ÁLGEBRA

ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

Hoja de ejercicios

El Espacio Geométrico

En el espacio geométrico E_3 con un sistema de referencia rectangular:

1. Hallar la ecuación paramétrica y general del plano que pasa por los puntos $A(2,1,0)$ y $B(0,1,3)$ y es perpendicular al plano π que tiene por ecuación $2x - y + z - 4 = 0$

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1,0,2)$ y es paralela a los planos

$$\pi_1 \equiv x - 2y + 3z + 1 = 0 \;\text{ y }\; \pi_2 \equiv 2x - 3y + z + 6 = 0$$

3. Comprobar que la recta $r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-7}{-3}$ es paralela al plano $\alpha \equiv 5x + 4y + 2z + 5 = 0$ y hallar la distancia de la recta al plano.

4. Determinar las rectas que están contenidas en el plano $\pi \equiv 2x - 2y - z = 1$, pasan por el punto $P(2,2,-1)$ y forman un ángulo α con el eje OZ, tal que $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

5. Dadas las rectas r y s que tienen por ecuación:

$$r \equiv \frac{x+3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2} \;\text{ y }\; s \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

   (a) Comprobar que r y s se cruzan.

   (b) Hallar la recta perpendicular común a r y s.

   (c) Calcular la distancia entre r y s.

6. Hallar el simétrico del punto $A(-2,6,2)$ respecto del plano $\pi \equiv 3x - 5y + z = 1$.

7. Calcular el área del triangulo que tiene como vértices el punto $A(1,1,1)$ y los puntos de intersección de la recta $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$ con el plano $\pi \equiv x + y + z + 3 = 0$ y con la recta $s \equiv \begin{cases} 2x - y - z + 6 = 0 \\ x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$.

8. Calcular el simétrico del punto $P(1,2,3)$ respecto del plano definido por los puntos $A(3,2,1)$, $B(0,5,1)$ y $C(1,0,-1)$.

9. Calcular el ángulo que forman el plano $\pi \equiv x - 3y + z + 5 = 0$ con la recta $r \equiv \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ x - 4y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$.

10. Calcula la ecuación paramétrica de la recta r de que pasa por el punto $P(1,0,1)$, es paralela al plano $\pi : x+y+z-1=0$ y corta a la recta $t \equiv \begin{cases} x+y+2=0 \\ x+z+1=0 \end{cases}$

11. Sea el punto $P(1,0,1)$ y las rectas r_1 que pasa por el origen $O(0,0,0)$ y es ortogonal al plano $\pi \equiv x+y+z=1$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x-y+1=0 \\ x+2y+z=0 \end{cases}$. Hallar la ecuación de la recta t que pasa por P y corta o se apoya en las rectas r_1 y r_2.

12. Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 3x-y-2z=4 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x-y+z=-2 \\ x-3y-z=-8 \end{cases}$. Determinar su posición relativa, la distancia entre ellas y los puntos que determinan la mínima distancia.

13. Determinar el punto A' , simétrico del punto $A(2,0,3)$ respecto de la recta t que tiene por ecuación:

$$t \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$$

14. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A\,(3,5,1)$ y corta ortogonalmente a la recta t que tiene por ecuación:

$$t \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$$