



TOSHKENT AMALIY FANLAR UNIVERSITETI

Ma'lumotlar tuzilmasi va algoritmlar fani

“Kompyuter injiniringi” kafedrası

Katta o'qituvchi Kendjayeva Dildora Xudayberganovna

Tartiblangan va muvozanatlashgan daraxtlar. AVL daraxti , AVL daraxtlarining samaradorligini tahlil qilish

MA'RUZA REJASI



Tartiblangan va muvozanatlashgan daraxtlar



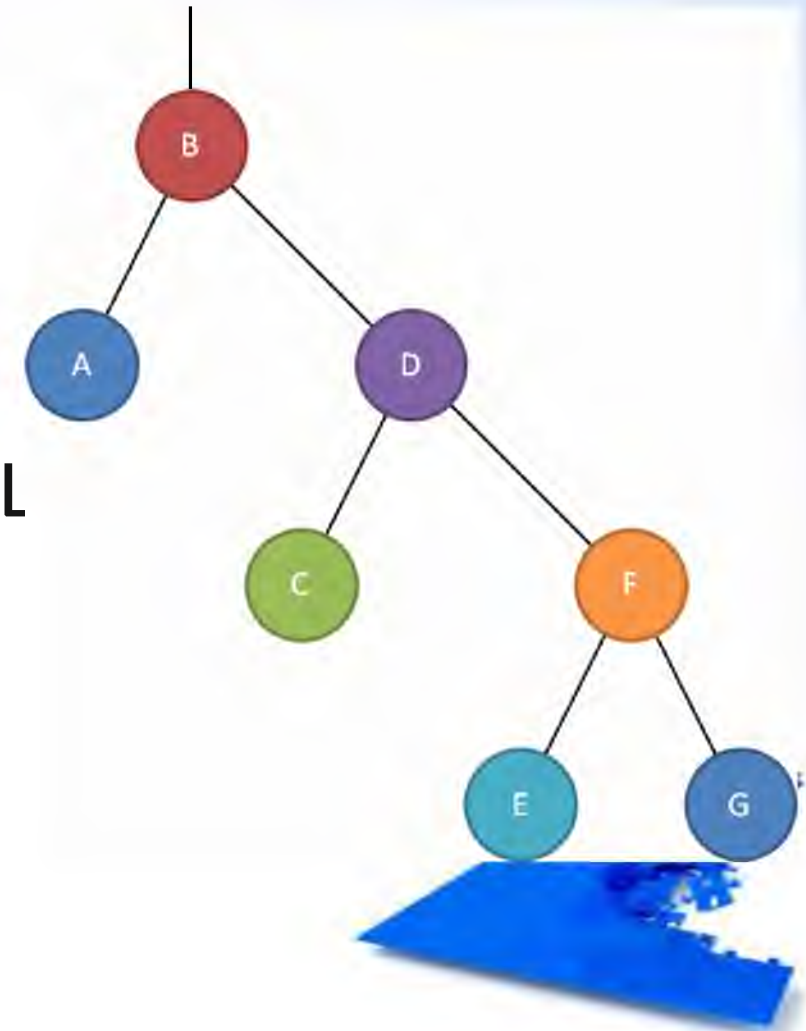
AVL daraxti



AVL daraxtlarining samaradorligini tahlil qilish

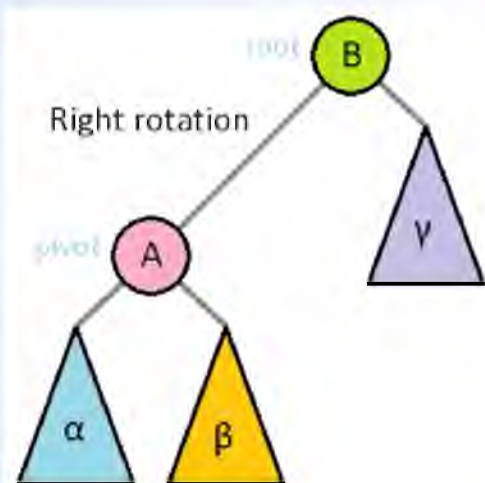
AVL daraxti

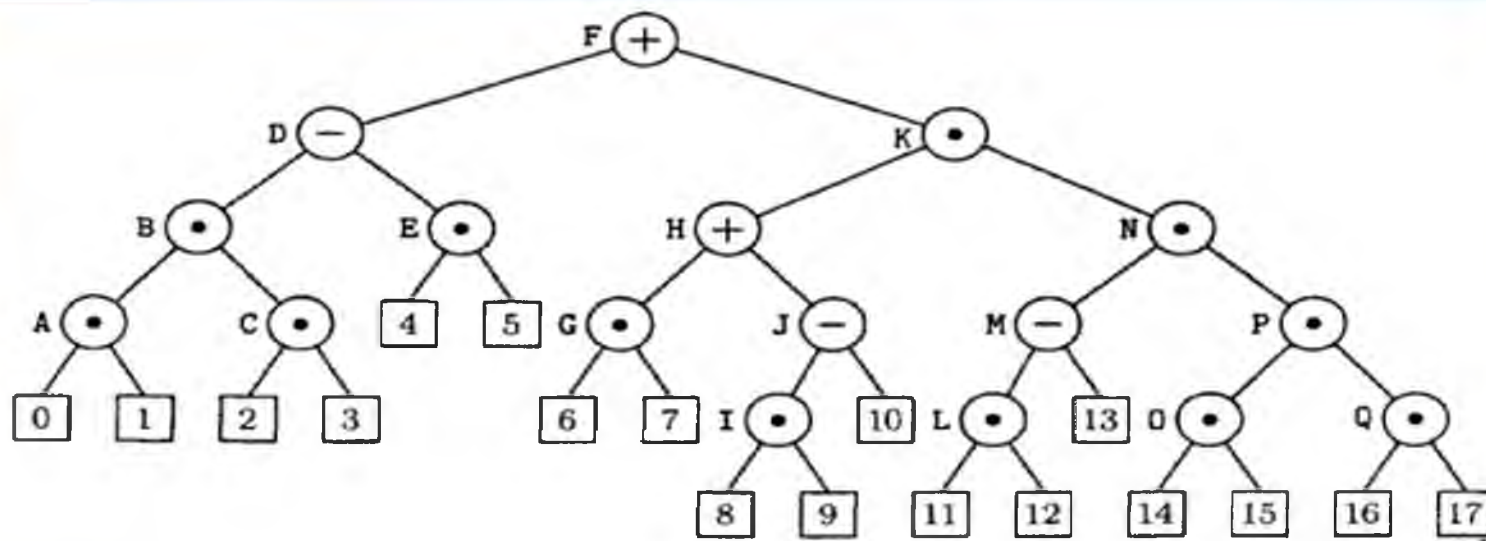
- **AVL-daraxt** (inglizcha AVL-Tree) bu muvozanatlashgan ikkilik qidiruv daraxti bo'lib, unda quyidagi xususiyat qo'llab-quvvatlanadi: uning har bir uchlari uchun uning ikkita ostki daraxtining balandligi 1 dan ko'p bo'lmagan qiymatga farq qiladi.
- AVL daraxtlari birinchi marta 1962-yilda AVL daraxtlaridan foydalanishni taklif qilgan **G. M. Adelson-Velskiy** va **E. M. Landis**ning ismlarining birinchi harflari bilan nomlangan.



Uchlarni muvozanatlash

- **Uchlarni muvozanatlash** - bu $|h(L) - h(R)| = 2$ chap va o'ng pastki daraxtlari balandliklari farqi bo'lgan taqdirda, $|h(L) - h(R)| < 2$ daraxtining xususiyati tiklanishi uchun ushbu uchlarning pastki daraxtidagi ajdod va avlod munosabatlarini o'zgartiradigan amal, aks holda hech narsani o'zgartirilmaydi.
- Muvozanatlash uchun biz har bir uch uchun uning chap va o'ng **$\text{diff}(i) = h(L) - h(R)$** pastki daraxtlari balandliklari orasidagi farqni saqlaymiz.

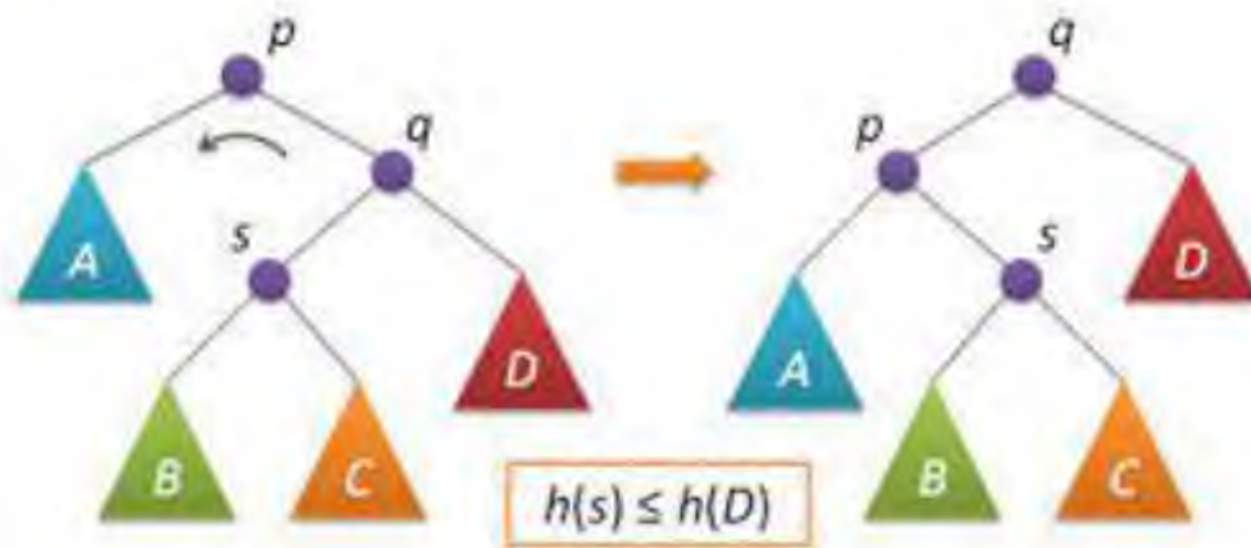




- **Daraxtning balandligi** uning maksimal darajasi, ildizdan tashqi tugunga qadar **eng uzun yoʻl**ning uzunligi sifatida aniqlanadi.
- Ikkilik qidiruv daraxti muvozanatli deyiladi, agar biron bir tugunning chap pastki daraxtining balandligi oʻng pastki daraxtning balandligidan ± 1 dan oshmasa.
- Rasmda koʻrsatilgan 5 ta balandlikdagi 17 ta ichki tugunli muvozanatli daraxt; muvozanat koeffitsiyenti har bir tugun ichida belgilar bilan oʻng va chap pastki daraxtlar (+1, 0 yoki -1) balandliklari orasidagi farq kattaligiga muvofiq belgilanadi.

Muvozanatlashgan daraxtlar haqidagi teorema

- Adelson-Velskiy va Landis quyidagi teoremani isbotladilar:
- **Teorema.** n ichki tugunli muvozanatli daraxt balandligi $\lg(n+1)$ va $1.4405 \lg(n+2) - 0.3277$ qiymatlar bilan chegaralangan.
- Shunday qilib, biz AVL-muvozanatlangan daraxtdagi qidirish **yo'li mukammal muvozanatlangan daraxtdagi** qidirish yodidan 45% dan oshmaydi degan xulosaga kelishimiz mumkin.

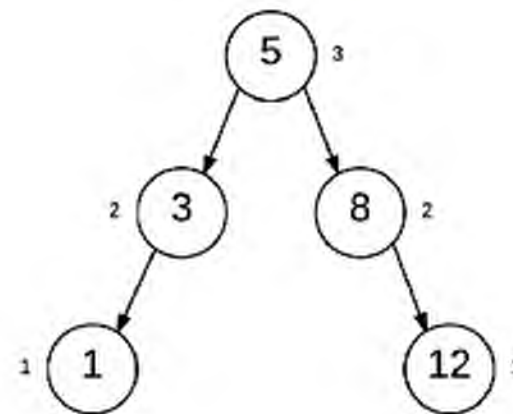


AVL daraxtiga yangi tugun kiritilganda paydo bo'ladigan variantlarni ko'rib chiqaylik:

- **$hL=hR$.** Yoqilgandan so'ng, L va R har xil balandliklarga aylanadi, ammo muvozanat mezonlari buzilmaydi;

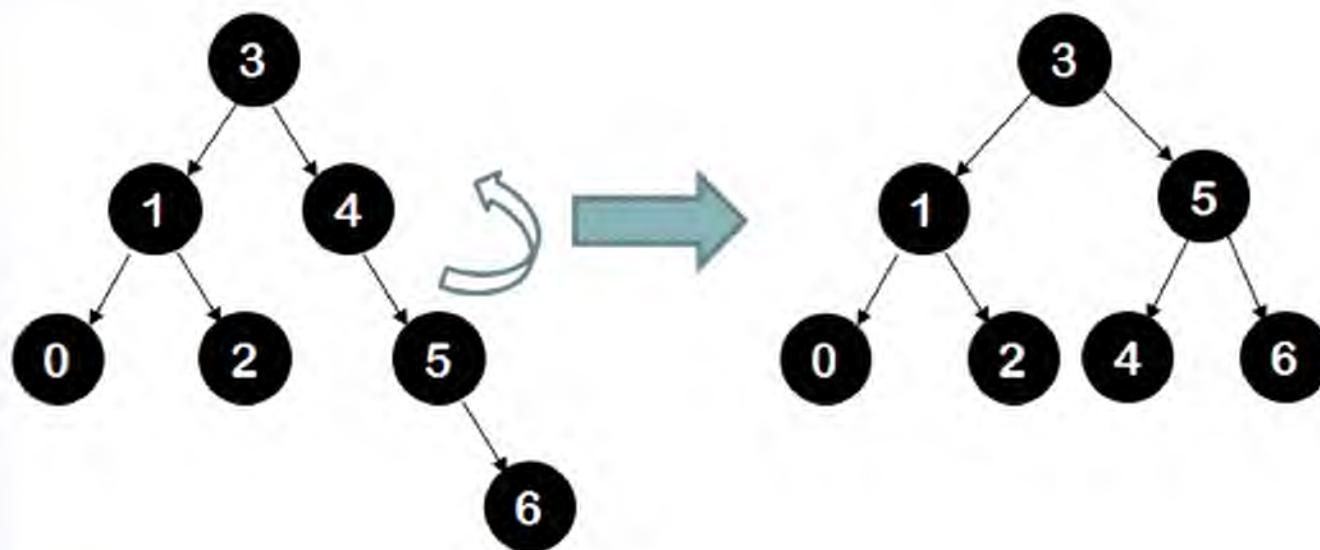
- **$hL < hR$.** Yoqilgandan so'ng, L va R balandlikda teng bo'ladi, ya'ni muvozanat mezonlari yanada yaxshilanadi;

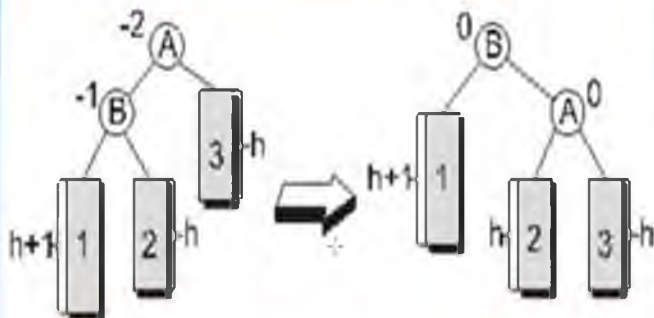
- **$hL > hR$.** Yoqilgandan so'ng muvozanat mezonlari buziladi va daraxtni qayta qurish kerak.



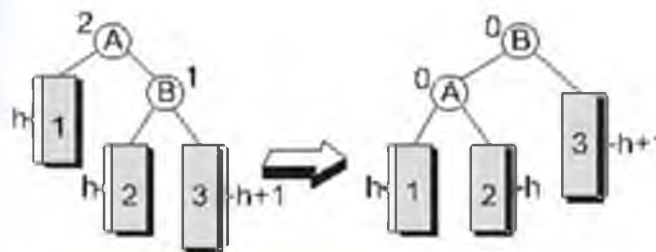
Shunday qilib, biz AVL daraxtiga yangi tugunni kiritish uchun ***umumiy algoritmni tuzamiz:***

1. Kiritilgan daraxtning ichida emasligiga ishonch hosil qilish uchun daraxtni aylanib o'tish;
2. Yangi uchni kiritish va natijada balans ko'rsatkichini aniqlash;
3. Qidiruv yo'li bo'ylab "orqaga chekinish" va har bir uchda balans ko'rsatkichini tekshirish. Agar kerak bo'lsa, muvozanatni saqlash.

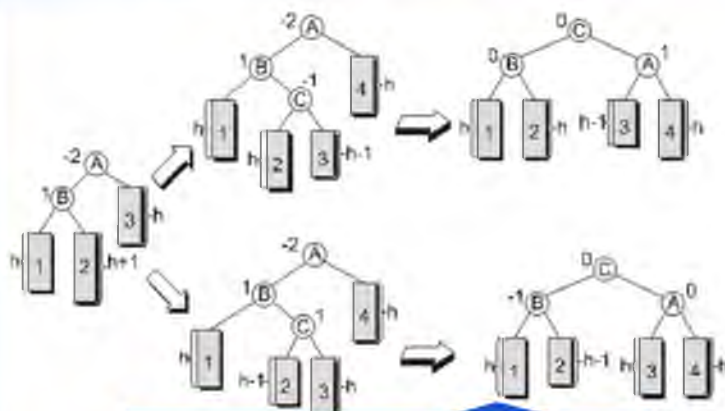




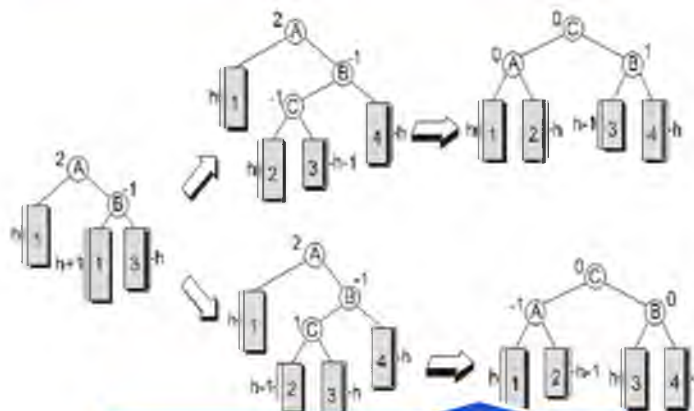
Kichik chap burilish
algoritmi



Kichik o'ng burilish
algoritmi



Katta chap burilish
algoritmi

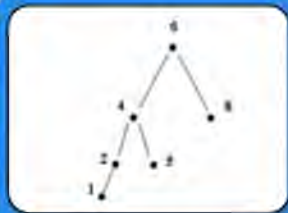


Katta o'ng burilish
algoritmi

- Amalda AVL balansini tiklashning 4 algoritmi qo'llaniladi: muvozanat ko'rsatkichlari qiymatiga qarab tanlangan kichik va katta chap burilish, kichik va katta o'ng burilish.
- Rasmlarda to'rtburchaklar pastki daraxtlarni bildiradi, ichidagi raqamlar kichik daraxtlarning raqamlari, tugunlar yonidagi raqamlar balans ko'rsatkichlari.

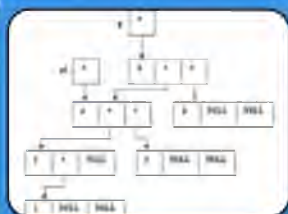


Balanslash algoritmi chap tomonga burilishni misolida ko'rib chiqamiz.



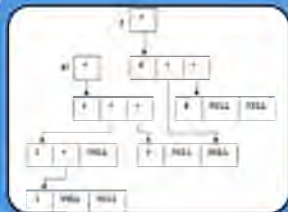
Daraxtning dastlabki berilishi

- 1. Daraxtning ildiziga aylanadigan uchining manzilini aniqlash:
- 2. $P1 = (*p).Left$



Yangi daraxt ildizining manzilini saqlash

- 3. "Yangi" ildizdan o'ng pastki daraxtni qayta ulang, ushbu daraxtni "eski" ildizning chap pastki daraxtiga aylantiring:
- 4. $(*p).Left = (*p1).Right$



Qayta biriktirish

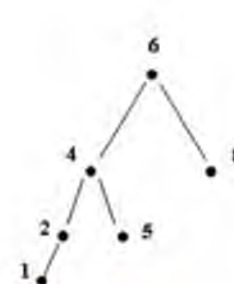
- 5. "Yangi" ildizning o'ng pastki daraxtini "eski" ildizdan boshlanganligini aniqlash:
- 6. $(*p1).Right = p$



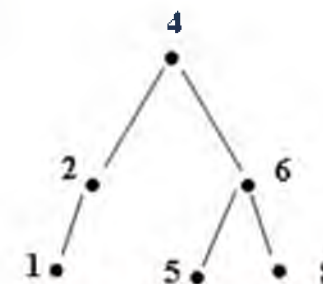
"Yangi" ildizning o'ng pastki daraxtini aniqlash

- 7. Ko'rsatkichning qiymatini daraxtning ildiziga o'zgartiring (p) va balans qiymatini tiklang:
- 8. $(*p).bal = 0$; $p = p1$

Muvonazatlash algortmidan so'ng, AVL bo'yicha muvozanatlashgan quyidagi daraxt hosil bo'ladi:



Dastlabki daraxt



Muvonazatlashgan daraxt

AVL daraxtlarining samaradorligini tahlil qilish

- N elementni o'z ichiga olgan AVL daraxtining balandligini yuqoridan baholaylik.
- h balandlikdagi AVL daraxtini hosil qilish uchun zarur bo'lgan minimal tugunlarni $N(h)$ bilan belgilaymiz.
- $N(-1)=0$, $N(0)=1$, $N(1)=2$, $N(2)=4$, $N(3)=7$, ...
- 0, 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, ...



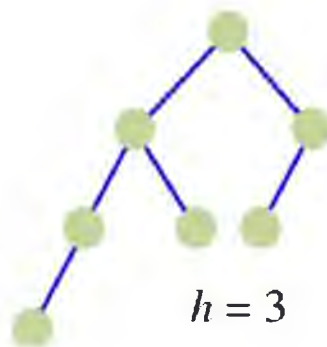
$h = 0$



$h = 1$



$h = 2$



$h = 3$



Mavzu yuzasidan savollar:

1. AVL daraxti nima?
2. Uchlarni muvozanatlash deganda nimani tushunasiz.
3. Tugundan kalit bo'yicha izlash funksiyasini tushuntirib bering.
4. Muvozanatlashgan daraxt tushunchasi nima?
5. Daraxt ma'lumotlar strukturasi qo'llaniladigan sohalarga qaysilar kiradi?



**Do you have
any questions?**

