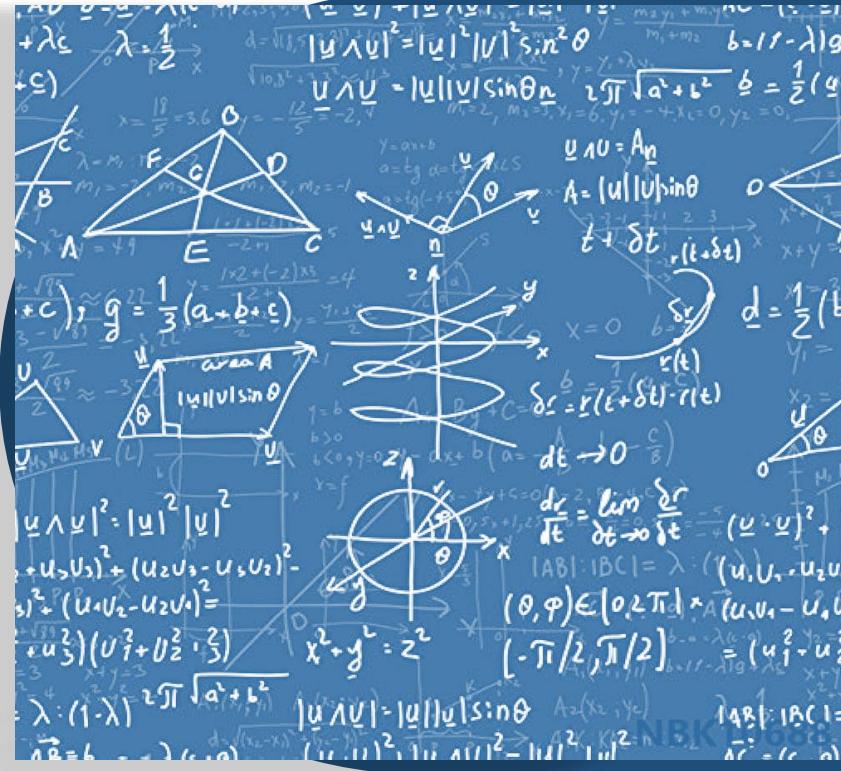




تهجیلات اپضا پرلا

تونالافولا

نحوه هغل (ةيقيبطلا ايجولونكتلا سرادم بلاط



الرياضيات البحتة

الصف الثالث

للأغراض الصناعية (إنجليزي)

rd.3

وحدة الإدارة والتشغيل لمدارس التكنولوجيا التطبيقية.

الوحدة الأولى

الأسس واللوغاريتمات والتباديل والتوافيق

صفحة	موضوع	رقم الدرس
5	الأسس النسبية	أولاً
9	حل المعادلات الأسيّة	ثانية
13	تطبيقات على المعادلات الأسيّة	ثالث
16	الدالة اللوغاريتميّة وعلاقتها بالدالة الأسيّة	رابعاً
19	خصائص اللوغاريتمات	الخامس
22	حل المعادلات اللوغاريتميّة	السادس
25	حل المعادلات الأسيّة باستخدام اللوغاريتمات	السابع
28	مبدأ العد	ثامن
31	مضروب عدد، التباديل	التاسع
35	التوليفات	العاشر
38	اختبار الوحدة	الحادي عشر
39	تقدير	الثاني عشر

الوحدة الأولى

الأسس واللوغاريتمات والتباديل والتوافيق

**عزيزي الطالب، بنهاية دراسة هذه الوحدة، ينبغي أن تكون قد اكتسبت ما يلي
القدرات والمعرفة:**

- لتعريف الدالة الأسيّة.
- معرفة قوانين الأسس.
- حل المعادلات الأسيّة.
- معرفة الدالة اللوغاريتميّة.
- لتحويل الصيغة من الصيغة الأسيّة إلى الصيغة اللوغاريتميّة.
- معرفة قوانين اللوغاريتمات.
- حل المعادلات اللوغاريتميّة.
- لحل مسائل تتعلق بقوانين اللوغاريتمات.
- لإيجاد قيمة اللوغاريتم لعدد ما باستخدام الآلة الحاسبة.
- معرفة مبدأ العد وتطبيقاته.
- معرفة التباديل والتوافيق.
- لاستخدام الآلة الحاسبة لحساب التباديل والتوافيق.

الدرس الأول الأسس النسبية

درسنا سابقاً الضرب المتكرر:

+ $Z \ni R$ حيث $n \in \mathbb{N}$ و $x^{\infty} = \text{سن}$ -

$R - \{0\} \ni x$ حيث $x^0 = 1$. -

$R - \{0\}, \exists x$ حيث $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ -

قوانين الأسس

$$x^{(n+m)} = \text{سن}^+ m$$

$$x^{(n-m)} = \text{سن}^- m$$

$$x^{(n)(m)} = \text{سن نانومتر}$$

$$(xy)^n = \text{سن}^n \times y^n$$

$$x^{(\frac{n}{m})} = \text{سن}^{\frac{n}{m}}$$

الأسس النسبية

$$\sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$$

ملاحظات:

إذا كان n عدداً زوجياً، فإن x يكون عدداً حقيقياً غير سالب.

إذا كان n عدداً فردياً، فإن x يكون عدداً حقيقياً.

تعريف:

$$-\sqrt[n]{m} = m^{\frac{-1}{n}}$$

مثال 1:

$$\frac{56 \times 3 - 1}{26}$$

بأبسط صورة:

حل

$$1 = \frac{56 \times 3 - 1}{26} = 2 \cdot 3 + 5 - (6)$$

المثال الثاني:

$$3(64) \times 5(3 - 4)$$

حل

$$64 = 34 = 18(4) \times 15 - (4) = 3(64) \times 5(3 - 4)$$

المثال 3:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(16)}}$$

أوجد قيمة:

حل

$$\sqrt[2]{16} = \sqrt[1]{\sqrt[3]{(16)}}$$

المثال 4:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(27)}} = 3(27)^{-\frac{1}{3}}$$

أوجد قيمة:

حل:

$$\sqrt[3]{27} = 3\sqrt[1]{\sqrt[3]{(27)}}$$

المثال 5:

$$\frac{3}{\sqrt[2]{(16)}}$$

أوجد قيمة:

حل:

$$64 = 3(4) = \sqrt[3]{\sqrt[2]{(16)}}$$

وحدة الإدارة والتشغيل لمدارس التكنولوجيا التطبيقية.

المثال السادس:

$\frac{4}{3}$

أوجد قيمة: $3(27) = \sqrt[3]{27} = 3$

حل:

$$81 = 4(3) = \sqrt[4]{27} = 3$$

المثال 7:

اختزل إلى أبسط صورة: $\frac{\frac{1}{2}x^2 + 25}{x^2 + 2x + 1} = \frac{x^2 + 25}{2x^2 + 2x + 1}$

عند $x = \frac{1}{2}$

حل

$$x = \frac{x^2 + 25}{2x^2 + 2x + 1} = \frac{x^2 + 25}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$$

$$4 = \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} =$$

التمرين 1

باستخدام قوانين الأسس، اختزل ما يلي إلى أبسط صورة:

$$\frac{72 \times 4 - 2}{3^2} (1)$$

$$1 - (33) \times 2(2 - 3) (2)$$

$$\frac{3^2 - 3^6 - 3}{3^5 - 3^3} (3)$$

$$\frac{3}{\epsilon(81 -)} (4)$$

$$\frac{2}{7(128)} (5)$$

$$\frac{2}{3(343) -} (6)$$

$$1 = \frac{1}{1 \times 48 \times 9^x + 1^4 \times x^{19}} (7)$$

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{4 \times 3 \times 19^x + 3^x \times 2^x \times 343} (8)$$

$$\frac{1}{2x - 1} = 4 \times 2 \times 5 (9)$$

الدرس الثاني حل المعادلات الأسيّة

قواعد حل المعادلات الأسيّة:

- إذا كان $x^n = s$ فإذا كان x , فإن

إذا كان n عدداً فردياً. إذا
كان n عدداً زوجياً. إذا كان x
 $\neq 0$.

$x = s^{\frac{1}{n}}$ -
 $y^{\pm} = \sqrt[n]{s}$
 $= \pm \sqrt[n]{s}$

مثال 1:

إذا $s = 3$ - إذا كانت قيمة x تساوي 9، فأوجد قيمة x

حل:

$$x^2 = 3^5$$

$$\therefore x = 0$$

$$\therefore x = 7$$

المثال الثاني:

إذا $s = 7$ - إذا كانت قيمة x تساوي 1، فأوجد قيمة x

حل:

$$x^7 = 1$$

$$\therefore x + 7 = 0$$

$$\therefore x = -7$$

المثال 3:

وحدة الإدارة والتشغيل لمدارس التكنولوجيا التطبيقية.

إذا $s = 5$ - 1 أوجد قيمة x

حل:

$$s - 1 = \text{صفر}$$

$$\therefore s = 1$$

المثال 4:

إذا $1 - \frac{1}{120} = 2x - 15$ أوجد قيمة x حل:

$$3 - 5 = 2x - 15$$

$$2x - 1 = -3 \therefore$$

$$1 - s = \therefore$$

$$2x = -2 \therefore$$

المثال 5:

لو $\frac{3}{5} = x - 27$ ثم أوجد قيمة x

حل:

$$\frac{3}{5} = x - 27$$

$$3 - s = \therefore$$

المثال السادس:

حل المعادلة: $27 = 9\sqrt{3s + 2}$

حل:

$$3s + 2 = 27$$

$$9s + 6 = 81$$

$$2 = (2 + 9)s \therefore$$

$$s = \frac{2}{9} \therefore$$

$$s = 2 - \frac{2}{9} \therefore$$

المثال 7:

أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة التالية:

$$.90 = 1 \cdot s + 3$$

حل:

$$= (1 \cdot 3 + 3) \cdot x$$

$$\frac{90}{3} = 1 \cdot x + 3$$

$$27 = x + 3$$

$$24 = x$$

$$\therefore s = 24$$

التمرين 2

(1) أوجد مجموعة حلول المعادلات التالية في \mathbb{R} :

$$64^{\frac{3}{2}} = 2 \quad (\text{ج})$$

$$81^{\frac{4}{3}} = 3x + 3 \quad (\text{ب})$$

$$128^{\frac{7}{2}} = 2 \quad (\text{أ})$$

$$\dots \dots \dots = x^2 = 25 \quad \text{إذا } x^2 = 25 \quad (2)$$

(3) أوجد مجموعة حلول المعادلات التالية:

$$\sqrt[3]{1+s} = 1 \quad (\text{ج})$$

$$32 = 5\sqrt{v} - 3 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{5}{32} = \frac{1}{v} \quad (\text{أ})$$

(4) أوجد في \mathbb{R} مجموعة حلول المعادلات التالية:

$$2x + 23 = 1 + 7s \quad (\text{ب})$$

$$3s - 5 = 2s - 3 \quad (\text{أ})$$

$$\text{إذا } 3s - 1 = 72, \quad \text{أوجد قيمة } x \quad (5)$$

تطبيقات في حل المعادلات الأساسية

مثال 1:

أوجد مجموعة حلول المعادلة التالية:

$$0 = 49 +_x 7 \times 50 -_x 49$$

حل:

$$) 0 = 49 +_x 7 \times 50 -_x 2 \times 7$$

$$0 = (49 -_x 7)(1 -_x 7)$$

$$0 = 49 -_x 7$$

$$27 =_x 7$$

$$\therefore س = 2$$

$$0 = 1 -_x 7$$

$$1 =_x 7$$

$$x = 0 \therefore$$

$$SS = \{ 0, 2 \}$$

المثال الثاني:

إذا كانت $f(x) = 5x^2 + 3x - 30$ ثم أوجد قيمة x إذا

حل:

(أضرب في 5)

$$2x^2 30 = 3 - x^2 5 + x^2 5$$

$$x^2 5 \times 30 = 35 +$$

$$5) 0 = 125 + x^2 5 \times 30 - 2x^2 5$$

$$= x^2 5 0 = (5 - x^2 5)(-25)x$$

$$5 =_x 5$$

$$\therefore س = 1$$

$$25 = 25$$

$$\therefore س = 2$$

المثال 3:

حل المعادلة:

$$0 = \frac{2}{4-5} - \frac{4}{3-5}$$

حل:

$$\begin{array}{ccc} 0 = \frac{2}{(1+5)(4-5)} & | & \frac{2}{4=5} \\ 1 - \frac{2}{5} & & \frac{5}{24} \\ \text{(مرفوض)} & | & \text{س=} \\ \text{س} = (1-) & & \text{س}=32 \pm \end{array}$$

$$SS = \{ 32, -32 \}$$

التمرين 3

(1) أوجد مجموعة حلول المعادلة:

$$0 = 8 - x^2 \times 2 + x^4$$

(2) إذا كانت $7 = x^f$ أوجد قيمة x التي تحقق ما يلي:

$$f)x(+ f)2 - x(= 50$$

(3) إذا كانت $3 = x^f$ أوجد قيمة x التي تتحقق ما يلي:

$$f)x(+ f)2 - x(= 6$$

(4) حل المعادلة:

$$0 = 8 + x^2 \times 6 - 2x^2$$

(5) حل المعادلة:

$$0 = 4^{-\frac{2}{3}} 3 - \frac{4}{3}$$

الدرس الرابع الدالة اللوغاريتمية وعلاقتها

الدالة اللوغاريتمية:

إذا كان $R \ni -\{1\}$ حيث: x سجل = (الصيغة اللوغاريتمية)
يمكن تحويلها إلى الصيغة الأسيّة لاحظ ما يلي: $s = a^x$

- لا يوجد لوغاریتم للعدد السالب. ولا يوجد لوغاریتم للصفر.

مثال 1:

أوجد قيمة x إذا: سجل $s = 81$

حل:

$$\begin{aligned} & \text{(حول إلى الصيغة الأسيّة)} \\ & \text{سجل } s = 81 \Rightarrow 81 = a^x \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}(81) = x \therefore$$

(ويتم رفض القيمة السالبة) $\therefore s = 3$

المثال الثاني:

أوجد قيمة x إذا: سجل $s = 125$

حل:

$$\begin{aligned} & \text{(حول إلى الصيغة الأسيّة)} \\ & \text{سجل } s = 125 \Rightarrow 125 = a^x \end{aligned}$$

$$5 = x \therefore$$

$$3 = x \therefore$$

المثال 3:

حل المعادلة: $3 = + 2X(2)(x)$

حل:

(يمكننا التحويل إلى الصيغة الأسيّة) $3 = + 2X(2)(x)$

$$32 = + 2X(2)(x)$$

$$+ 2x - 8 = 0$$

$$x = -4 \text{ أو } x = 2$$

$$SS = \{-4, 2\}$$

التمرين 4

1=) $2X - 5(3$ حل المعادلة: (1)

2=) $(S + 2$ حل المعادلة: (2)

$\frac{3}{4} = 81$ حل المعادلة: (3)

$2=5X$ حل المعادلة: (4)

$2=S+373$ حل المعادلة: (5)

$x=(2 - (4 \cdot 2$ حل المعادلة: (6)

الدرس الخامس

خصائص اللوغاريتمات

$$(1) \log x + \log y = \log xy.$$

$$(2) \log x - \log y = \log \frac{x}{y}$$

$$= n \log x \quad (3)$$

$$1 = \log 10 \quad (4)$$

$$0 = \log 1 \quad (5)$$

$$(6) \text{ خاصية تغيير الأساس: } \log_n x = \frac{1}{\log_x n}$$

$$(7) \text{ خاصية المعکوس الضرب: } \log_{\frac{1}{x}} y = -\log_x y$$

ملحوظة:

إذالم يذكر الأساس، فإنه يكون 10 ويسمى
اللوغاريتم العشري

$$\log 1000 = 3,$$

$$\log 100 = 2,$$

$$\log 10 = 1$$

$$\log 0.001 = -3,$$

$$\log 0.01 = -2,$$

$$\log 0.1 = -1$$

مثال 1:

بسط: $\log 2 + 2 \log 3 + \log 1 - \log 18$

حل:

$$\text{العبير} = \log 2 + \log 3 + \log 1 - \log 18$$

$$\log 1 = 0 \quad \text{صفر} = \log 10 = \log 10^{\frac{1}{18}} = \frac{1}{18}$$

المثال الثاني:

$$\frac{1}{17} \quad \frac{1}{35} \quad 2 = \frac{36}{7} + \frac{18}{35} - 170$$

حل:

$$\log 100 = 2 = \frac{\frac{36}{7} \times \frac{170}{35}}{\frac{18}{35}} - \text{الطرف الأيسر}$$

المثال الثاني:

$$2 - 3 \log 4.5 = 3 +$$

حل:

$$\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = \text{الجانب الأيسر}$$

$$\log_{\frac{3}{2}} 4.5 = \frac{237 \times 120}{2100}$$

$$\text{الطرف الأيمن} = 3 \log_{\frac{3}{2}} 4.5 = \log_{\frac{3}{2}} (4.5^3)$$

\therefore الجانبان متساويان.

التمرين 5

(1) بسط إلى أبسط صورة: $\log 2 + \log 5$

(2) بسط إلى أبسط صورة: $35 - 15^5$

(3) بسط إلى أبسط صورة: $\log 54 - 3 \log 3 - \log 2$

(4) بسط إلى أبسط صورة: $A^k + A^k b + A^k c$

(5) أثبت أن: $3 = 244 - 384 + 424 + 194 - 064$

(6) أثبت بدون استخدام الآلة الحاسبة ما يلي: $\log x^9 \times \log 8 = 4$

حل المعادلات اللوغاريتمية

مثال 1:

حل المعادلة: $3^x = 3$

حل:

$$\underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$2 = \log_3(\log x)$$

لوغاريتم س = ± لوغاريتم 3

$$\begin{aligned} \log x &= -\log 3 \\ 1 \cdot \log x &= \log(3) \end{aligned}$$

أو

$$\begin{aligned} \log x &= \log 3 \\ 3 &= \text{س} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-1}{3} \{ \text{س} = 3, \therefore$$

المثال الثاني:

حل المعادلة: $\log x + 9x = 1$

حل:

حول من الصيغة اللوغاريتمية إلى الصيغة الأسيّة
(ملاحظة: الأساس هو 10)

$$\begin{aligned} + 9x &= 10 \cdot x \\ ()x - 1 &= 0 \cdot x \\ \therefore + 9x - 10 &= 0 \cdot x + 10 \\ \text{س} = 1 & \quad x = -10 \\ \text{أو} & \quad x = -10 \\ SS &= \{-10, 1\} \end{aligned}$$

المثال 3:

حل المعادلة: $6255 = 9(2x^2 - 6x + 5)$

حل:

$$4 = 5 \quad | -4$$

$$16 = 42 \quad | -42$$

$$5(216x - 16) = 92$$

$$0 = 2 - 10x + 25 = 0 \quad | -2$$

$$5 = x$$

$$SS = \{5\}$$

التمرين 6

(1) حل المعادلة: $2 = 2^x + 2$

(2) حل المعادلة: $3 = (12 + 2^x)^2$

(3) أوجد مجموعة حلول المعادلة التالية:

$$8 = \log_3(x - 1)$$

(4) حل المعادلة: $3 = 2^{2x} + 2$

(5) حل المعادلة: $\log(x+8) - \log(x-1) = 1$

(6) حل المعادلة: $3^2 = (6+x)^3$

الدرس السابع

حل المعادلات الأسيّة باستخدام

يمكننا استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة اللوغاريتم كما يلي:

(1) أوجد قيمة: $\log 42$

(2) أوجد قيمة: $\log 8$

يمارس:

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة:

$$\dots = 123 -$$

$$\dots = 243 -$$

$$\log 128 = \dots -$$

$$\dots = 1205 -$$

$$\dots = \log 100 -$$

$$\dots = \log 1000 -$$

$$\dots = \log 500 -$$

مثال 1:

أوجد قيمة x إذا: $7^x = 5x - 23$

حل:

(أخذ اللوغاريتم لكلا الطرفين)

$$7^x \log 3 - \log 7 = 2 \log 3 + \log 7$$

$$7^x \log 3 - x \log 7 = 2 \log 3 + \log 7$$

$$7^x \log 3 - 2 \log 3 = x \log 7 + \log 7$$

$$7^x \log 3 - 2 \log 3 = x \log 7 + 1 \log 7$$

$$\therefore x = \frac{\log 7 + 1 \log 7}{\log 3 - 2 \log 7}$$

المثال الثاني:

إذا: $5^x + 2^x = 53$ ثم أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين

حل:

$$x \log 5 + 2 \log 5 = x \log 2 - 5 \log 3$$

$$x \log 5 - 2 \log 3 = -x \log 2 - 5 \log 3$$

$$x \log 5 - 2 \log 3 = -x \log 2 - 5 \log 3$$

$$x \log 5 + 2 \log 5 = x \log 2 - 5 \log 3$$

$$\therefore x = \frac{5 \log 3 - 2 \log 5}{\log 2 - \log 5}$$

التمرين 7

(1) إذا $(s + \frac{4}{3})^2 = 6.123$ ، أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين.

(2) أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين حيث:
$$5 = 3x - 27$$

(3) أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين حيث:
$$7 = s - 3 - s^3$$

(4) أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين حيث:
$$7 = 2s - 4 + s^3$$

(5) أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشربيتين حيث:
$$7 = 2 - 7x + 4$$

الدرس الثامن Counting Principles مبدأ العد

مبدأ العد الأساسي:

إذا كان عدد طرق أداء مهمة معينة يساوي m , فإن عدد طرق أداء مهمة أخرى معينة يساوي n .
 عدد طرق أداء مهمة ثلاثة معينة = n , وهكذا... إذن: عدد طرق أداء هذه المهام معاً = $m \times n \times \dots$ مثال 1:

بكم طريقة يمكن اختيار ولد من بين ثلاثة أولاد وبنات من بين فتاتين؟

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 2 \times 3 = 6 \text{ طرق.}$$

المثال الثاني:

بكم طريقة يمكن اختيار زي موحد يتكون من قميص وبنطال من بين 5 قمصان و 3 بنطلونات؟

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 3 \times 5 = 15 \text{ طريقة. } \underline{\text{المثال 2:}}$$

3:

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من ثلاثة أرقام من المجموعة $\{4, 3, 2, 1\}$ ؟

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ طريقة.}$$

المثال 4:

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من 3 أرقام من المجموعة $\{4, 3, 2, 1, 0\}$ ؟

المئات	عشرات	وحدات
4	4	4

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 4 \times 5 \times 5 = 100 \text{ طريقة.}$$

المثال 5: مبدأ العد الشرطي

بكم طريقة يمكن تكوين أعداد مختلفة مكونة من ثلاثة أرقام من المجموعة؟
 $\{1, 2, 3, 4\}$

المئات	عشرات	وحدات
2	3	4

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 2 \times 3 \times 4 = 24 \text{ طريقة.}$$

أحد الأرقام يأخذ خانة الآحاد ولا يتكرر في الخانات الأخرى. أحد أرقام الباقي
 الثلاثة يأخذ خانة العشرات ولا يستخدم مرة أخرى.
 أما الأرقام المتبقية فيأخذان خانة المئات.

المثال 6: مبدأ العد الشرطي

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مختلف مكون من ثلاثة أرقام من المجموعة؟

المئات	عشرات	وحدات
4	4	3

$$\{0, 1, 2, 3, 4\}$$

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 4 \times 4 \times 3 = 48 \text{ طريقة.}$$

لا يمكننا وضع الصفر في خانة المئات. عدد طرق اختيار رقم في
 خانة المئات = 4، عدد طرق اختيار رقم في خانة العشرات = 4،
 عدد طرق اختيار رقم في خانة الآحاد = 3

التمرين 8

- (1) بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من المجموعة {0, 1, 2, 3}؟
- (2) بكم طريقة يمكن لأربعة طلاب أن يجلسوا على أربعة مكاتب في صف واحد؟
- (3) كم عدد الأعداد الفردية المكونة من 3 أرقام التي يمكن تكوينها من المجموعة {2, 3, 6, 8}؟
- (4) بكم طريقة يمكن تكوين 4 أعداد مختلفة من 1 إلى 1 من المجموعة {2, 3, 4, 5} بحيث يكون رقم العشرات زوجياً؟
- (5) كم عدد الأعداد المكونة من 3 أرقام التي يمكن تكوينها من المجموعة {2, 3, 5}؟
- (6) كم عدد الأعداد المكونة من 4 أرقام مختلفة التي يمكن تكوينها من المجموعة {2, 3, 6, 8} بحيث يكون رقم الآحاد هو 6؟

Lesson 9 الدرس التاسع Factorial of a number، Permutation مضروب عدد، تبديل

يكتب مضروب العدد الصحيح الموجب (n) على النحو التالي: $n!$ أين:

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

ملاحظات:
 $1! = 1$, $0! = 1$

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

عدد الأشخاص الجالسين (n) في صف واحد = n

عدد الأشخاص الجالسين (n) في دائرة = مثال 1: $n!$

(ب) إذا كانت قيمة n تساوي 120، فأوجد قيمة $n!$

يجدر بالذكر
 $\frac{10}{8}!$ (أ)

حل:

$$90 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8} = \frac{10!}{8}$$

$$(b) n! = 5 \quad \leftarrow \quad 120 = n!$$

المثال الثاني:

$$30 = \frac{n!}{-}$$

أوجدمجموعة حلول المسألة التالية:

حل:

$$n(n-1) = 5 \times 6 \quad \leftarrow \quad n = 6$$

$$3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{-}$$

التباديل:

كم عدد الأعداد المكونة من 3 أرقام التي يمكن تكوينها من المجموعة { 5, 3, 2 } ؟

$$\text{عدد الأرقام} = 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ أرقام.}$$

يطلق على كل عدد من تلك الأعداد اسم التبديل، ويكتب على النحو التالي: 3P_3

تعريف

عدد التباديل لـ (n) من العناصر المختلفة التي تأخذ (r) في كل مرة هو

يرمز إليه بن P_r وأين:

$$P_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)$$

ملاحظات:

$$\frac{n}{\begin{array}{c} | \\ - \\ | \end{array}} = P_r \quad (n \neq 0)$$

مثال 1:

$$120 = 4 \times 5 \times 6 = {}^3P_6$$

$$2520 = 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = {}^5P_7$$

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = {}^4P_4$$

المثال الثاني:

أوجد عدد الطرق الممكنة لترتيب جلوس 5 طلاب على 7 مقاعد في صف واحد.

حل:

$$\text{عدد الطرق} = 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = {}^5P_7$$

يمكننا استخدام الآلة الحاسبة:



وحدة الإدارة والتشغيل لمدارس التكنولوجيا التطبيقية. مثال 3:

بكم طريقة يمكن ترتيب 7 أشخاص للجلوس على 7 مقاعد على شكل دائرة؟

حل:

$$5040 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = {}^7P_7$$

المثال 4:

لو rP_7 إذا كان = 840، فأوجد قيمة r .

حل:

$${}^4P_7 = 840 = {}^rP_7$$

$$r = 4.$$

$$1 = \underline{\quad} - 4 = 0$$

التمرين 9

(1) بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من المجموعة {3, 4, 5, 6}؟

(2) بكم طريقة يمكن ترتيب 7 أطفال في دائرة؟

(3) ما عدد الطرق التي يمكن بها اختيار رئيس ونائب رئيس من لجنة مكونة من 12 عضواً؟

(4) أوجد قيمة n التي تتحقق ما يلي:

$$(أ) \underline{n} = 24$$

$$(ب) \underline{42} = \frac{1+n}{-}$$

$$(ج) \underline{P_{15}} = 2730$$

$$(إذا P_r = 504, - إذا كان r = 1, فأوجد قيمة: \underline{r + 1})$$

الدرس العاشر التوسيعات

تعريف:

نرمز إلى عدد التوسيعات المشكّلة من (r) عنصراً مختاراً من (n) عنصراً بـ $\binom{n}{r}$ حيث $r \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$.

قواعد التوسيع: لـ $\forall r \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$,

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- لو $x = n$, إذن: $s = s$ أو $s + s = n$
- ن $r = n$ رقم (قانون التخفيض)
- $n = n$ صفر = 1
- $\frac{n}{n} = 1$ (قانون النسبة)

مثال 1:

لو $n = 36$, فإذا كان $n = 2$, فأوجد قيمة n^r : حل:

$$n^r = 36^2 = 36 \times 36 = 1296$$

$$\therefore n = 9$$

المثال الثاني:

لوج²¹ - 7 = ج³ ثم أوجد قيمة n

حل:

$$21 - 7 + 3 = 4n$$

$$4n - 7 = 3$$

$$\therefore n = 4$$

$$\therefore n = 7$$

المثال 3:

لو $J_r = 5$ ، $J_{3r} = 7$ ، $r = 3$ ، فإذا كانت النسبة $= 8 : 3$. فأوجد قيمة n و r

حل:

$$3r - 5 + r = 7$$

$$3r - 5 = r$$

$$\therefore r = 3$$

$$(مرفوض) \therefore 2r = 5$$

$$J_r : J_{3r} = 1 : 8$$

$$\therefore n = 10$$

$$\therefore n - 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} \cancel{8} = - + \\ \hline \cancel{3} \end{array}$$

المثال 4:

باستخدام الآلة الحاسبة، أوجد قيمة ما يلي: $J^{2+4} + J^{5+7}$

حل:

=	2	÷	يحوّل	7	+	4	÷	يحوّل	5
---	---	---	-------	---	---	---	---	-------	---

النتيجة = 26

التمرين 10

(1) إذا $J^{13} + r$ إذا كانت النسبة = 9 : 5، فأوجد قيمة r

(2) أوجد قيمة (ن) إذا $J_n - 3 = 120$

(3) أوجد قيمة (ن) إذا $J_n - 5 = J^{25}$

(4) باستخدام الآلة الحاسبة، أوجد قيمة ما يلي: $J^{17} - J^{14} - J^{17}$

(5) بكم طريقة يمكن اختيار فريق مكون من 4 أعضاء من بين 9 أشخاص؟

(6) اشتراك 7 أشخاص في مسابقة بحيث يتم عقد مباراة واحدة بين كل اثنين،
أوجد عدد مباريات هذه المسابقة.

(7) يحتوي الفصل على 10 أولاد و 8 بنات، بكم طريقة يمكننا تشكيل لجنة أنشطة
من خمسة أشخاص بحيث تكون من ثلاثة أولاد وبنتين؟

اختبار الوحدة

السؤال الأول:

(1) أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة:

$$.90 = 3^{x+1} - 3^x$$

(2) حل المعادلة:

$$3 = + 2x$$

السؤال الثاني:

(1) إذا $28^r = 2^{2r} \cdot 5^{-r}$ أوجد قيمة r

(2) بسط:

السؤال الثالث:

$$\frac{4 \times 2x5}{2x-11}$$

(1) بسط إلى أبسط صورة:

(2) أوجد مجموعة حلول المعادلة:

$$8 = \log_{-3}(s-3)$$

السؤال الرابع:

(1) حل المعادلة:

$$\underline{r+3}$$

(2) إذا $P_r = 504$, فإذا كان $= 9$, فأوجد قيمة:

السؤال الخامس:

(1) حل المعادلة:

$$0 = \frac{2}{4-3} \cdot \frac{4}{3-3}$$

(2) أوجد قيمة x لأقرب منزلتين عشريتين حيث:

$$5 = 3x - 27$$

وحدة الإدارة والعمليات لكلية التكنولوجيا التطبيقية

1