

भास्त्र और संचालन

## Permutations and Combinations

Factorial n :

$$l_n = n \cdot l_{n-1}$$

$$Ex: l_0 = 1$$

$$l_1 = 1$$

$$l_2 = 2 \times 1 = 2$$

$$l_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$l_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$l_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$l_6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$l_7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$l_8 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

$$l_9 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 362880$$

$$l_{10} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

$$Ex \Rightarrow 6 \cdot 1$$

a-1

अंकों

हों,

(i) अंकों की पुनरावृति की अनुमति हो

अंक

$$= 1, 2, 3, 4, 5$$

तीन अंकों पर संचया =  $5 \times 5 \times 5 = 125$

(ii) अंकों की पुनरावृति की अनुमति न हो,

$$\rightarrow 5 \times 4 \times 3 = 60$$

अंकी

सम - 21/2021

$$= 2, 4, 6 \\ = 3 * 6 * 6 = 108$$

प्रॉटेजी

$$10 * 9 * 8 * 7 = 630 * 8 = 8040$$

0 4 9

जुल.

$$= 8$$

$$\Rightarrow 8 * 7 * 6 = 336$$

जून सितम्बर

$$2 * 2 * 2 = 8$$

क्रमचय

दी गई वस्तुओं को एक बार में छुड़ा किए  
सभी वस्तुओं को लेन पर जो विस्तृत - विस्तृत  
arrangements होते हैं उनमें से प्रत्येक विस्तृत  
क्रमचय कहते हैं,

रूप :

$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$
---------------------------

Ex - 6.1

Q-1 मान निम्नलिखि :

(i)  $8!$ 

$$\text{L.H.S} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

(ii)  $4! - 3!$ 

$$\text{R.H.S} = (4 \times 3 \times 2 \times 1) - (3 \times 2 \times 1) = 24 - 6 = 18$$

$$Q-2 \quad \text{L.H.S} = 3! + 4! = 7! \quad \text{परिवर्तन करें}.$$

$$\begin{aligned} \text{R.H.S} &= 3! + 4! \\ &= (3 \times 2 \times 1) + (4 \times 3 \times 2 \times 1) \\ &= 6 + 24 = 30 \end{aligned}$$

$$\text{R.H.S} = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$\text{L.H.S} \neq \text{R.H.S}$$

Q-3  $8!$  परिवर्तन करें।

$$6! \times 2!$$

$$\frac{1}{6!} \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{16 \times 12} = 28$$

$$\frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \frac{n}{8!} \quad n=9$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{17} = \frac{n}{18}$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{7 \times 16} = \frac{n}{8 \times 7 \times 16}$$

$$\frac{1}{16} \left[ 1 + \frac{1}{7} \right] = \frac{n}{8 \times 7 \times 16}$$

$$\frac{7+1}{7} = \frac{n}{8 \times 7}$$

$$\frac{8}{7} = \frac{n}{56}$$

$$7n = 448$$

$$n = 64$$

5.  $\frac{n!}{(n-r)!}$  अंत मात्र निम्नलिखि, जब

$$n = 6, r = 2$$

$$\frac{16}{16-2} = \frac{6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 30$$

$$n = 9, r = 5$$

$$\frac{19}{19-5} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15120$$

प्रश्नावली

$$= 6 \cdot 3$$

$$Q-1 \quad 1 \text{ का } g$$

x 1

$$\text{एवं अंकों का संग्रह} = 3$$

$$(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

$$n = 9$$

$$r = 3$$

$$nPr = {}^9P_3$$

$$= \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} \Rightarrow 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

$$= 504$$

$$Q-2 \quad \text{संख्या शैरि}$$

$$\text{एवं अंकों का संग्रह} = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

$$\text{अंकों की संख्या} = 10$$

$$4. \text{ अंकों की लेकर एवं अंकों का संग्रह} = {}^{10}P_4$$

$$= \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} \Rightarrow 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$= 5040$$

$$5. \text{ एवं से आरम्भ होने वाली संख्या} = {}^9P_3$$

$$\frac{9!}{(9-3)!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

$$= 504$$

Date / /

4 अंकों की कुल संख्या परमें की अंक ज  
दौधराया जाए तथा जो 5040. में आरम्भ ह

$$\rightarrow 5040 - 504 = 4536 \quad \text{Q}$$

अंक

$$n = 6$$

$$r = 3$$

$${}^n P_r = {}^6 P_3$$

$$\frac{16}{16-3} = \frac{16}{13} \rightarrow \frac{6 \times 5 \times 4 \times 13}{13} = 120$$

$$\rightarrow \text{सम संख्या} = \frac{120}{2} = 60 \quad \text{Ans}$$

-  $n = 8 ; r = 4$ , अंकों में से 4 लेकर बनाने वाली संख्या, जबकि की 4 अंक दौधराया ज गया है।

$${}^8 P_4 = \frac{8!}{8-4} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 120$$

प्रत्येक गण अंकों में 2 अंक सम हैं जिसके इकाई पर स्थित होने 2 के दो सम  $[2, 4]$  संख्या बनती है।

दो अंक में कोइ रूप अंक लिखने की रफ़त  $= 2P_1$

$$= \frac{12}{12-1} = \frac{12}{11} = 2$$

तब शॉष + अंकों में से 2 अंक चुनने होगे

प्रारंभिक संख्या + अंतिम अन्तरीक्ष, तो  
चुनने की विधि =  ${}^n P_3$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1} = 24$$

$$\text{कुल संख्या} = {}^n P_3 \times 2P_1 \\ = 24 \times 2 = 48 \text{ रो}$$

Q5 कुल संख्या  
अद्यक्षी की संख्या = 8  
अद्यक्षी की संख्या = 1

अद्यक्ष चुनने की विधि =  ${}^8 P_1$

$$\frac{1}{1-1} = \frac{8 \times 1}{1} = 8$$

शैष + व्यक्ति में को 1 उपाद्यक्ष चुनने की  
विधि =  ${}^7 P_1$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-1} = \frac{7 \times 1}{1} = 7$$

कुल विधि =  $8 \times 7 = 56$

Q6  $\frac{n-1}{n-1} P_3 : n P_4 = 1:9$  तो  $n=?$

लम  $\frac{n-1}{n-1} P_3 = \frac{1}{9} \cdot n P_4$

$$\frac{\frac{1}{n-1}}{\frac{1}{n-1-3}} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{n-1}{n-r} \times \frac{n-r}{n} = \frac{1}{g}$$

$$\frac{n-1}{n(n-1)} = \frac{1}{g}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{g}$$

E(i)  $5P_r = 2^6 P_{8-r}$   $r=9$

$$\frac{18}{18-r} = 2 \times \frac{15}{16-(r-1)}$$

$$\frac{18}{18-r} = 2 \times 6 \times \frac{15}{17-r}$$

$$\frac{1}{15-r} = \frac{12}{(7-r)(8-r)}$$

$$(7-r)(8-r) = 12$$

$$42 - 7r - 6r + r^2 = 12$$

$$42 - 13r + r^2 = 12$$

$$r^2 - 13r + 42 - 12 = 0$$

$$r^2 - 13r + 30 = 0$$

$$r^2 - (10+3)r + 30 = 0$$

$$r^2 - 10r - 3r + 30 = 0$$

$$r(r-10) - 3(r-10) = 0$$

$$(r-10)(r-3)$$

$$r=10, r=3$$

$$\boxed{r=10, 3}$$

(iii)

$$8P_r = 6P_{r-1} \quad r=?$$

Date / /

Ex

$$\frac{8}{8-r} = \frac{6}{6-(r-1)}$$

$$\frac{18}{8-r} = \frac{6 \times 18}{(7-r)(6-r)}$$

$$\frac{1}{8-r} = \frac{6}{(7-r)(6-r)} \cancel{(6-r)}$$

$$(7-r)(6-r) = 6$$

$$42 - 7r - 6r + r^2 = 6$$

$$42 - 13r + r^2 = 6$$

$$r^2 - 13r + 42 - 6 = 0$$

$$r^2 - 13r + 36 = 0$$

$$r^2 - (9+4)r + 36 = 0$$

$$r^2 - 9r + 4r + 36 = 0$$

$$r(r-9) - 4(r-9) = 0$$

$$(r-9)(r-4) = 0$$

$$r = 9, r = 4$$

$$r = 9, 4$$

$$C-8 \text{ अवलम्बन } = 8P_8$$

$$\frac{18}{8-8} = \frac{18}{10}$$

$$18 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40320$$

Date / /

Q9(i)

~~रुक समय में अक्षर लिए जाते हैं = 6P\_1~~

$$\frac{16}{16-4} - \frac{16}{12} \rightarrow 6 \times 5 \times 4 + 8 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= 360$$

(ii) रुक समय में सभी अक्षर लिए जाते हैं = 6P\_6

$$\frac{16}{16-6} = \frac{16}{10} = 720$$

(iii) सभी अक्षर लिए जाते हैं परन्तु प्रथम अक्षर रुक  
रहते हैं = रुक  
विविध = A, O  
= 2P\_1 = 2

छोट पाँच अक्षर के छने शब्दों की संख्या = 5P\_5

$$\frac{15}{15-5} = 15 = 120$$

सभी अक्षरों से छने शब्दों की संख्या अलगी अलग  
में रुक है

$$= 120 \times 2 = 240 R$$

Q10 MISSISSIPPI कुल संख्या = 11

इल

$$I = 4$$

$$S = 4$$

$$P = 2$$

$$M = 1$$

कुल संख्या की संख्या

$$= \frac{11}{14.14.12}$$

$$= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 14}{14 \times 48}$$

$$= 34650$$

प्र० I रुप साथ लेने पर छहे रुप I मानेगे  
इष्ट कुल अंकर = 8

प्र० II वो रुप साथ लेने पर बना कमचय

$$= 181412$$

$$= 18$$

$$1412$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 14}{14 \times 2}$$

$$= 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

अतः हीसे कमचयों की संख्या जिसमें प्र० II साथ  
नहीं आती है।

$$\Rightarrow 34650 - 840$$

$$\Rightarrow 33810$$

$$Q.11 \text{ PERMUTATIONS} = 12 \text{ अंकर}$$

$$\text{कमचयों की संख्या} = \frac{110}{12}$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 12$$

$$\Rightarrow 1814400$$

$$\text{रवरी की संख्या} = 5$$

$$\text{कुल अंकरों की संख्या} = 12 - 5 + 1 = 8$$

Date / /

T अक्षर की पुनरावृति दो तारे के इसका काले  
वाले गालों की संख्या =  $\frac{L_8}{L_2}$

$$2 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times \frac{L_2}{L_2}$$

12 अक्षरी की लेनदेन छनवे वाले अक्षरों की संख्या  
 $\frac{L_5}{L_2} = 2419200$

P और S स्थित हैं, तब जोध = 10

T की पुनरावृति है तब = 10 अक्षर में छनवे वाले  
अक्षर =  $\frac{L_{10}}{L_2} = 1814400$

## पुर्वावली

$$= 6.4$$

- $$\text{सिद्ध कीजिए : } {}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r$$

$$\Rightarrow {}^h c_r + {}^h c_{r-1} = \frac{{}^h}{r/h-r} + \frac{{}^h}{(r-1)/(h-r+1)}$$

$$= \frac{1}{r(r-1)} \frac{1}{n-r} + \frac{1}{(n-1)} \frac{1}{n-r+1} \frac{1}{(n-r)}$$

$$= \frac{L_n}{L_{r-1} [h-r]} \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{r-h+1} \right]$$

$$= \frac{1}{(r-1)!} \frac{1}{(n-r)!} \binom{n-r+1+r}{r(n-r+1)}$$

$$\frac{1}{r-1} \frac{h}{(h-r)} \frac{h+1}{r(h-r+1)}$$

$$\frac{\binom{n+r}{r}}{\binom{n+1-r}{r}} = \frac{(n+r)!}{(n+1-r)!r!}$$

$$U-1 \quad nC_8 = nC_2 \quad \text{at } nC_2 = 9$$

$$\text{Eq1} \quad n = 8 + 2$$

n = 10

$$= \text{ } nC_2$$

${}^{\circ}\text{C}_2$

$$n_{\text{Ly}\alpha} = n_{\text{Ly}\beta}$$

$$\frac{10}{12} \frac{10-2}{10-4} = \frac{10 \times 9 \times 8}{2 \times 1} = 9 \times 45$$

$$Q-2(i) {}^{2n}C_2 : {}^nC_2 = 12 : 1 \text{ at } n = ?$$

$$\frac{{}^{2n}C_2}{{}^nC_2} = \frac{12}{1}$$

$$\frac{{}^{2n}C_2}{{}^nC_2} = \frac{12n}{12} \Rightarrow \frac{{}^{2n}(2n-1)}{2 \times 1} \frac{1}{(2n-2)}$$

$$\Rightarrow n(2n-1)$$

$$\frac{{}^nC_2}{12} = \frac{n(n-1)}{12} \frac{1}{(n-2)} = \frac{n(n-1)}{2} \frac{1}{(n-2)}$$

$$\frac{{}^{2n}C_2}{{}^nC_2} = \frac{12}{1}$$

$$\frac{\cancel{n}(2n-1)}{\cancel{n}(n-1)} \Rightarrow \frac{12}{1}$$

$$\frac{\cancel{n}(2n-1)}{(n-1)} \Rightarrow \frac{12}{1}$$

$$2n-1 = 6n-6$$

$$2n-6n = -6+1$$

$$-4n = -5$$

$$\boxed{n = 5}$$

(ii)  ${}^{2n}C_2 : {}^nC_3 = 11 : 1$

~~QSM~~  ${}^{2n}C_2 = \frac{2n}{13} \cdot \frac{(2n-1)(2n-2)}{(2n-3)} = \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{13(2n-3)}$

$$\frac{{}^nC_3}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$${}^nC_3 = \frac{n}{13} \cdot \frac{(n-1)(n-2)}{(n-3)} = \frac{n(n-1)(n-2)}{13(n-3)}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$\frac{{}^{2n}C_2}{nC_3} = 11$$

$$\frac{n}{1} = 1$$

$$\frac{2n(n-1)(n-2)}{3} = 11$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 11$$

$$\frac{2(2n-1) \times 2}{n-2} = \frac{11}{1}$$

$$\frac{4n(2n-1)}{n-2} = \frac{11}{1}$$

Date / /

$$\begin{aligned} 8n - 4 &= 11n - 22 \\ 8n - 11n &= -22 + 4 \\ -3n &= -18 \\ n &= 6 \end{aligned}$$

C-3 निम्नीकृत पर लिखनुआमी से दोलर जाने वाले  
जीवर्ण खोजी  $\frac{21}{21} = 21 C_2$

$$\frac{121}{121-2} = \frac{121 \times 20 \times 19}{2 \times 19} = 210 \text{ Rs}$$

C-4 इसके चरमन की विधि  $= 5 C_3$

$$\frac{15}{15-3} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 12}{5 \times 2 \times 1 \times 12} = 10$$

लिखनी का चरमन की विधि  $= 4 C_3$

$$\frac{14}{14-3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1} = 4$$

$$10 \times 4 = 40 \text{ Rs}$$

$$\begin{aligned} C-5 \text{ लाल } \frac{9}{9-3} &= 6 \\ \text{रेकेट } \frac{9}{9-3} &= 5 \\ \text{नील } \frac{9}{9-3} &= 5 \end{aligned}$$

9 ग्रॅम चुनने की कुल विधि जिनमें प्रत्येक संहट  
3 ग्रॅम है।

$$\rightarrow {}^6C_3 \times {}^5C_3 \times {}^5C_3$$

$$\rightarrow \frac{16}{13 \mid 6-3} \times \frac{15}{13 \mid 5-3} \times \frac{15}{13 \mid 5-3}$$

$$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 13}{3 \times 2 \times 13} \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 12}{3 \times 2 \times 12} \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 12}{3 \times 2 \times 12}$$

$$\rightarrow 20 \times 10 \times 10$$

$$\rightarrow 2000$$

Q-6 Total cards = 52

$$\text{हृदय} = 4$$

$$\text{शाय} = 52 - 4 = 48$$

5 पत्तों के सीधे बंडल जिसमें कौन होगा अवश्य  
5 दी तथा 4 अन्य पत्ते दोनों।

$$4 \text{ दोनों में से}, 48 \text{ चुनने की विधि} = {}^4C_1 = 4$$

$$48 \rightarrow, \rightarrow, 48 \rightarrow, = {}^{48}C_4$$

$$5 \text{ पत्तों वाले कुल संरेट} = {}^4C_1 \times {}^{48}C_4$$

$$4 \times \frac{48}{14 \mid 48-4}$$

$$= 4 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 14$$

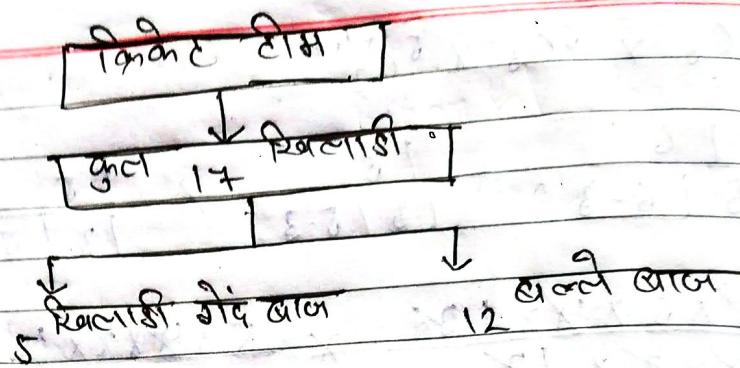
$$24 \times 14$$

$$\Rightarrow 4 \times 2 \times 47 \times 46 \times 45$$

$$= 778320 \Delta$$

Date / /

Q-7



$$\Rightarrow {}^5C_4 \times {}^{12}C_7 = {}^5C_1 \times {}^{12}C_5$$

$$= \frac{5 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{120}$$

$$= 5 \times 11 \times 9 \times 8 = 3960$$

Q-8

$$\begin{aligned} \text{बाली गोड़} &= 5 \\ \text{लाल गोड़} &= 6 \end{aligned}$$

5 बाली तथा 6 लाल गोड़ से 2 बाली तथा 3 लाल गोड़ चुनने की विधि

$$= {}^5C_2 \times {}^6C_3$$

$$= \frac{18}{12/5-2} \times \frac{16}{13/6-3}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times 13}{2 \times 13} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 13}{3 \times 2 \times 13}$$

$$= 10 \times 20 \\ = 200$$

Date / /

09 दूसरे व्यक्तियों की संख्या = 9  
 अनिवार्य = 2

$$\rightarrow +C_3 = -L_7 \\ 13 \mid 7-3 = 2$$

$$= \frac{7 \times 8 \times 5 \times 14}{2 \times 2 \times 14}$$

$$= 35 \text{ पर्याप्त}$$