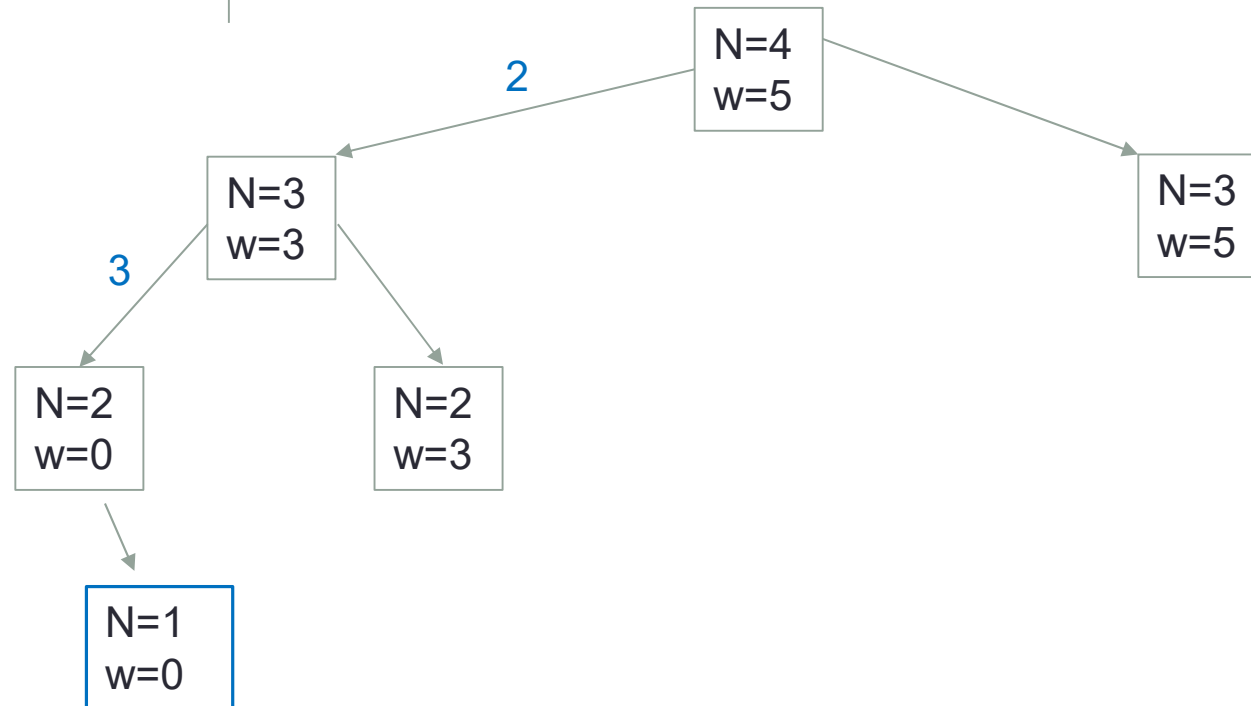
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, \underline{5}$

$B = 3, 4, 5, 6$

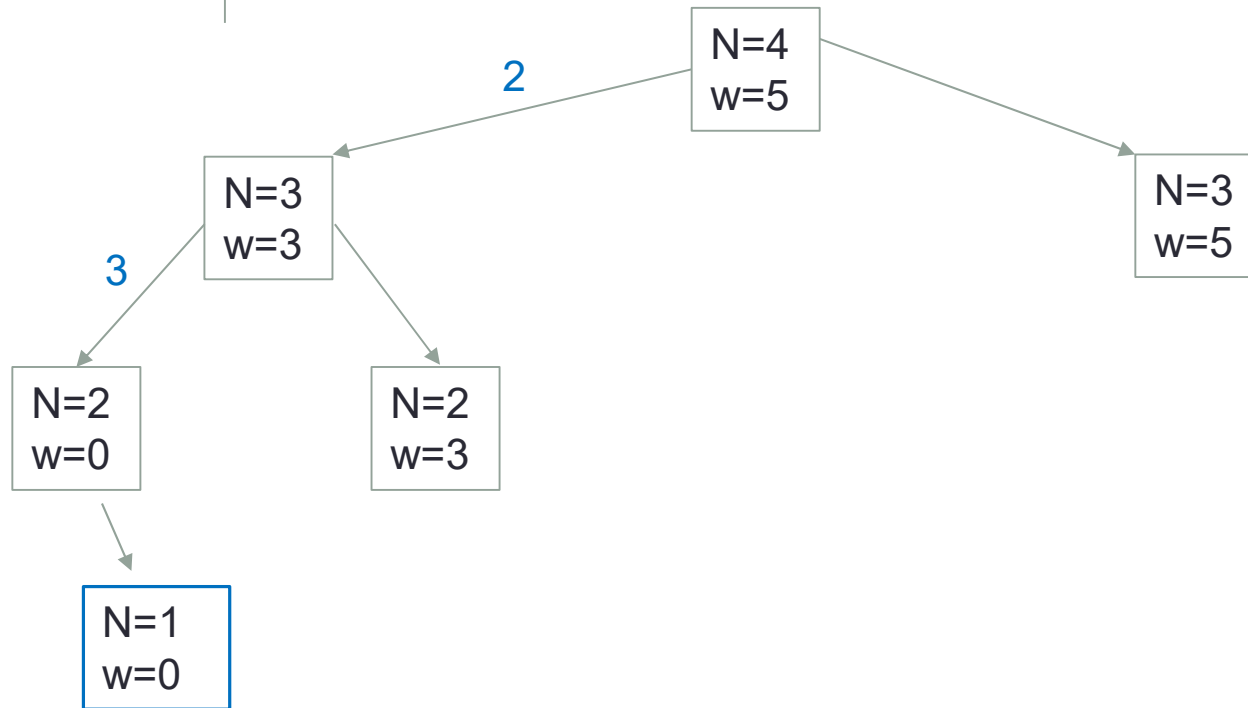
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



*No puedo
cojerlo!*

$W = 2, 3, 4, \underline{5}$

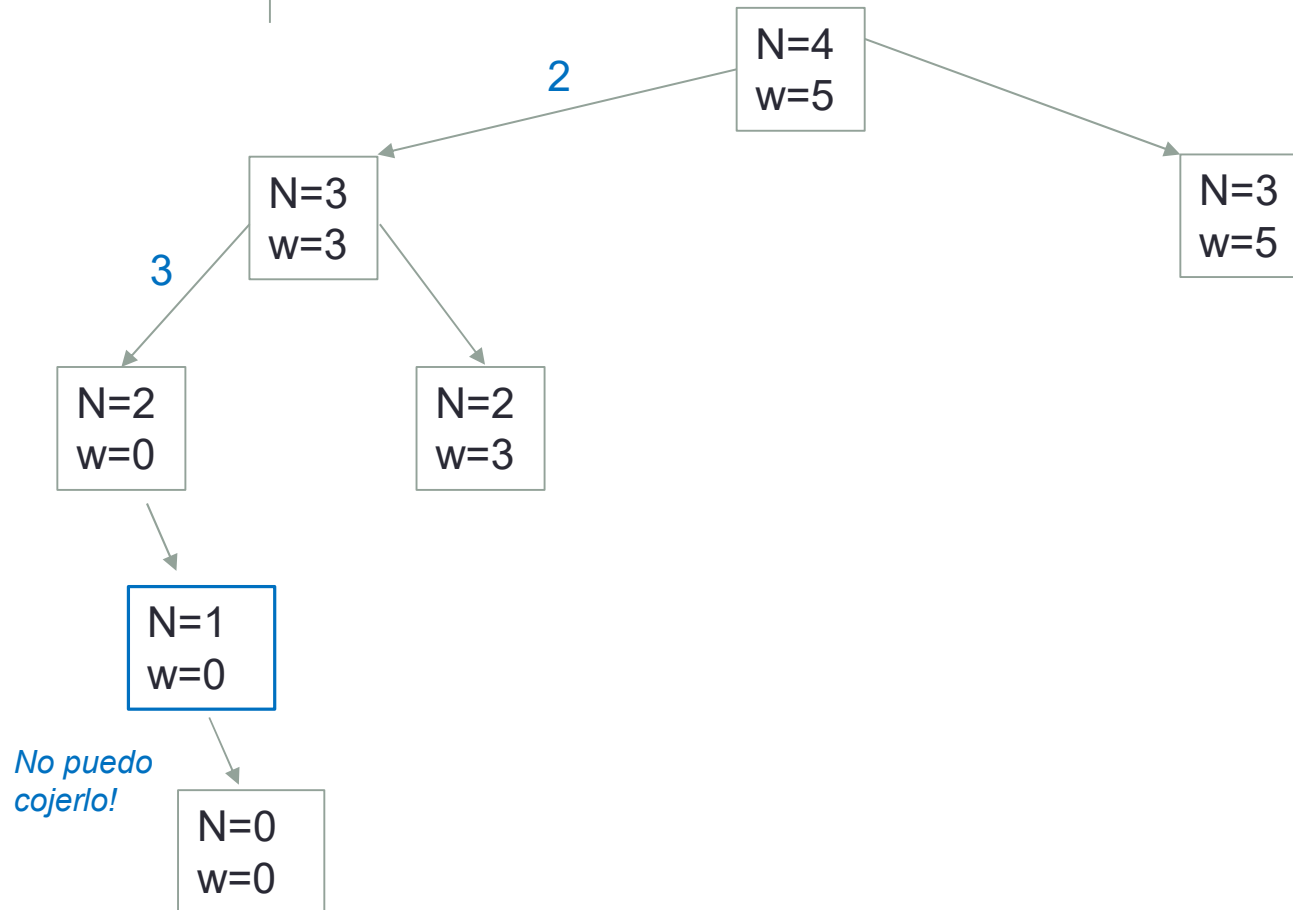
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$



Peso
Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos

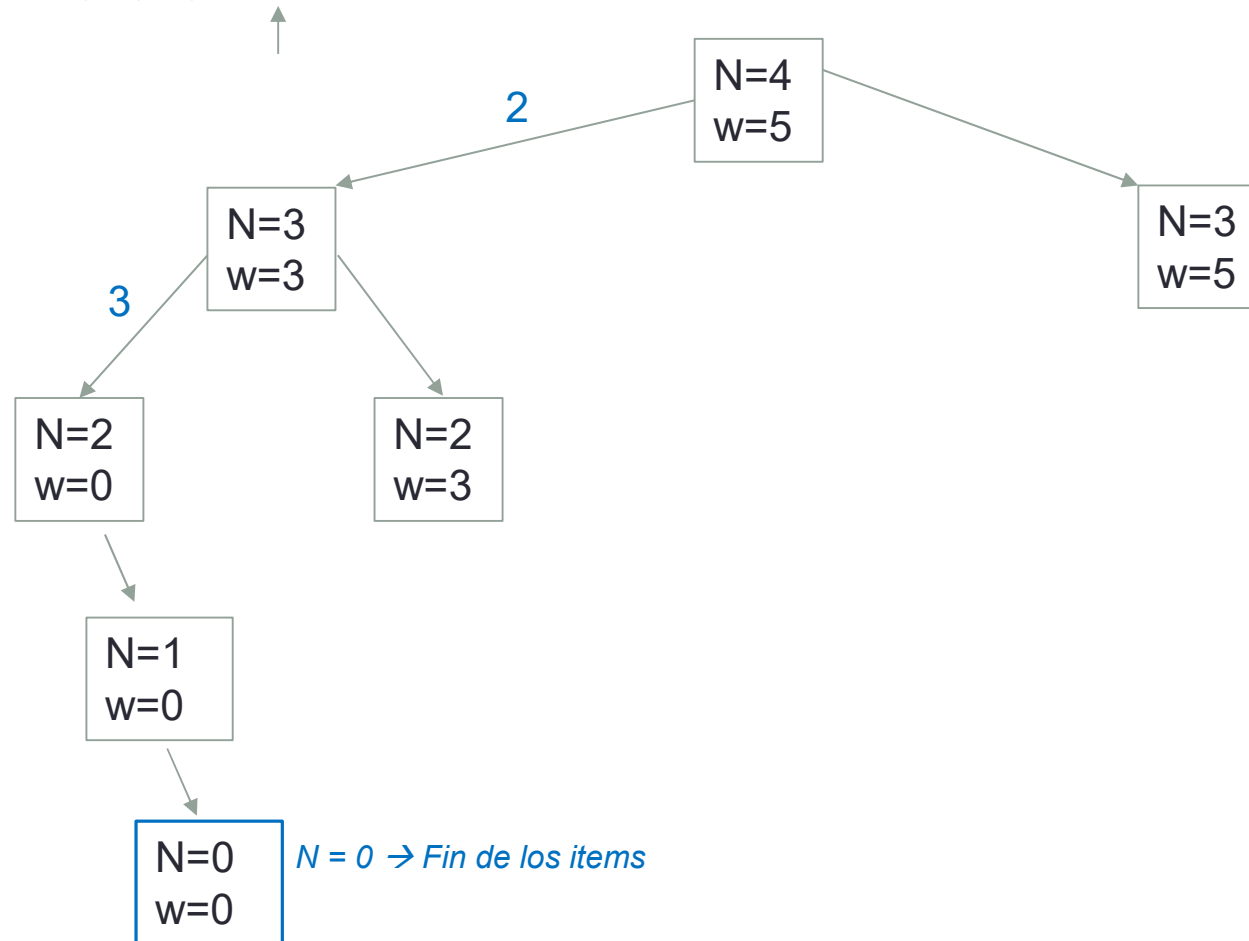


$W = 2, 3, 4, 5$ $B = 3, 4, 5, 6$ $N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



W = 2, 3, 4, 5

B = 3, 4, 5, 6

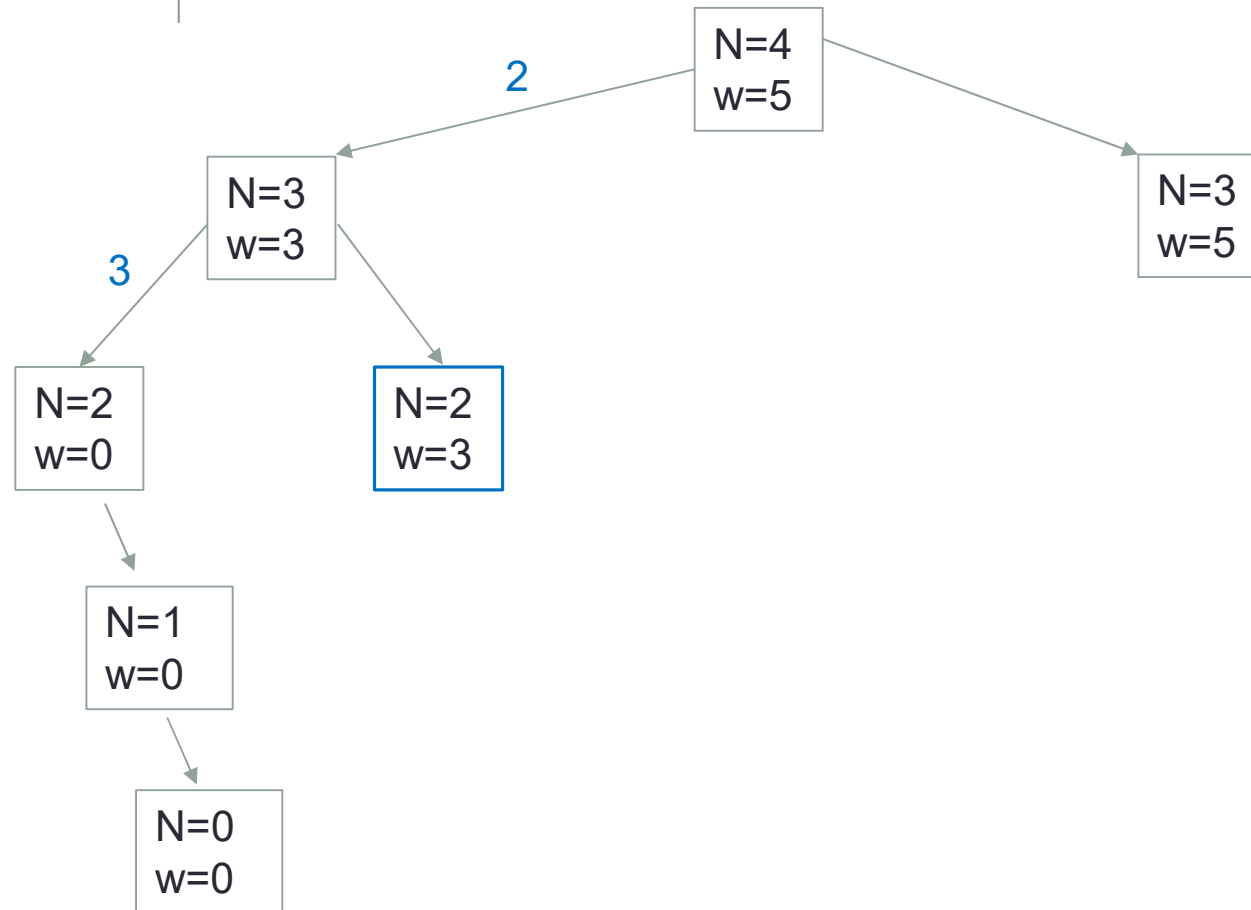
N = 4, 3, 2, 1



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, \underline{4}, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

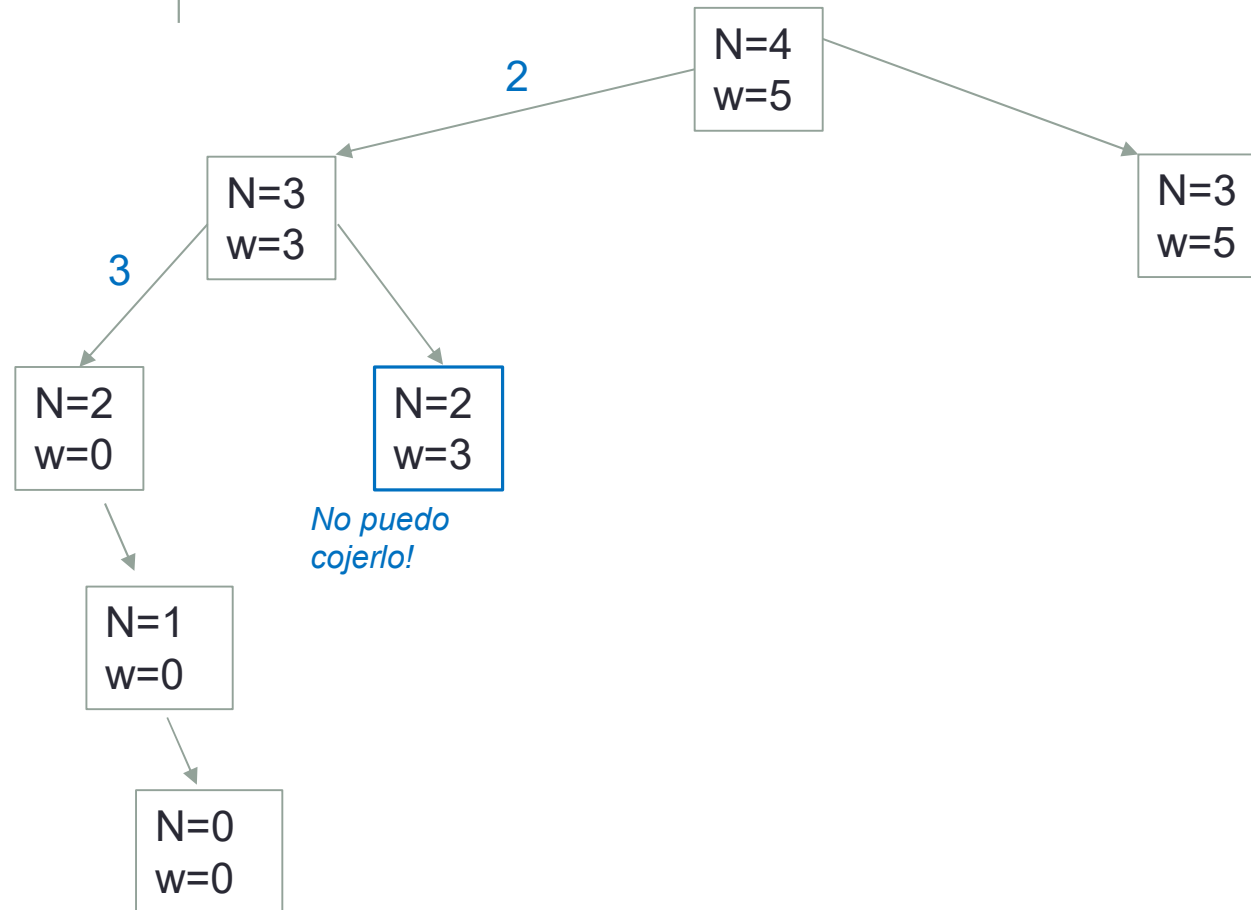
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, \underline{4}, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

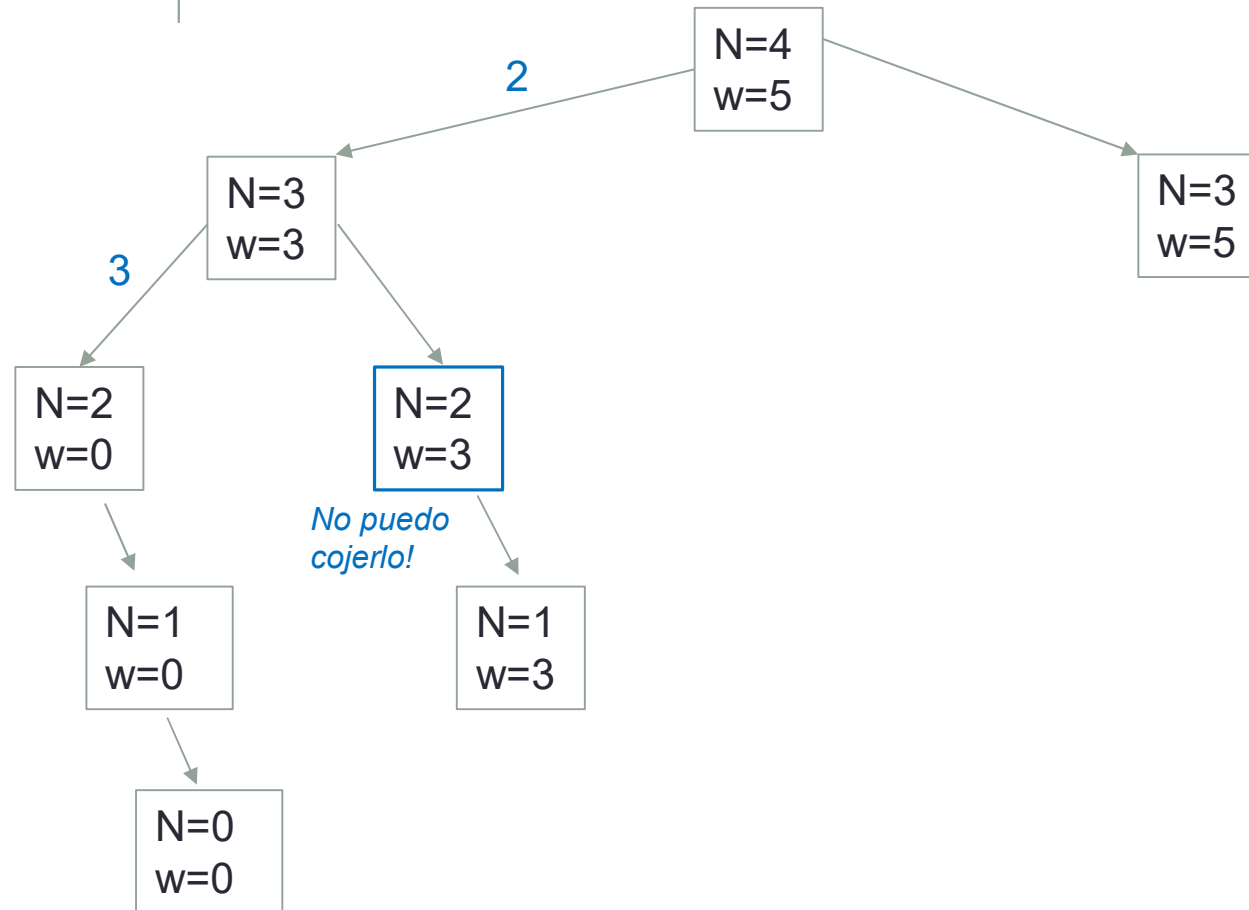
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

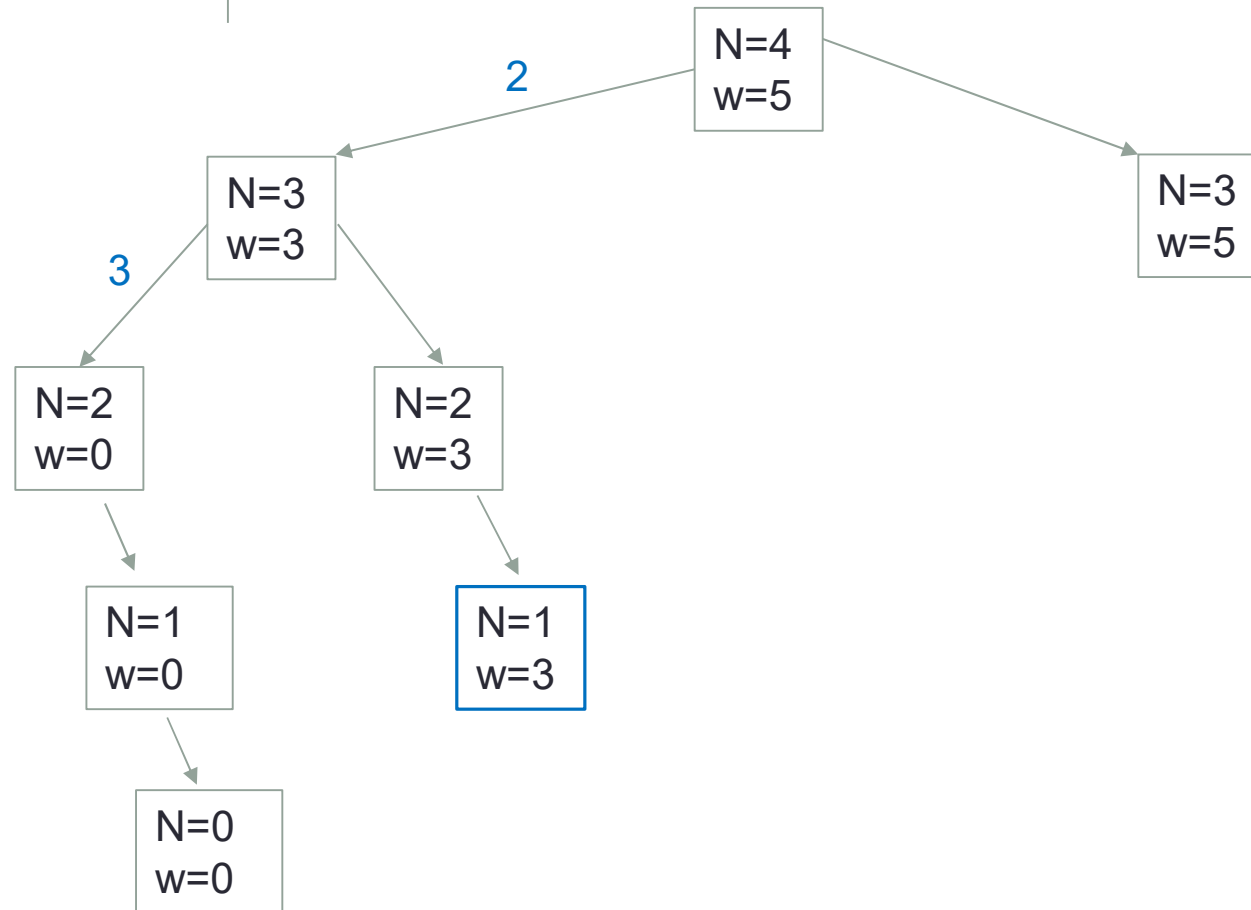
Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, \underline{5}$
 $B = 3, 4, 5, 6$
 $N = 4, 3, 2, 1$

Peso
Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, \underline{5}$

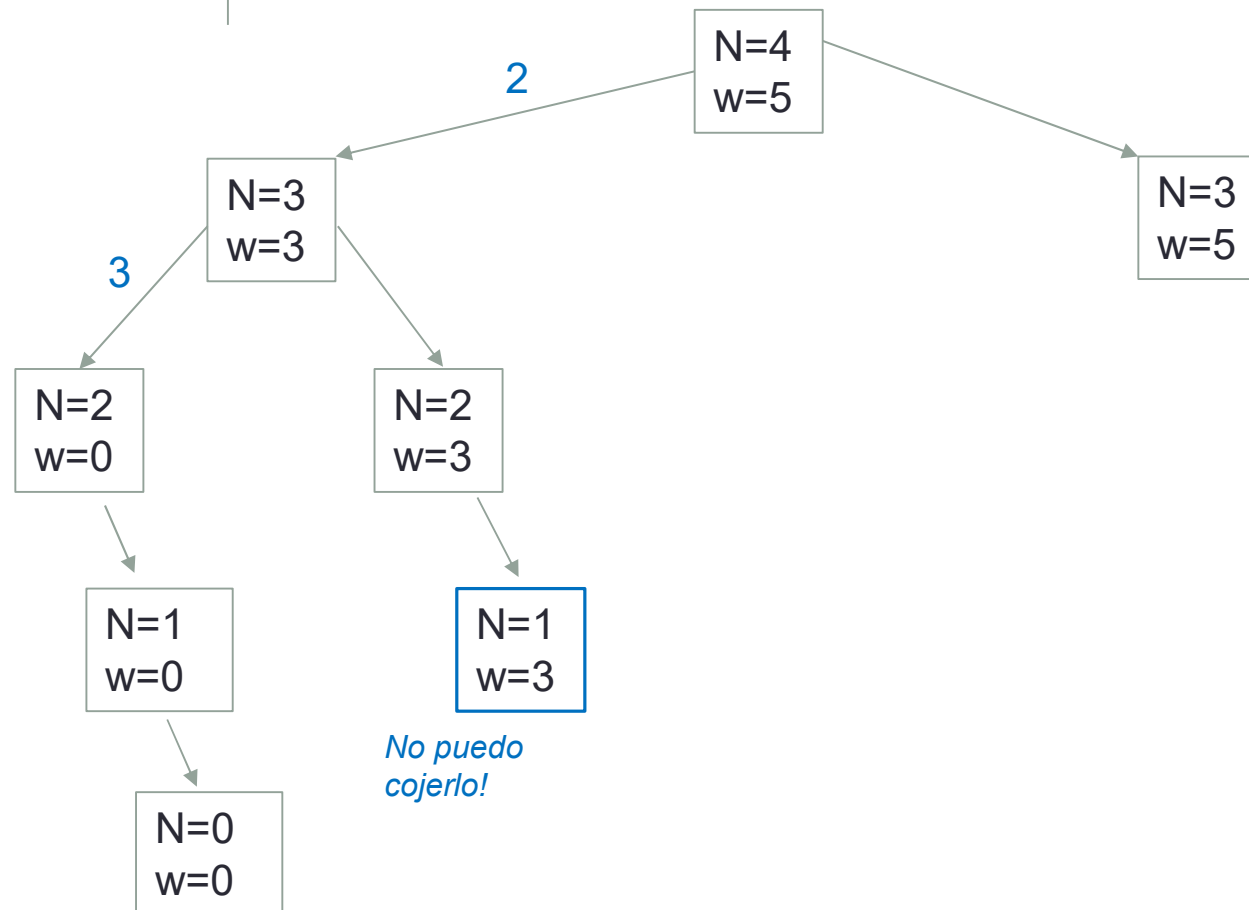
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$



Peso
Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, \underline{5}$

$B = 3, 4, 5, 6$

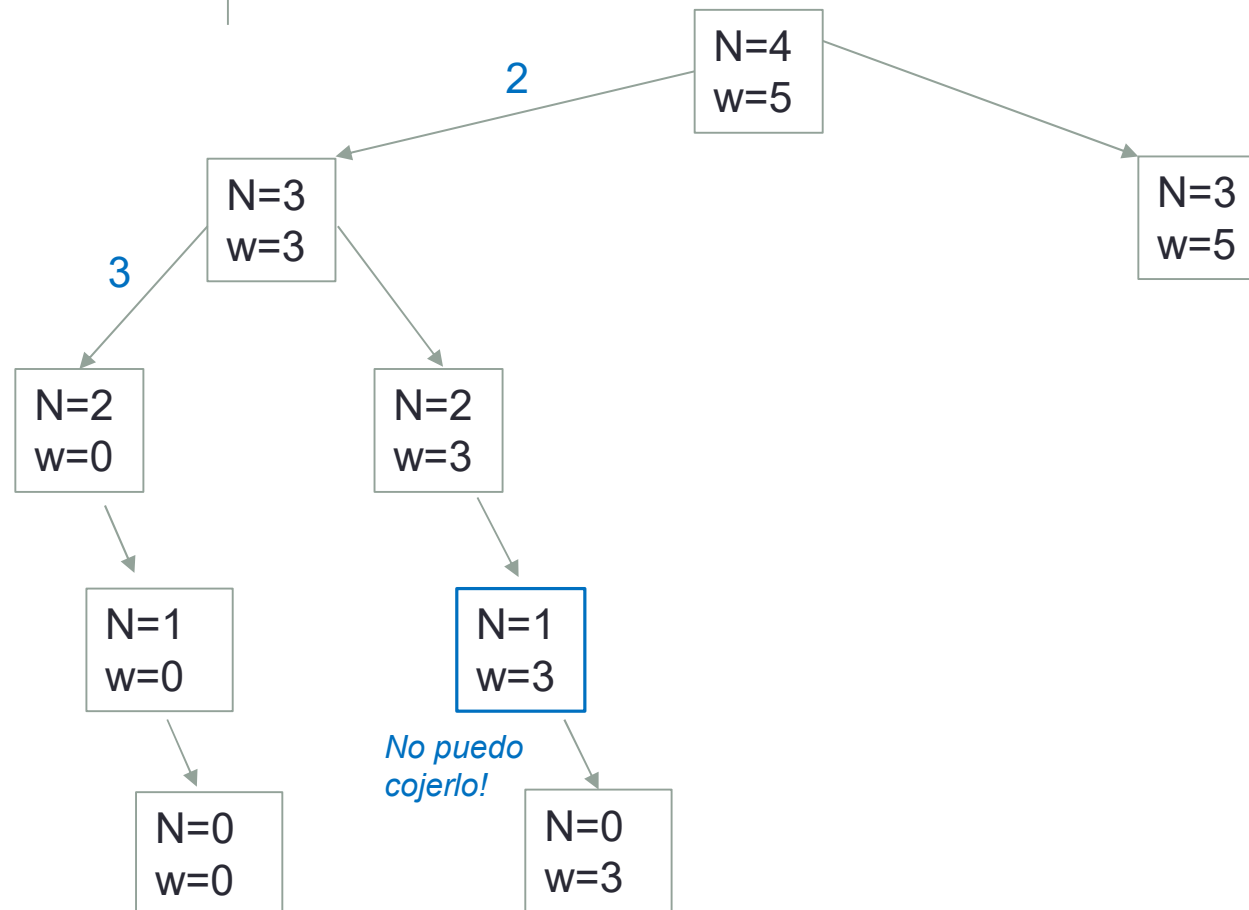
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

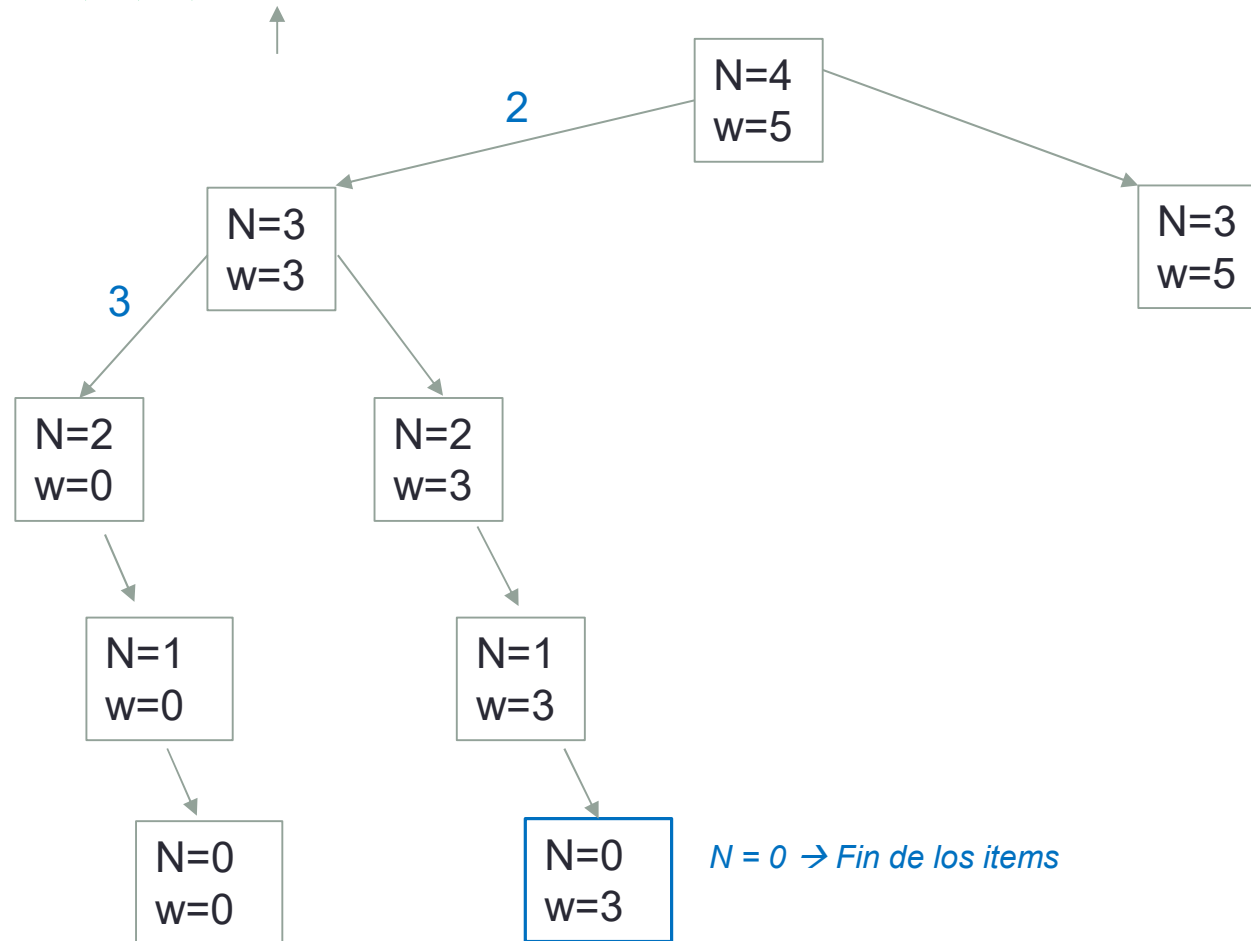
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

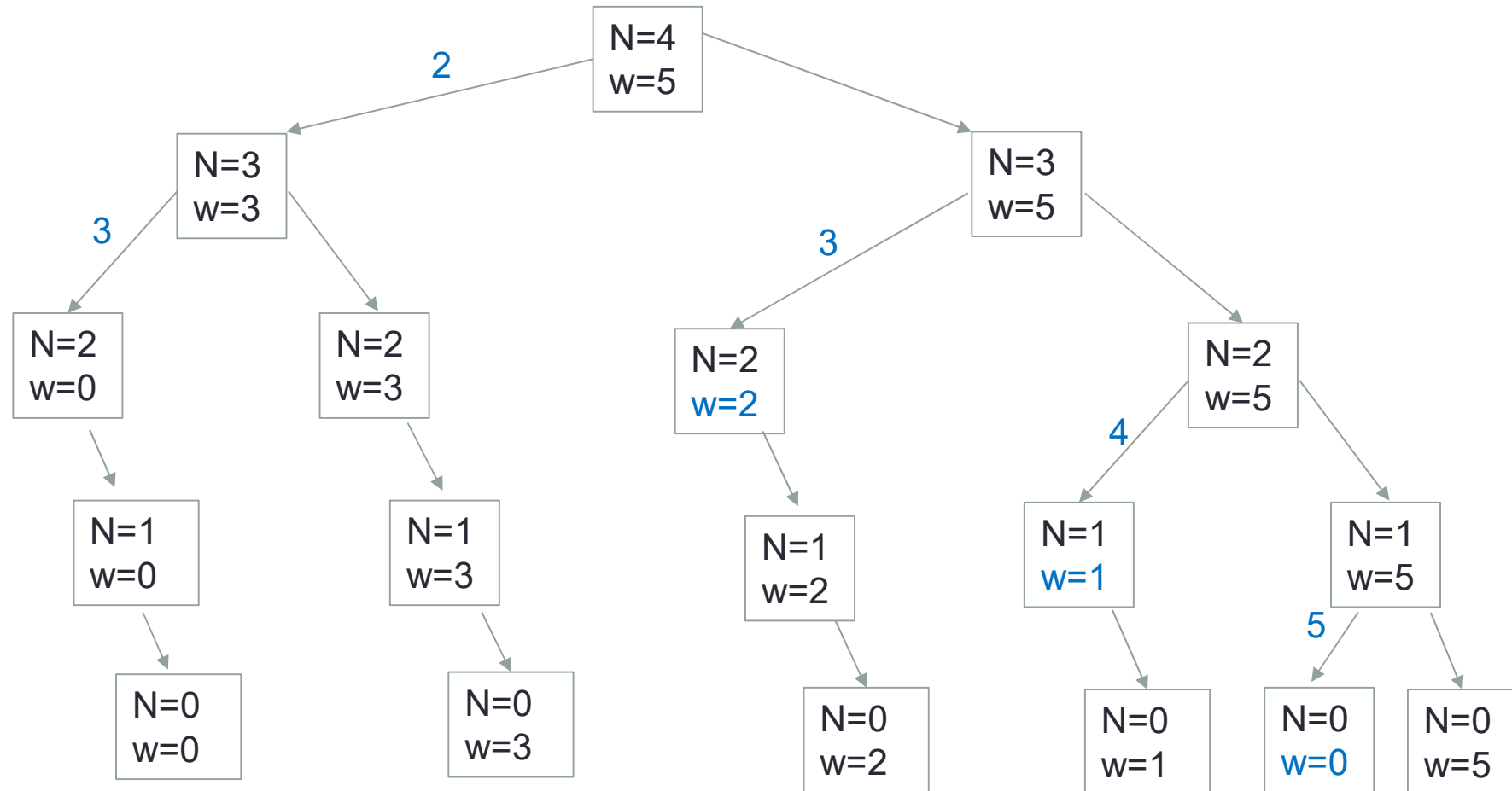
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



¡ Árbol completo de llamadas !

$W = 2, 3, 4, 5$

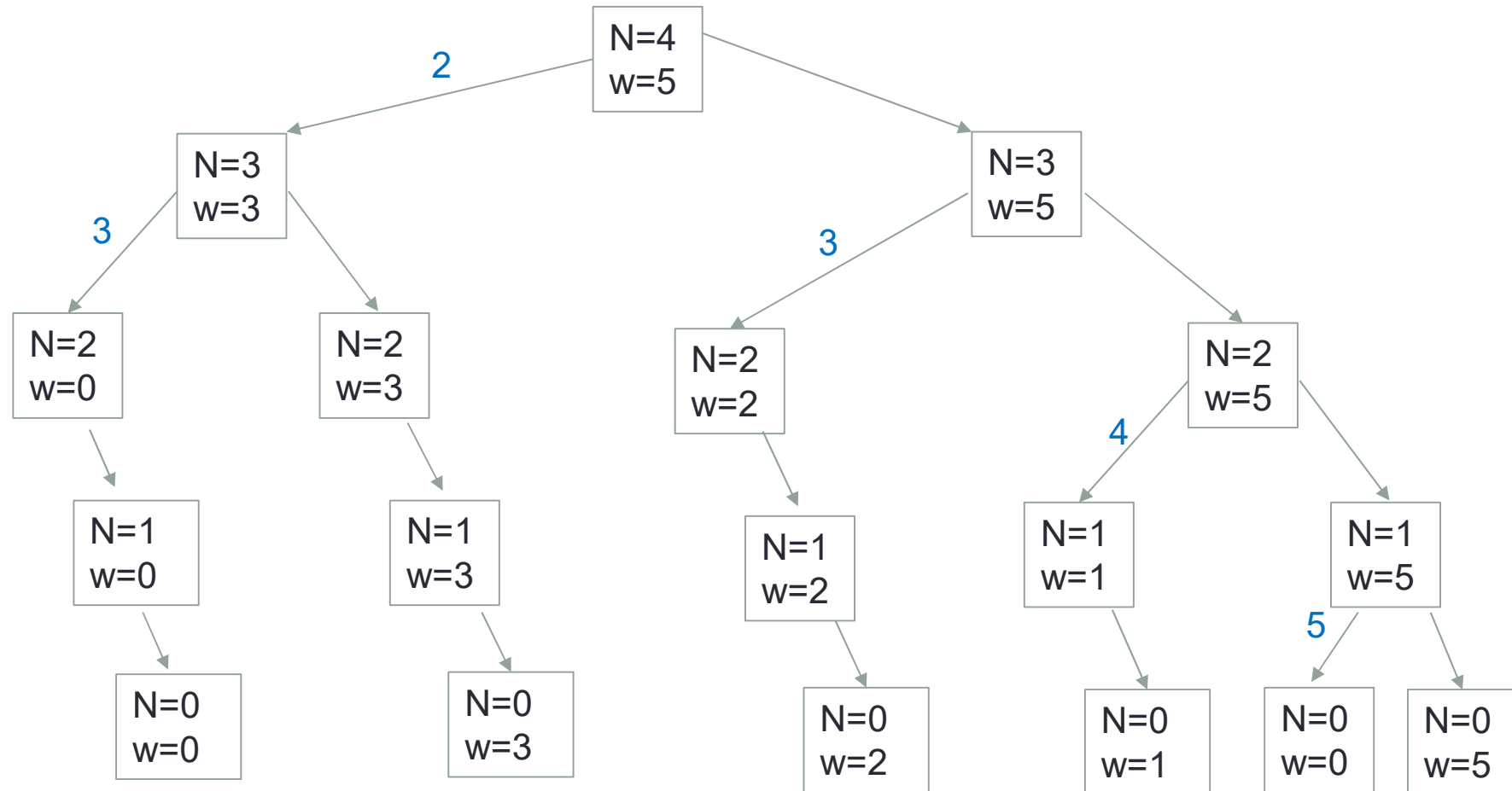
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



El beneficio de cada elección lo calculamos al volver de las llamadas recursivas!

$W = 2, 3, 4, 5$

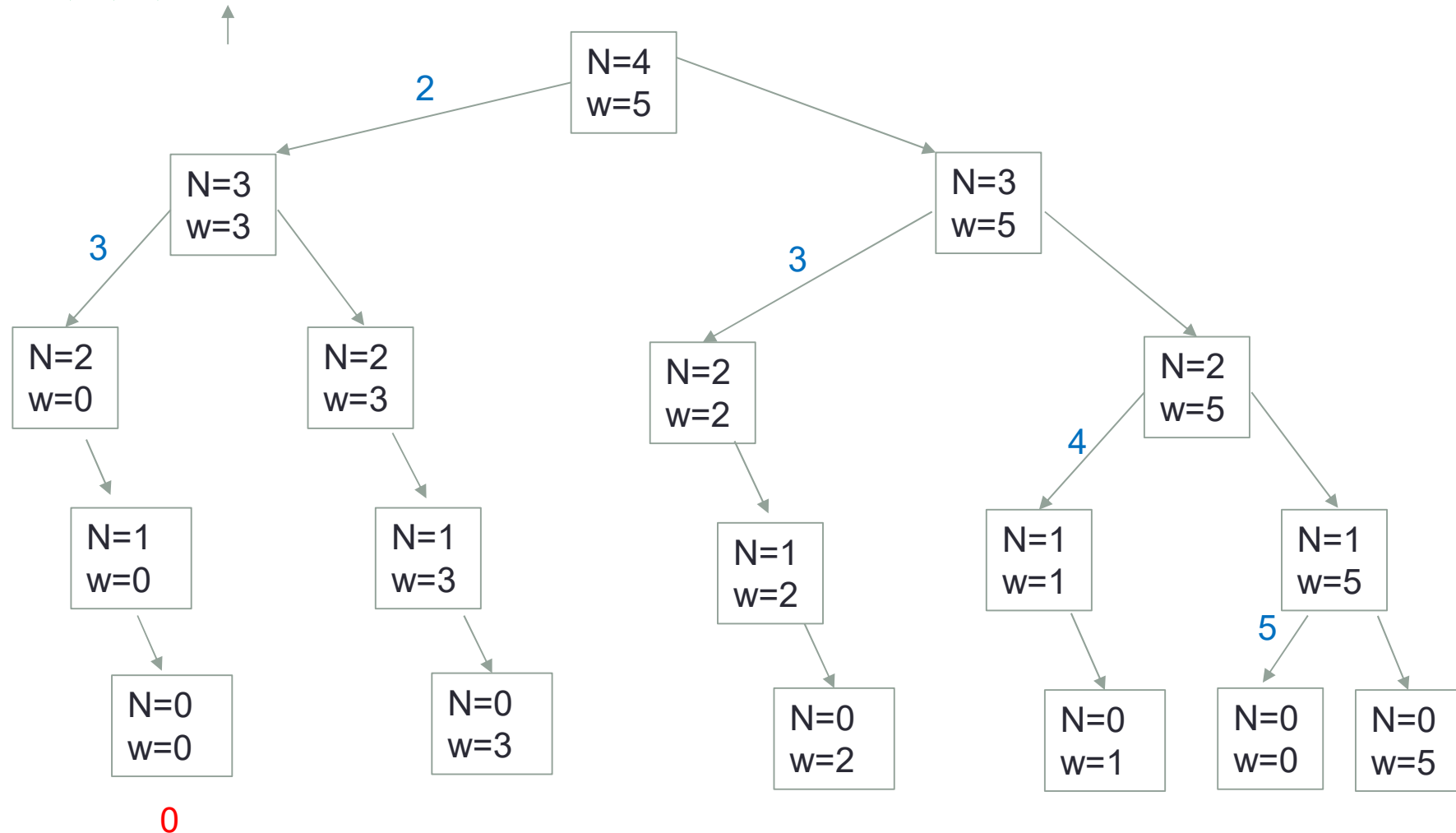
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

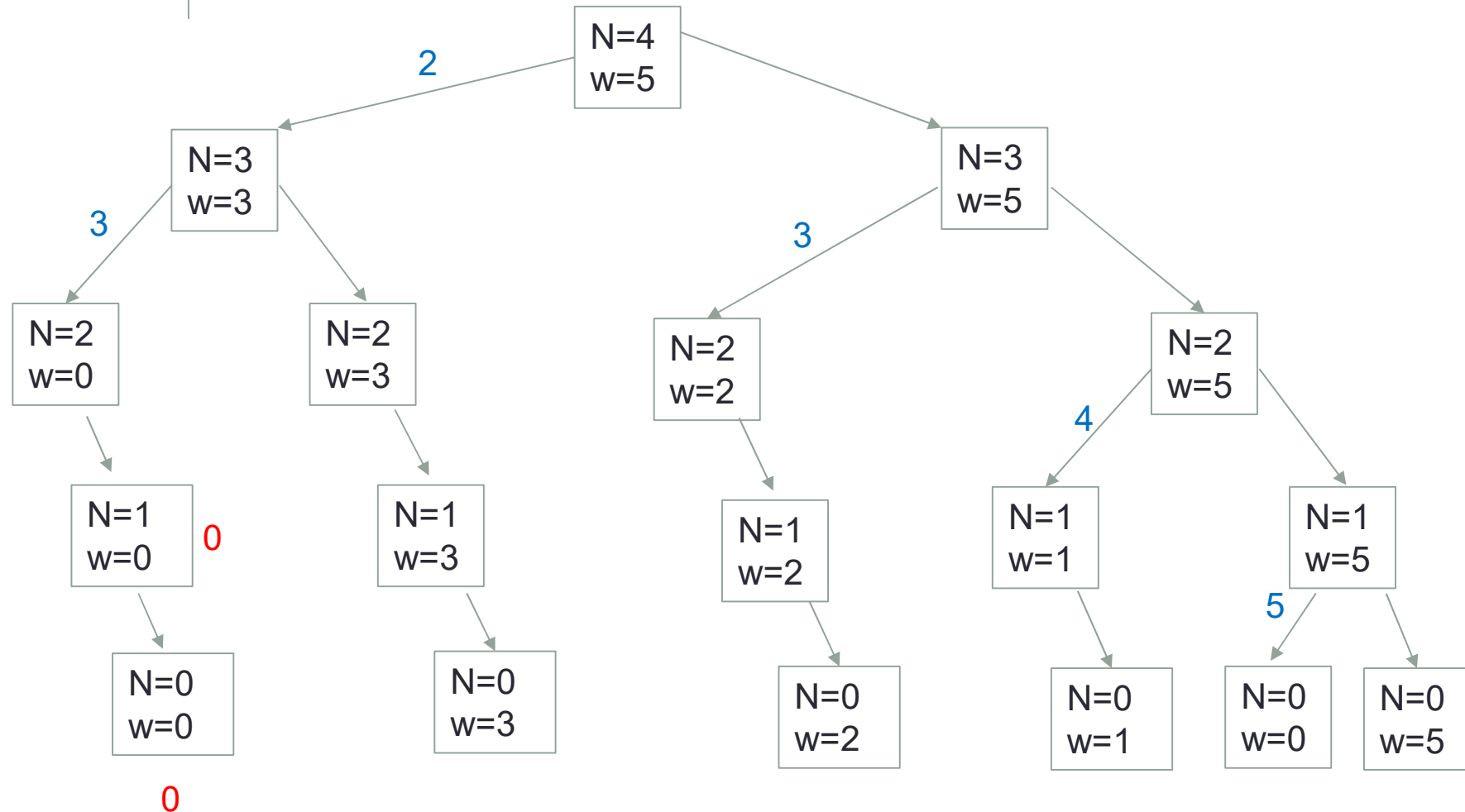
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

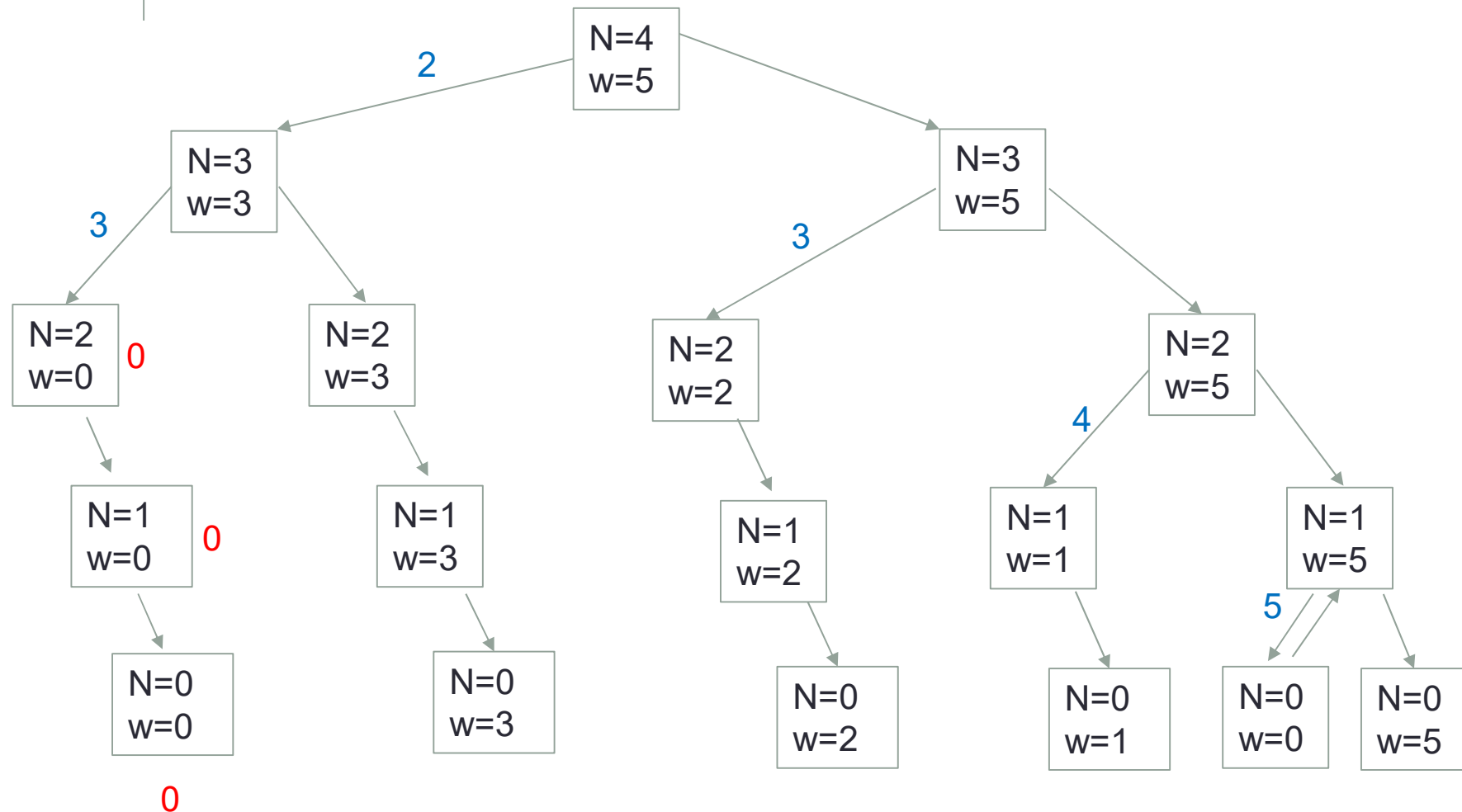
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

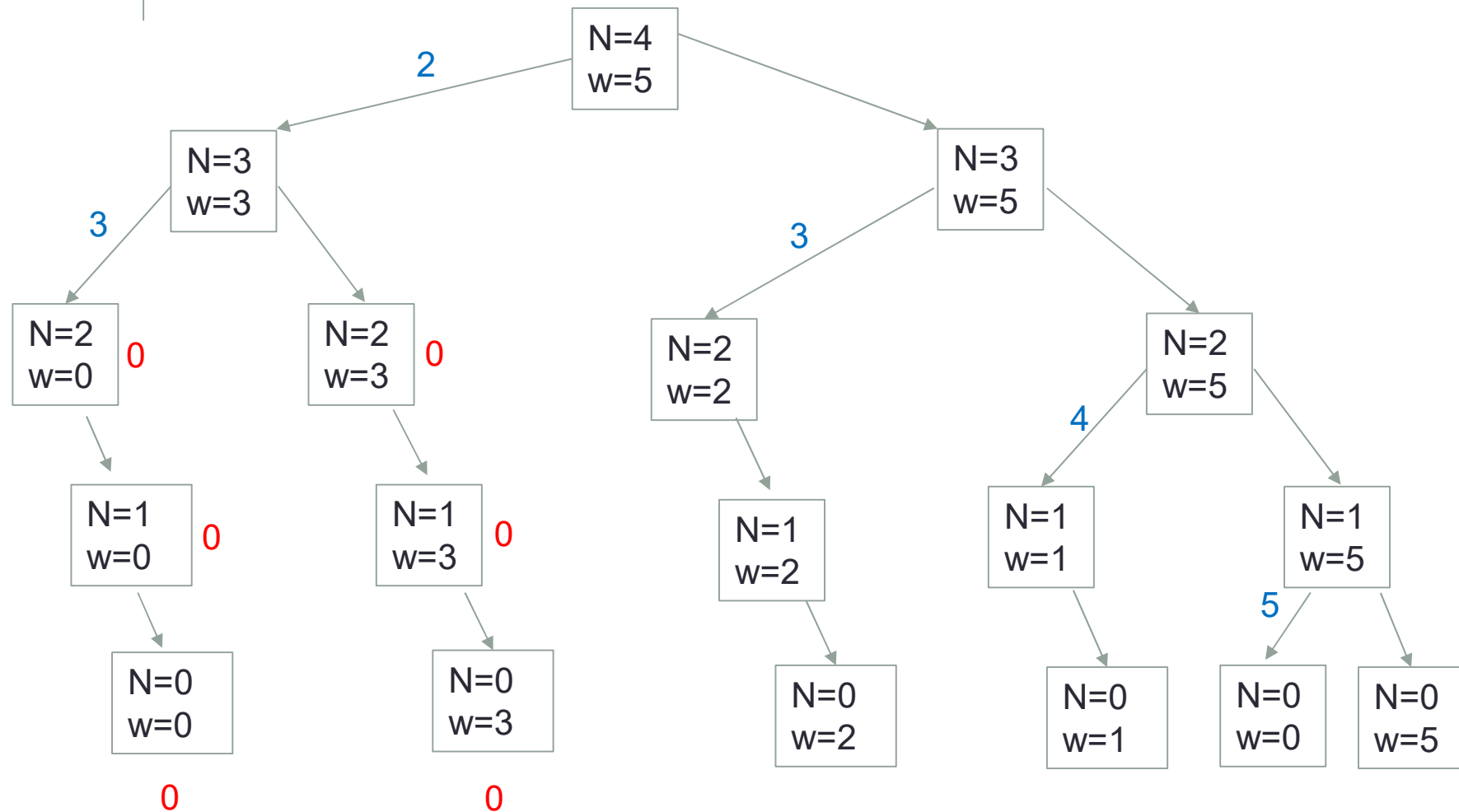
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

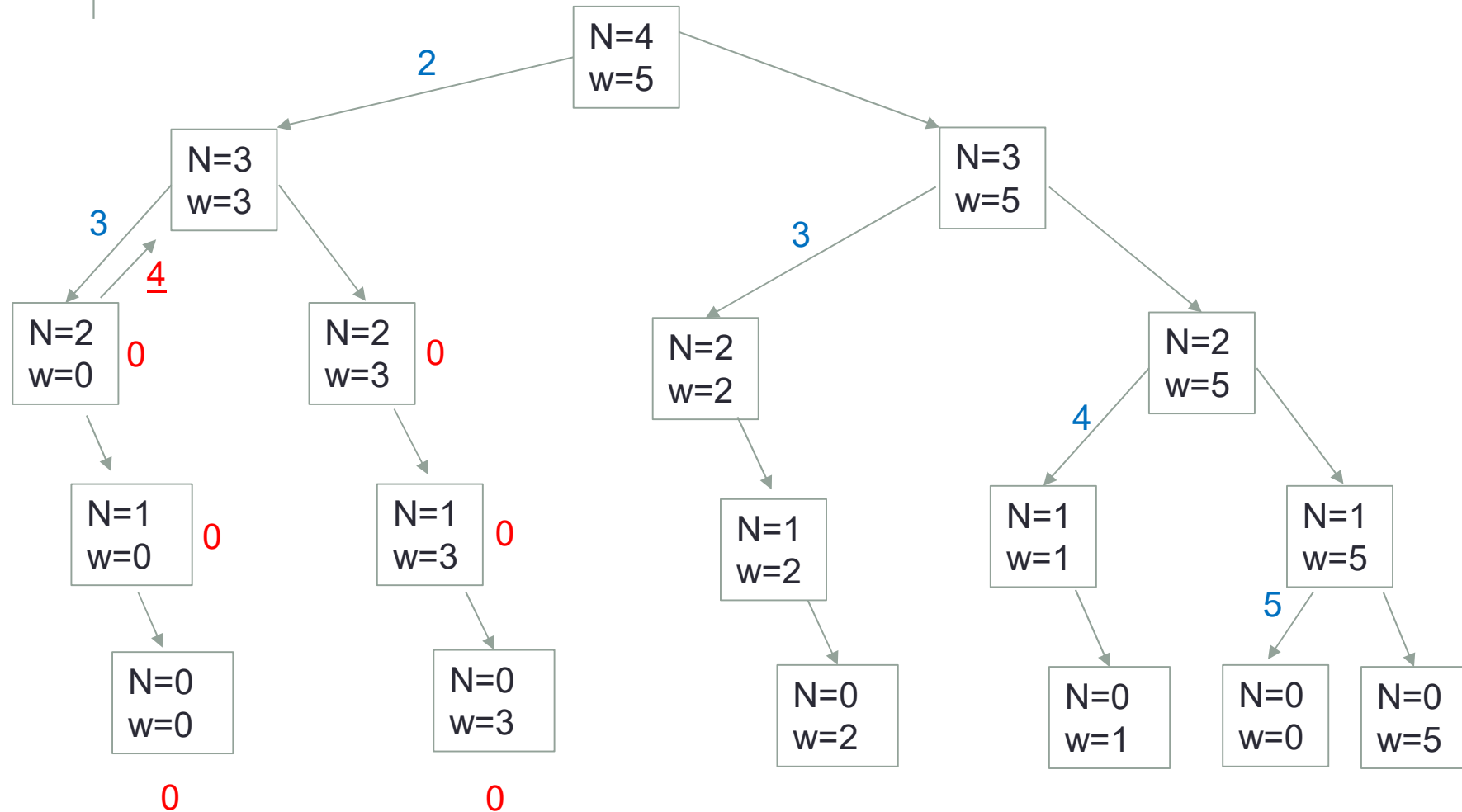
Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



N = 4, 3, 2, 1

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

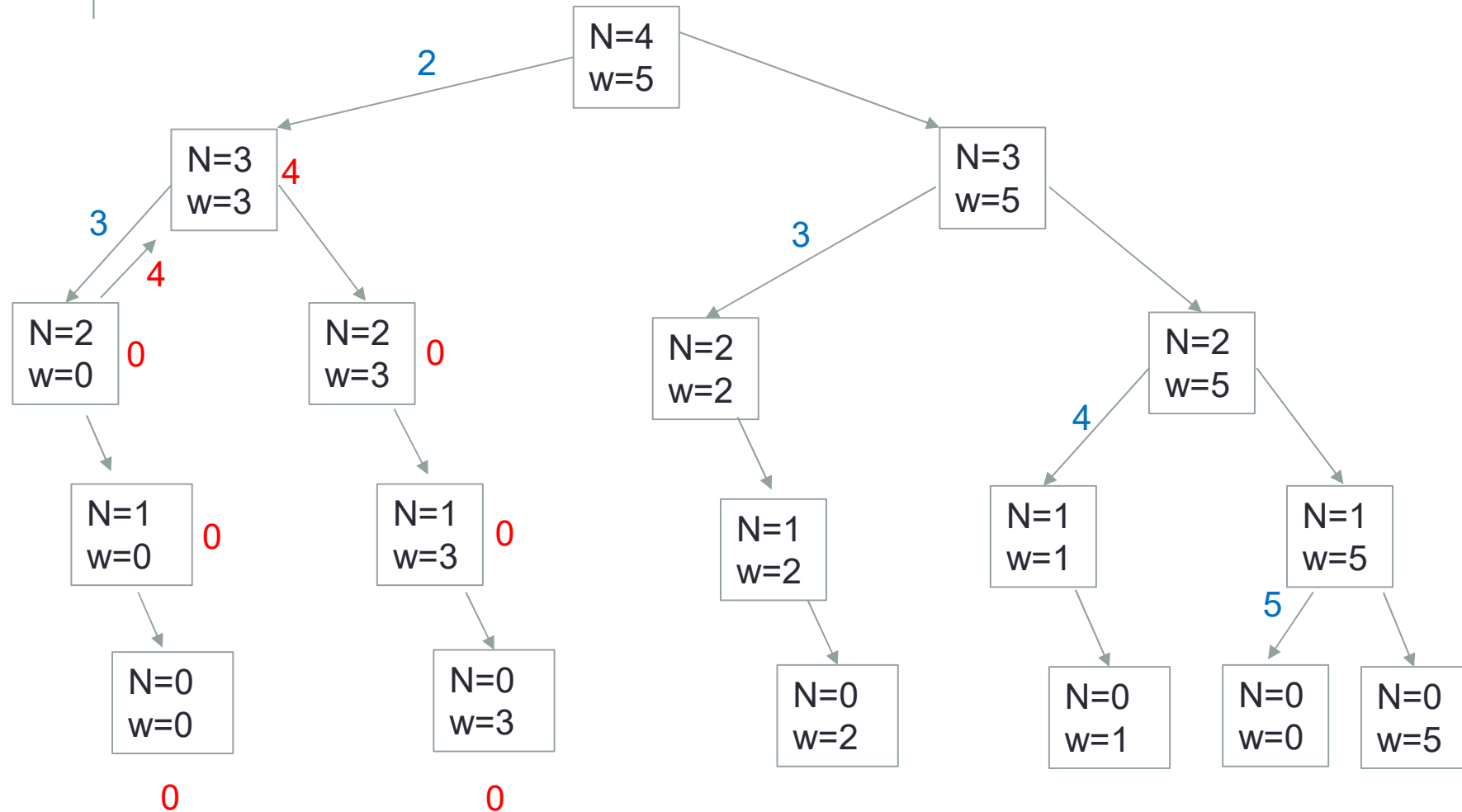
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

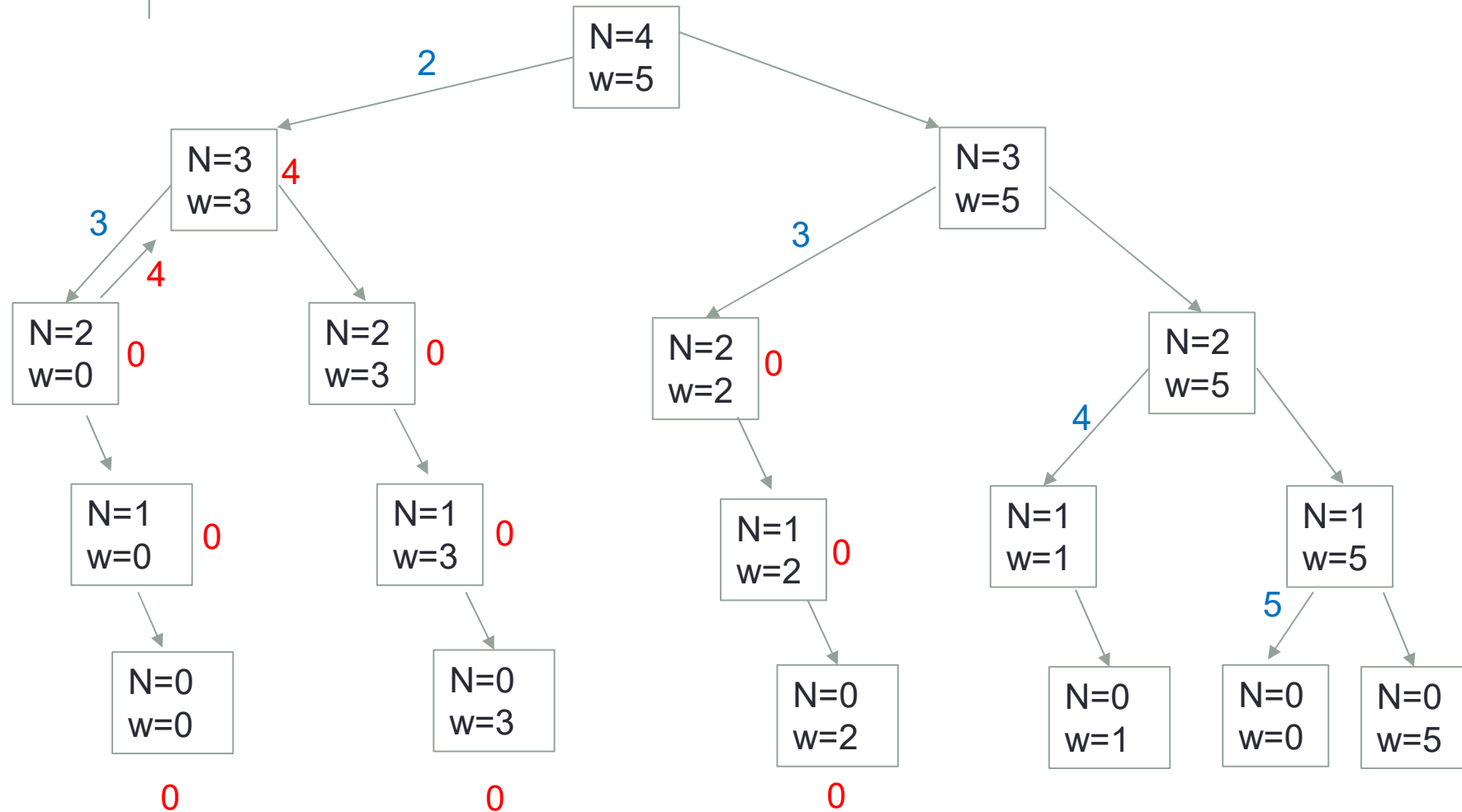
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

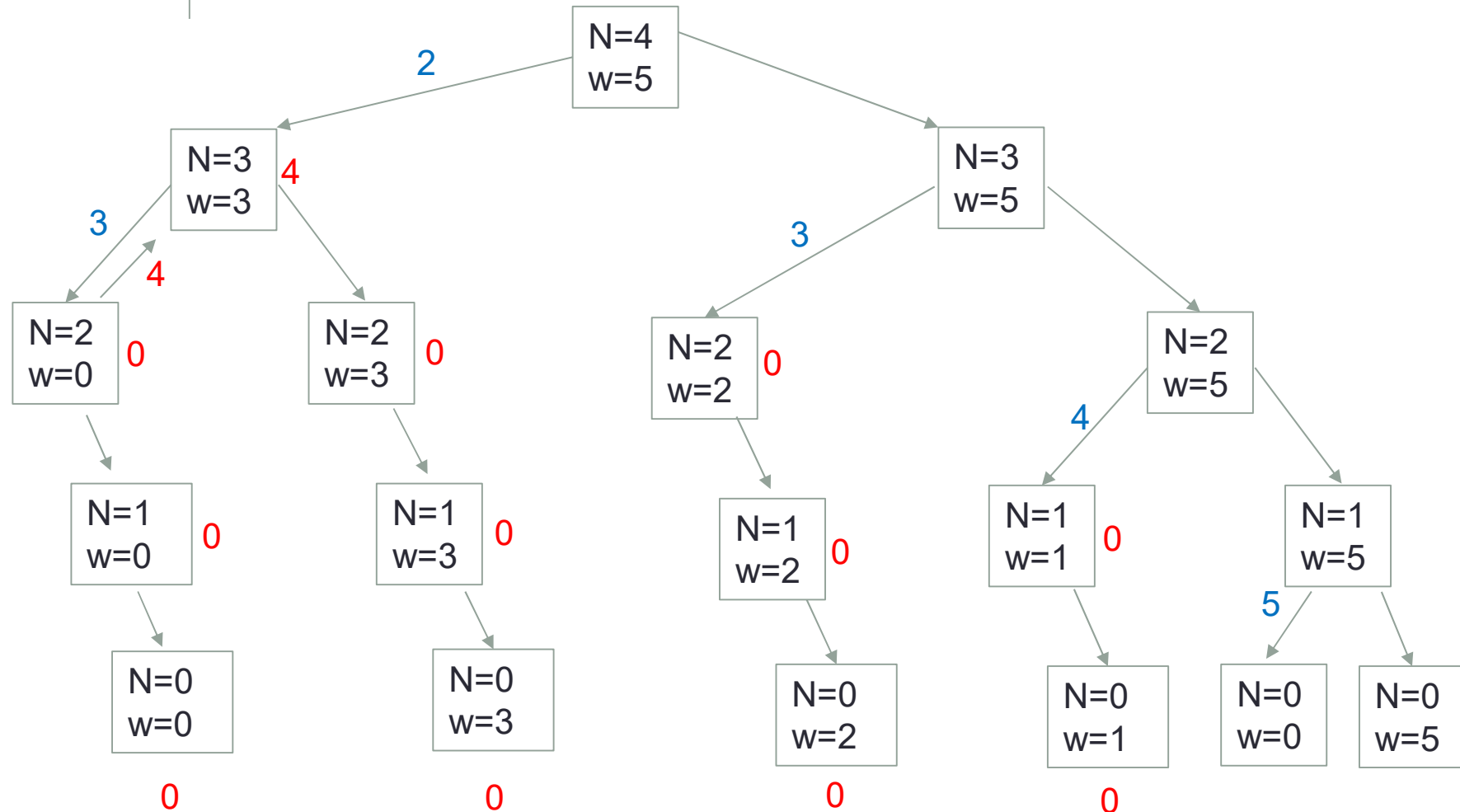
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

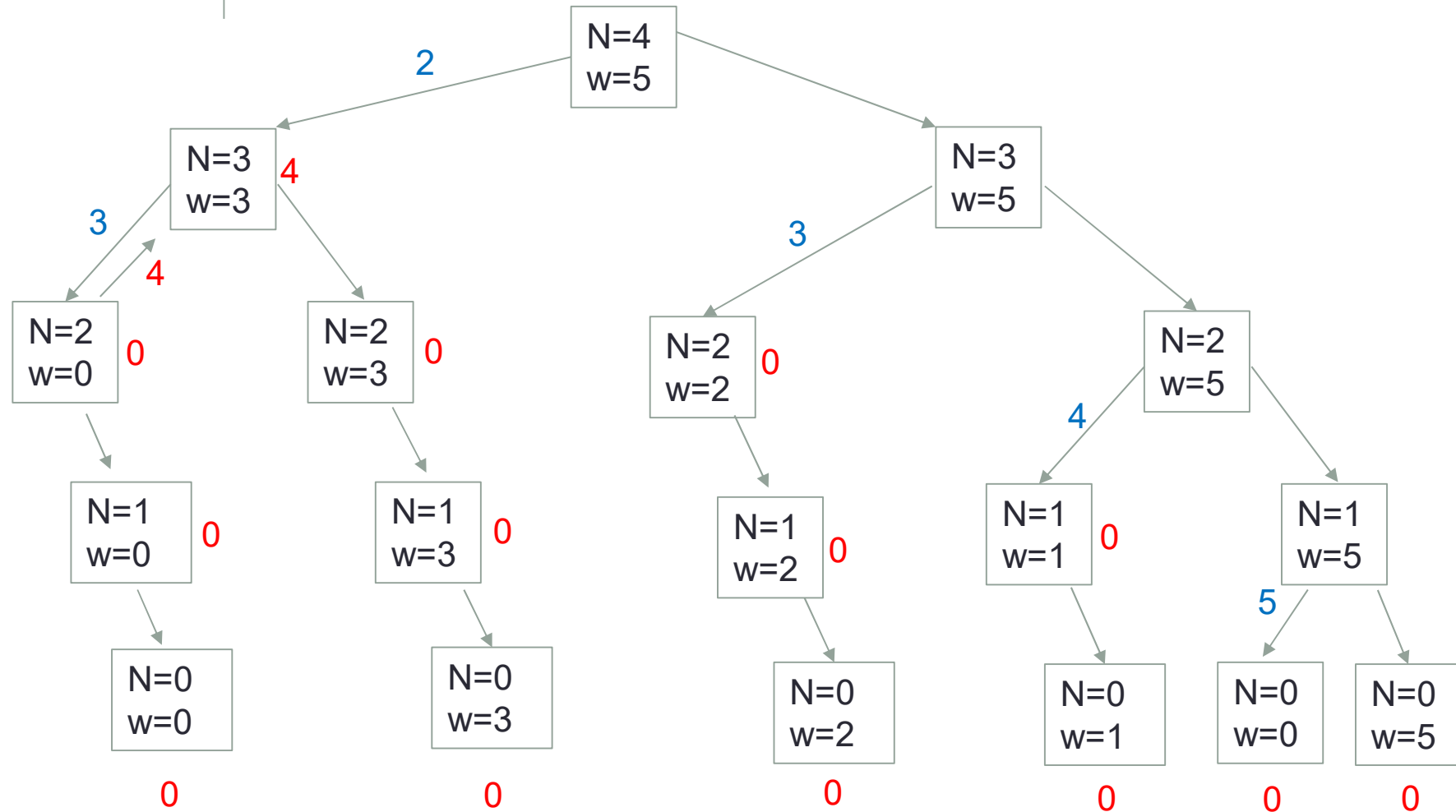
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

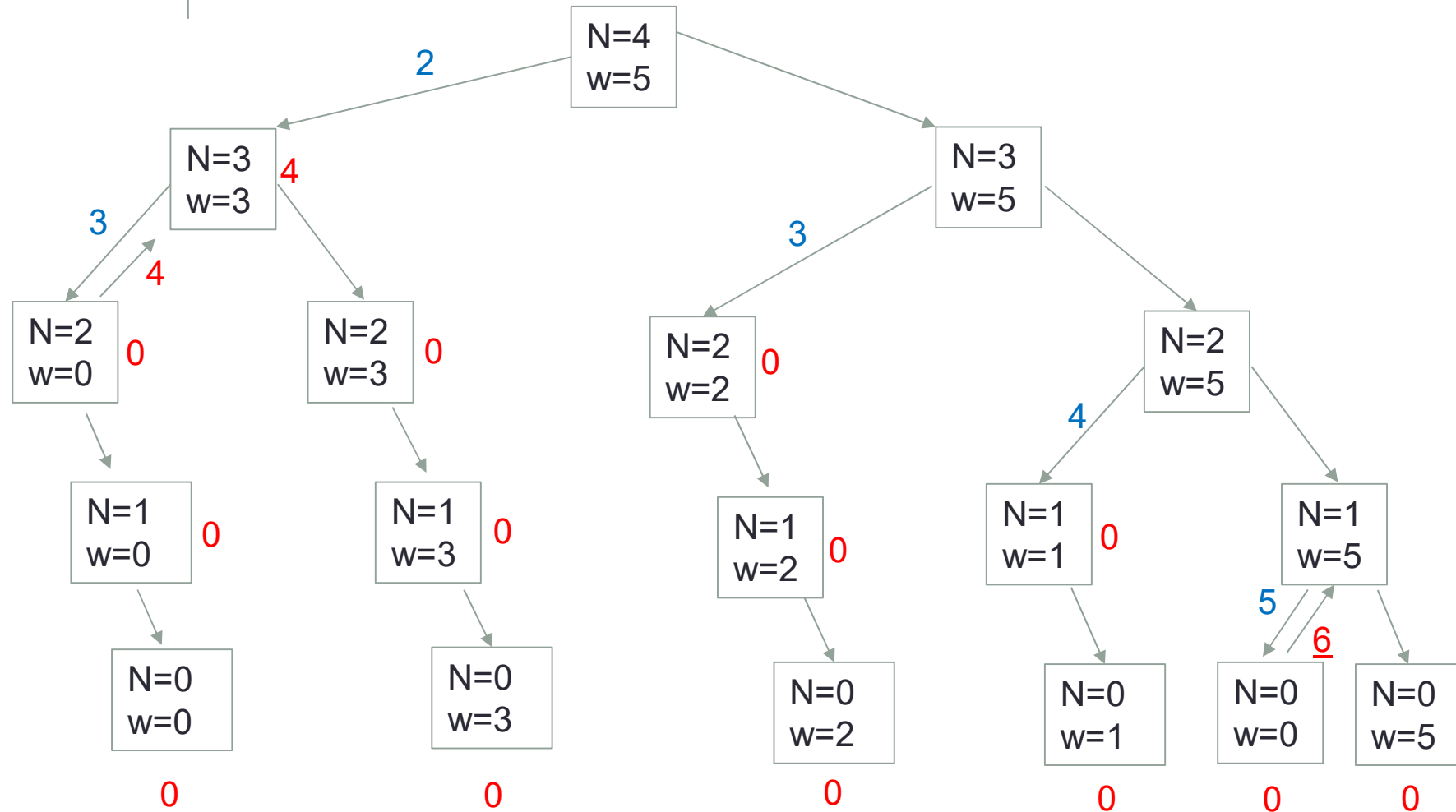
Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$N = 4, 3, 2, 1$

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

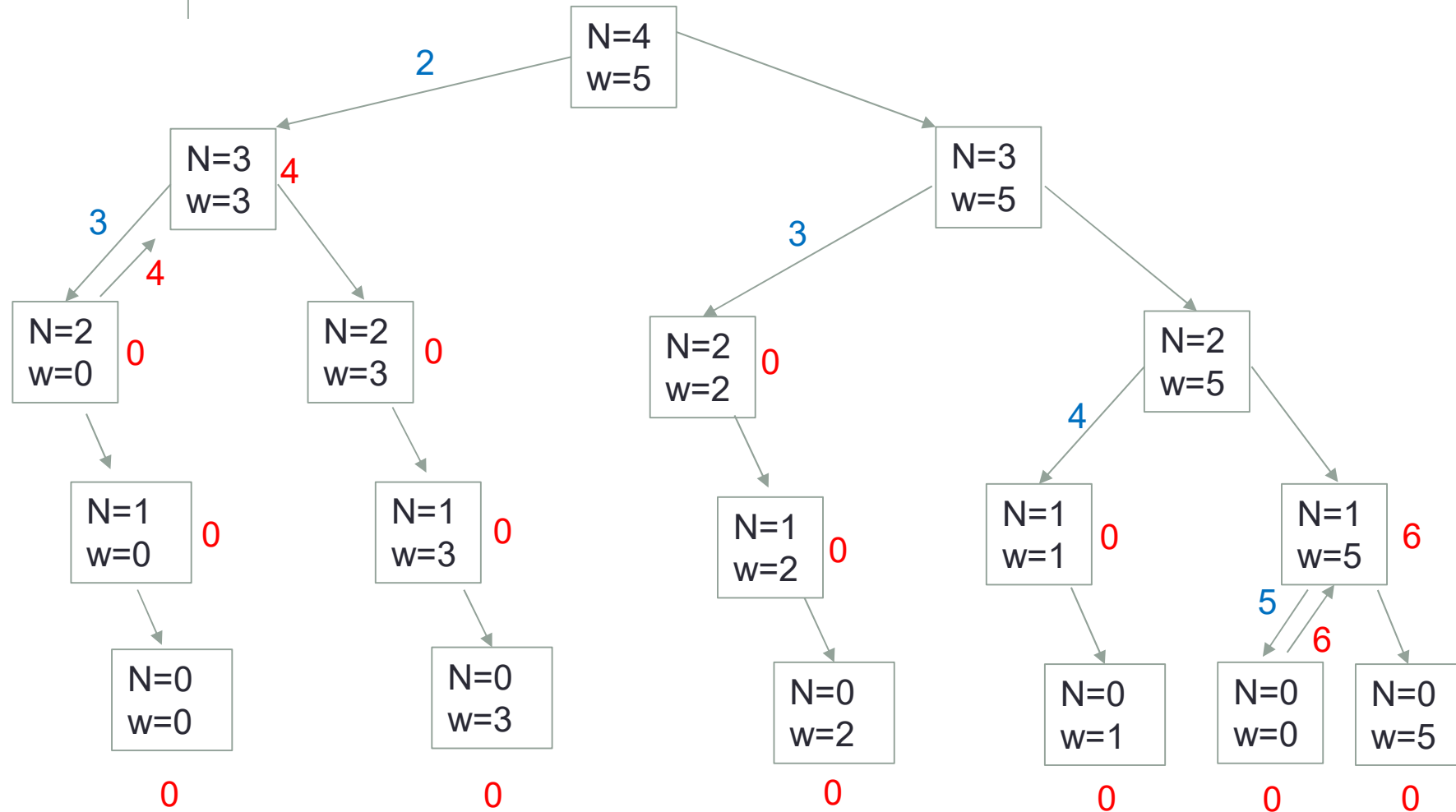
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

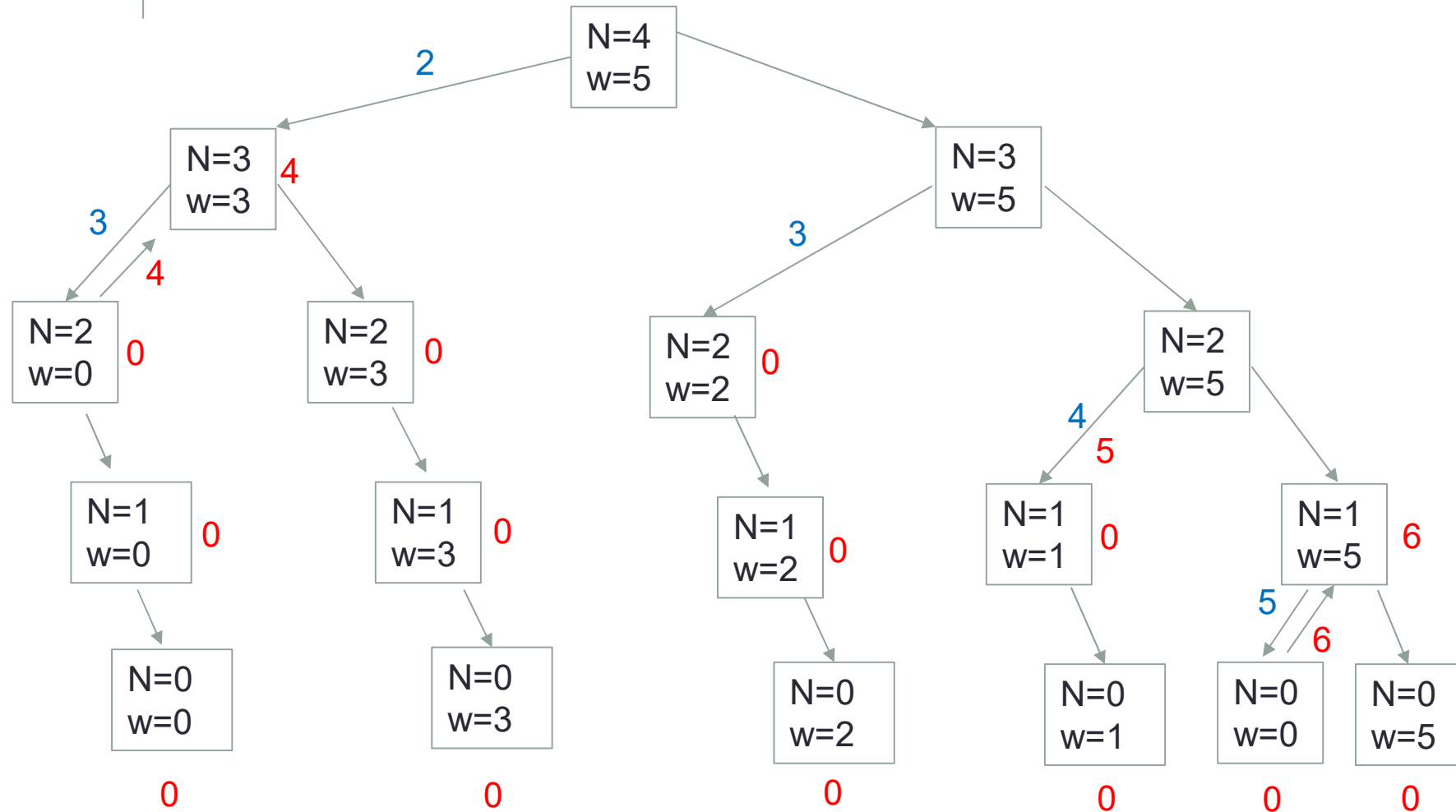
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

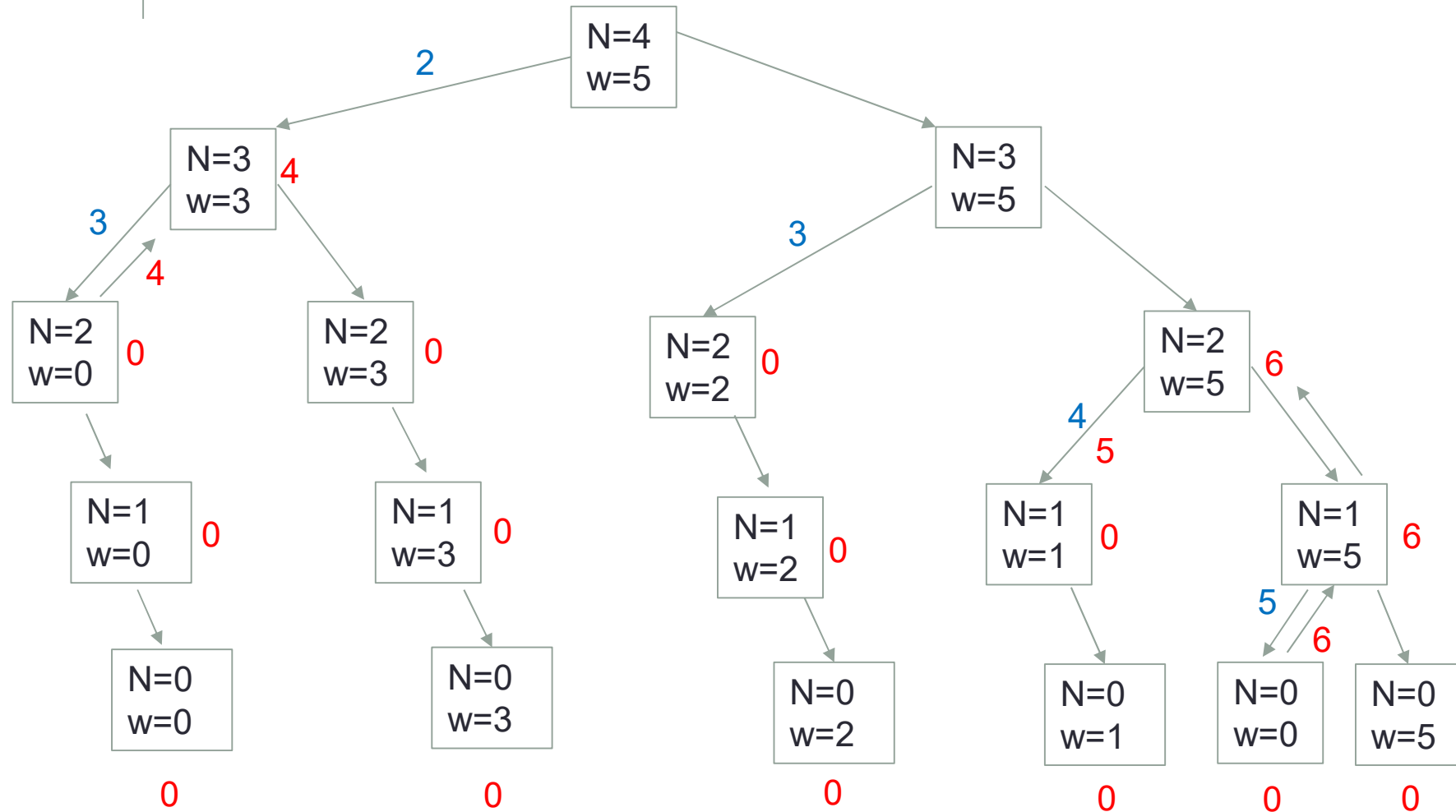
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

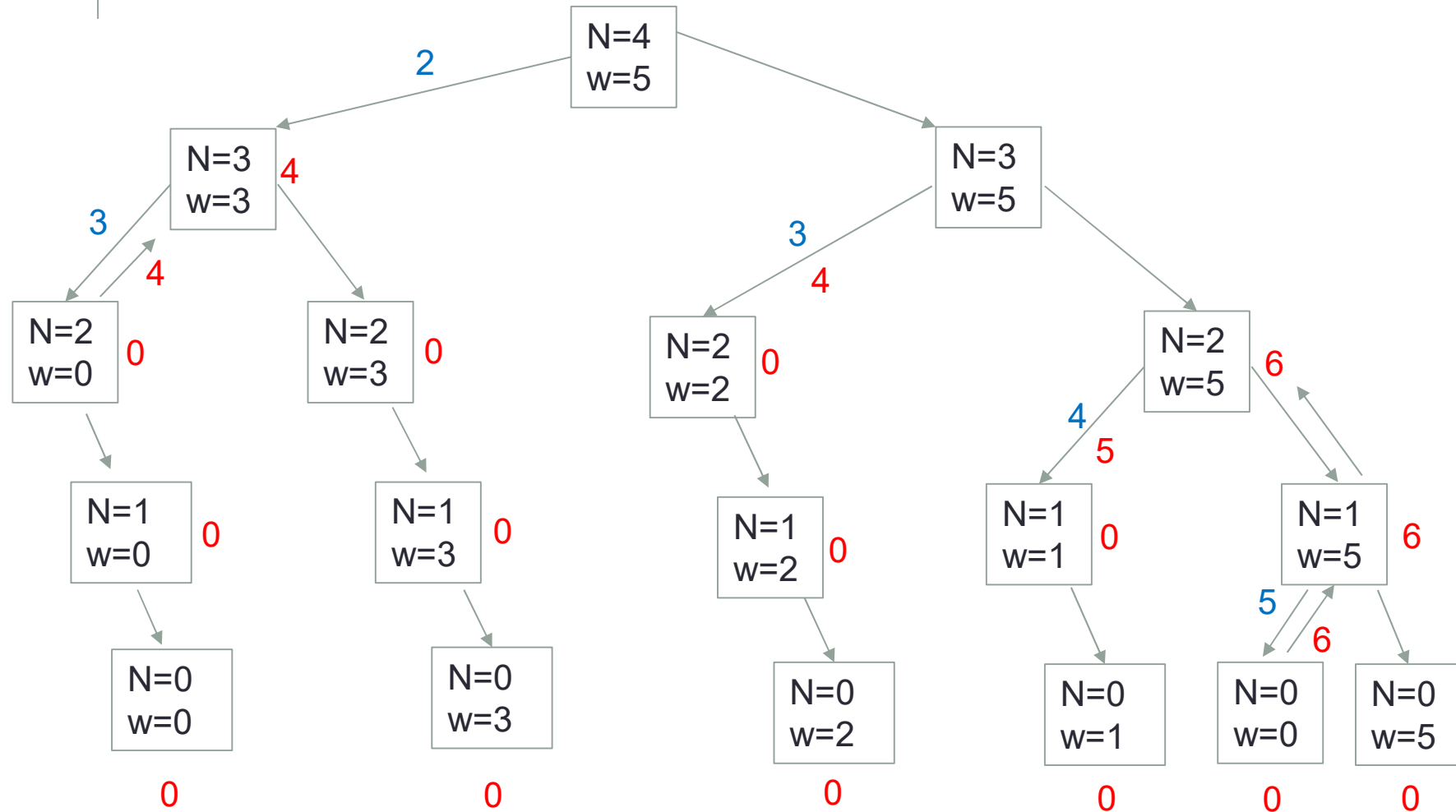
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

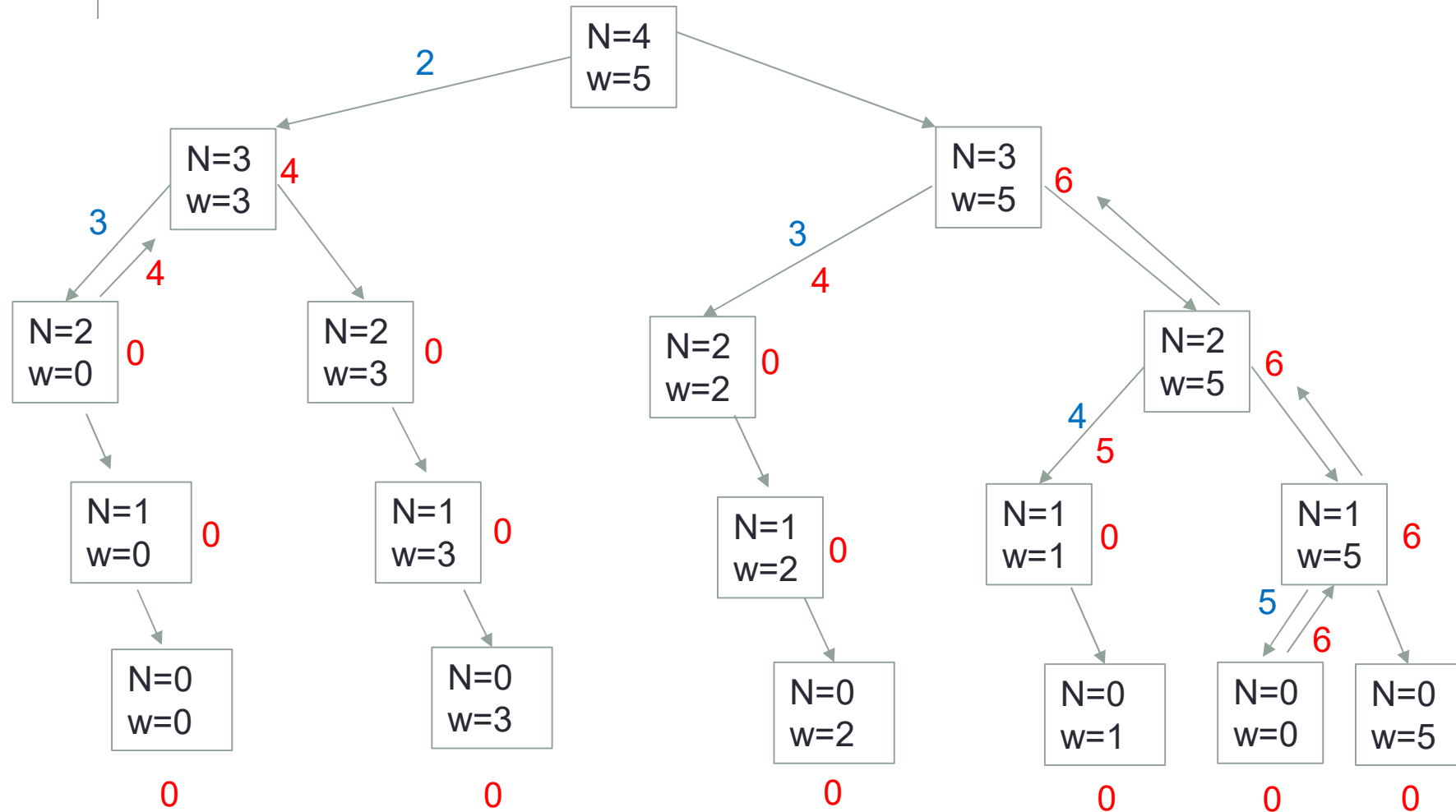
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

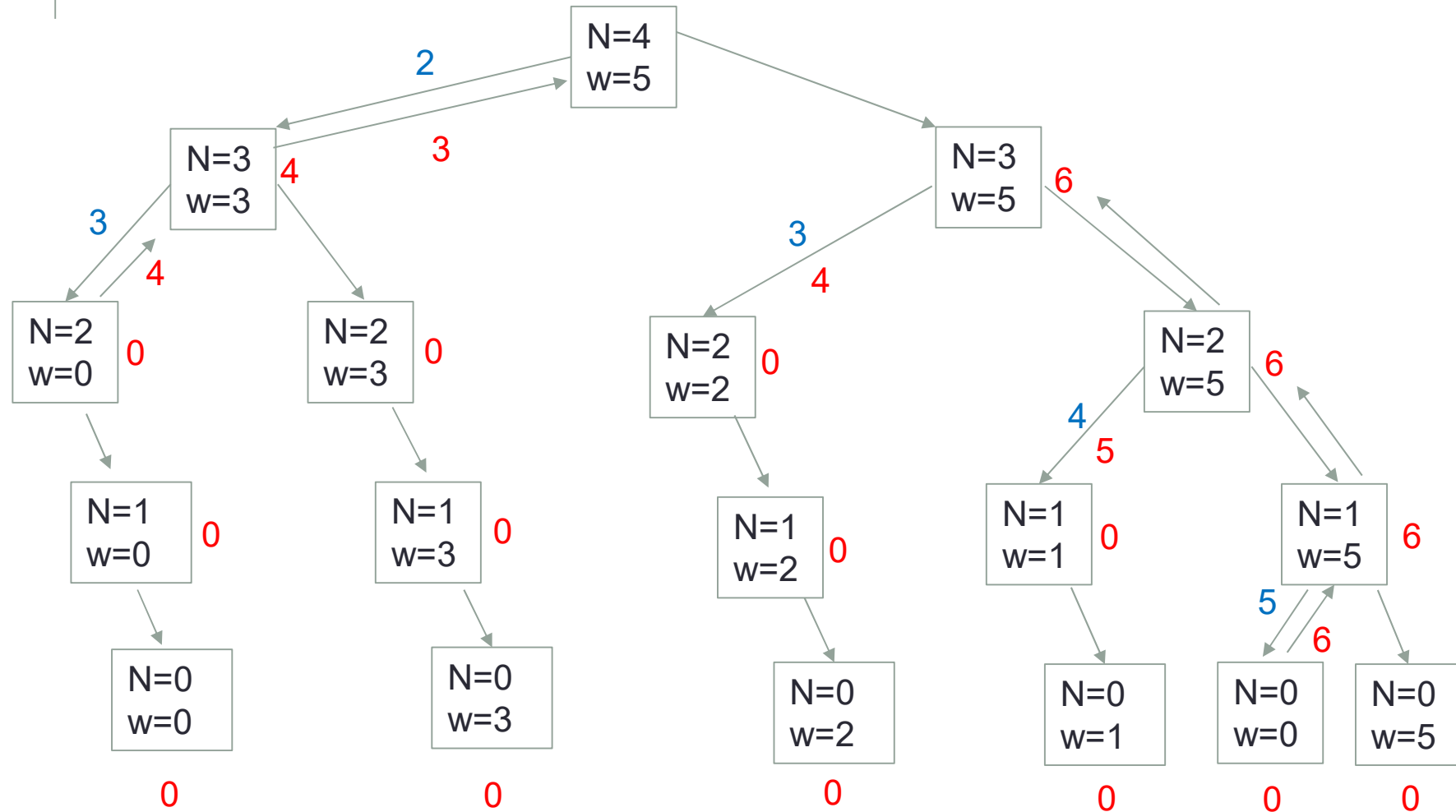
$N = 4, 3, 2, 1$



Peso

Beneficio

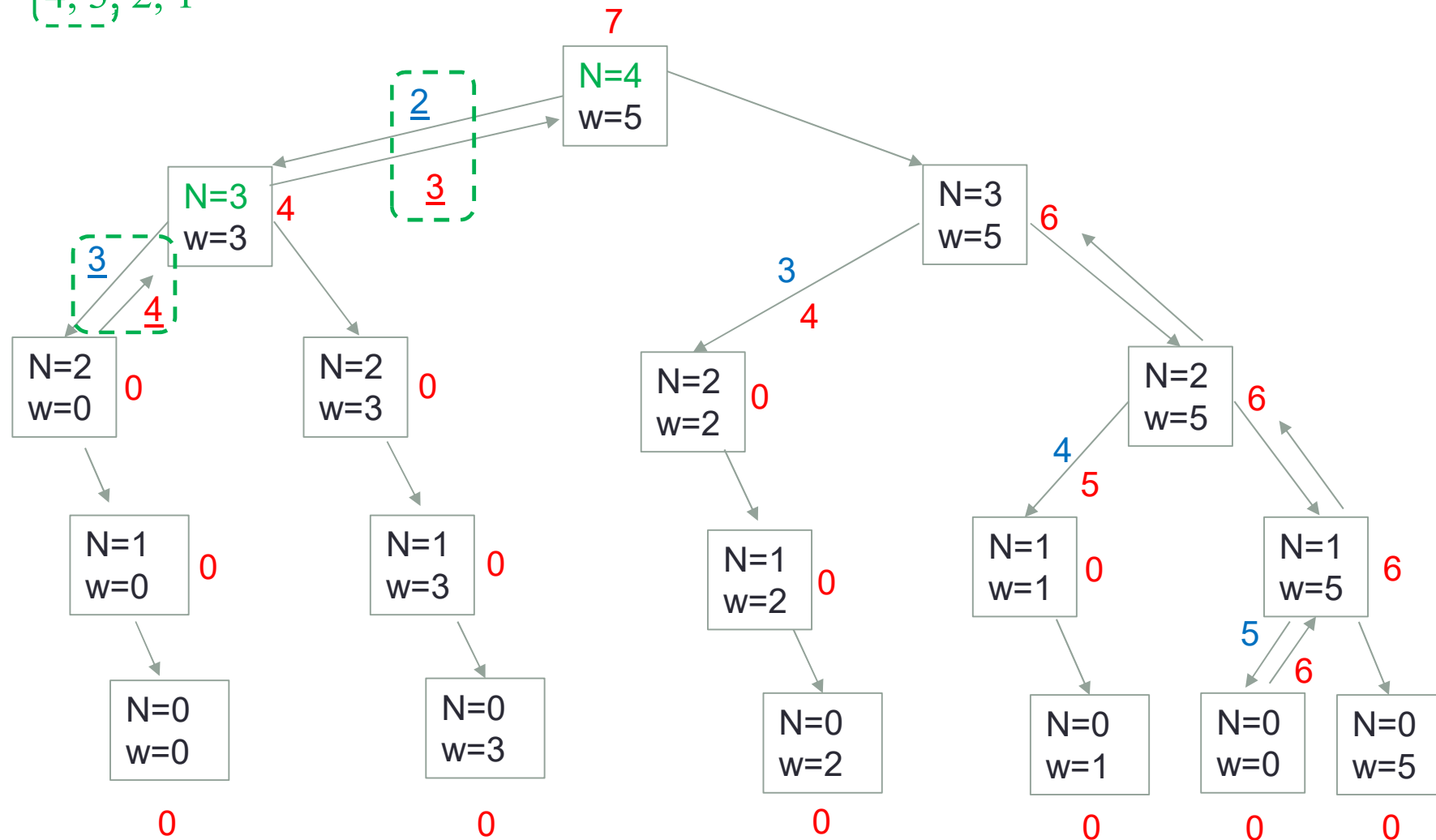
Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



$W = \{ \underline{2}, \underline{3}, 4, 5 \}$
 $B = \{ 3, \underline{4}, 5, 6 \}$
 $N = \{ 4, 3, \underline{2}, 1 \}$

Peso
 Beneficio

Debemos calcular la mejor combinación que tenga un peso máximo de 5 kilos



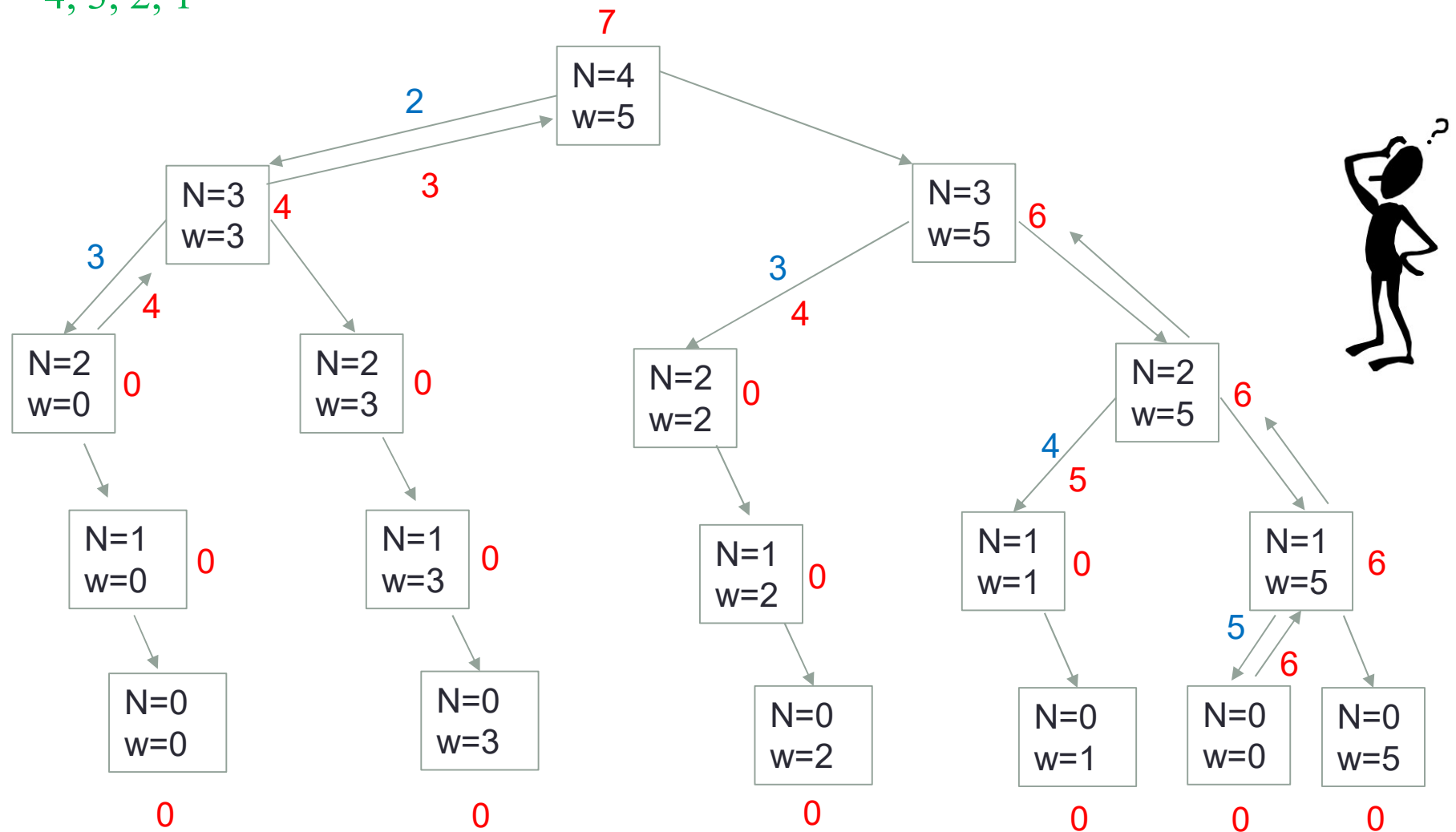
Árbol de todas las posibles llamadas recursivas con su **beneficio**

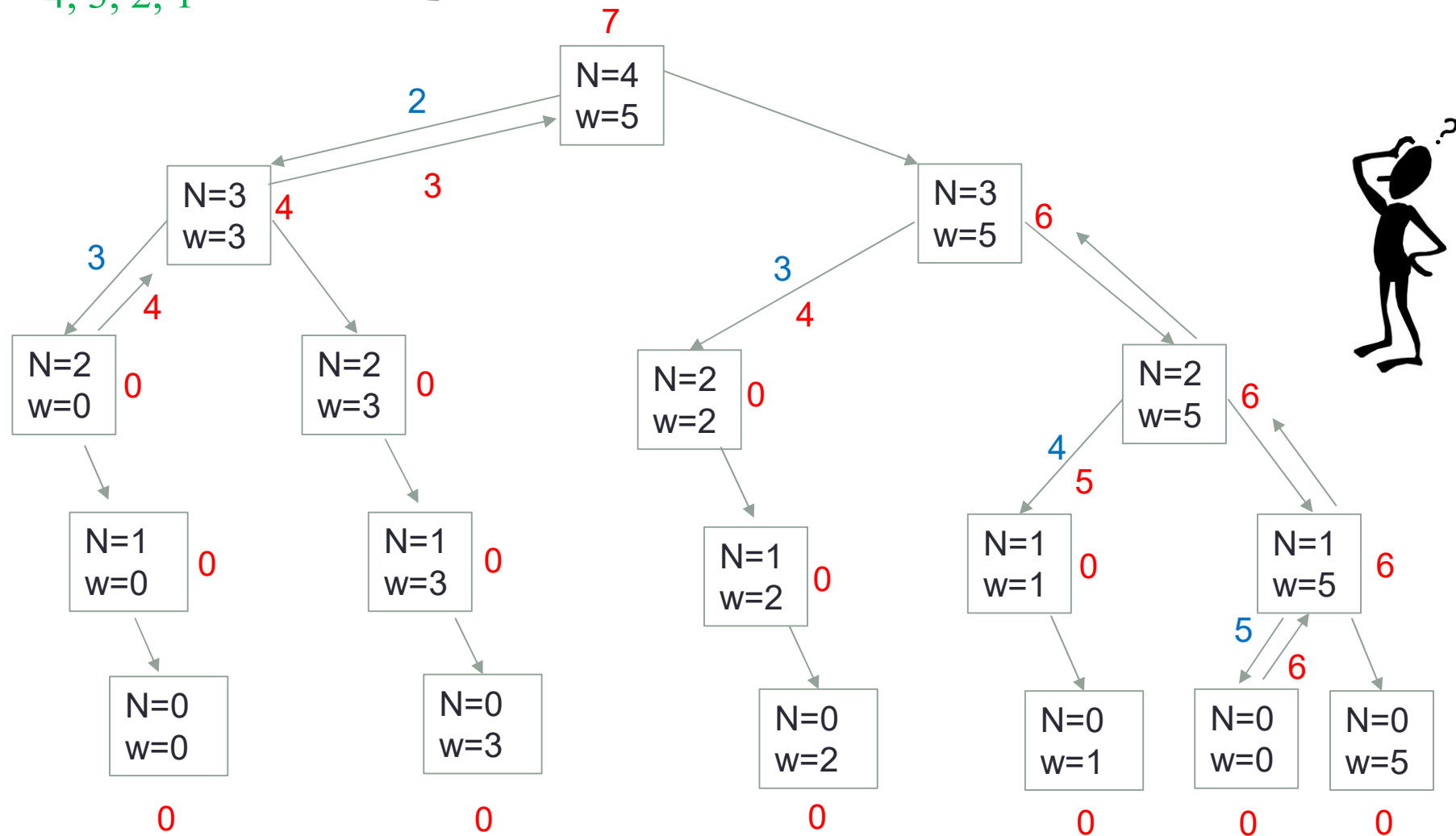
$W = 2, 3, 4, 5$

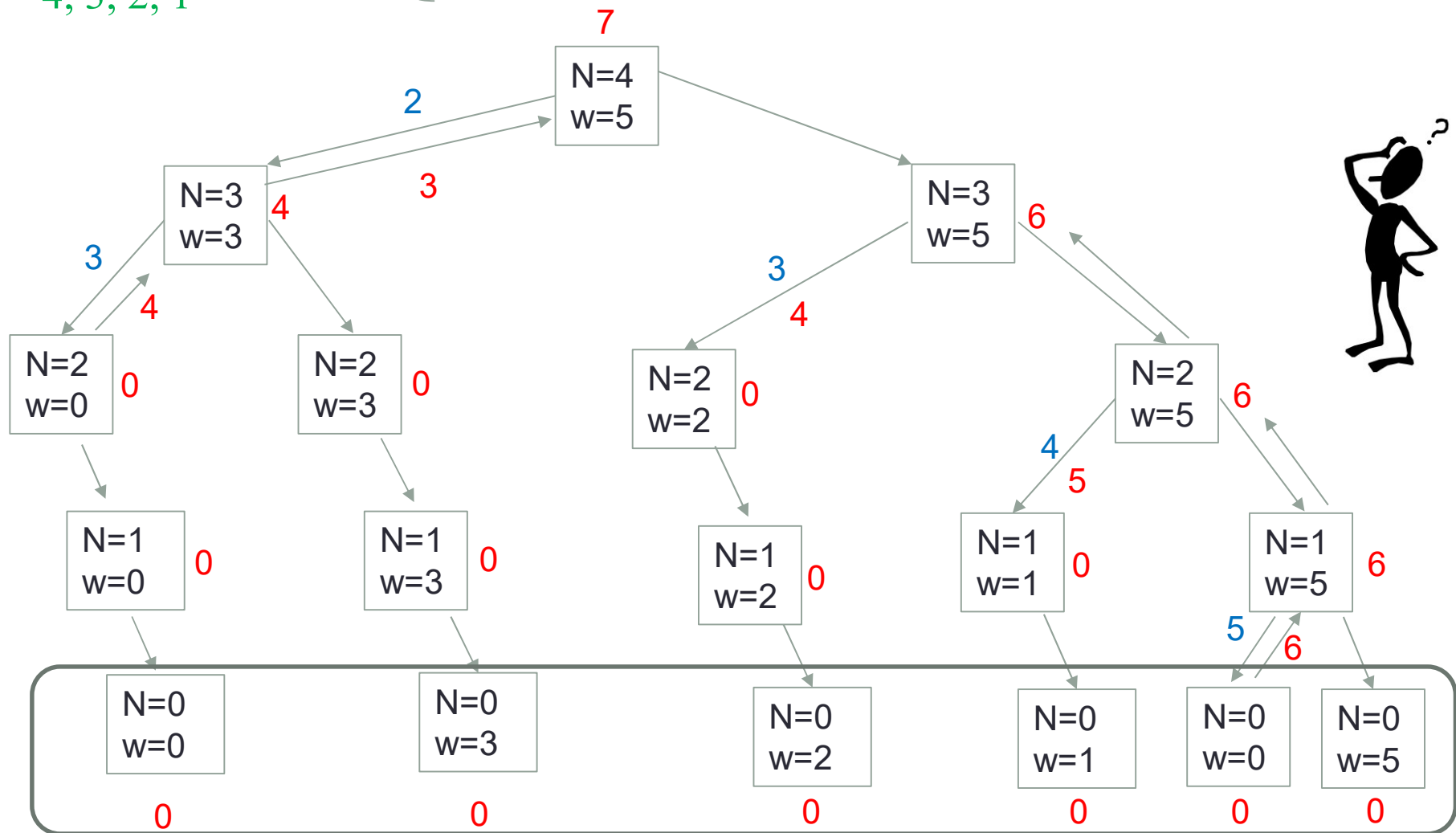
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

¿Cual es la ecuación de recurrencia ?



$W = 2, 3, 4, 5$
 $B = 3, 4, 5, 6$
 $N = 4, 3, 2, 1$
 $t(n, w)$


$W = 2, 3, 4, 5$
 $B = 3, 4, 5, 6$
 $N = 4, 3, 2, 1$
 $t(n,w)$


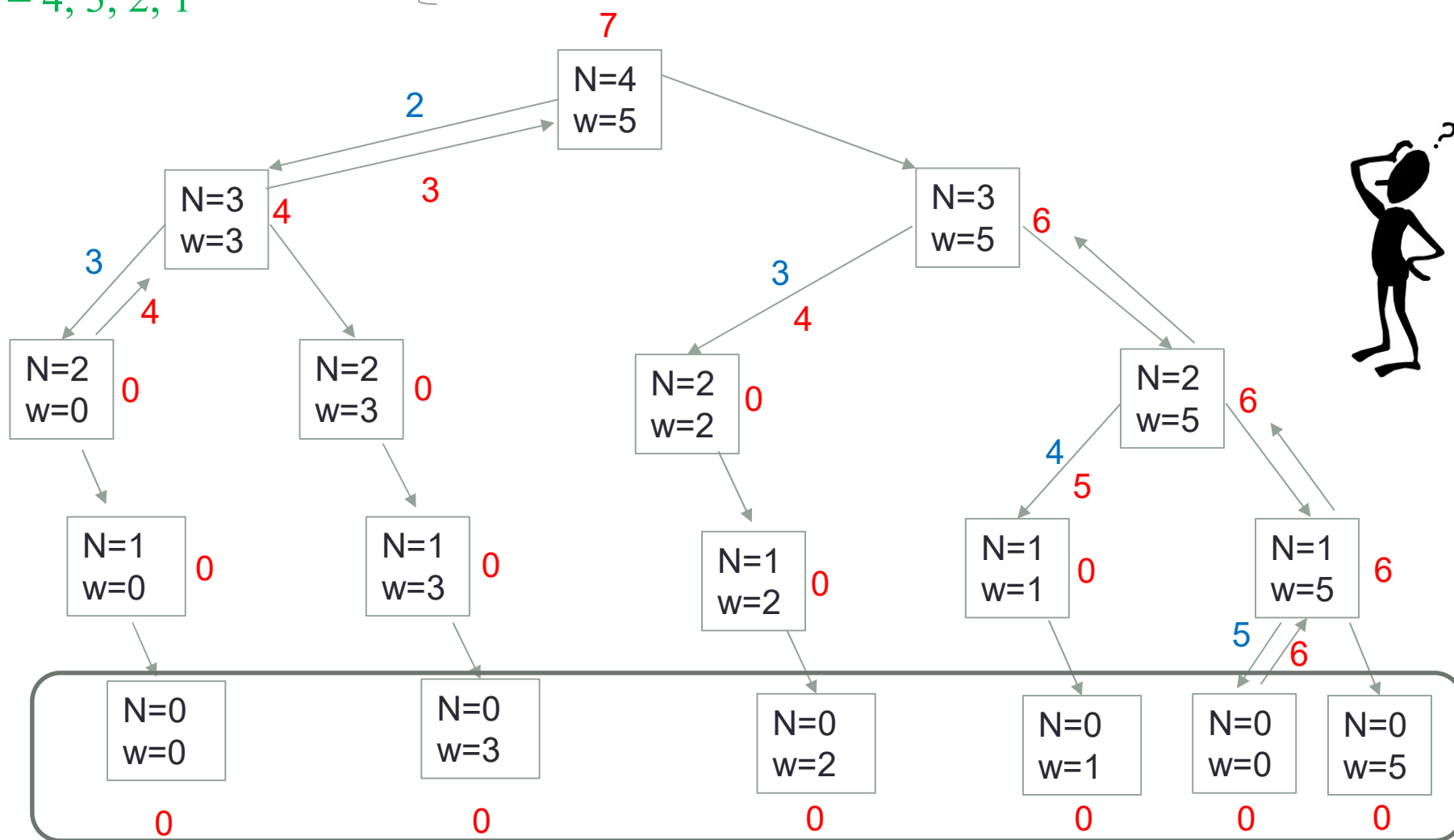
$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

$t(n,w) \begin{cases} 0 \end{cases}$

: $n \leq 0$ ← *Caso Base*



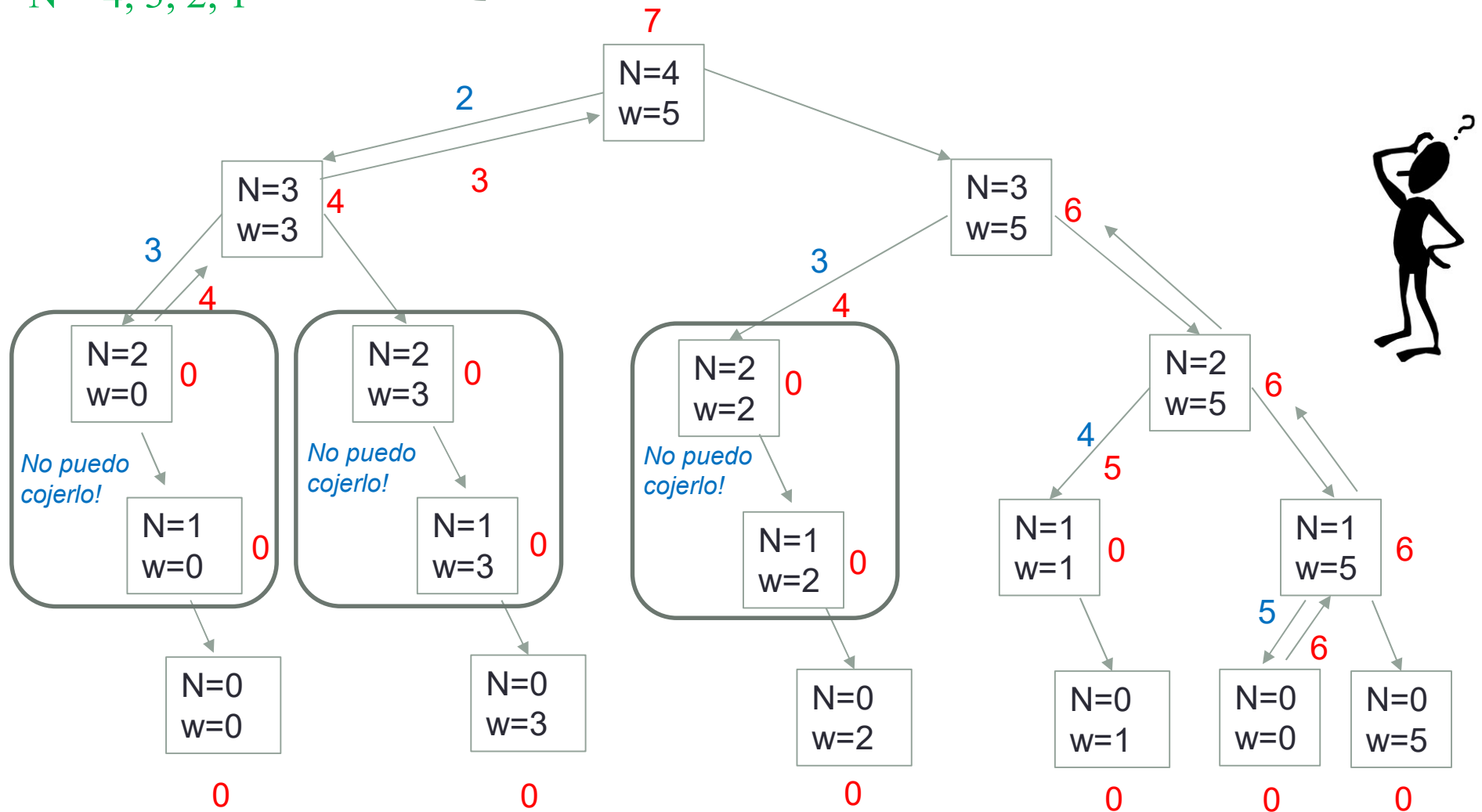
$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

$t(n,w) \begin{cases} 0 \end{cases}$

$: n \leq 0$



$W = 2, 3, 4, 5$

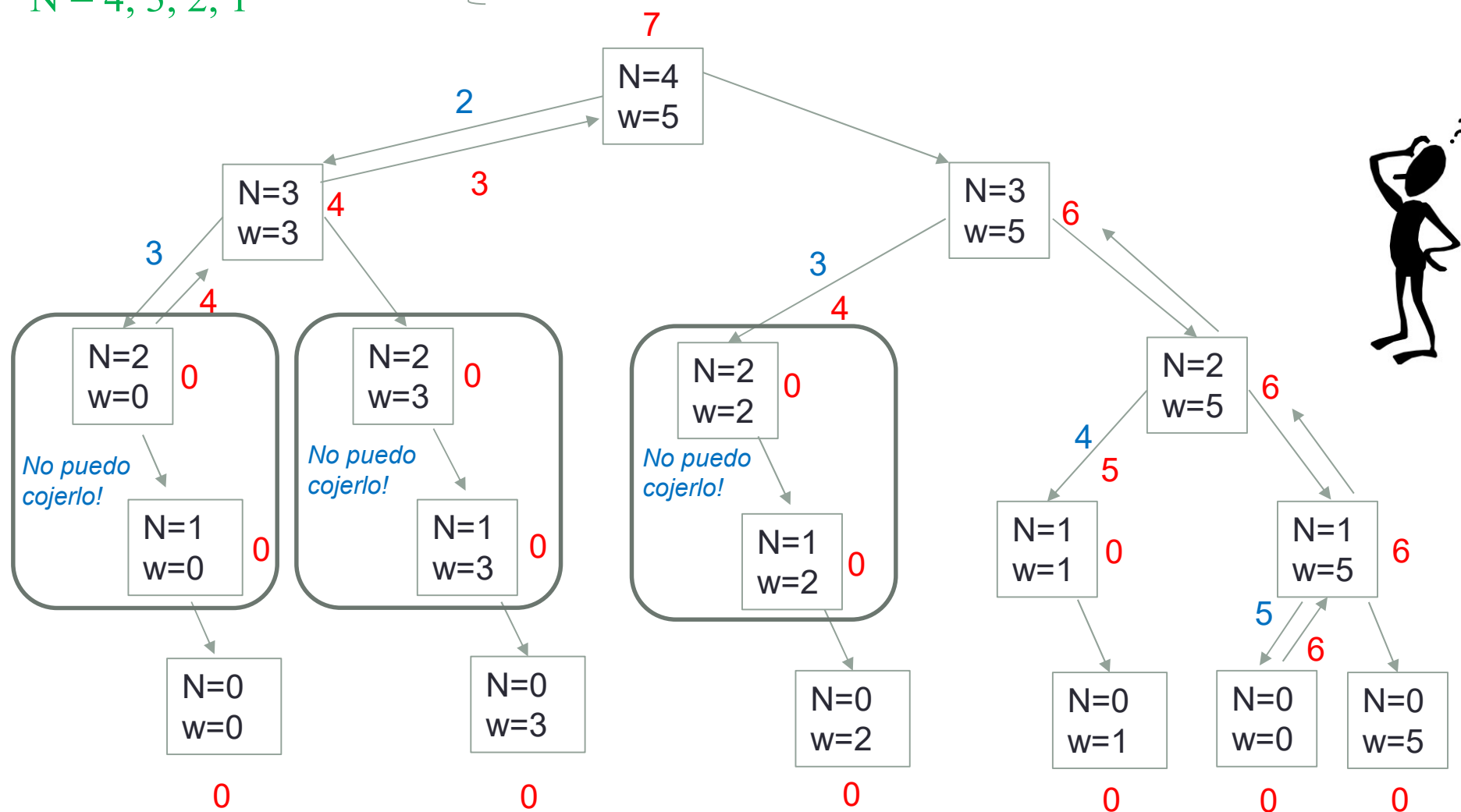
$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

$$t(n, w) = \begin{cases} t(n-1, w) & : W_n > w \\ 0 & : n \leq 0 \end{cases}$$

$: W_n > w$

$: n \leq 0$

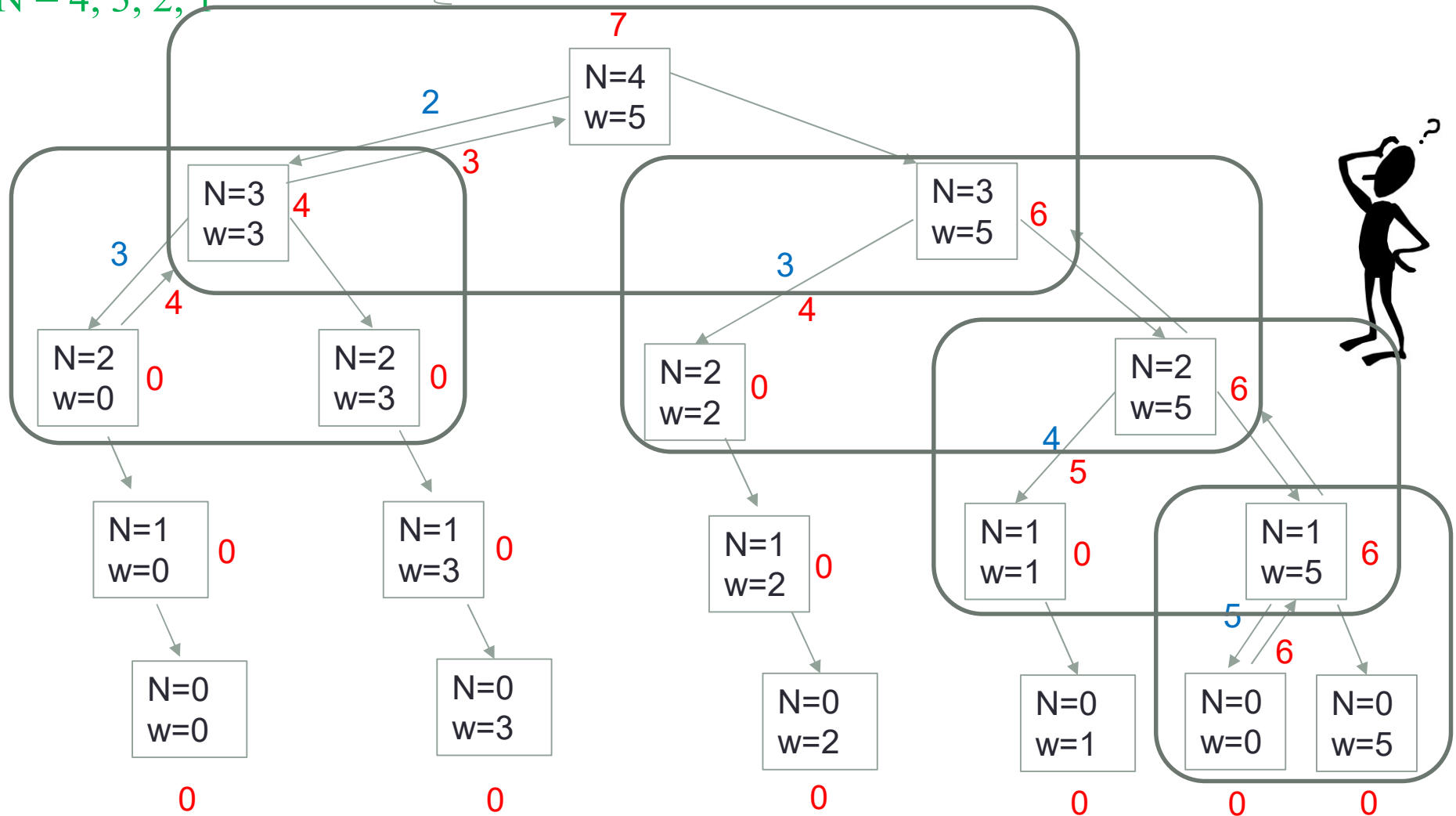


$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

$t(n, w) = \begin{cases} t(n-1, w) & : W_n > w \\ 0 & : n \leq 0 \end{cases}$



$W = 2, 3, 4, 5$

$B = 3, 4, 5, 6$

$N = 4, 3, 2, 1$

$$t(n, w) = \begin{cases} t(n-1, w) & : W_n > w \\ \max(t(n-1, w), t(n-1, w - W_n) + B_n) & : n > 0 \\ 0 & : n \leq 0 \end{cases}$$

$: W_n > w$

$: n \leq 0$

