



RECORRIDOS BÁSICOS EN GRAFOS

Programación 3
Javier Miranda

Escuela de Ingeniería Informática
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Contenido

- Estrategias de búsqueda en un grafo
 - A lo ancho
 - Aplicaciones
 - En profundidad
 - Aplicaciones
- Resumen

Búsqueda en un Grafo

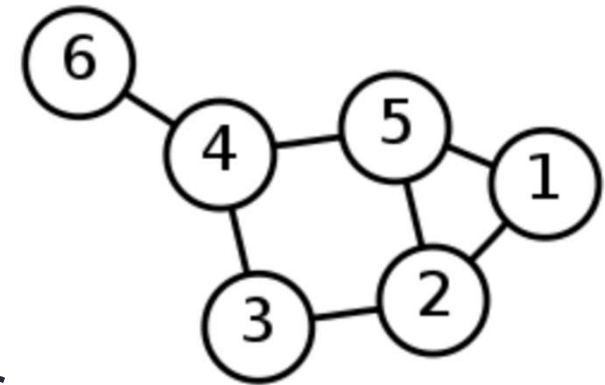
- **Objetivo genérico**: Partiendo de un determinado vértice del grafo buscar la “mejor” ruta para llegar a otro vértice (o al resto de los vertices).

Algoritmo genérico

Marcar el vértice origen como visitado

mientras queden vértices por procesar.

- Elegir una arista (U,V) con U visitado y V no visitado
- Procesar esta ruta
- Marcar el vértice V como visitado



Es un algoritmo eficiente ya que evita procesar los vértices varias veces

Estrategias básicas de búsqueda

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración por niveles
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados

Recorrido en profundidad

- *Depth-First Search (DFS)*
- Exploración agresiva
- Se programa con una pila (o con recursividad).

Aplicaciones:

- Orden topológico
- Componentes conectados

<https://www.youtube.com/watch?v=x-VTfcmrLEQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=NUgMa5coCoE>

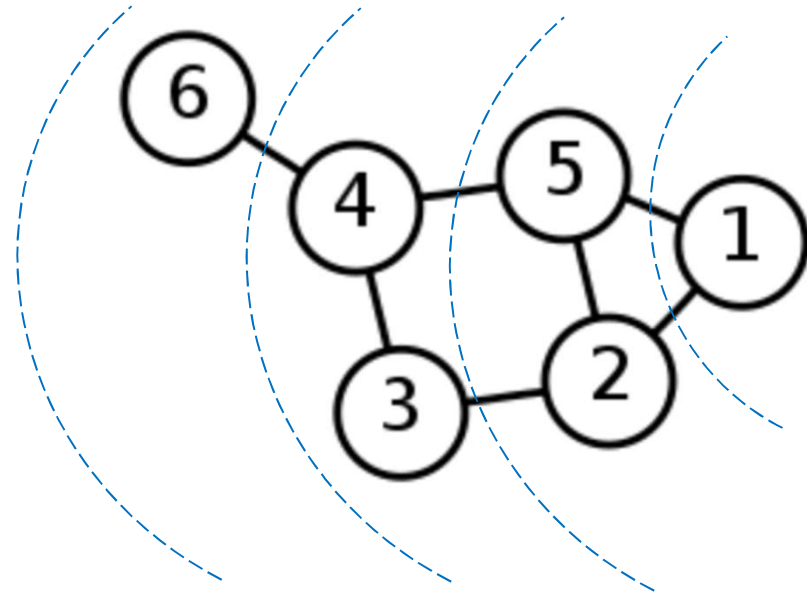
Estrategias básicas de búsqueda

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración **por niveles**
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados



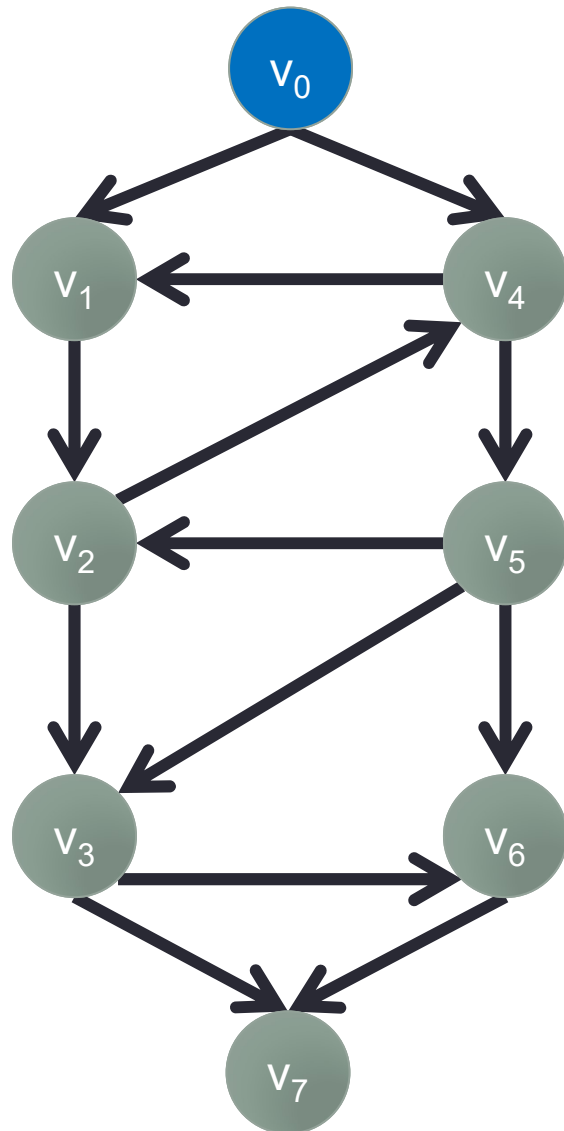
Recorrido a lo ancho (Cola)

```
class Queue:  
    def __init__(self):  
        self.items = []  
  
    def isEmpty(self):  
        return self.items == []  
  
    def enqueue(self, item):  
        self.items.insert(0,item)  
  
    def dequeue(self):  
        return self.items.pop()  
  
    def size(self):  
        return len(self.items)
```

```
obj = Queue()  
obj.enqueue(1)  
obj.enqueue(2)  
obj.enqueue(3)  
  
print(obj.dequeue()) # 1  
print(obj.dequeue()) # 2  
print(obj.dequeue()) # 3  
print(obj.isEmpty()) # True
```

FIFO – First In First Out

Recorrido a lo ancho (*BFS*)



Marcamos el vértice origen como visible
... y lo añadimos a la cola

Cola (vértices pendientes de procesar)

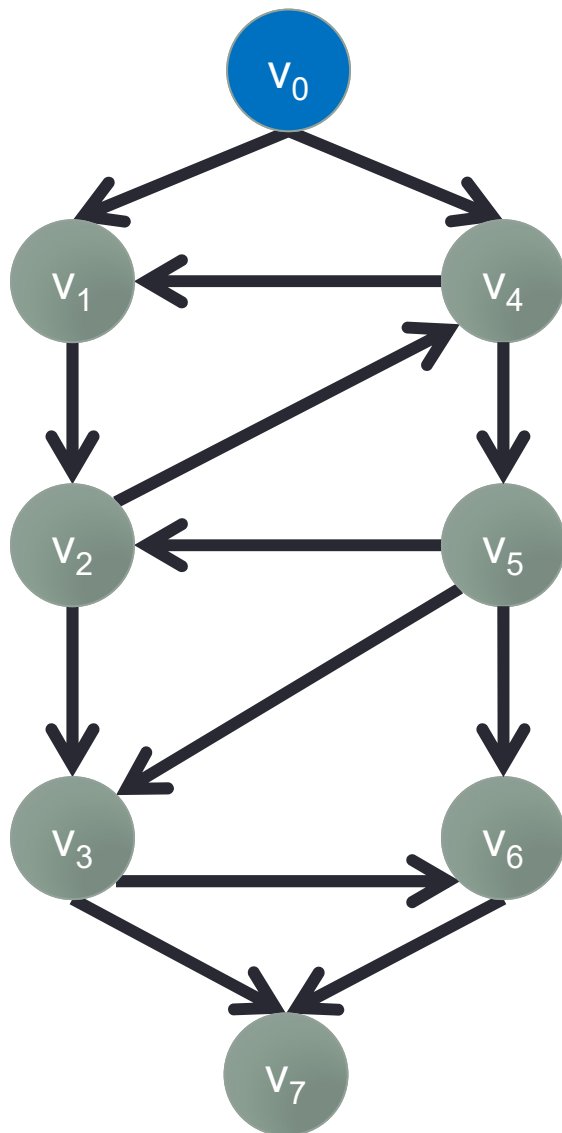


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 1



v_0

Sacamos un elemento de la cola

Cola (vértices pendientes de procesar)

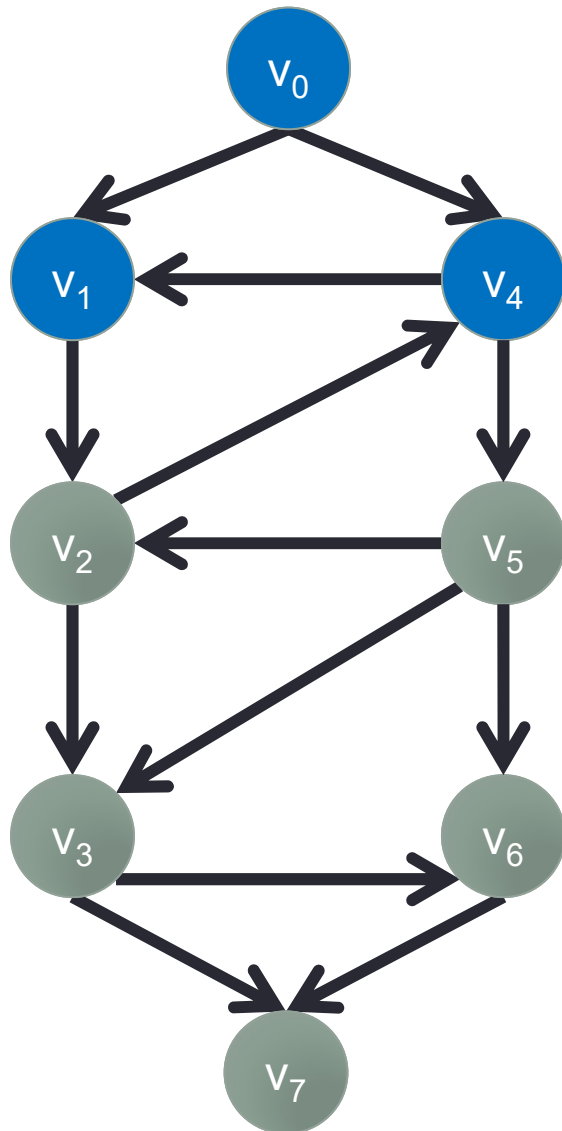


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 2

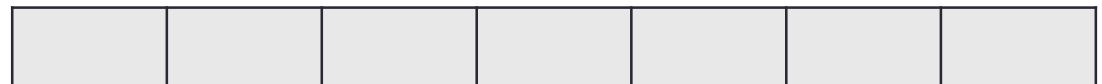
 V_0

Sacamos un elemento de la cola

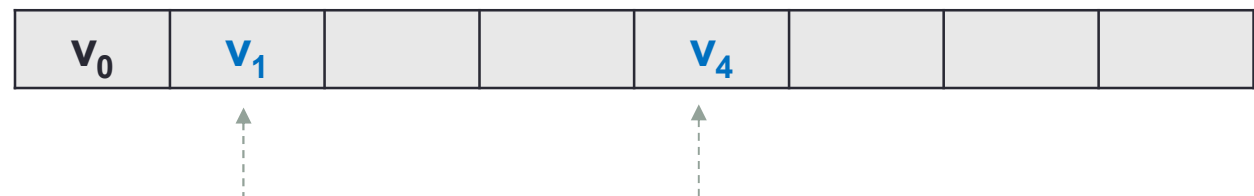
... marcamos sus vecinos como visibles:

 $V_1 y V_4$

Cola (vértices pendientes de procesar)

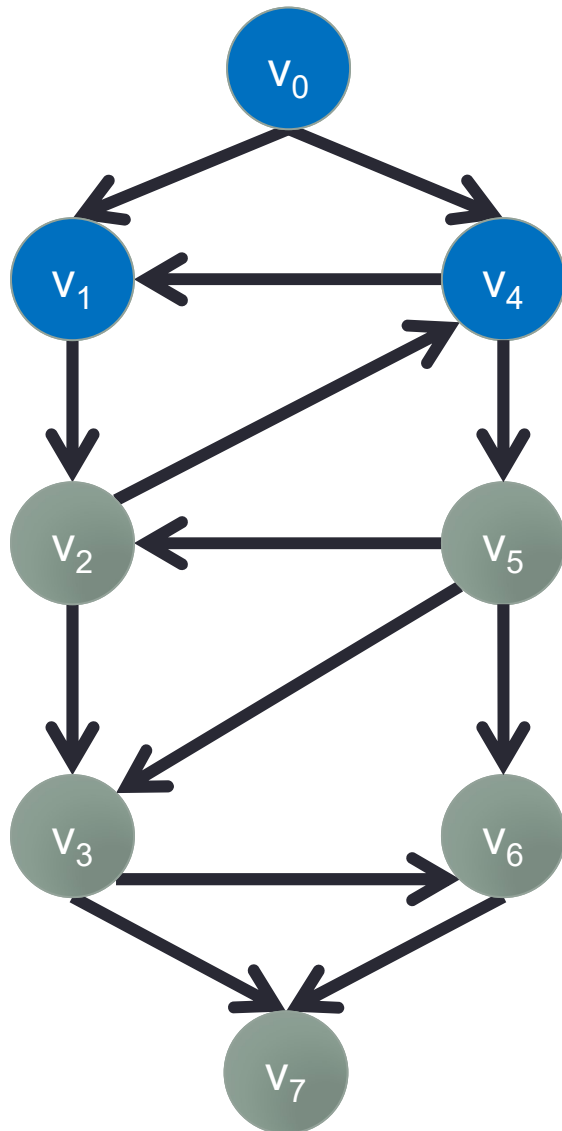


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 3



V_0

Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_1 y V_4

... y los metemos en la cola para procesarlos

Cola (vértices pendientes de procesar)

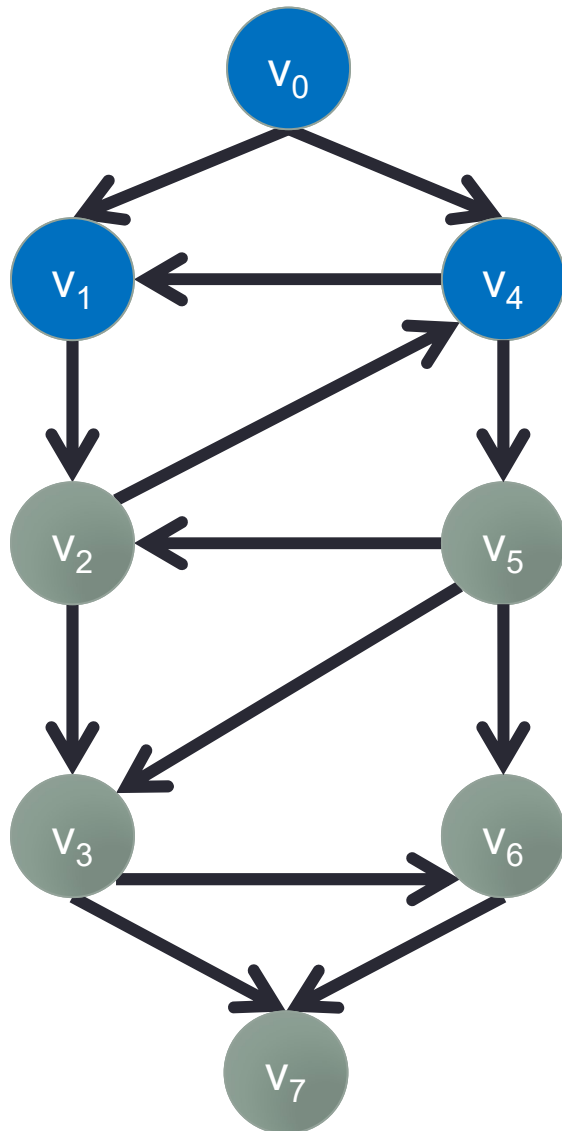


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 1



v_0 v_1

Sacamos un elemento de la cola:

Cola (vértices pendientes de procesar)

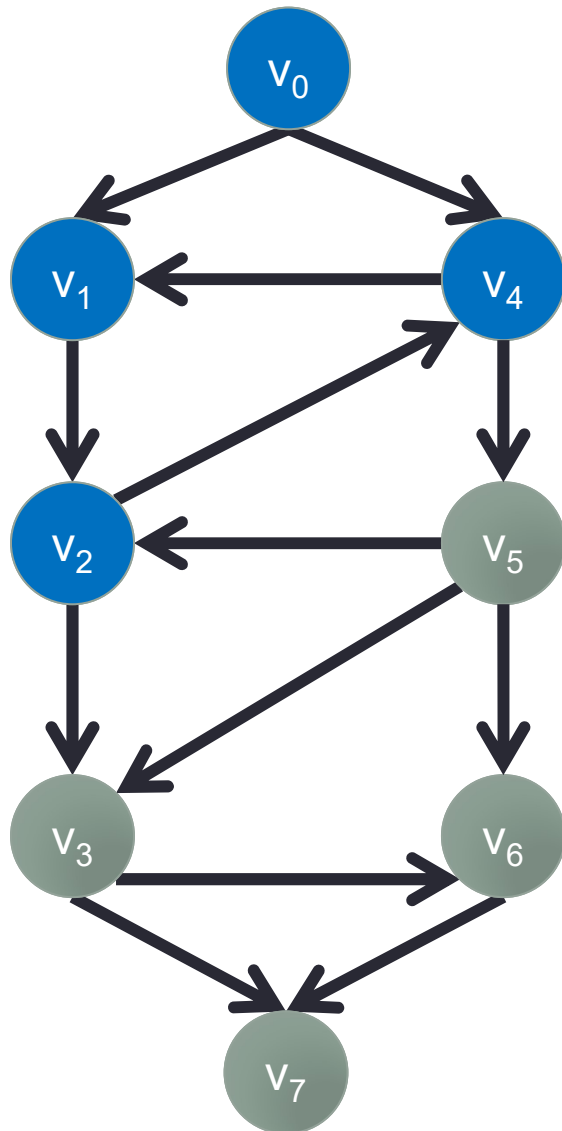


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 2



V_0 V_1

Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_2

Cola (vértices pendientes de procesar)

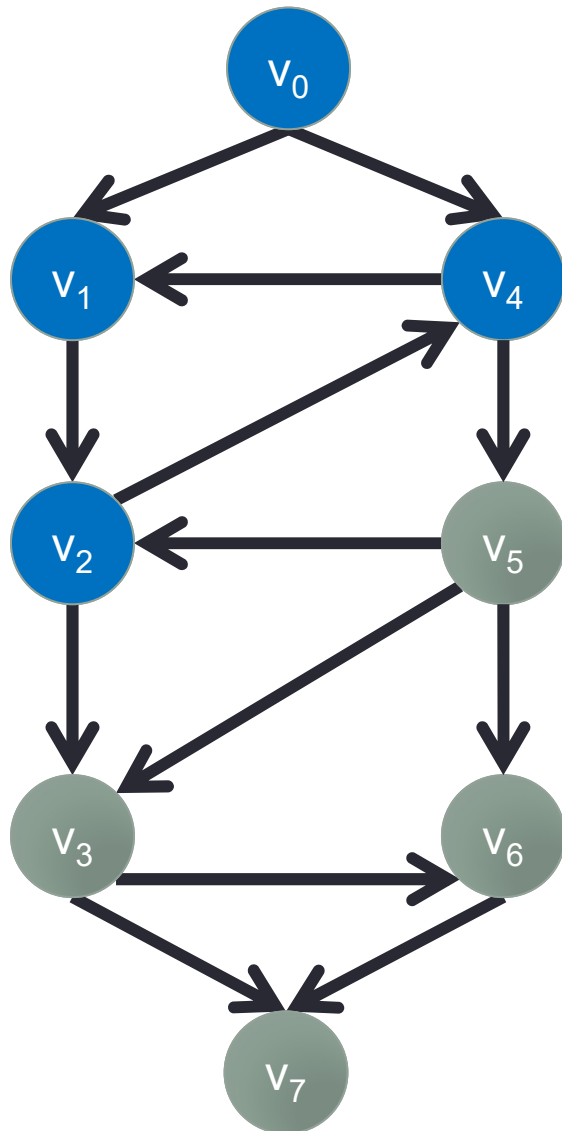


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 3



V_0 V_1

Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_2

... y los metemos en la cola para procesarlos

Cola (vértices pendientes de procesar)

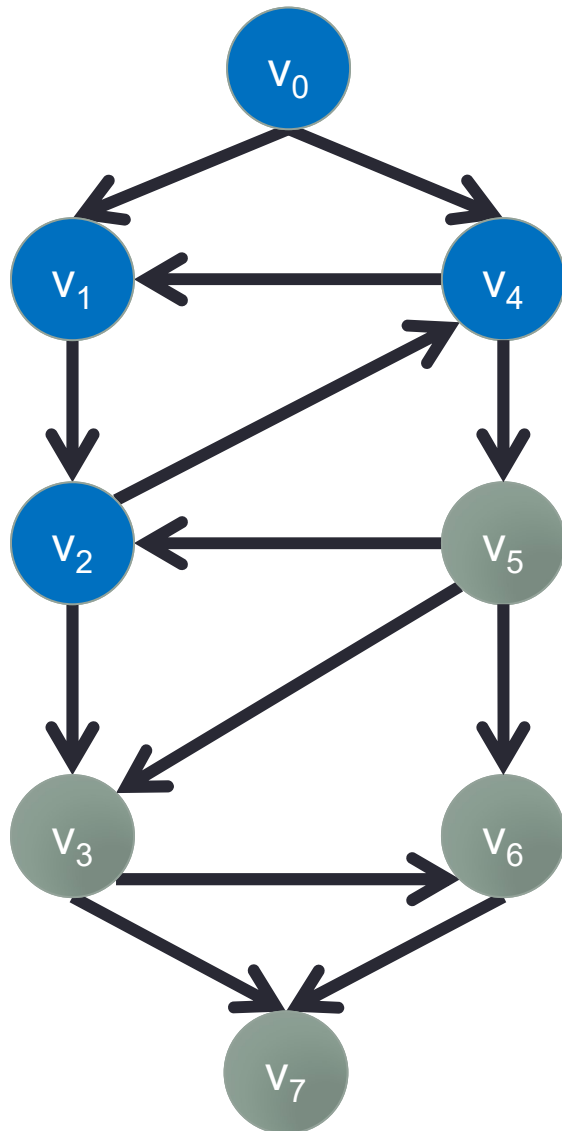


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 1



v_0 v_1 v_4

Sacamos un elemento de la cola

Cola (vértices pendientes de procesar)

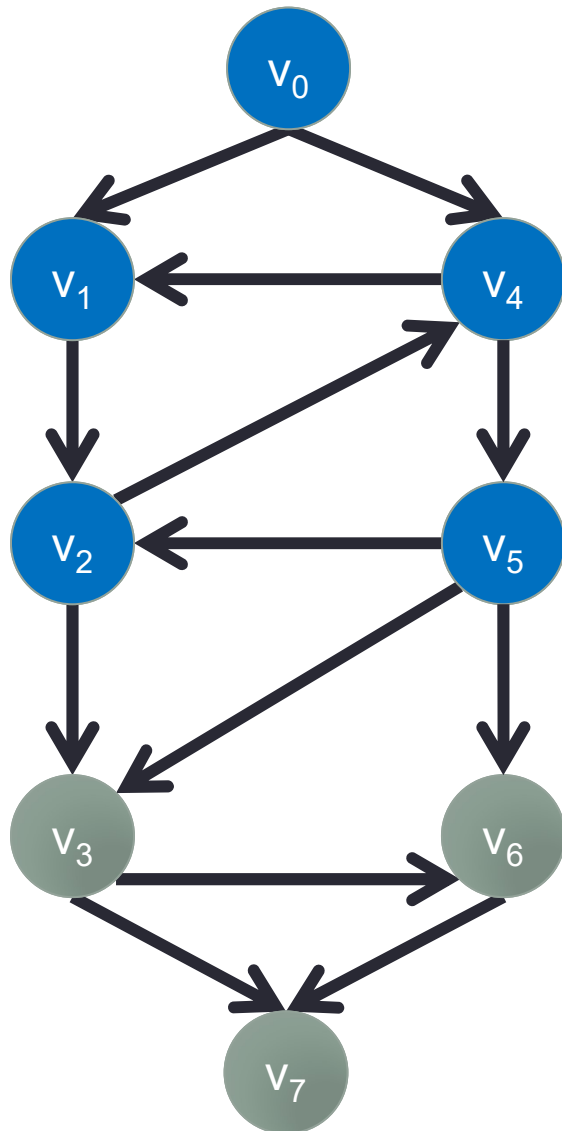
v_2				
-------	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1	v_2		v_4			
-------	-------	-------	--	-------	--	--	--

Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 2



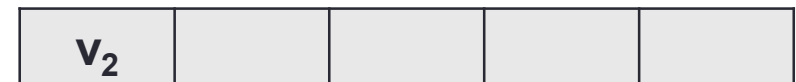
V_0 V_1 V_4

Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_5

Cola (vértices pendientes de procesar)

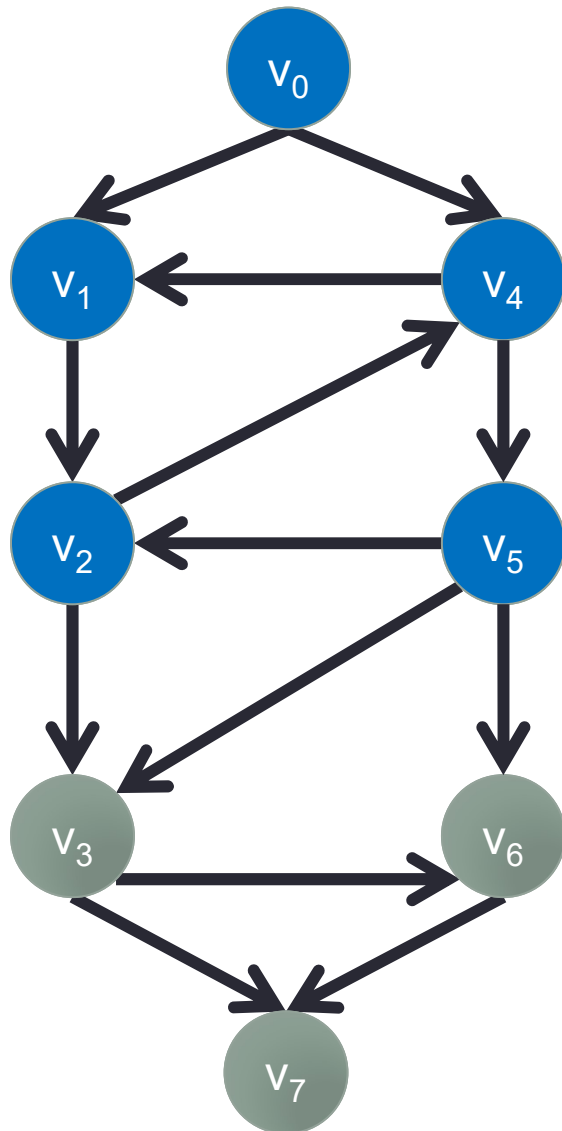


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 3



V_0 V_1 V_4

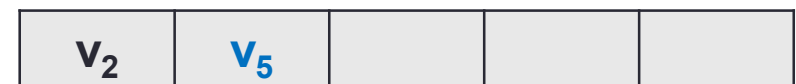
Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_5

... y los metemos en la cola para procesarlos

Cola (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

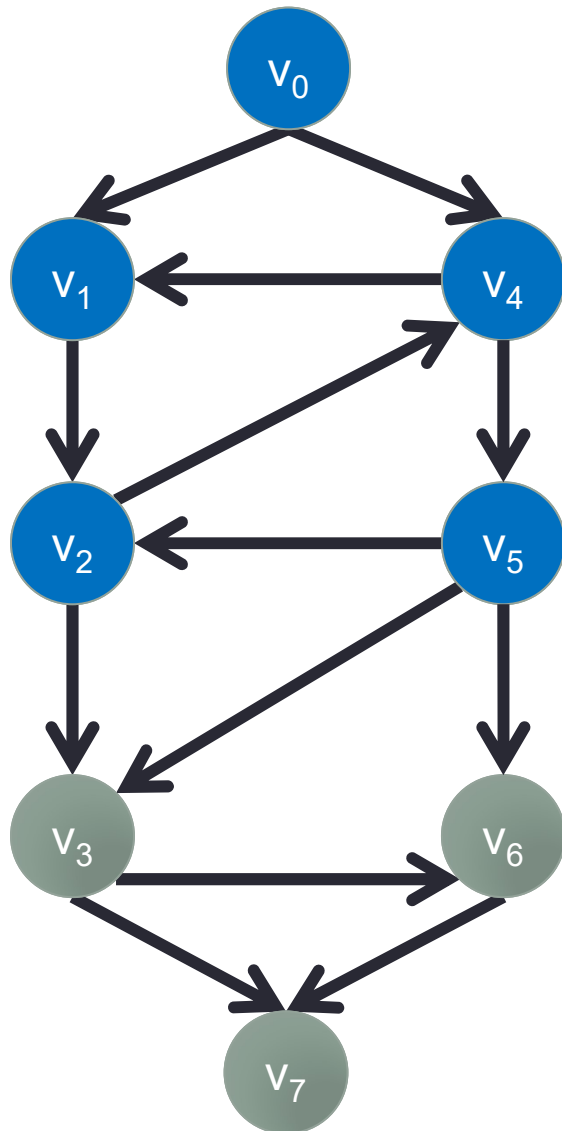


Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 1

V_0 V_1 V_4 V_2

Sacamos un elemento de la cola



Cola (vértices pendientes de procesar)

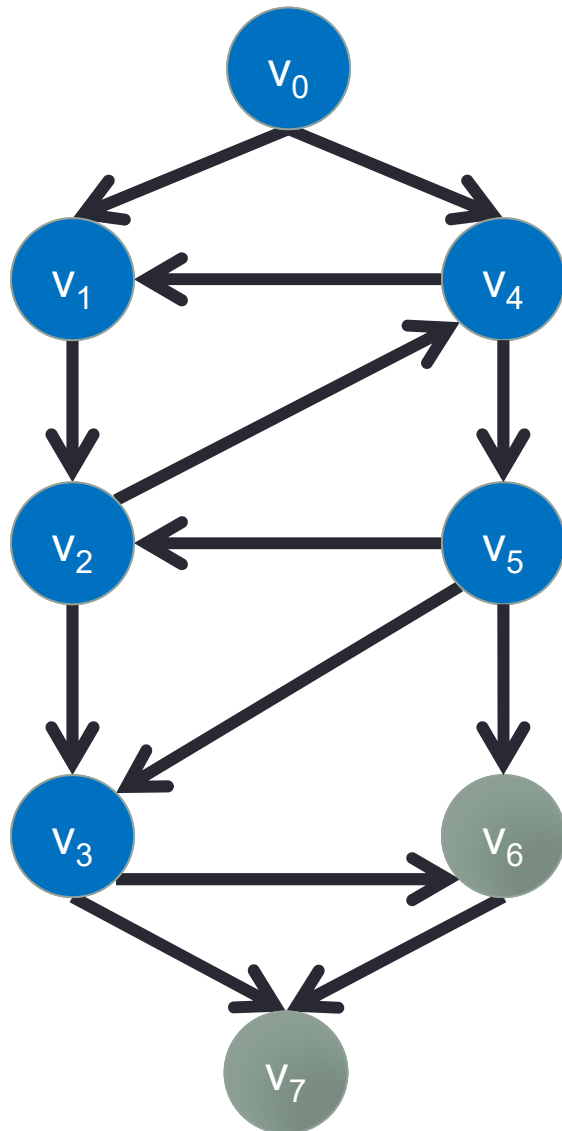


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 2



V_0 V_1 V_4 V_2

Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_3

Cola (vértices pendientes de procesar)

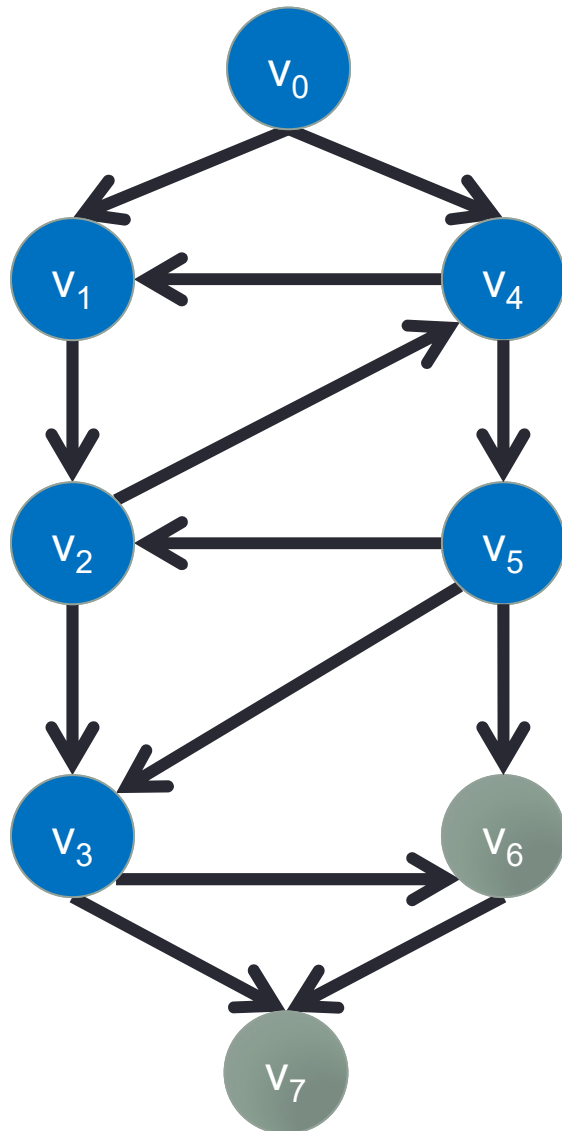


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

Paso 3



v_0 v_1 v_4 v_2

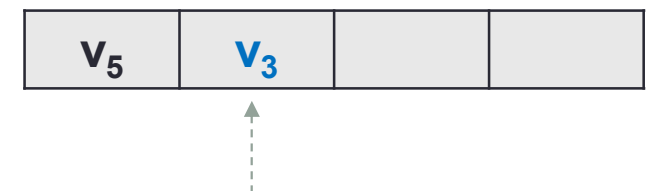
Sacamos un elemento de la cola

... marcamos sus vecinos como visibles:

v_3

... y los metemos en la cola para procesarlos

Cola (vértices pendientes de procesar)

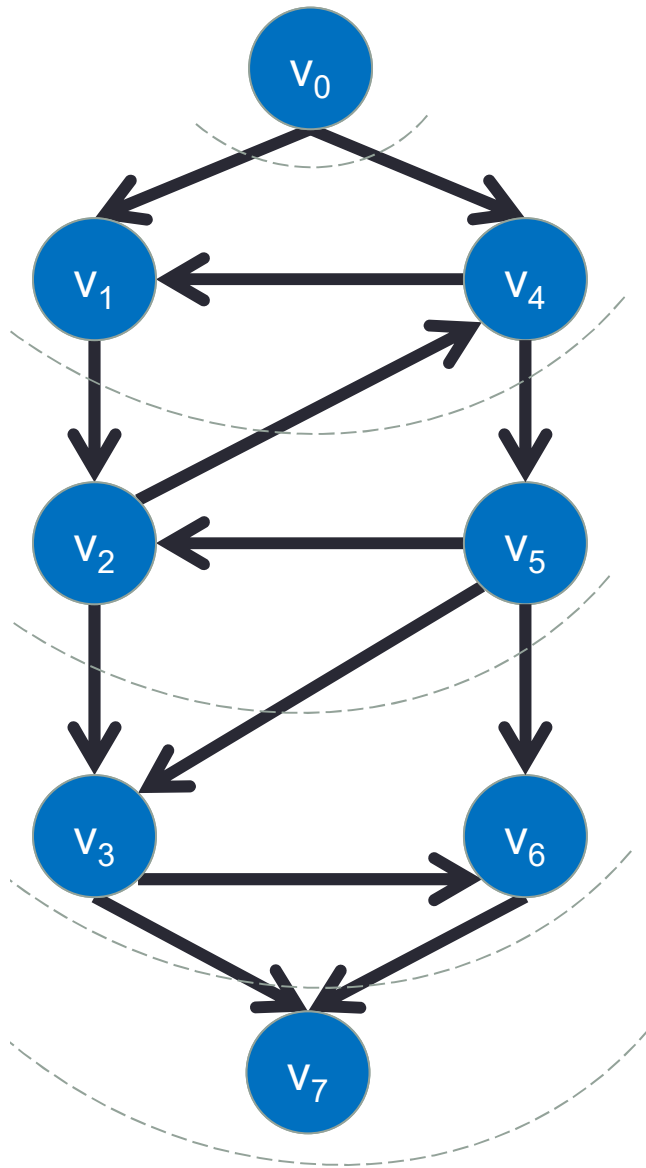


Vértices visibles



Recorrido a lo ancho (*BFS*)

V_0 V_1 V_4 V_2 V_5 V_3 V_6 V_7



*... complementando el algoritmo
éste es el recorrido obtenido*

Recorrido a lo ancho (BFS)

BFS (grafo G , vertice inicial v_i)

- $Q = \text{Queue}()$
- Marcar v_i como visible;
- $Q.\text{enqueue}(v_i)$

- Mientras not $Q.\text{is_empty}()$:
 - $v = Q.\text{dequeue}()$
 - Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - Marcar w como visible
 - $Q.\text{enqueue}(w)$

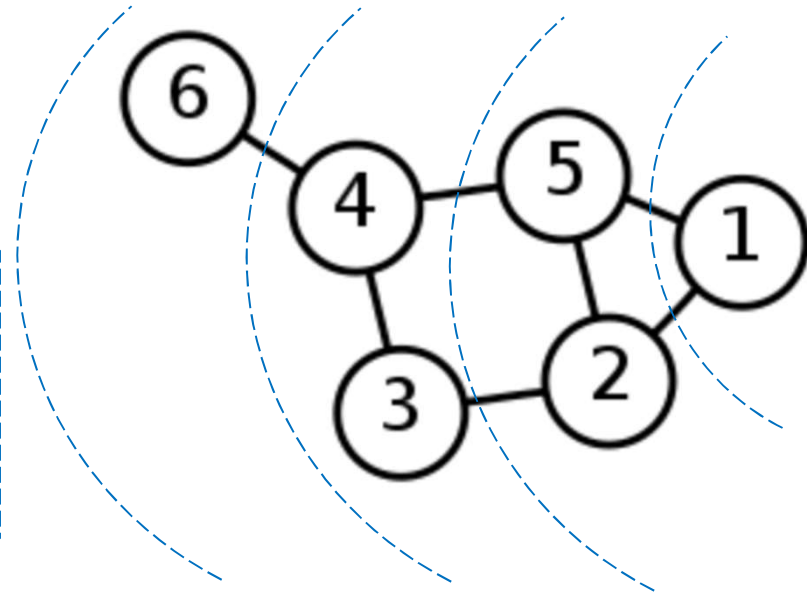
Estrategias básicas de búsqueda

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración por niveles
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados



Aplicación 1: Camino más corto

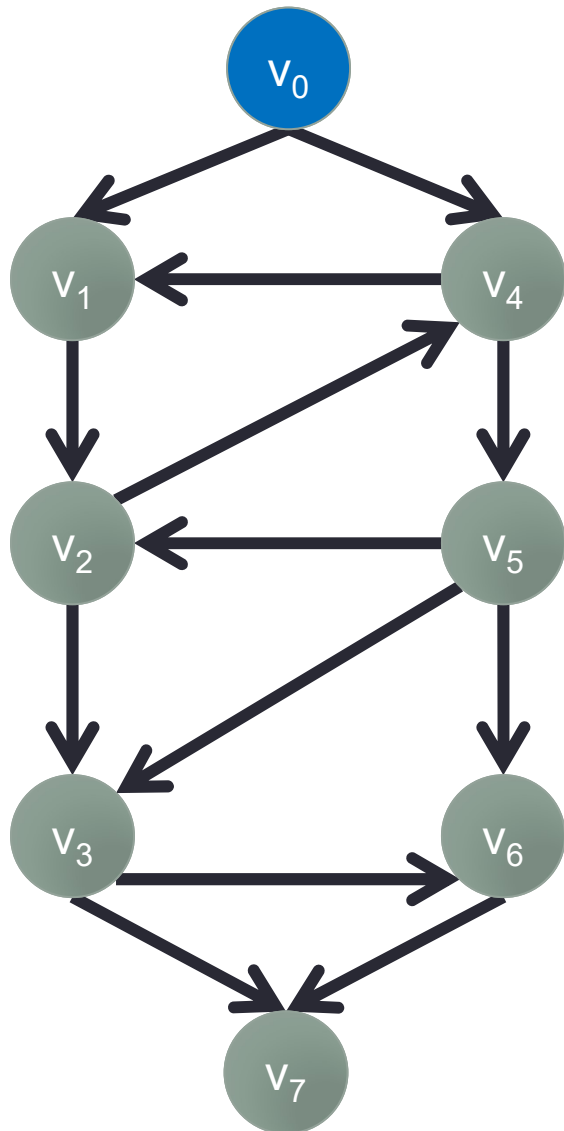
- ***Calcular la distancia minima (en número de saltos) desde un determinado vértice a todos los demás***

Shortest_Distance (grafo G, vertice inicial v_i)

- $Q = \text{Queue}()$;
- Marcar v_i como visitado; $Q.\text{enqueue}(v_i)$
- $\text{Dist} = [0 \text{ si } k = v_i; \text{infinito si } k \neq v_i]$
- Mientras not $Q.\text{is_empty}()$:
 - $v = Q.\text{dequeue}()$
 - Para todas las aristas (v, w) :
 - Si w no es visible:
 - Marcar w como visitado
 - $\text{Dist}(w) = \text{Dist}(v) + 1$
 - $Q.\text{enqueue}(w)$

Camino más corto (*BFS*)

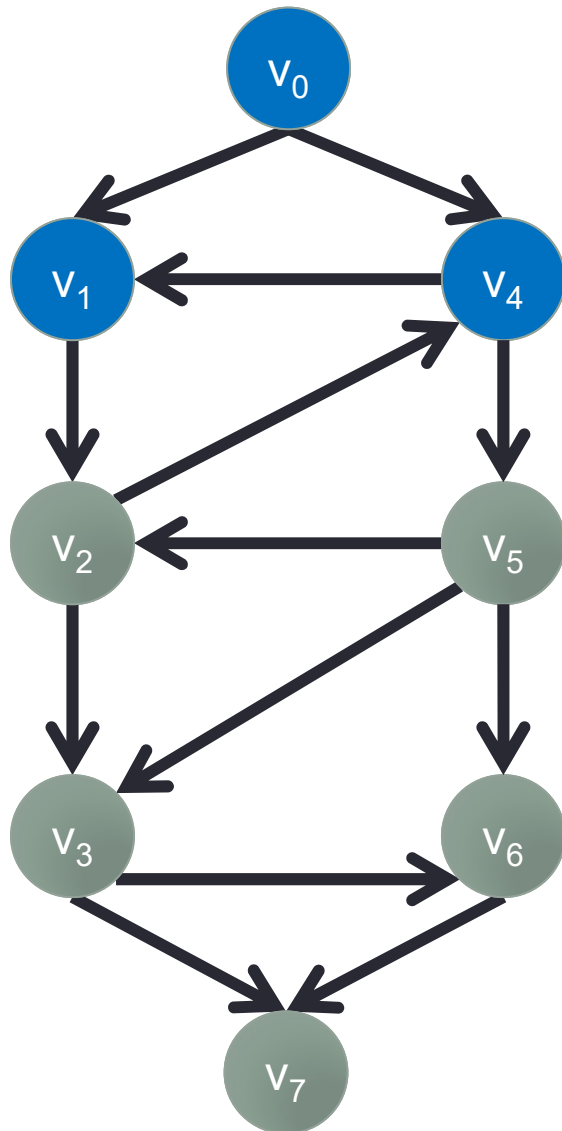
Marcamos el vértice origen como visible
... y lo añadimos a la cola



Distancia

v_0	0	inf	inf	inf	inf	inf	inf	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_0

... marcamos sus vecinos visibles:

V_1 y V_4

... y actualizamos $\text{dist}(V_1)$, $\text{dist}(V_4)$

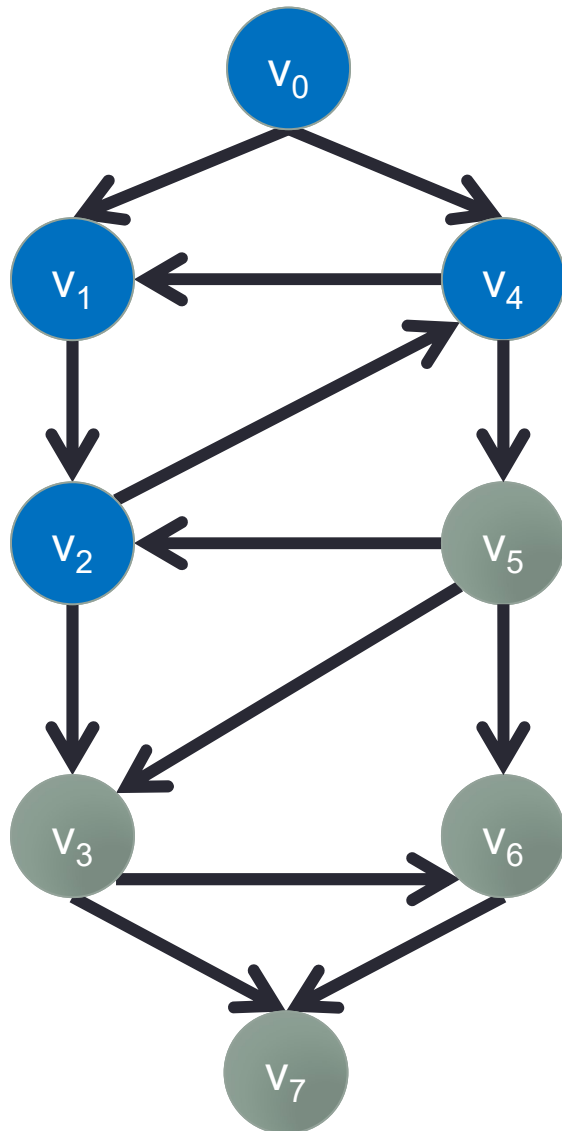
$$\text{dist}(V_1) = \text{dist}(V_0) + 1$$

$$\text{dist}(V_4) = \text{dist}(V_0) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	inf	inf	1	inf	inf	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_1

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_2

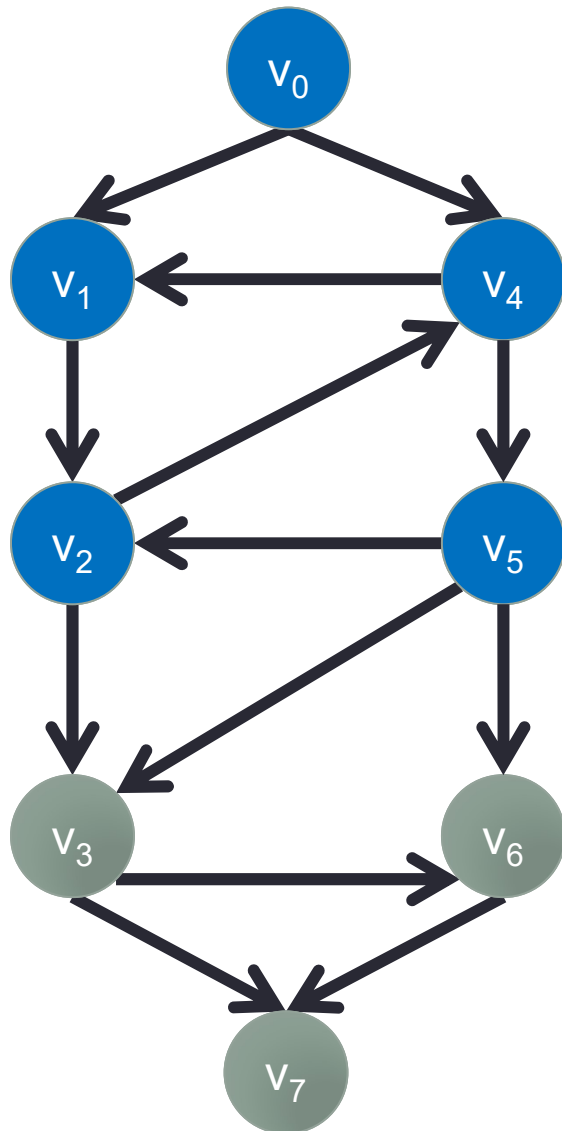
... y actualizamos $\text{dist}(V_2)$

$$\text{dist}(V_2) = \text{dist}(V_1) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	2	inf	1	inf	inf	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_4

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_5

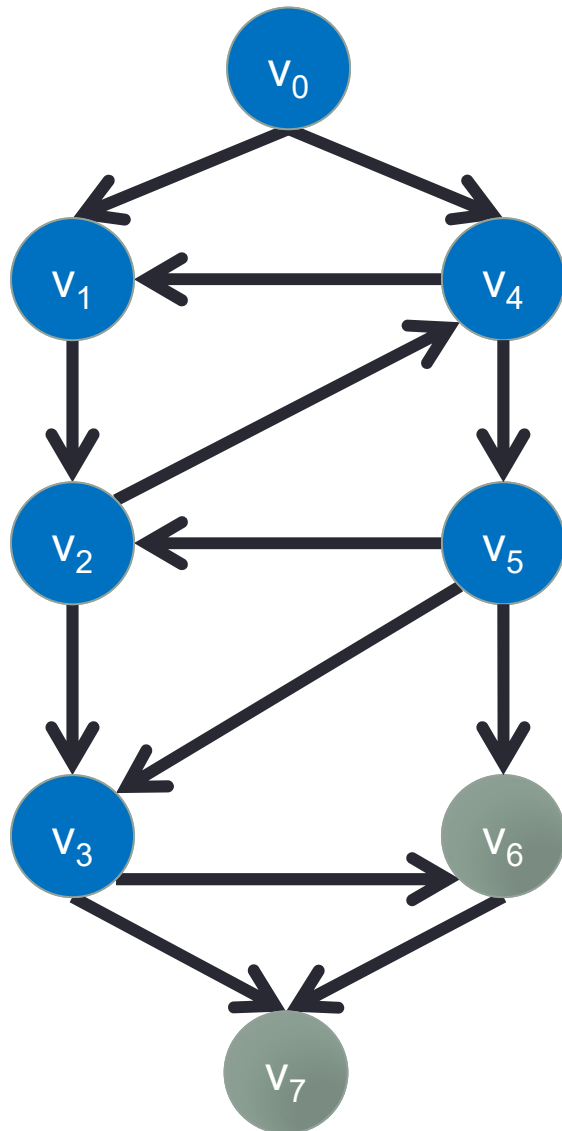
... y actualizamos $\text{dist}(V_5)$

$$\text{dist}(V_5) = \text{dist}(V_4) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	2	inf	1	2	inf	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_2

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_3

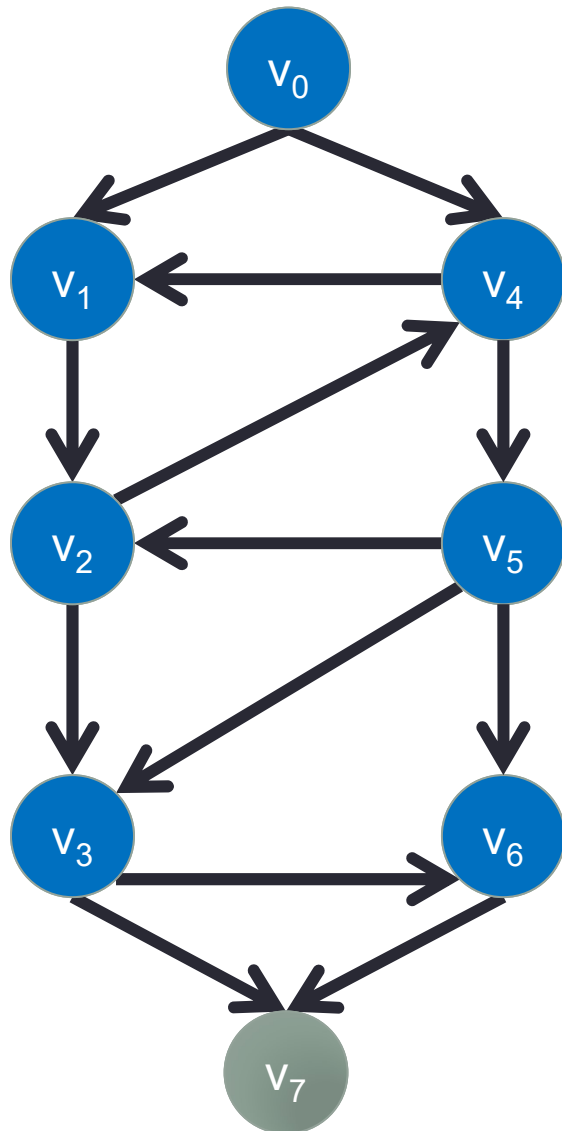
... y actualizamos $\text{dist}(V_3)$

$$\text{dist}(V_3) = \text{dist}(V_2) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	2	3	1	2	inf	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_5

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_6

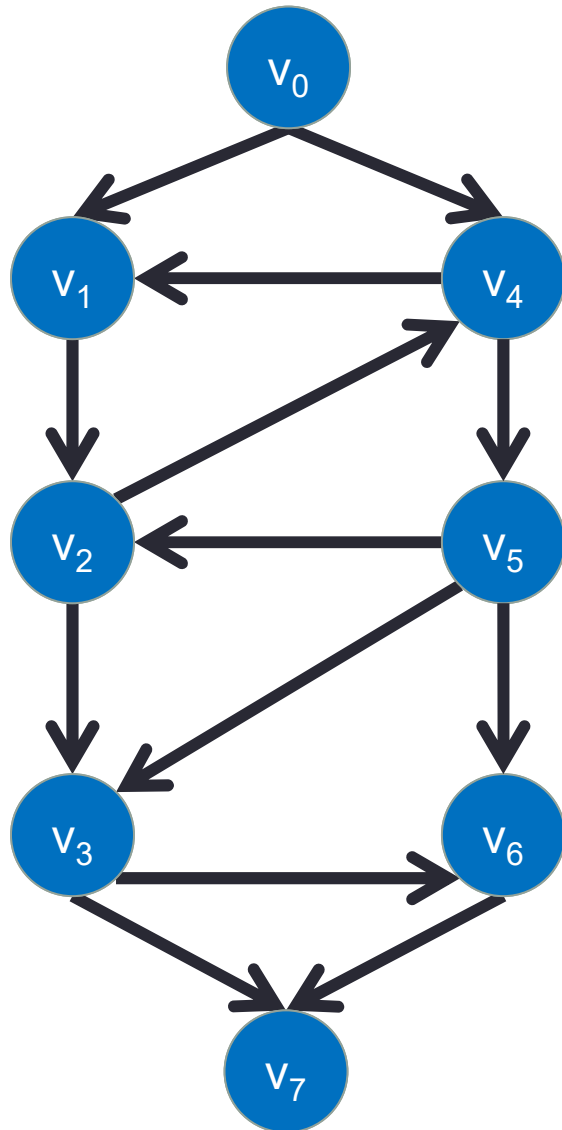
... y actualizamos $\text{dist}(V_6)$

$$\text{dist}(V_6) = \text{dist}(V_5) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	2	3	1	2	3	inf
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



Sacamos un elemento de la cola: V_3

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_7

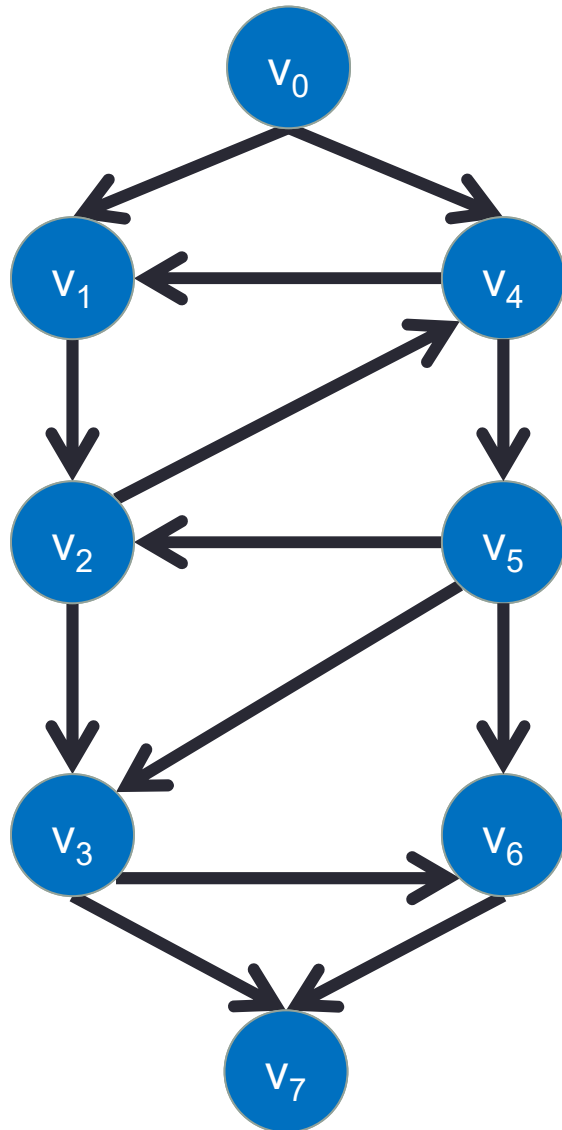
... y actualizamos $\text{dist}(V_7)$

$$\text{dist}(V_7) = \text{dist}(V_3) + 1$$

Distancia

v_0	0	1	2	3	1	2	3	4
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)



... complementando el algoritmo estas son las distancias calculadas

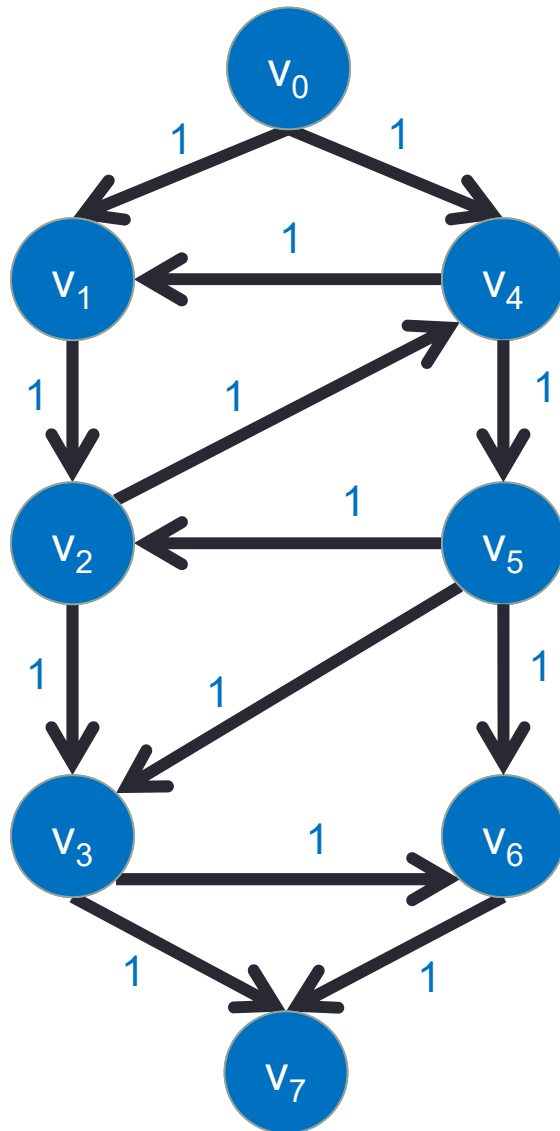
Distancia

v_0	0	1	2	3	1	2	3	4
	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7

Camino más corto (*BFS*)

Limitación

Sólo funciona bien cuando todas las aristas tienen peso 1

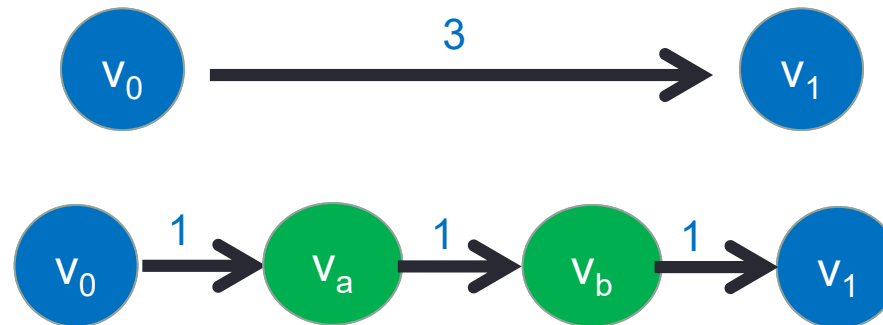
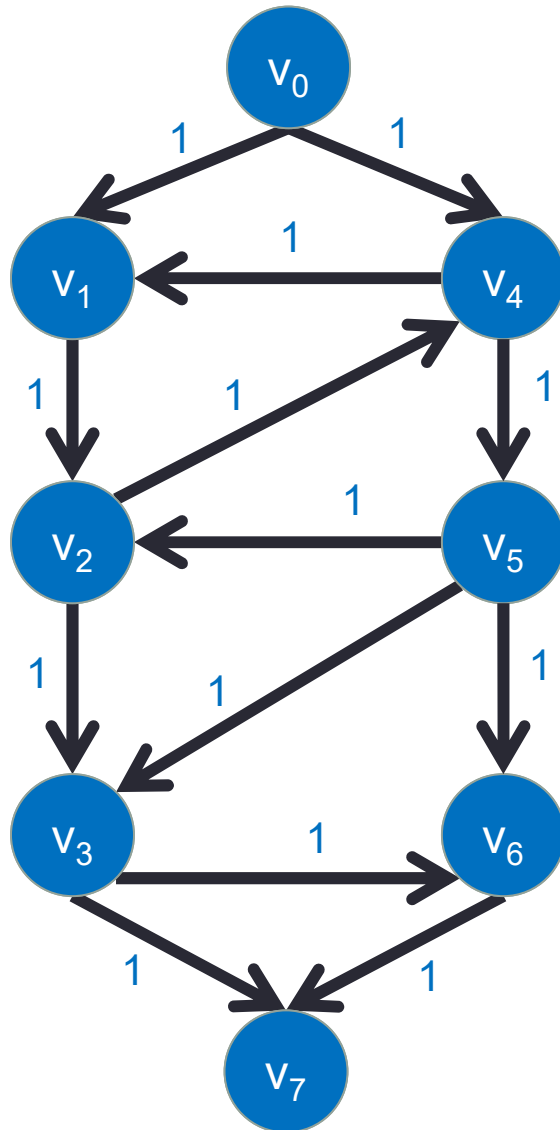


Camino más corto (*BFS*)

Limitación

Sólo funciona bien cuando todas las aristas tienen peso 1

¿Podríamos sustituir pesos mayores por caminos de nodos con peso 1 ? (*reducción*)

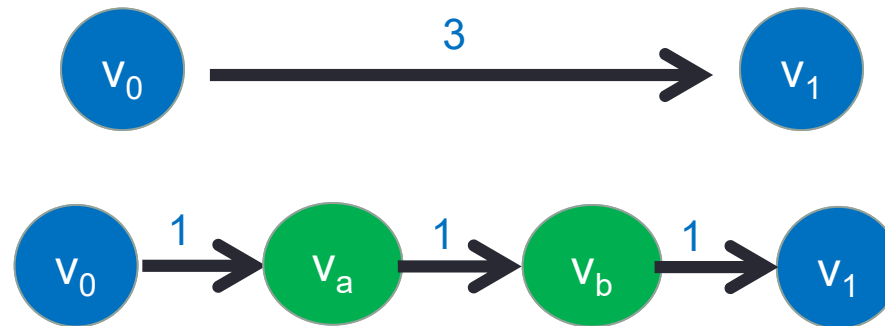
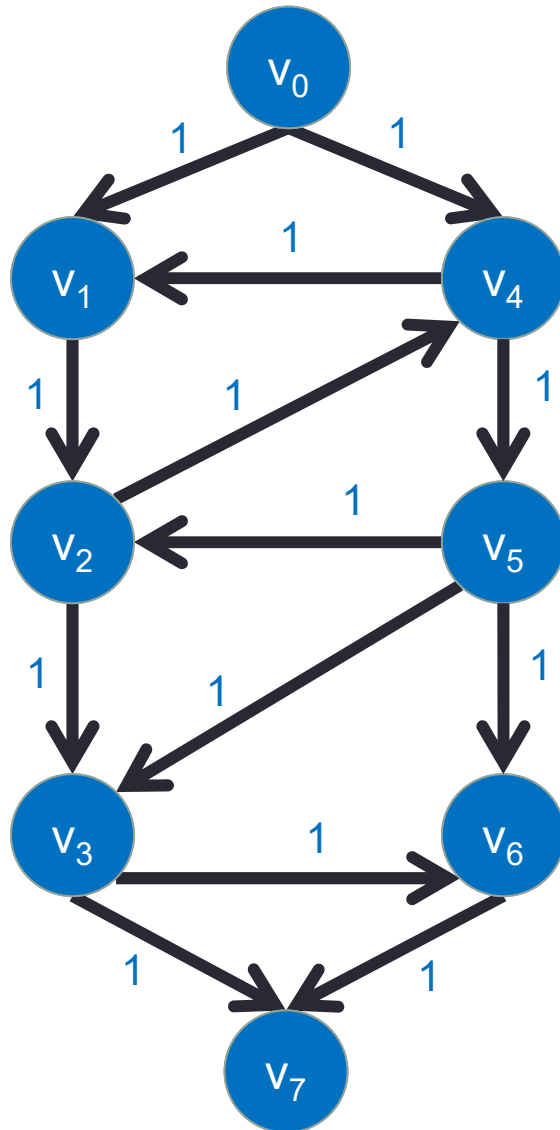


Camino más corto (*BFS*)

Limitación

Sólo funciona bien cuando todas las aristas tienen peso 1

¿ Podríamos sustituir pesos mayores por caminos de nodos con peso 1 ? (*reducción*)



¿ Hay una solución mejor ?



Algoritmo Dijkstra ruta más corta

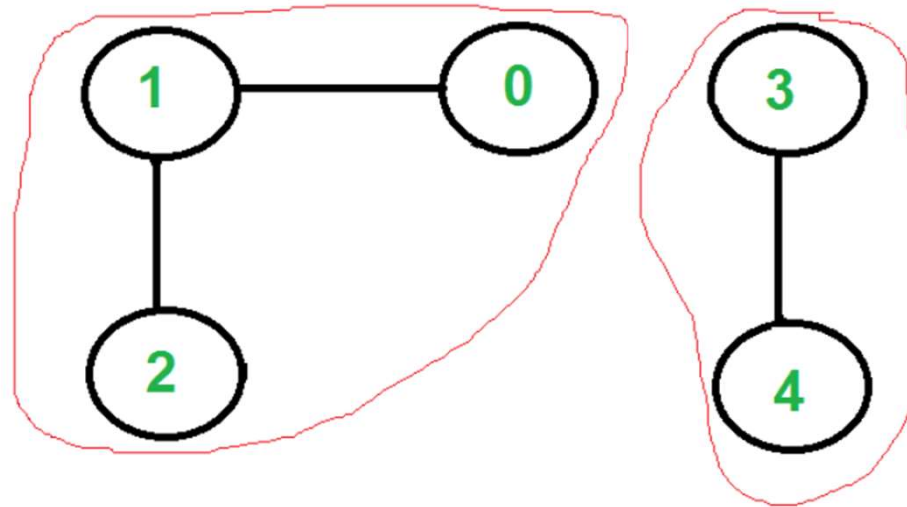
Teniendo un grafo dirigido ponderado de N nodos no aislados, sea x el nodo inicial. Un vector D de tamaño N guardará al final del algoritmo las distancias desde x hasta el resto de los nodos.

- 1) Inicializar todas las distancias en D con un valor infinito relativo, ya que son desconocidas al principio, exceptuando la de x , que se debe colocar en 0, debido a que la distancia de x a x sería 0.
- 2) Sea $a = x$ (Se toma a como nodo actual.)
- 3) Se recorren todos los nodos adyacentes de a , excepto los nodos marcados. Se les llamará nodos no marcados V_i .
- 4) Para el nodo actual, se calcula la distancia tentativa desde dicho nodo hasta sus vecinos con la siguiente fórmula: $dt(V_i) = D_a + d(a, V_i)$. Es decir, la distancia tentativa del nodo ' V_i ' es la distancia que actualmente tiene el nodo en el vector D más la distancia desde dicho nodo ' a ' (el actual) hasta el nodo V_i . Si la distancia tentativa es menor que la distancia almacenada en el vector, entonces se actualiza el vector con esta distancia tentativa. Es decir, si $dt(V_i) < D_{V_i} \rightarrow D_{V_i} = dt(V_i)$
- 5) Se marca como completo el nodo a .
- 6) Se toma como próximo nodo actual el de menor valor en D (puede hacerse almacenando los valores en una cola de prioridad) y se regresa al paso 3, mientras existan nodos no marcados.

Una vez terminado el algoritmo, D estará completamente lleno.

Aplicación 2: Conectividad

- *Componentes conectados de un grafo no dirigido*



- Marcamos todos los vertices como no-visibles
- Recorremos todos los vertices J
 - Si J no es visible:
 - **BFS** (G, J)

Estrategias básicas de búsqueda

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración por niveles
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados

Recorrido en profundidad

- *Depth-First Search (DFS)*
- Exploración agresiva
- Se programa con una pila (o con recursividad).

Aplicaciones:

- Orden topológico
- Componentes conectados

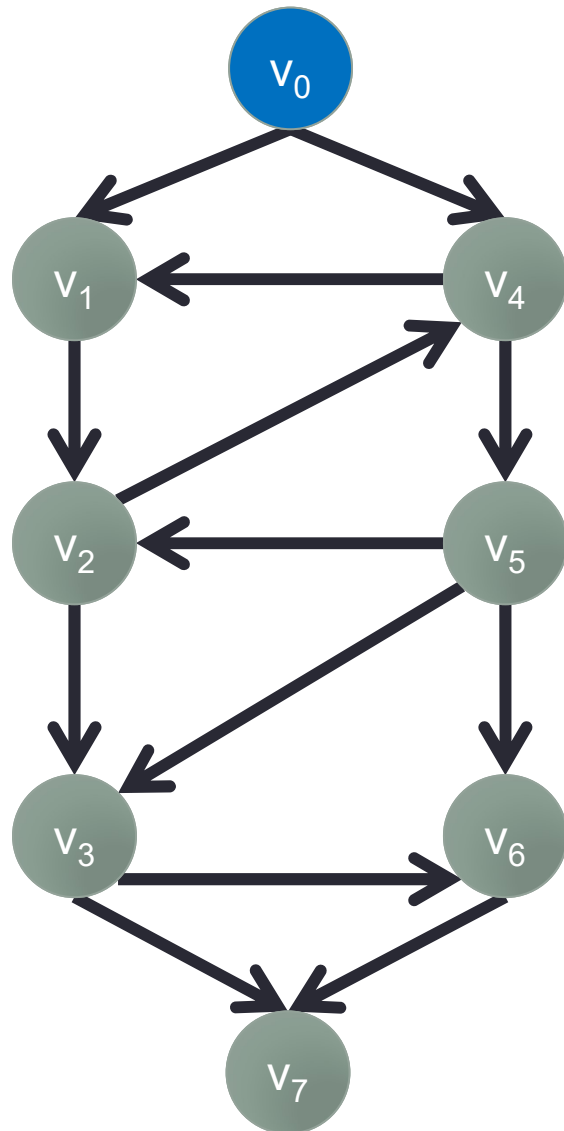
Recorrido en Profundidad (Pila)

```
class Stack:  
    def __init__(self):  
        self.items = []  
  
    def isEmpty(self):  
        return self.items == []  
  
    def push(self, item):  
        self.items.append(item)  
  
    def pop(self):  
        return self.items.pop()  
  
    def peek(self):  
        return self.items[len(self.items)-1]  
  
    def size(self):  
        return len(self.items)
```

```
obj = Stack()  
obj.push(1)  
obj.push(2)  
  
print(obj.peek()) # 2  
obj.pop()  
print(obj.peek()) # 1  
obj.pop()  
print(obj.isEmpty()) # True
```

LIFO – Last In First Out

Recorrido en profundidad (*DFS*)



Marcamos el vértice origen como visible
... y lo añadimos a la pila

Pila (vértices pendientes de procesar)

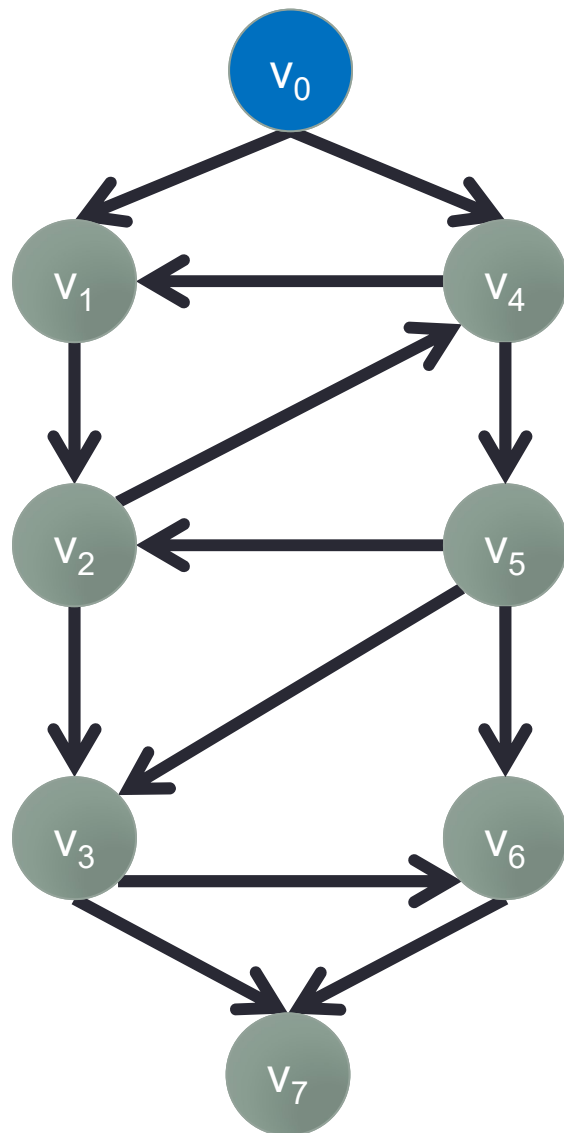


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1



v_0

Sacamos un elemento de la pila

Pila (vértices pendientes de procesar)

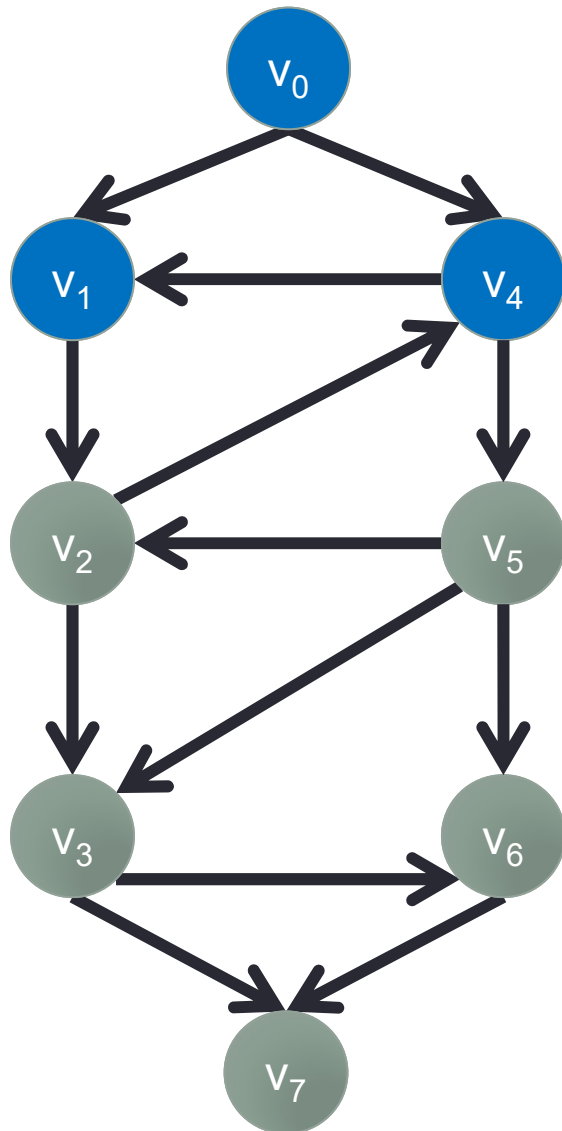


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2



v_0

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

v_1 y v_4

Pila (vértices pendientes de procesar)

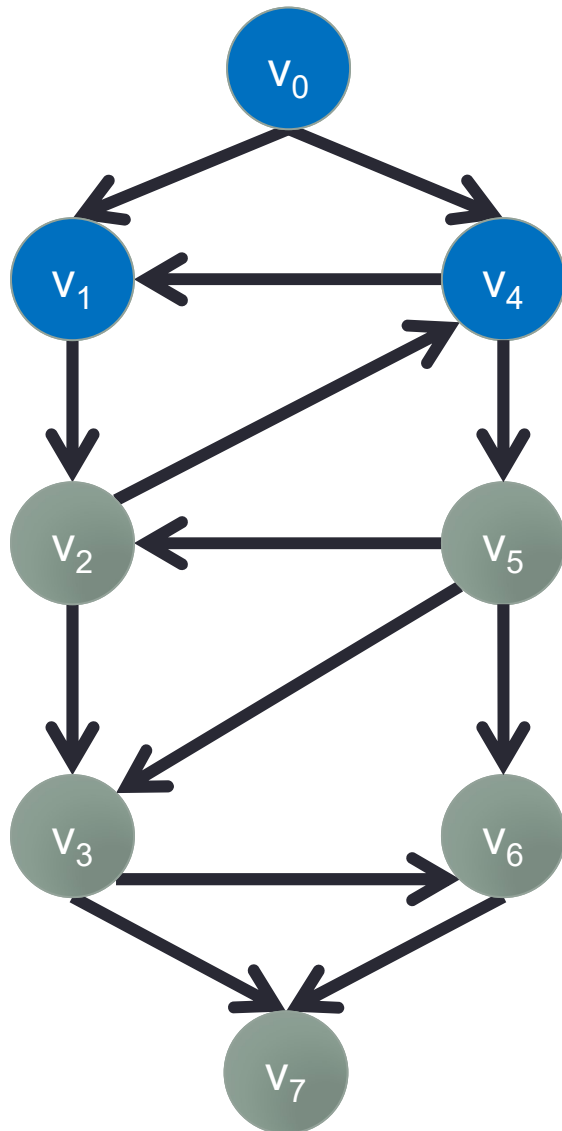


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 3



v_0

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visitados:

v_1 y v_4

... y los metemos en la pila para procesarlos

Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

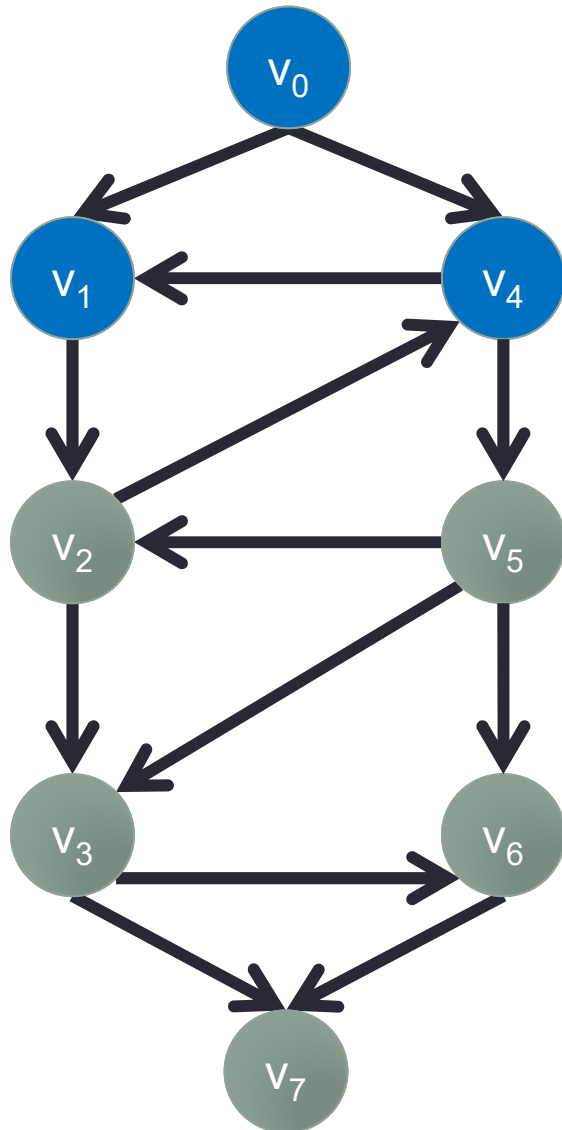


Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1

V_0 V_1

Sacamos un elemento de la pila:



Pila (vértices pendientes de procesar)

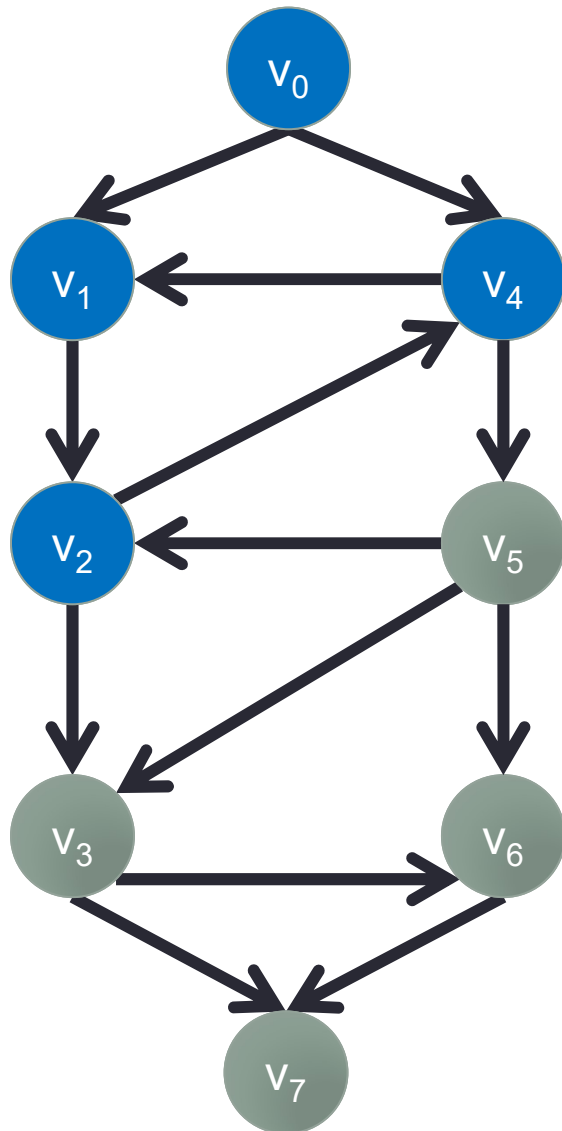
v_4							
-------	--	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1			v_4			
-------	-------	--	--	-------	--	--	--

Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2



v_0 v_1

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

v_2

Pila (vértices pendientes de procesar)

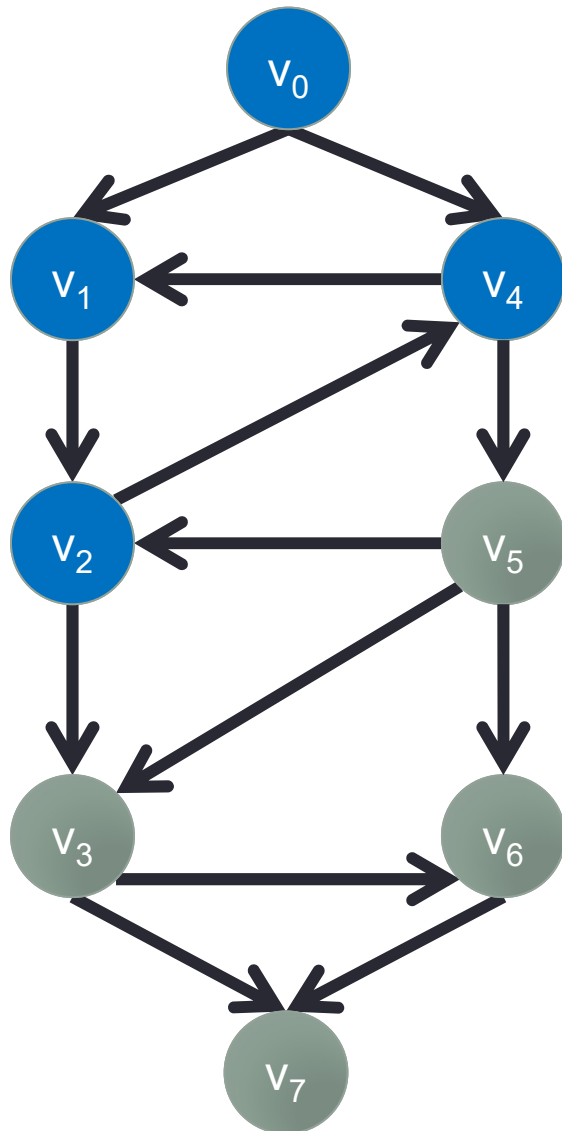


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 3



v_0 v_1

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

v_2

... y los metemos en la pila para procesarlos

Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

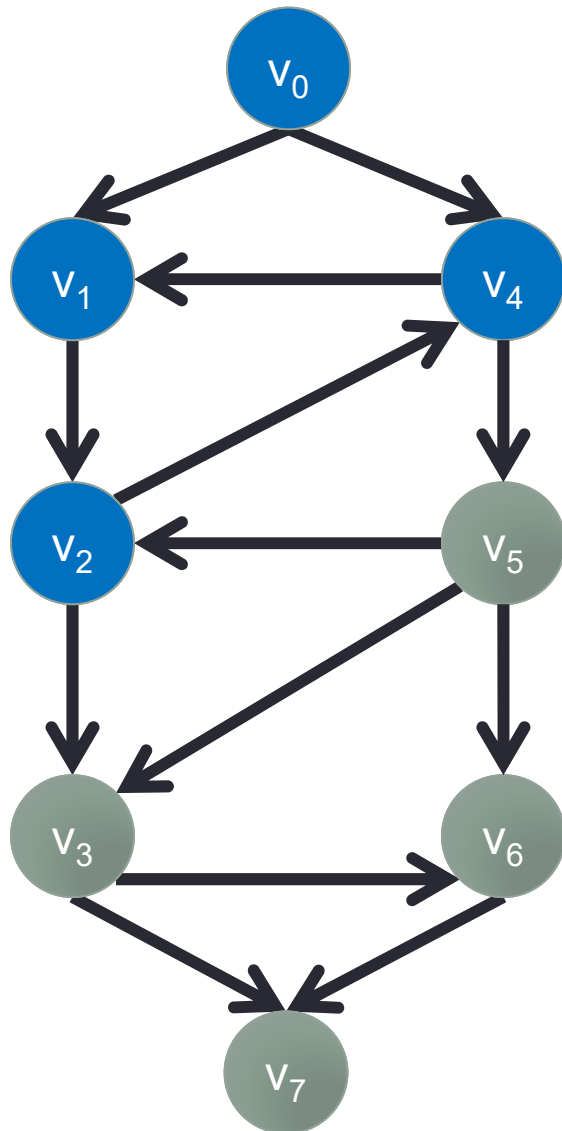


Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1

V_0 V_1 V_2

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)

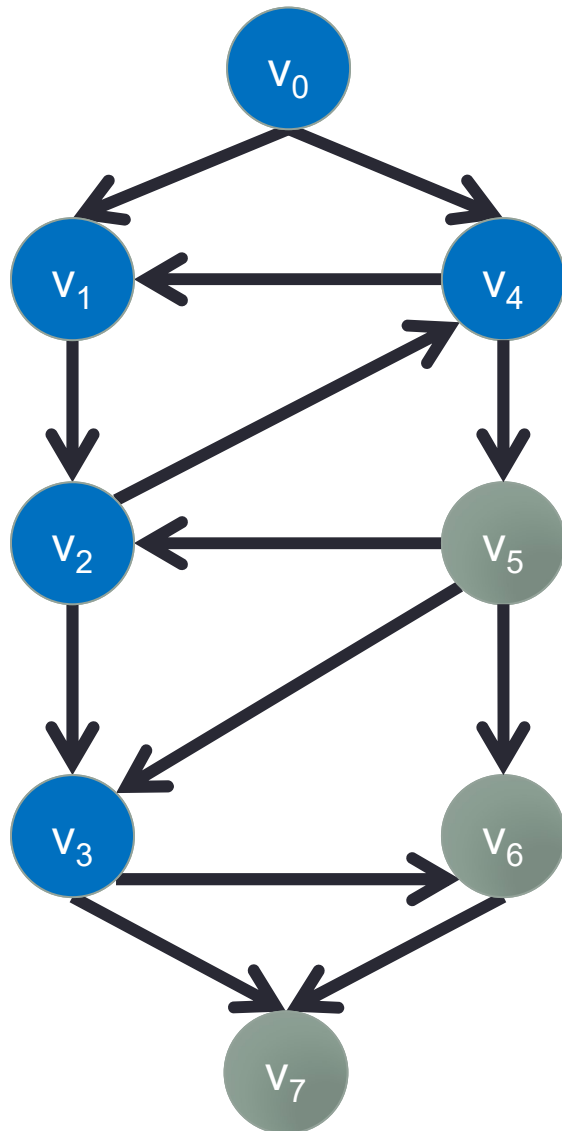
v_4							
-------	--	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1	v_2		v_4			
-------	-------	-------	--	-------	--	--	--

Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2



V_0 V_1 V_2

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_3

Pila (vértices pendientes de procesar)

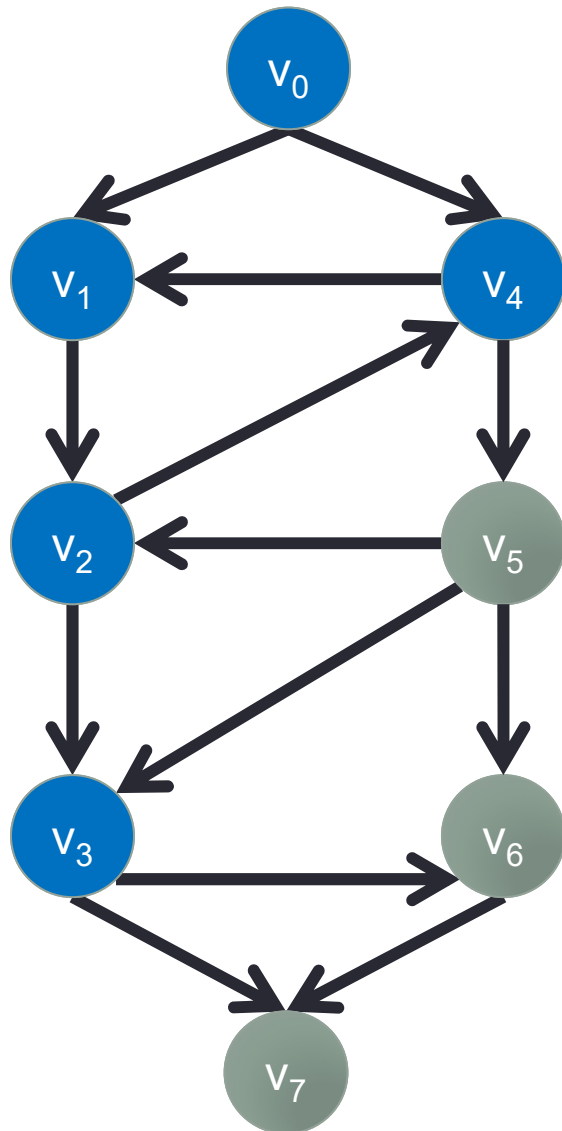


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 3



V_0 V_1 V_2

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_3

... y los metemos en la pila para procesarlos

Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

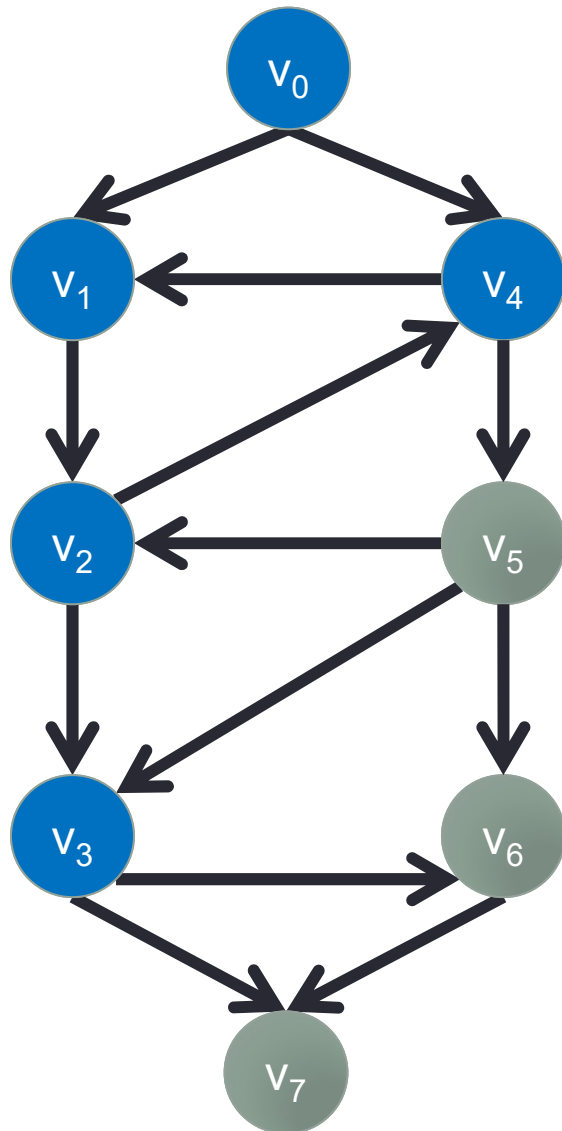


Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1

V_0 V_1 V_2 V_3

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)

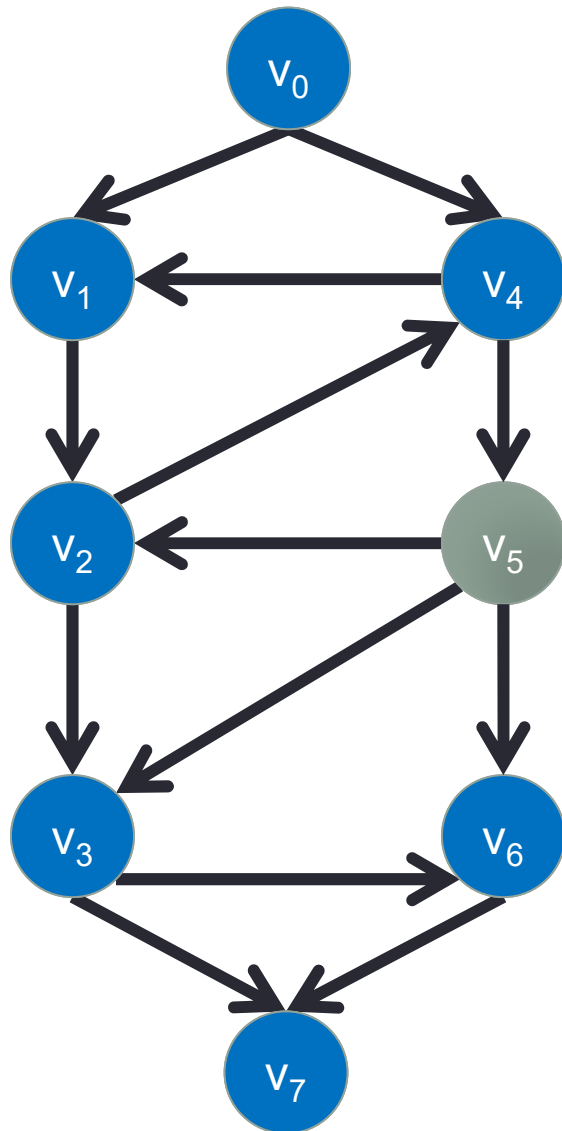
v_4							
-------	--	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4			
-------	-------	-------	-------	-------	--	--	--

Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2



V_0 V_1 V_2 V_3

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_6 V_7

Pila (vértices pendientes de procesar)

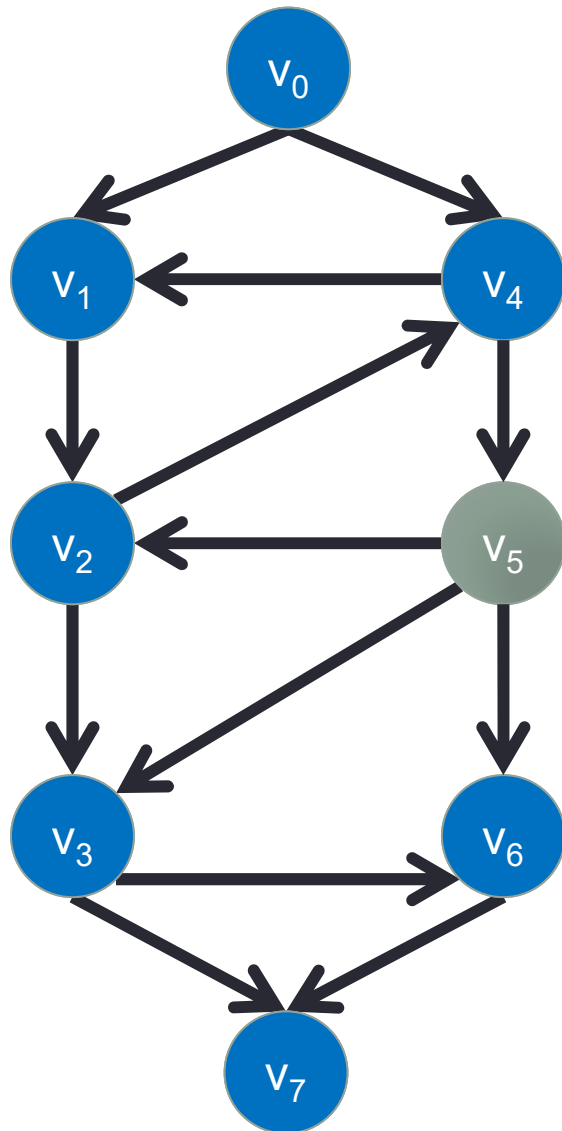


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 3



V_0 V_1 V_2 V_3

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_6 V_7

... y los metemos en la pila para procesarlos

Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

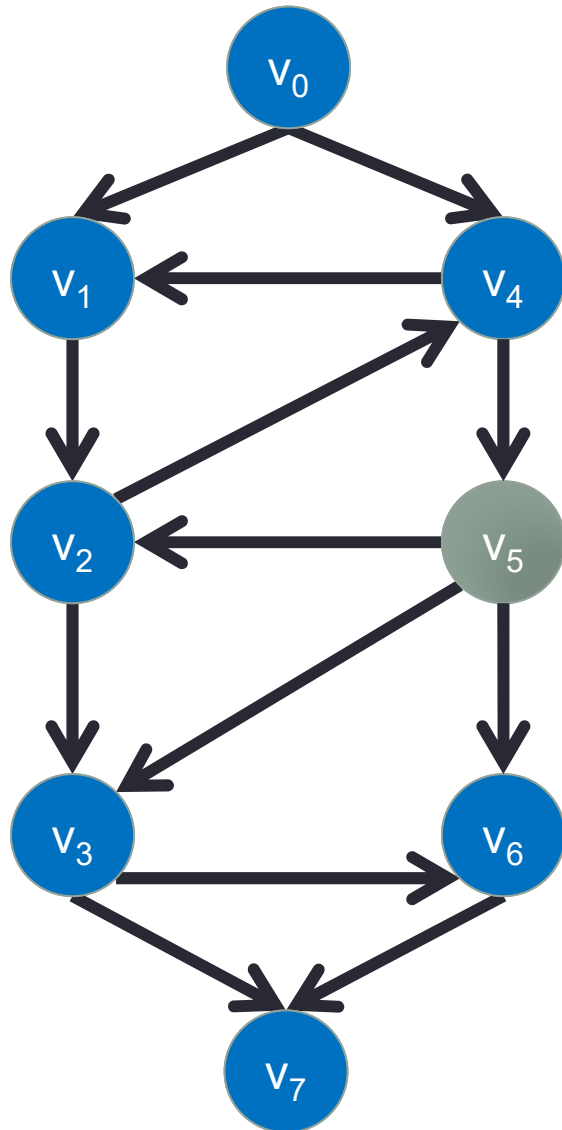


Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)

v_4	v_6						
-------	-------	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4		v_6	v_7
-------	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------

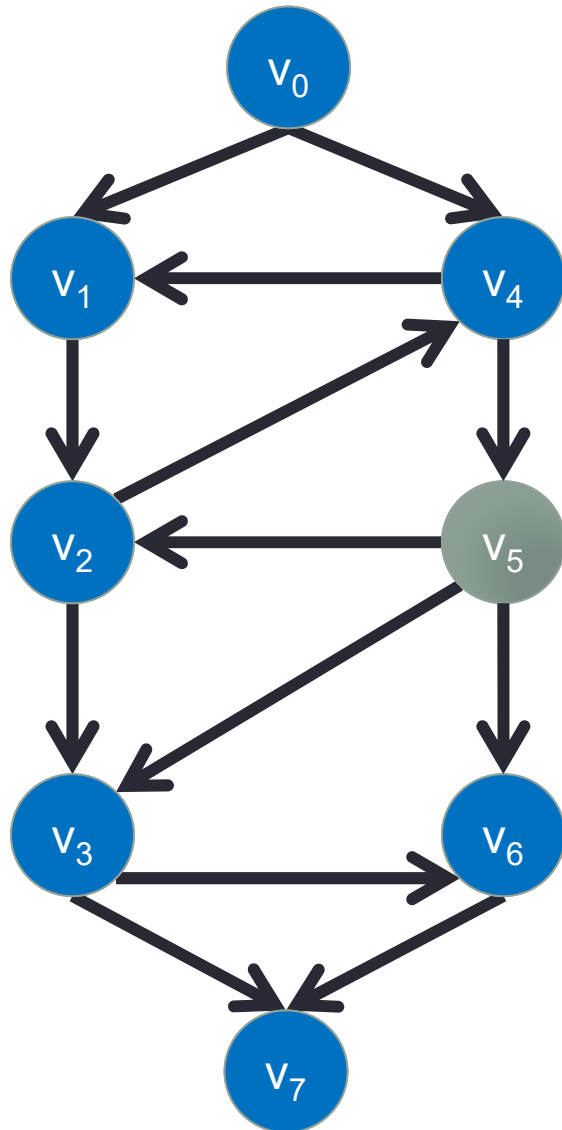
Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7

Sacamos un elemento de la pila

... no tiene vecinos no visibles



Pila (vértices pendientes de procesar)

v_4	v_6						
-------	-------	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

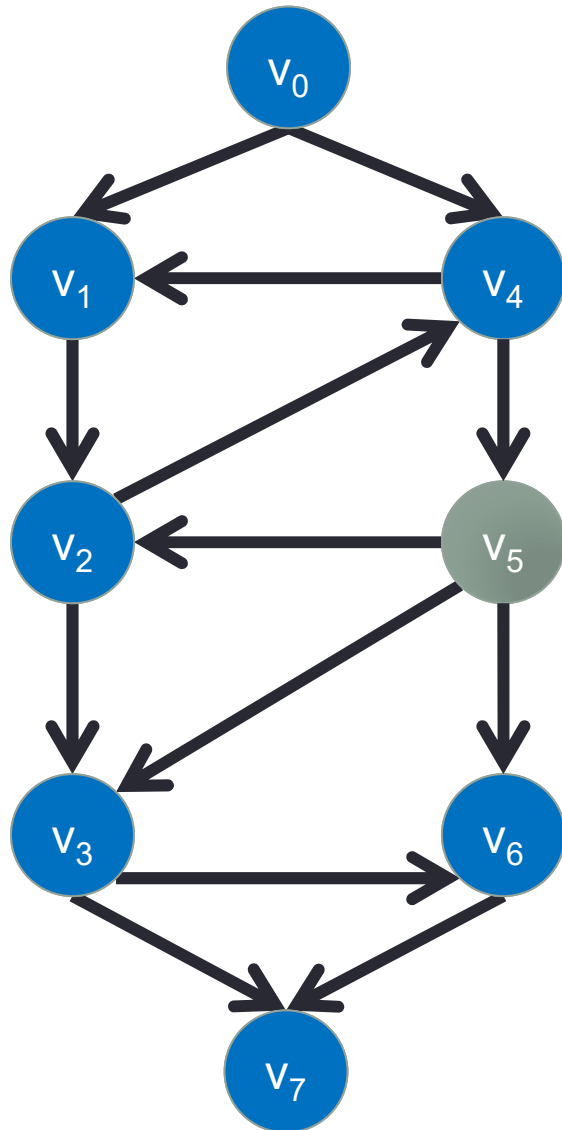
v_0	v_1	v_2	v_3	v_4		v_6	v_7
-------	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------

Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)

v_4							
-------	--	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

v_0	v_1	v_2	v_3	v_4		v_6	v_7
-------	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------

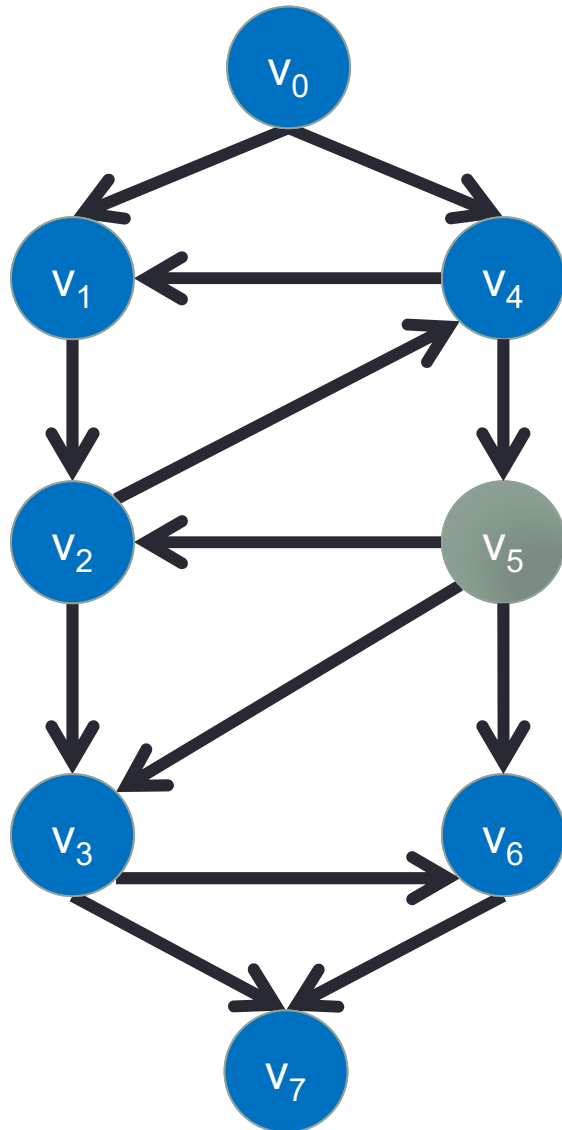
Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6

Sacamos un elemento de la pila

... no tiene vecinos no visibles



Pila (vértices pendientes de procesar)

v_4							
-------	--	--	--	--	--	--	--

Vértices visibles

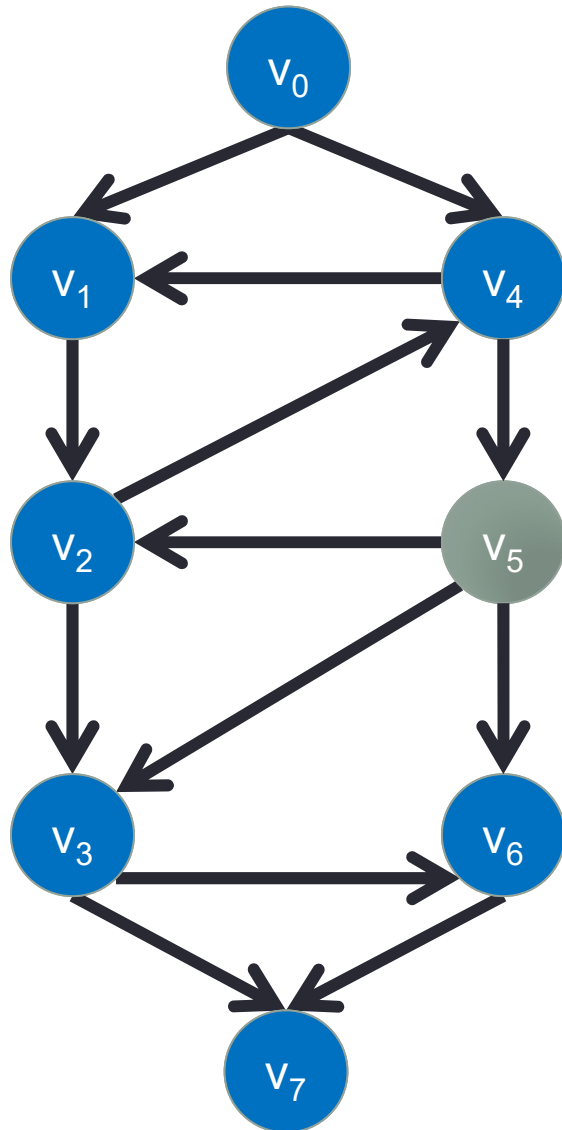
v_0	v_1	v_2	v_3	v_4		v_6	v_7
-------	-------	-------	-------	-------	--	-------	-------

Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6 V_4

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)

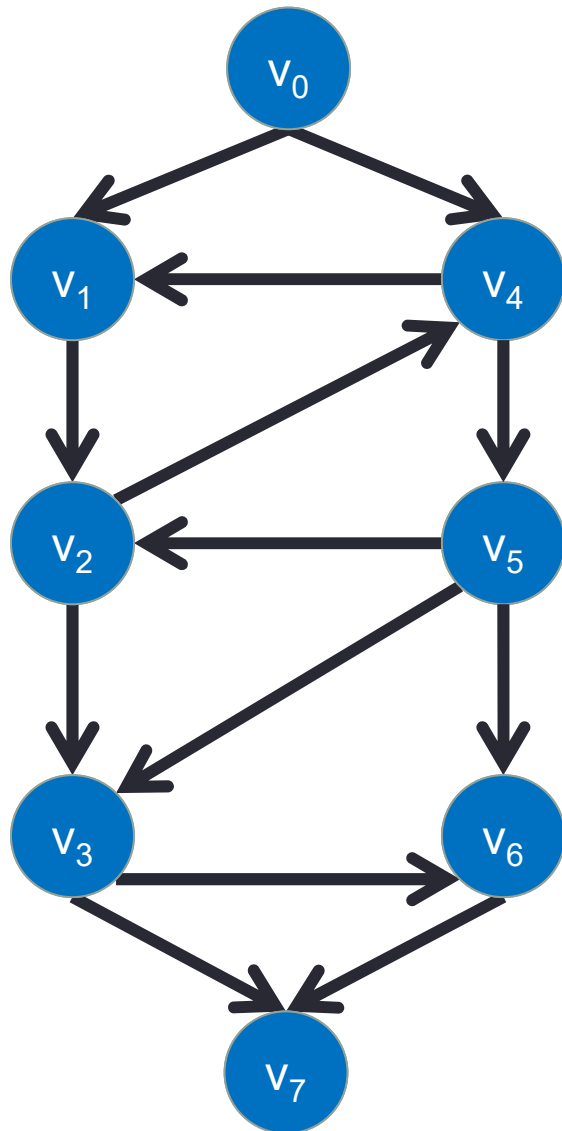


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1



V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6 V_4

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

V_5

Pila (vértices pendientes de procesar)

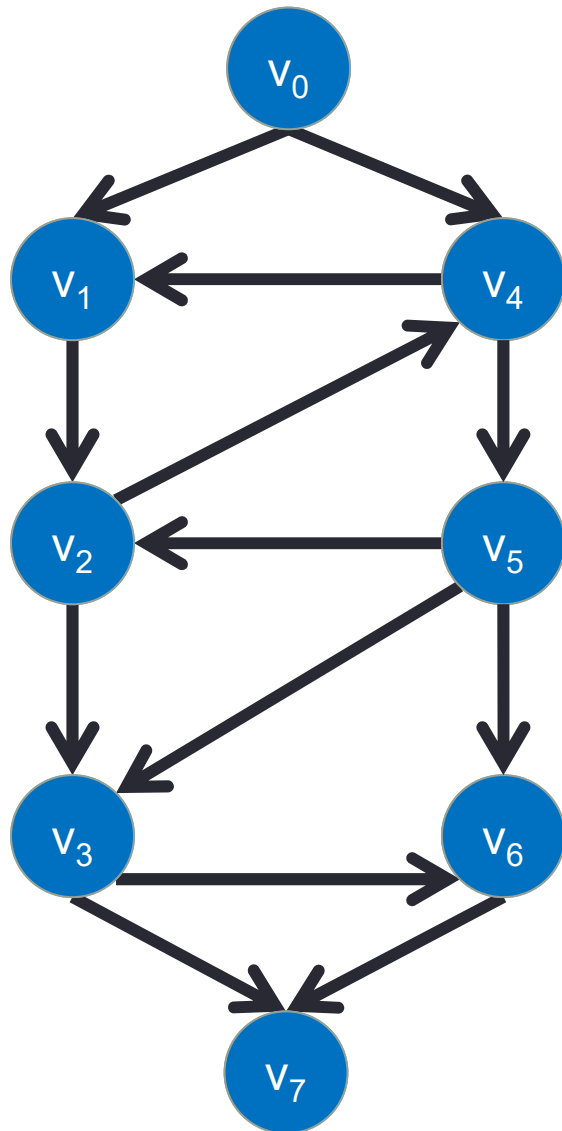


Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 3



v_0 v_1 v_2 v_3 v_7 v_6 v_4

Sacamos un elemento de la pila

... marcamos sus vecinos como visibles:

v_6

... y los metemos en la pila para procesarlos

Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles

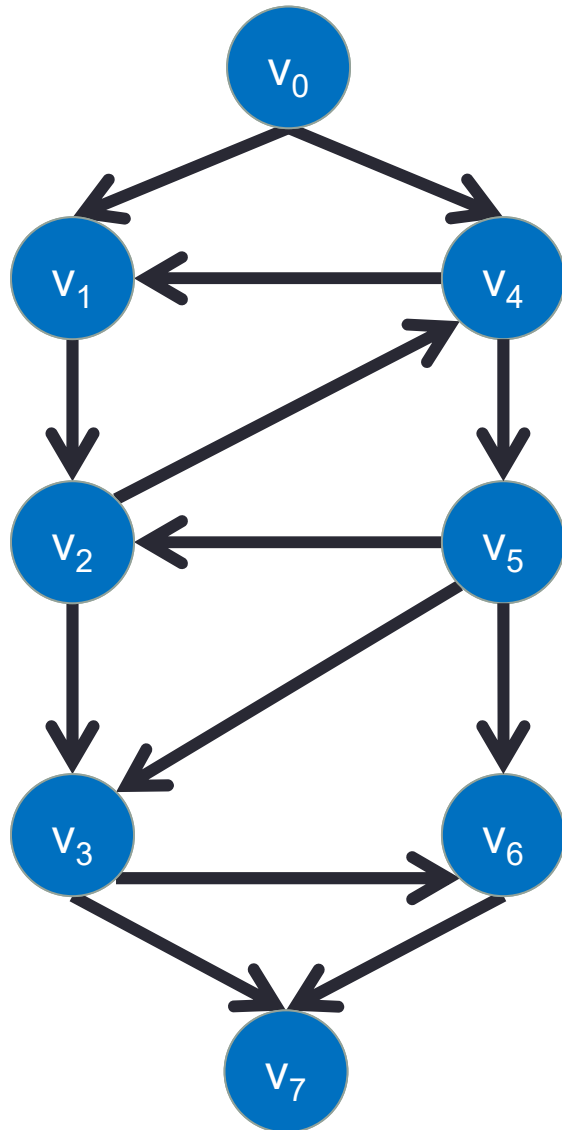


Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 1

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6 V_4 V_5

Sacamos un elemento de la pila



Pila (vértices pendientes de procesar)



Vértices visibles



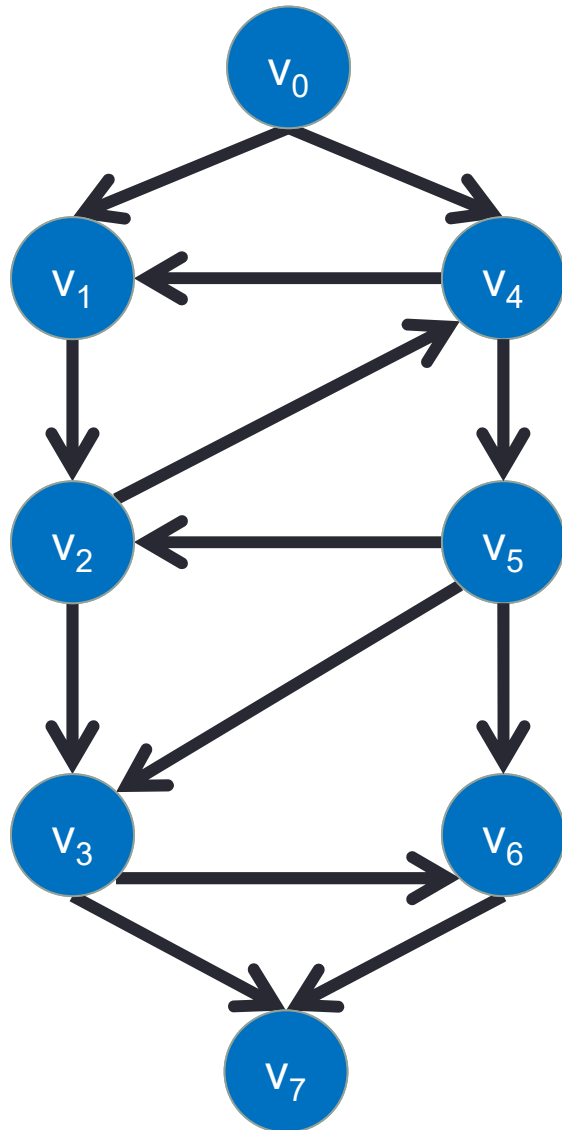
Recorrido en profundidad (*DFS*)

Paso 2

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6 V_4 V_5

Sacamos un elemento de la pila

... no tiene vecinos no visibles



Pila (vértices pendientes de procesar)



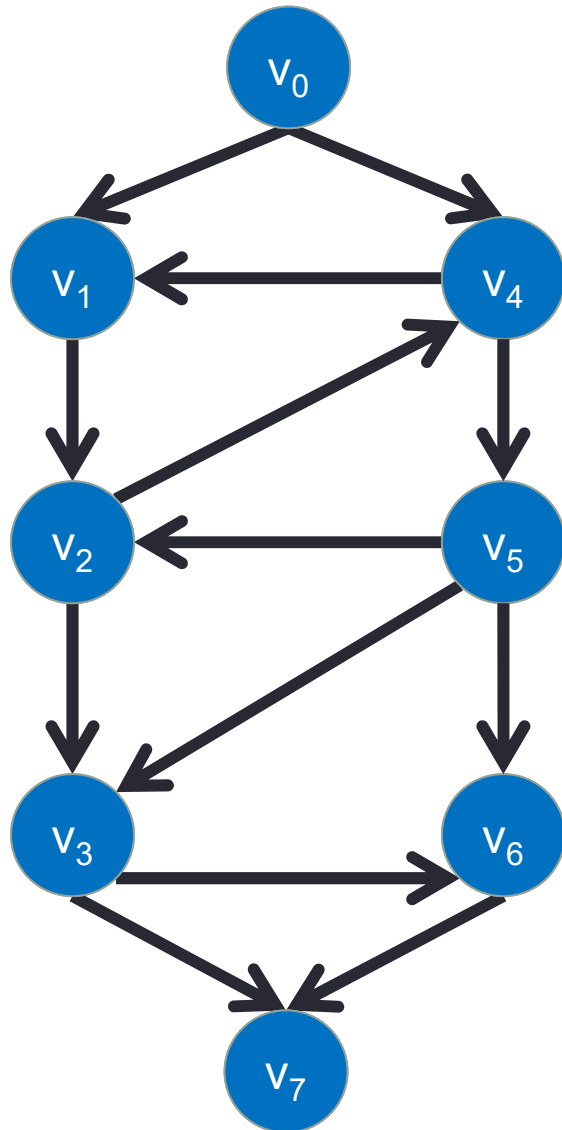
Vértices visibles



Recorrido en profundidad (*DFS*)

V_0 V_1 V_2 V_3 V_7 V_6 V_4 V_5

... recorrido en profundidad



Recorrido en profundidad (DFS)

DFS (grafo G , vertice inicial v_i)

- $S = \text{Stack}()$
- Marcar v_i como visible;
- $S.\text{push}(v_i)$
- Mientras not $S.\text{isEmpty}()$:
 - $v = S.\text{pop}()$
 - Para todas las aristas (v, w) :
 - Si w no es visible:
 - Marcar w como visible
 - $S.\text{push}(w)$

*Implementación
Iterativa*

Recorrido en profundidad (DFS)

DFS (grafo G , vertice inicial v_i)

- Marcar v_i como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

Llamada recursiva

*Implementación
Recursiva*

Estrategias básicas de búsqueda

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración por niveles
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados
(*grafo no dirigido*)

Recorrido en profundidad

- *Depth-First Search (DFS)*
- Exploración agresiva
- Se programa con una pila (o con recursividad).

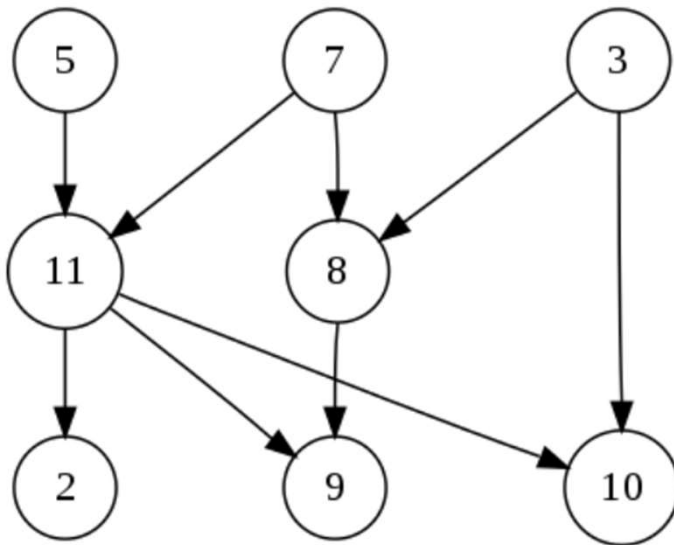
Aplicaciones:

- Orden topológico
- Componentes conectados
(*grafo dirigido*)

Aplicación: Orden topológico

- ***Dado un grafo acíclico dirigido calcular un orden válido de recorrido topológico***

- **Definición:** el orden topológico de un grafo dirigido es una ordenación lineal en la que cada arista (u,v) establece que u precede v en el orden final.



Soluciones válidas:

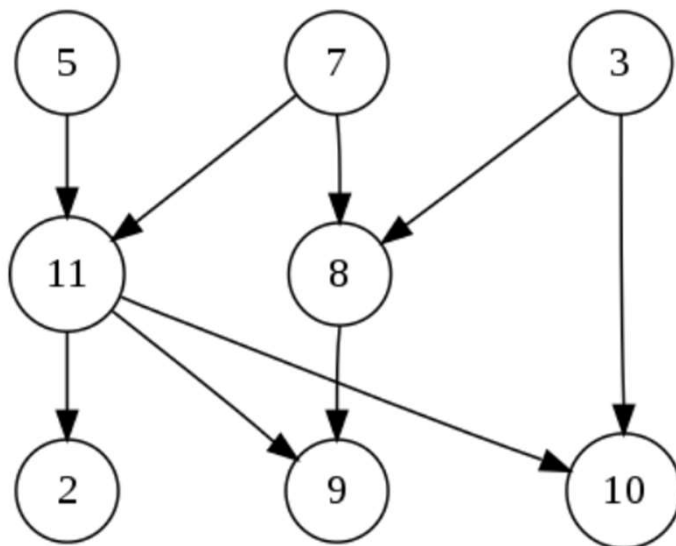
- 5, 7, 3, 11, 8, 2, 9, 10
- 3, 5, 7, 8, 11, 2, 9, 10
- 5, 7, 3, 8, 11, 10, 9, 2
- 7, 5, 11, 3, 10, 8, 9, 2
- 5, 7, 11, 2, 3, 8, 9, 10
- 3, 7, 8, 5, 11, 10, 2, 9

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

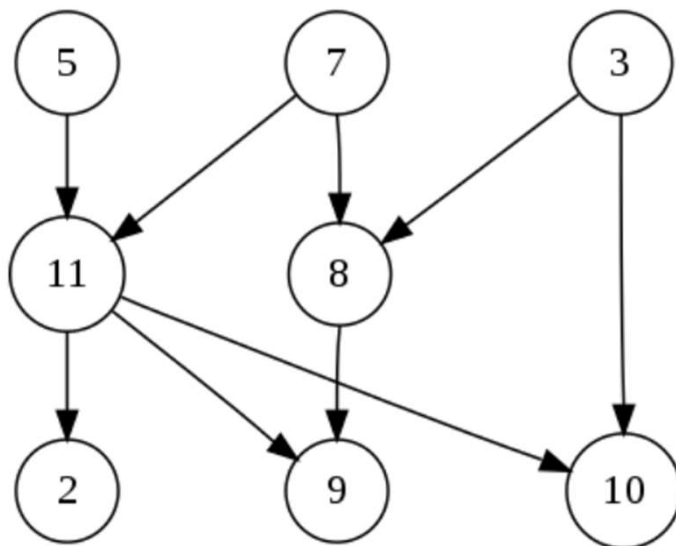
- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

Aplicación: Orden topológico con DFS

$n = \text{número de vertices}$

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

$n=8$

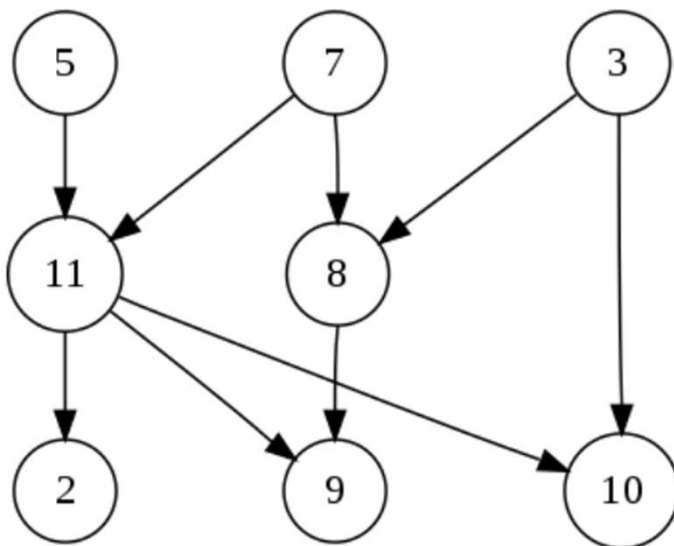
Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)

dfs()



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

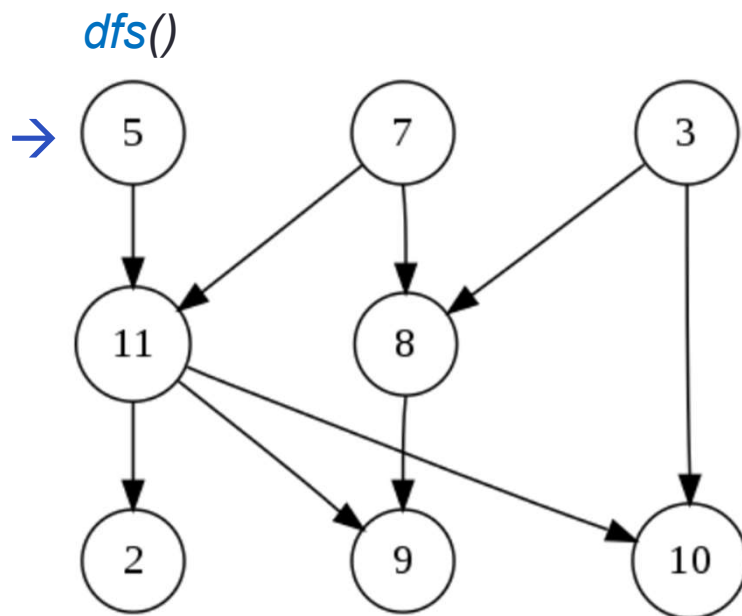
$n=8$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

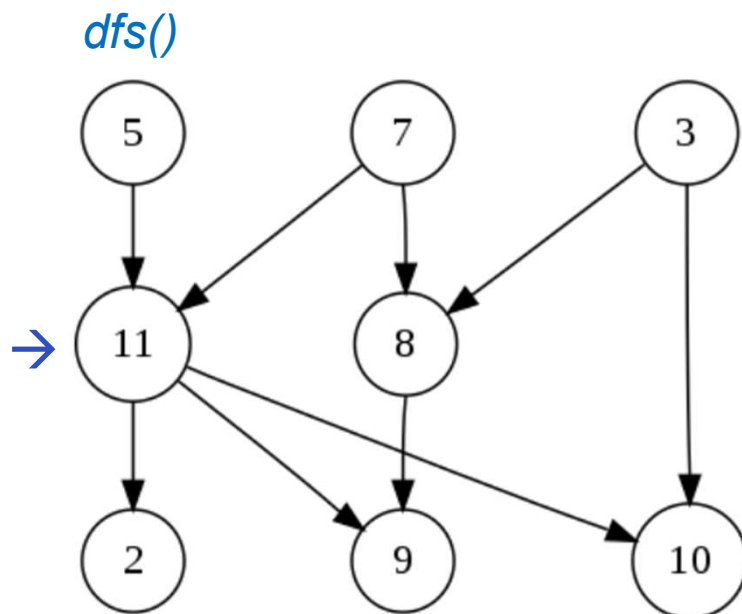
$n=8$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

Para todas las aristas (v,w) :

- Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

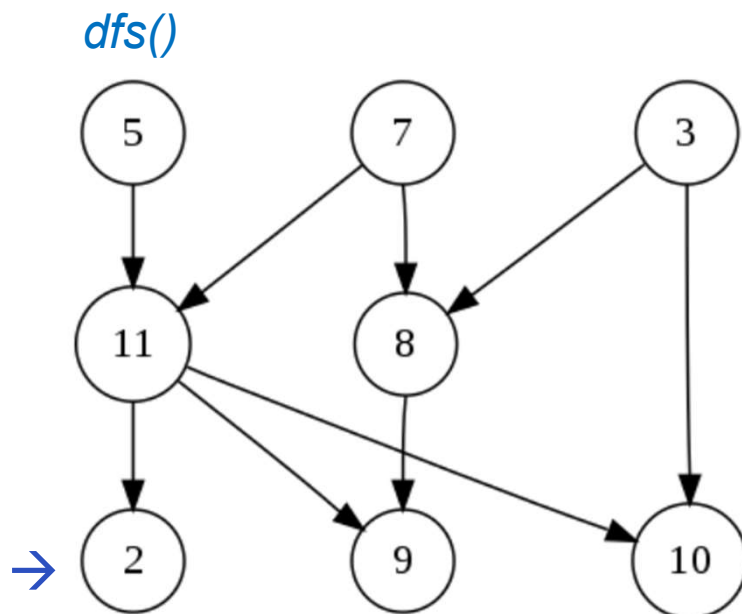
$n=8$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

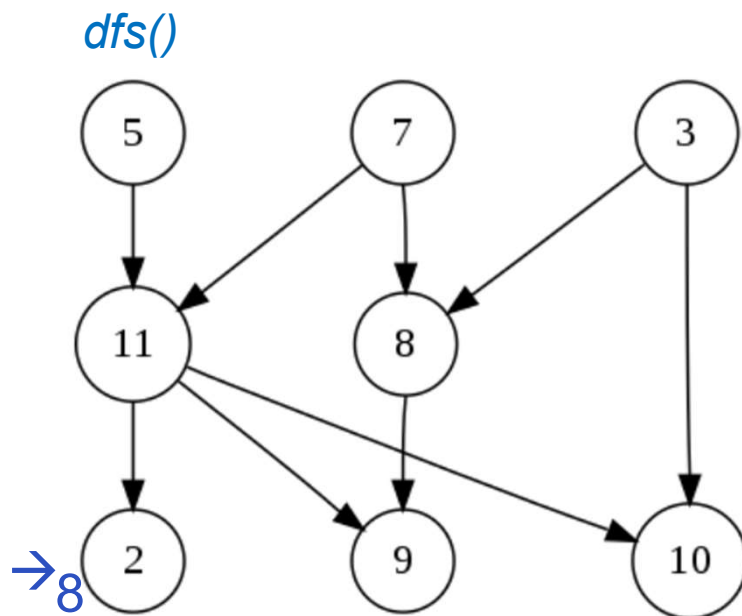
$n=8$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

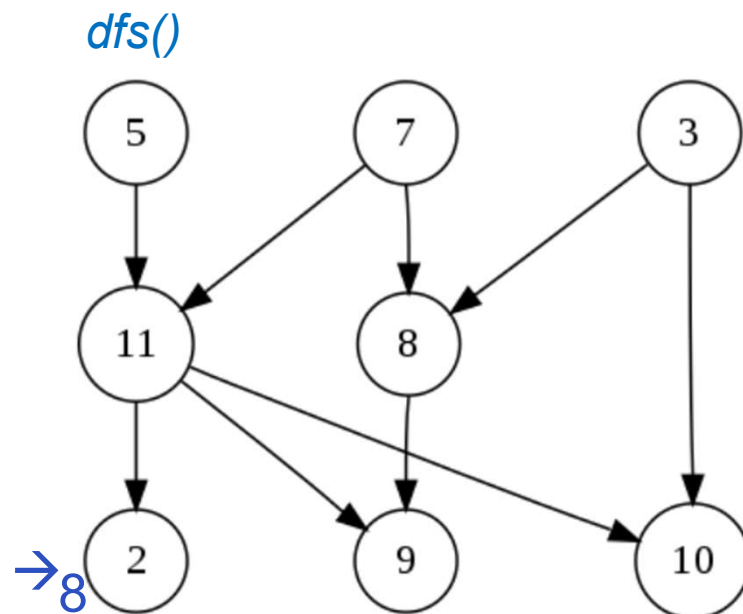
$n=7$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

Para todas las aristas (v, w) :

- Si w no es visible:
- DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

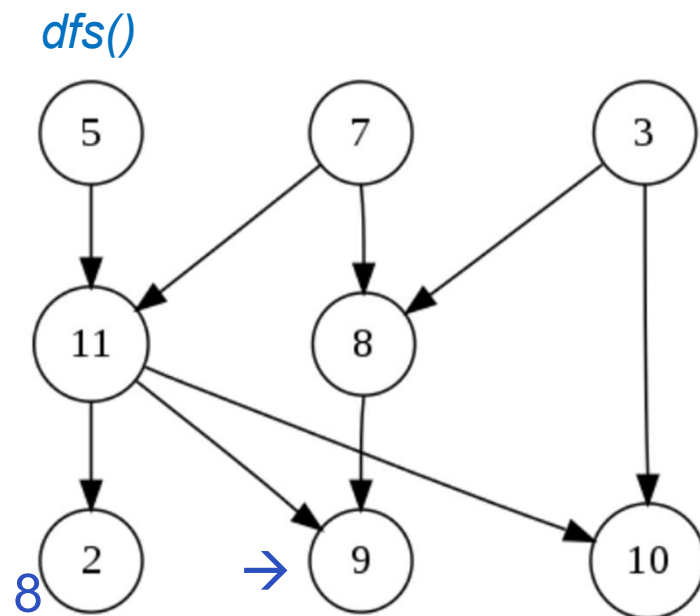
$n=7$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

Para todas las aristas (v, w) :

- Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

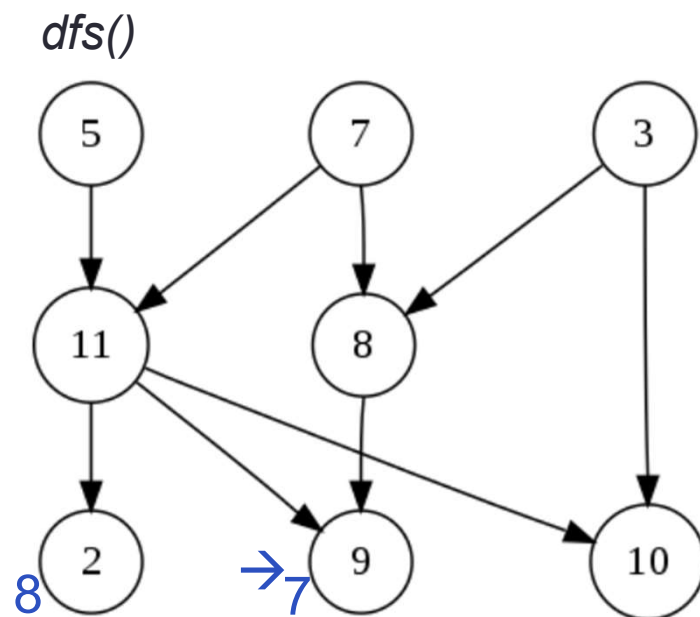
$n=7$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

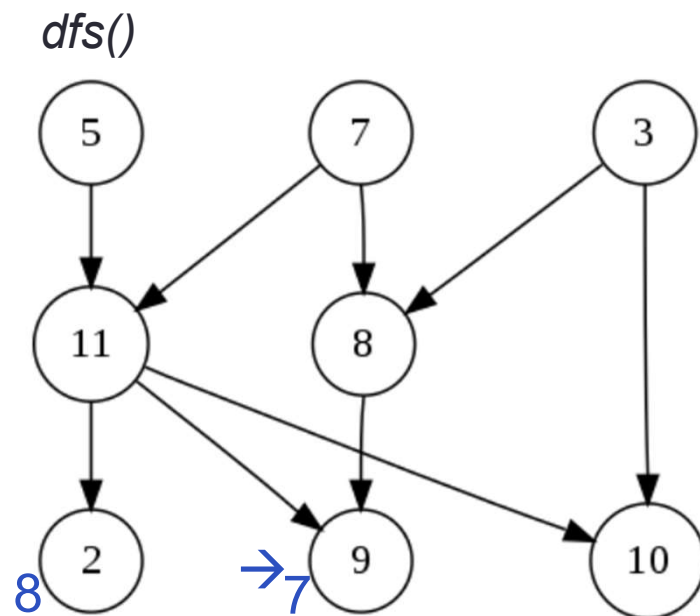
$n=6$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

Para todas las aristas (v,w) :

- Si w no es visible:
- DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

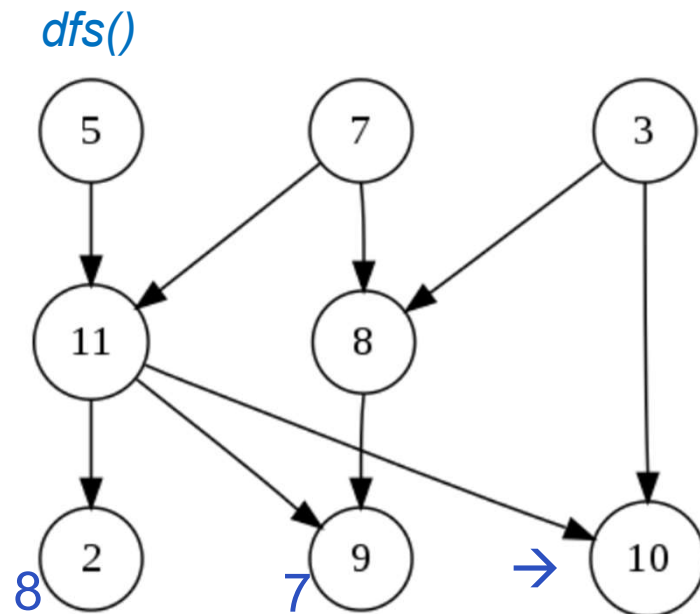
$n=6$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

Para todas las aristas (v,w) :

- Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

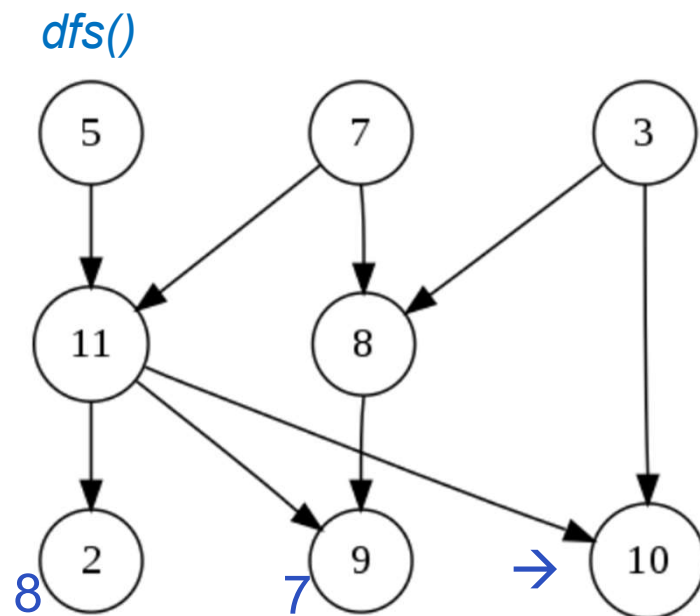
$n=6$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

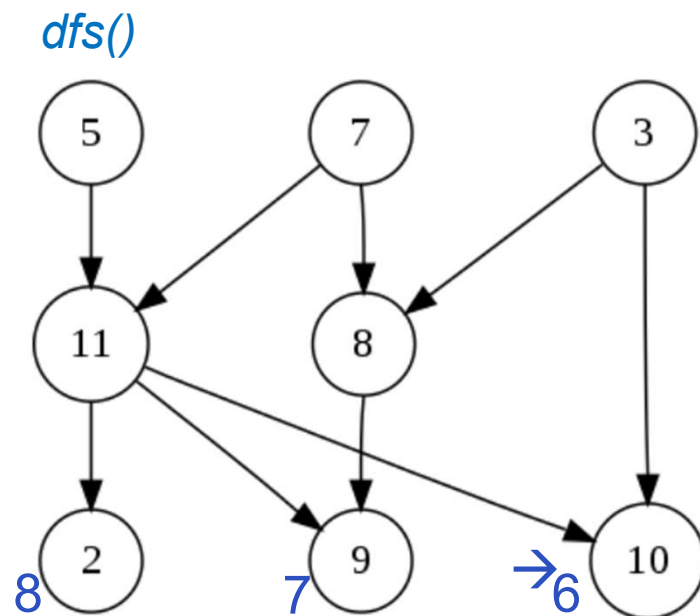
$n=6$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

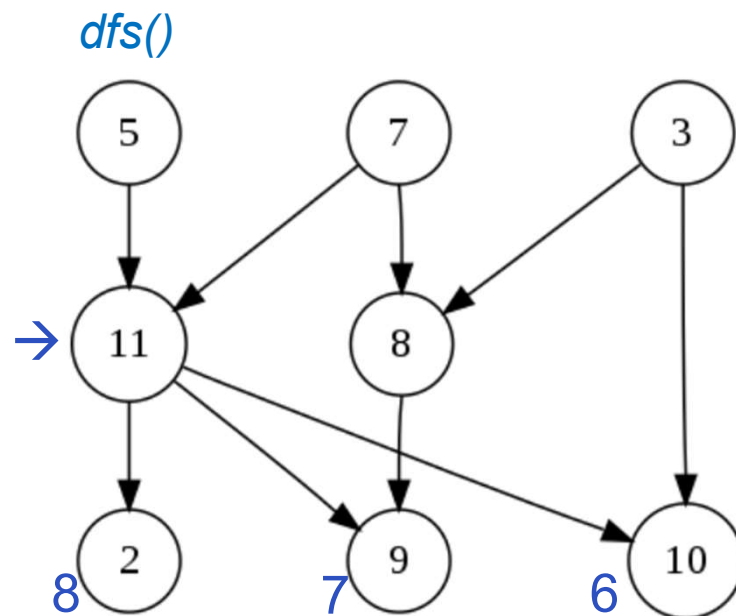
$n=5$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible

- Para todas las aristas (v,w) :

- Si w no es visible:

- DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

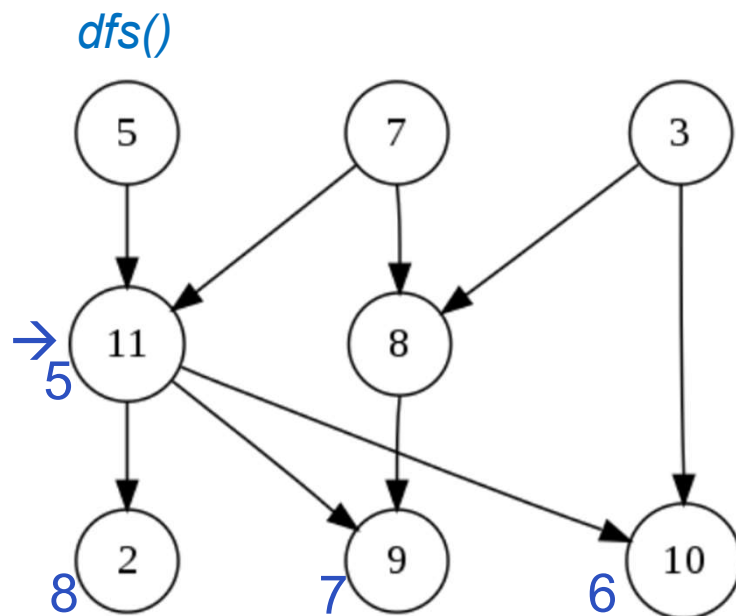
$n=5$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v, w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

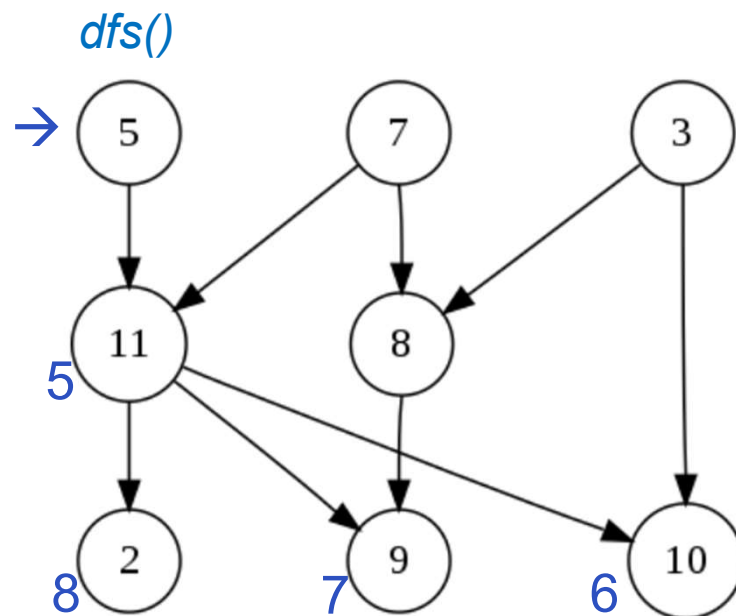
$n=4$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v, w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

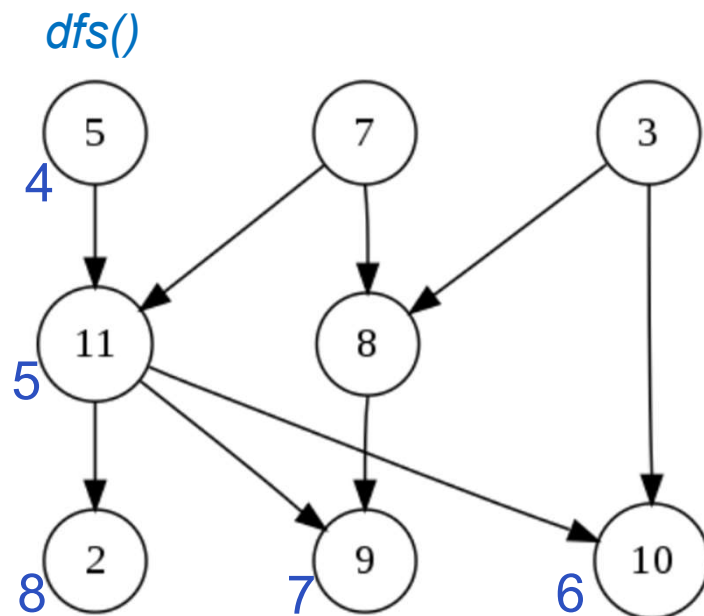
$n=4$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
 - DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)

- **orden(v) = n**

- **$n = n - 1$**

return

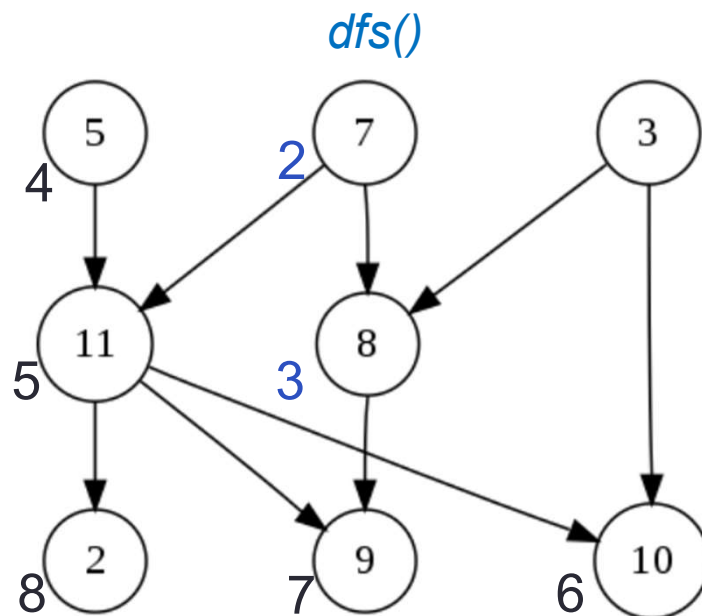
$n=3$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v,w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

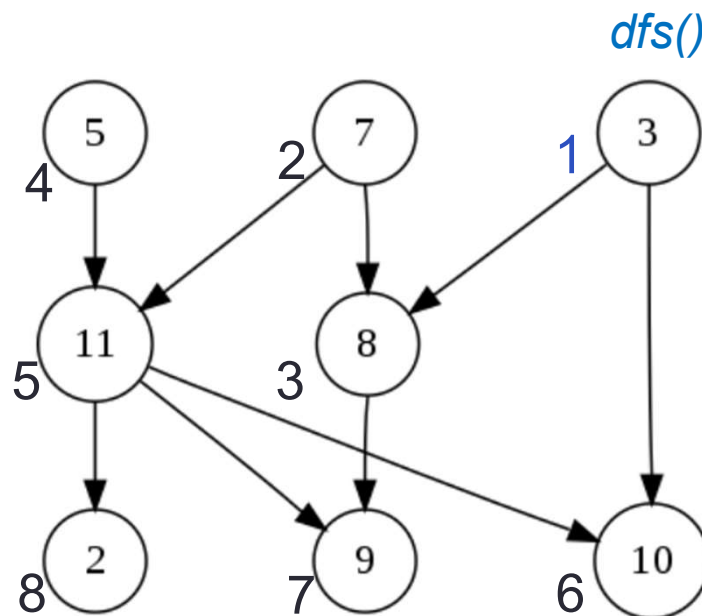
$n=1$

Aplicación: Orden topológico con DFS

n = número de vertices

Con todos los vertices v :

- Si v no es visible:
- DFS (G, v)



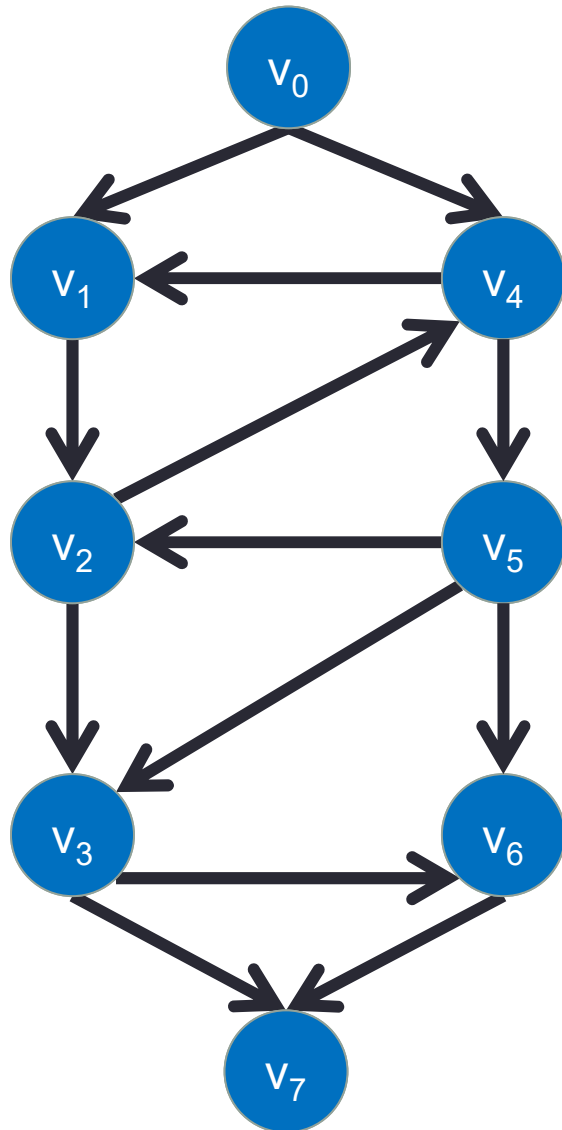
DFS (grafo G , vertice inicial v)

- Marcar v como visible
- Para todas las aristas (v, w) :
 - Si w no es visible:
 - DFS (G, w)
- **orden(v) = n**
- **$n = n - 1$**
- return**

$n=0$

Solución: 3 7 8 5 11 10 9 2

Recorridos en Grafos



Para recorrer un grafo no siempre es necesario construir el grafo.

Podemos recorrerlo utilizando sólo las estructuras de datos auxiliares

Importante para recorrer grafos grandes!

Pila / Cola



Vértices visibles



Resumen

Recorrido a lo ancho

- *Bread-First Search (BFS)*
- Exploración por niveles
- Se programa con una cola

Aplicaciones:

- Camino más corto
- Componentes conectados (en grafo no dirigido)

Recorrido en profundidad

- *Depth-First Search (DFS)*
- Exploración agresiva
- Se programa con una pila (o con recursividad)

Aplicaciones:

- Orden topológico
- Componentes conectados (en grafo dirigido)