

Curso 0

Cálculo para ingenieros

Profesora: Isabel Hidalgo
Email: isahidalgo@palma.uned.es

TEMA 2: DESIGUALDADES, INECUACIONES Y VALOR ABSOLUTO

- 1) Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado.**
- 2) Desigualdades racionales**
- 3) Valor absoluto**

Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Una desigualdad es una expresión numérica o algebraica unida por uno de los cuatro signos de desigualdad $<$, $>$, \leq , \geq

$$-4 < 2 \qquad x - 7 < 2 \qquad x^2 - 14 > 5$$

Una inecuación es una desigualdad algebraica o desigualdad polinomial en la que aparecen una o mas incógnitas.

Función polinómica: sea n un entero no negativo y sean a_1, a_2, \dots, a_n números reales con a_n distinto de 0, la función

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

Se le llama función polinómica o polinomio de grado n

Para cualquier polinomio de grado n , con coeficientes en el conjunto de números complejos, existen exactamente n raíces, no forzosamente distintas, es decir contadas tantas veces como señala su orden de multiplicidad

Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Si x_1 es una raíz del polinomio

$$f(x) = (x - x_1)(a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots + a_nx^{n-1})$$

podremos repetir el proceso n veces y llegaríamos a:

$$f(x) = a_n(x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_n)$$

Función cuadrática (parábola)

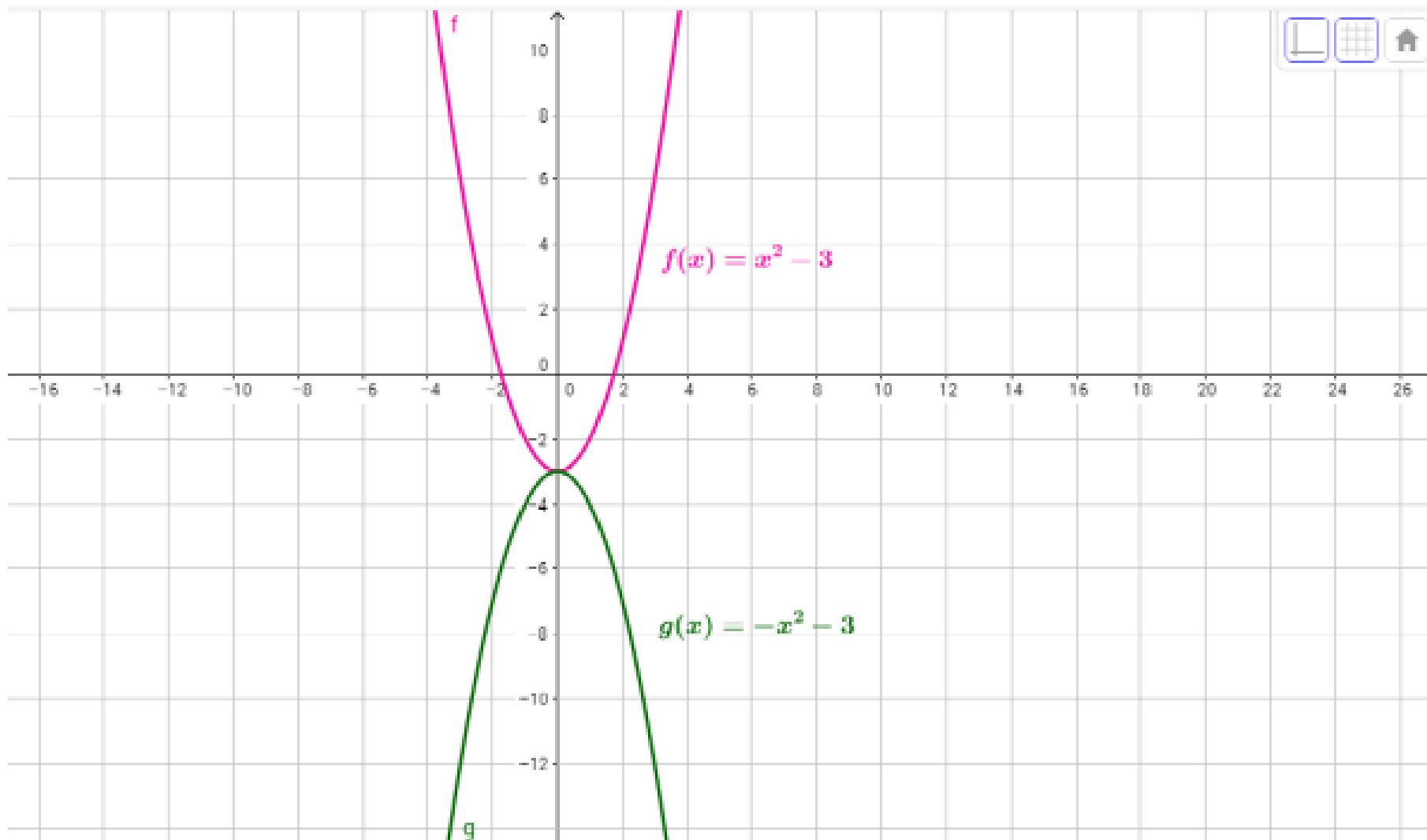
$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a, b \text{ y } c \neq 0$$

Su gráfica es una parábola, todas las parábolas son simétricas respecto a una recta el eje de simetría, el punto donde el eje interseca la parábola es el vértice

Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Dibujemos las parábolas: $f(x) = x^2 + 3$ $f(x) = -x^2 + 3$

Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

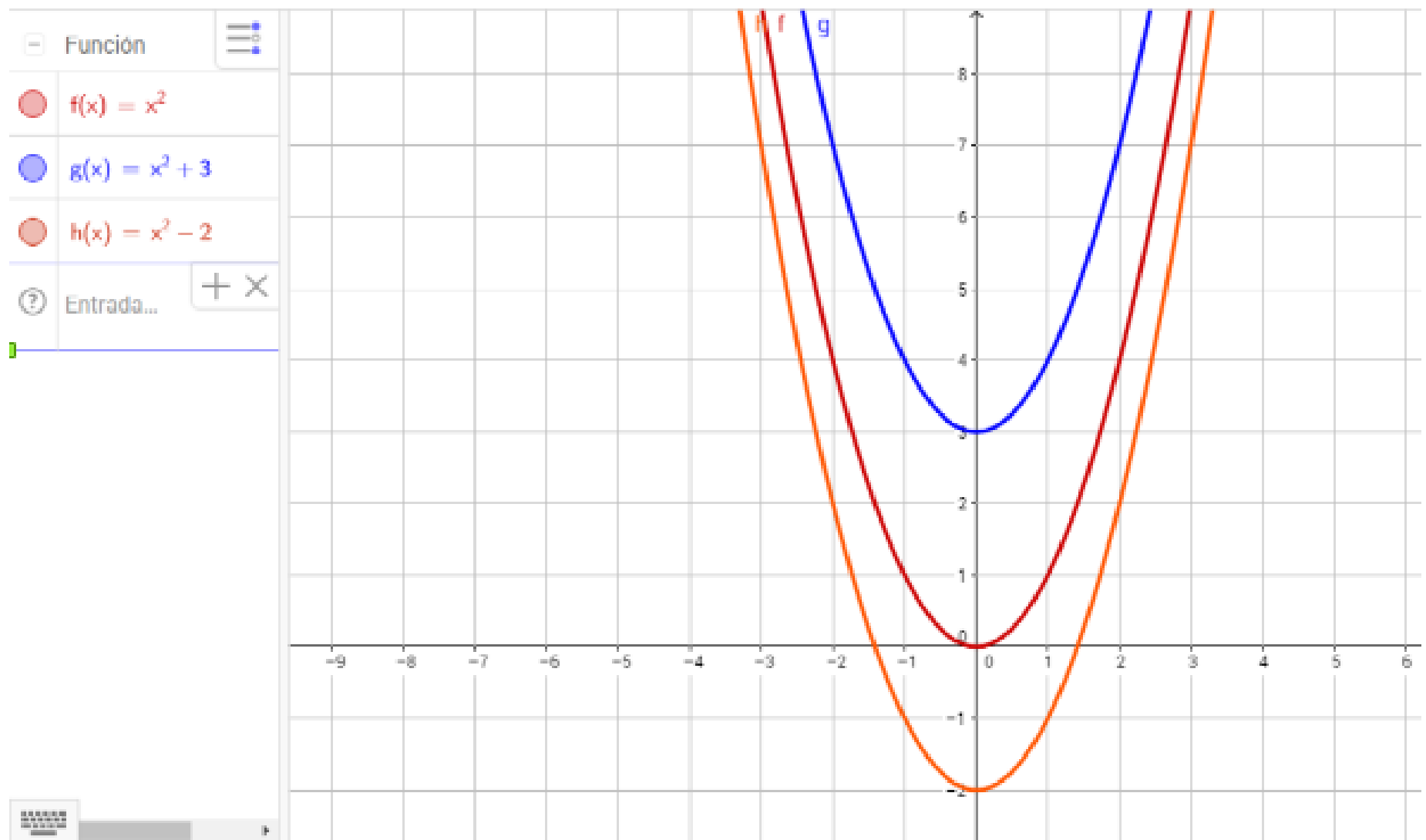


¿En que se diferencian las parábolas?

Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Dibujemos ahora: $f(x) = x^2$ $f(x) = x^2 + 3$ y $f(x) = x^2 - 2$

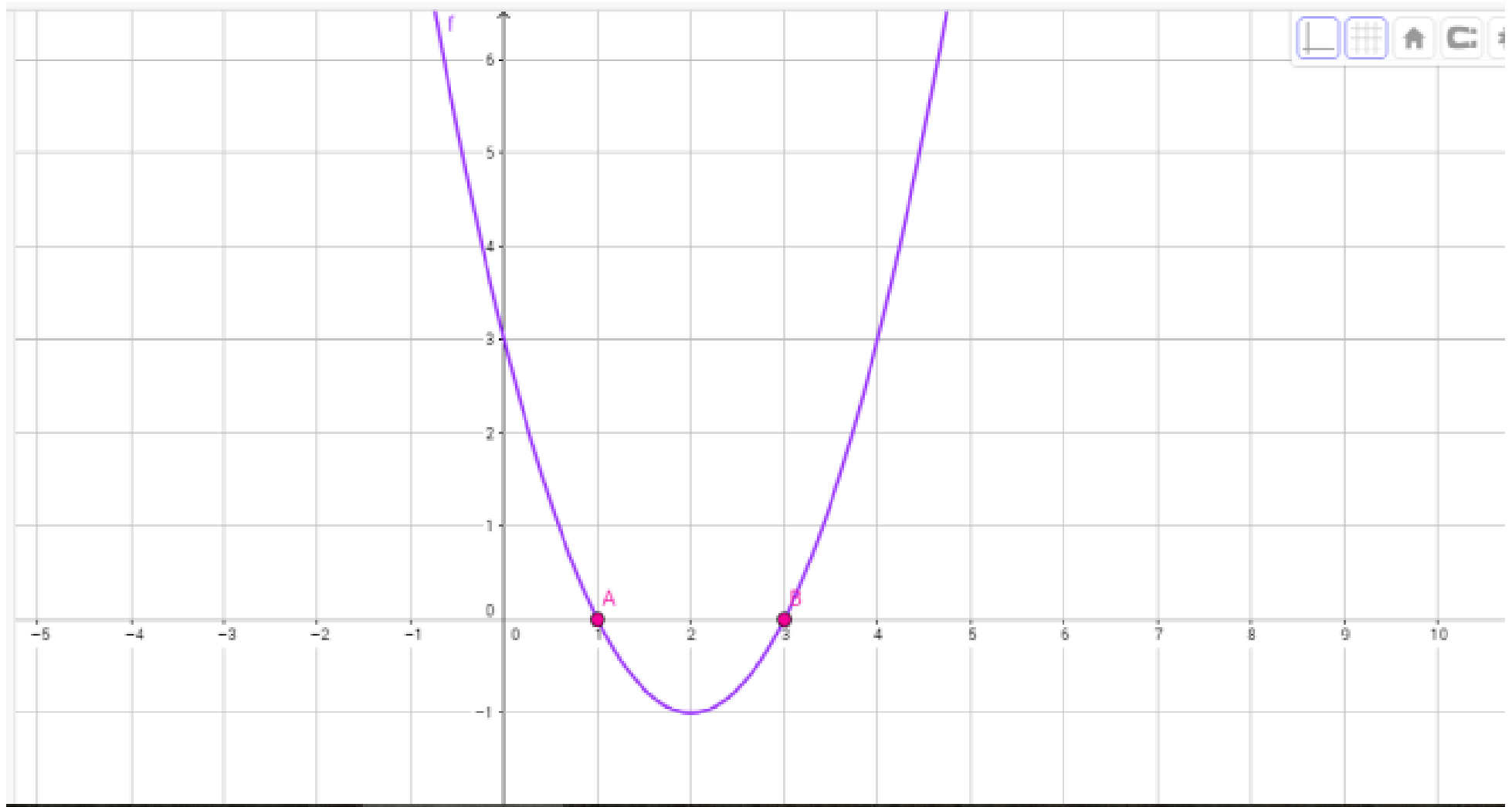
Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado



Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Dibujemos por ultimo: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

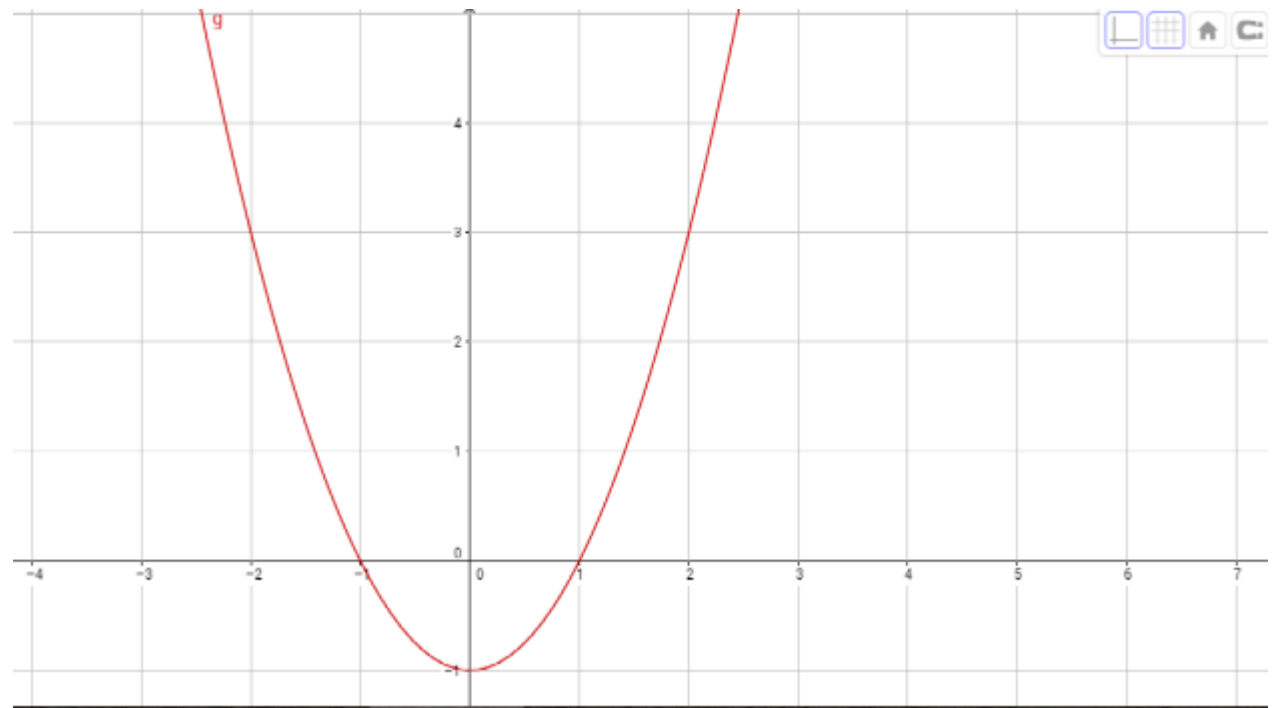
Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado



Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Para resolver una desigualdad polinomial que no sea lineal, es decir, que no sea una inecuación de primer grado, se parte del hecho que un polinomio puede cambiar de signo en sus raíces.

Ejemplo $x^2 - 1 < 0$



Desigualdades; inecuaciones de primer grado y de segundo grado

Podríamos resolver ahora cualquier tipo de inecuación, tanto de primer grado como de segundo grado.

Ejercicio: $2x^3 - 3x^2 - 32x > -48$

Desigualdades racionales

Las funciones racionales, o fracciones algebraicas, son cocientes de polinomios. Para resolver una **desigualdad racional** de la forma:

$$\frac{2x - 8}{x - 1} \geq 0$$

hemos de calcular los ceros del numerador y del denominador y darnos cuenta que el denominador nunca puede ser 0 y por tanto tendremos siempre intervalos abiertos en estos puntos.

Desigualdades racionales

Analiza el conjunto:

$$C = \left\{ x : \frac{2x + 1}{x + 2} \leq 1 \right\}$$

Valor absoluto

Para cada valor real se define el valor absoluto de a como :

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases} \leftrightarrow |a| = \max \{-a, a\}$$

Analicemos el conjunto de números reales:

$$A = \{x : |2x - 3| < 6\}$$