Curso 0

Cálculo para ingenieros

Profesora: Isabel Hidalgo
Email: isahidalgo@palma.uned.es

TEMA : SUCESIONES, LIMITES. INTRODUCCIÓN SERIES

1. LIMITE DE UNA SUCESIÓN
2. LA SUCESIÓN DEL NÚMERO e
3. LIMITES DE SUCESIONES, RESULTADOS TEÓRICOS
4. SERIES

SUCESIONES. SERIES.

Límite de una sucesión: Es el valor al cual se aproxima los términos de la sucesión cuando n toma valores muy grandes.

$$\{a_n\} \to L \qquad \lim_{n\to\infty} a_n = L$$

Si el límite L de la sucesión existe entonces la sucesión converge a L. Si el límite no existe entonces la sucesión diverge.

SUCESIONES. SERIES

El numero e

La sucesión definida por el termino general

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Es una sucesión convergente cuyo límite es el número 2, 71828... que se representa mediante la letra e.

x	$\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
10	2.59374
100	2,70481
1000	2,71692
10000	2,71815
100000	2,71827
1000000	2,71828

SUCESIONES. SERIES

LIMITE DE UNA SUCESIÓN

$$L \in \mathbb{R} \qquad f \;/\; \lim_{x\to\infty} f(x) = L$$

Si $\{a_n\}$ es una sucesión tal que f (n) = a_n para cada entero positivo n, entonces

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L$$

$$a_n = \frac{n^2}{2^n - 1}$$ converge

SUCESIONES. SERIES

PROPIEDADES DE LOS LÍMITES DE SUCESIONES

$$\lim_{n\to\infty}(a_n) = L$$

$$\lim_{n\to\infty}(b_n) = K$$

1. $\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = L \pm k$

2. $\lim_{n\to\infty}(ca_n) = cL$ c cualquier número real

3. $\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = L \cdot K$

4. $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{L}{K} \quad b_n \neq 0 \quad K \neq 0$

SUCESIONES. SERIES

ANÁLISIS DE CONVERGENCIA O DIVERGENCIA

- TEOREMA DEL EMPAREDADO

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L = \lim_{n\to\infty} b_n$$

$$a_n \leq c_n \leq b_n \quad \forall n$$

$$\lim_{n\to\infty} c_n = L$$

- TEOREMA DEL VALOR ABSOLUTO

$\{a_n\} / \quad \lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$ **entonces** $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

- SUCESIONES MONÓTONAS Y ACOTADAS

$\{a_n\}$ **monótona y acotada entonces convergente**

SUCESIONES. SERIES

Análisis de convergencia o divergencia

$$a_n = \{3 + (-1)^n\}$$

$$a_n = \left\{ \frac{n}{1 - 2n} \right\}$$

SUCESIONES. SERIES

Calcula el límite si es posible de:

$$a_n = \frac{5n^2}{n^2 + 2}$$

$$a_n = \frac{2n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$a_n = \frac{5n}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

$$a_n = 5 - \frac{1}{n^2}$$

SUCESIONES. SERIES

SERIES INFINITAS

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + ...$$

Serie convergente y serie divergente

Sucesión de sumas parciales

$$S_1 = a_1$$
$$S_2 = a_1 + a_2$$
$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$
$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n$$

Si esta sucesión de sumas parciales converge, se dice que la serie converge y tiene la suma indicada.

SUCESIONES. SERIES

Serie convergente y divergente

SUCESIONES. SERIES

Serie convergente y divergente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 1$$

SUCESIONES. SERIES

SERIE TELESCÓPICA

SERIE GEOMÉTRICA

$$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n = a + ar^2 + ar^3 + ... + ar^n + ...$$