ÁLGEBRA

ESCUELA DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

Hoja de ejercicios

Aplicaciones Lineales

1. Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación entre espacios vectoriales tal que:

$$\ker f \equiv \begin{cases} x_1 = 0 \\ 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \wedge f(1,2,3,4) = (1,1,1) \wedge f(0,0,1,2) = (1,2,3)$$

Todos los vectores tienen sus coordenadas respecto a las bases canónicas.

(a) Comprobar que define una aplicación lineal y encontrar la matriz asociada a en las bases canónicas.

(b) Dar la base, dimensión y ecuaciones del núcleo y la imagen.

(c) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen del subespacio $W \equiv \begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$

2. Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación entre espacios vectoriales tal que:

$$f(1,0,0,0) = (1,2,3) \wedge f(1,1,0,0) = (0,1,1) \wedge f(1,1,1,0) = (2,0,1) \wedge f(1,1,1,1) = (2,1,-1)$$

Todos los vectores tienen sus coordenadas respecto a las bases canónicas.

(a) Comprobar que define una aplicación lineal y encontrar la matriz asociada a en las bases canónicas.

(b) Dar la base, dimensión y ecuaciones del núcleo y la imagen.

(c) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen del subespacio:

$$W \equiv \begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$$

(d) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen inversa del subespacio:

$$U \equiv \begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 = 0 \\ -y_2 + y_3 = 0 \end{cases}$$

3. Sea $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación entre espacios vectoriales tal que:

$$\begin{array}{l} f(1,1,-1,-1) = (1,1,1) \\ f(1,-3,-1,-1) = (0,1,1) \\ f(0,0,1,-1) = (0,0,1) \end{array} \wedge \ker f \equiv \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Todos los vectores tienen sus coordenadas respecto a las bases canónicas.

(a) Comprobar que define una aplicación lineal y encontrar la matriz asociada a en las bases canónicas.

(b) Dar la base, dimensión y ecuaciones del núcleo y la imagen.

(c) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen del subespacio:

$$W \equiv \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

(d) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen inversa del subespacio:

$$U \equiv \begin{cases} y_1 = 0 \\ y_2 - y_3 = 0 \end{cases}$$

4. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación entre espacios vectoriales tal que:

$$f(1,0,1) = (-1,0,-5) \wedge f(0,1,1) = (2,3,-2) \wedge \ker f \equiv \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Todos los vectores tienen sus coordenadas respecto a las bases canónicas.

(a) Comprobar que define una aplicación lineal y encontrar la matriz asociada a en las bases canónicas.

(b) Dar la base, dimensión y ecuaciones del núcleo y la imagen.

(c) Dar base, dimensión y ecuaciones de la imagen inversa del subespacio:

$$\begin{cases} y_1 - y_2 = 0 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 0 \end{cases}$$

5. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación entre espacios vectoriales tal que:

$$f(1,2,1) = (1,1,1) \wedge f(4,5,3) = (1,2,1) \wedge f(3,4,2) = (1,0,1)$$

Todos los vectores tienen sus coordenadas respecto a las bases canónicas.

(a) Comprobar que define una aplicación lineal y encontrar la matriz asociada a en las bases canónicas.

(b) Dar la base, dimensión y ecuaciones del núcleo y la imagen.

(c) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen del subespacio:

$$W \equiv \begin{cases} x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

(d) Dar la base, dimensión y ecuaciones de la imagen inversa del subespacio:

$$U \equiv \begin{cases} y_1 + y_2 - y_3 = 0 \\ -y_2 + y_3 = 0 \end{cases}$$