

9 - AMALIY MASHG'ULOT. *SARALANGAN VA MUVOZANATLANGAN DARAXTLAR.*

Ishdan maqsad: Talabalarda saralangan va muvozanatlangan daraxtlar haqida ma'lumot va bilimga ega bo'lish. C++ da mavzuga oid misol va masalalar yechish ko'nikmalarini oshirish.

Nazariy qism:

Daraxtlar - ma'lumotlarni tartibga solish va saqlash uchun ishlatiladigan ma'lumotlar tuzilmalari. Ular qirralar bilan bog'langan tugunlardan iborat. Har bir tugunning ota-onasi va ehtimol bir nechta tugunlari mavjud. Buyurtma qilingan daraxtlar (yoki tartiblangan ikkilik daraxtlar) bolalar tugunlarining tartibi muhim bo'lgan daraxtlardir. Xususan, har bir tugun uchun chap va o'ng bola tugunlari mavjud. Chap tugun har doim ota-ona tugunidan kichik, o'ng esa katta yoki teng.

Balansli daraxtlar - bu har qanday ikkita bargning chuqurligi birdan ko'p bo'lmagan farq qiladigan daraxtlar. Bu qo'shish, o'chirish va qidiruv operatsiyalari uchun optimal ishlash imkonini beradi, chunki daraxt muvozanatli tuzilishni saqlaydi.

Tartibli va muvozanatli daraxtlarning asosiy turlari

1. ***Izlash daraxtlari (BST):*** har bir tugun kalitni o'z ichiga olgan tartiblangan ikkilik daraxtlar va chap pastki daraxtdagi barcha kalitlar tugun kalitidan kichik va o'ng pastki daraxtdagi barcha tugmalar tugun kalitidan kattaroqdir.

2. ***AVL-daraxtlar:*** Balanslangan ikkilik daraxtlar, bunda har bir tugun uchun uning ikkita pastki daraxtining balandligidagi farq 1 yoki undan kam. Bu tezkor operatsiyalarni amalga oshirish imkonini beradi, lekin kiritish va o'chirish uchun qo'shimcha balanslash operatsiyalarini talab qiladi.

3. ***Qizil-qora daraxtlar:*** muvozanatli ikkilik daraxtlarning yana bir turi, bu erda har bir tugunning rangi bor - qizil yoki qora. Tugunlar daraxtning muvozanatli bo'lishini ta'minlash uchun bir nechta xususiyatlarni qo'llab-quvvatlaydi.

Buyurtmalangan va muvozanatli daraxtlardagi operatsiyalar

1. ***Qo'shish:*** Tartiblangan daraxtga element kiritish uchun tartibni hisobga olgan holda yangi element uchun to'g'ri joyni topishingiz kerak. Balanslangan daraxtlar uchun balanslash operatsiyalari kiritilgandan keyin bajarilishi kerak bo'lishi mumkin.

2. ***O'chirish:*** Tartiblangan daraxtdan elementni olib tashlash uchun o'chiriladigan element bilan tugunni topish va daraxtni qayta qurish kerak bo'ladi. Balanslangan daraxtlar ham muvozanatni talab qilishi mumkin.

3. **Izlash:** Tartiblangan daraxtda elementni izlash element kalitini tugunlar tugmachalari bilan solishtirish orqali amalga oshiriladi. Balanslangan daraxtlarda bu jarayon strukturani muvozanatlash orqali optimallashtirilishi mumkin.

Tartibli va muvozanatli daraxtlardan foydalanish

Tartibli va muvozanatli daraxtlar samaradorligi tufayli informatika va dasturlashda keng qo'llaniladi. Ular qidiruv ma'lumotlar tuzilmalarini, ma'lumotlar bazalarini, kompilyatorlarni va ma'lumotlar bilan samarali ishlashni talab qiladigan boshqa sohalarni amalga oshirishda qo'llaniladi.

Amaliy qism:

1-masala: 5, 3, 7, 1, 4, 6, 9 elementlardan iborat tartiblangan ikkilik daraxtdan 3-elementni olib tashlang.

Yechim tavsifi: 3-bandni qidirishni boshlang, uni toping va o'chiring. O'chirib tashlaganingizdan so'ng, uni tartibli saqlash uchun daraxtni qayta tiklang.

2-masala: Tartiblangan ikkilik daraxtdagi eng kichik elementni toping.

Yechim tavsifi: Ildizdan boshlang va eng kichik elementni o'z ichiga olgan eng chap tugunga yetguncha chap asosiy tugunga o'ting.

3-masala: Tartiblangan ikkilik daraxtning barcha elementlarini o'sish tartibida chop eting.

Yechim tavsifi: Daraxtning "chap - ildiz - o'ng" tartibida o'tishi (tartibda) barcha elementlarni tartiblangan shaklda ko'rsatishga imkon beradi.

4-masala: Berilgan qiymat tartiblangan ikkilik daraxtda mavjudligini tekshiring.

Yechim tavsifi: Ildizdan boshlang va qiymatni ildiz bilan solishtiring. Agar u kichikroq bo'lsa, chap pastki daraxtga o'ting; agar ko'proq bo'lsa - o'ngga. Qiymatni topmaguningizcha yoki daraxtning oxiriga yetguncha shu tarzda davom eting.

5-masala: tartiblangan ikkilik daraxtdagi tugunlar sonini hisoblang.

Yechim tavsifi: Daraxtni aylanib o'tish va tugunlarni sanash uchun rekursiv funksiyadan foydalaning. Har bir pastki daraxtdagi tugunlar soni uning chap va o'ng pastki daraxtlaridagi tugunlar yig'indisiga, shuningdek joriy tugun uchun bittaga teng.

6-masala: Berilgan daraxt AVL daraxti ekanligini tekshiring.

Yechim tavsifi: Har bir tugun uchun muvozanat koeffitsientini hisoblang (chap va o'ng pastki daraxtlarning balandligidagi farq). Keyin har bir tugun uchun muvozanat koeffitsienti -1, 0 yoki 1 oralig'ida ekanligini tekshiring, bu AVL daraxtining xususiyatidir.

7-masala: Bo'sh tartiblangan ikkilik daraxtga 5, 3, 7, 2, 4, 6, 8 elementlarni qo'shing. Daraxtni tartiblangan tartibda chop eting.

Yechim tavsifi: Biz har bir elementni ildizdan boshlab daraxtga tartibda qo'shishimiz mumkin. Barcha elementlarni qo'shgandan so'ng, chapdan ildizdan o'ngga o'tish elementlarni tartiblangan tartibda chiqaradi.

8-masala: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 elementlardan iborat muvozanatli daraxtning balandligini toping.

Yechim tavsifi: n ta tugunli muvozanatli daraxt uchun balandlik $\log_2(n)$ ga teng, shuning uchun bu daraxt uchun balandlik $\log_2(7) \approx 2,81$ bo'lib, 3 ga yaxlitlanadi.

9-masala: 1, 2, 3, 4, 5 elementlardan iborat tartibli ikkilik daraxtdagi 2 va 5 elementlarning eng kichik umumiy ajdodini toping.

Yechim tavsifi: Ildizdan boshlab, biz daraxtdan pastga tushamiz. Agar ikkala element joriy tugunning turli pastki daraxtlarida bo'lsa, joriy tugun ularning eng kichik umumiy ajdodi hisoblanadi.

10-masala: Tartiblangan massivdan muvozanatli ikkilik daraxtni tuzing [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Yechim tavsifi: Biz muvozanatni saqlash uchun daraxtning o'rtasiga massiv elementlarini kiritish orqali muvozanatli daraxt qurishimiz mumkin.

Mustaqil bajarish uchun topshiriqlar

1. Bo'sh tartibli binar daraxtga 8, 4, 12, 2, 6, 10, 14 elementlarni qo'shing. Daraxtni tartiblangan tartibda chop eting.
2. 5, 10, 15, 20, 25 elementlardan iborat tartiblangan ikkilik daraxtda maksimal elementni toping.
3. 5, 10, 15, 20, 25 elementlari bilan tartiblangan ikkilik daraxtdan 10-elementni olib tashlang.
4. 1, 3, 5, 7, 9, 11 elementlari bilan tartiblangan ikkilik daraxtning muvozanatlanganligini tekshiring.
5. 1, 3, 5, 7, 9, 11 elementlardan iborat tartibli binar daraxtdagi 3 va 9 elementlarning eng kichik umumiy ajdodini toping.
6. Saralangan massivdan muvozanatli ikkilik daraxt tuzing [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9].
7. 1 dan 10 gacha bo'lgan elementlar bilan tartiblangan ikkilik daraxtda 4 dan 8 gacha bo'lgan oraliqdagi elementlarni toping.
8. 2, 4, 6, 8, 10, 12 elementlarga ega tartiblangan binar daraxt BST ekanligini tekshiring.

9. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 elementlardan iborat tartibli ikkilik daraxtda ikkinchi eng katta elementni toping.
10. Berilgan tartiblangan ikkilik daraxt 3, 6, 9, 12, 15 elementlarga ega AVL daraxti ekanligini tekshiring.
11. 2, 4, 6, 8, 10 elementlari bilan tartiblangan ikkilik daraxtdan 6-elementni olib tashlang.
12. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 elementlardan iborat muvozanatli daraxtning balandligini toping.
13. 2, 4, 6, 8, 10 elementlari bo'lgan tartiblangan ikkilik daraxtga 13-elementni qo'shing.
14. 5, 10, 15, 20, 25 elementlari bilan tartiblangan binar daraxt BST ekanligini tekshiring.
15. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 elementlardan iborat muvozanatli ikkilik daraxtda maksimal elementni toping.
16. 1, 3, 5, 7, 9 elementlari bilan tartiblangan ikkilik daraxtdan 5-elementni olib tashlang.
17. Berilgan tartiblangan ikkilik daraxt 2, 4, 6, 8, 10 elementlarga ega qizil-qora daraxt ekanligini tekshiring.
18. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 elementlardan iborat tartibli binar daraxtdagi 7 va 13 elementlarning eng kichik umumiy ajdodini toping.
19. Tartiblangan massivdan muvozanatli ikkilik daraxtni tuzing [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8].
20. 1 dan 10 gacha bo'lgan elementlar bilan tartiblangan ikkilik daraxtda 3 dan 9 gacha bo'lgan oraliqdagi elementlarni toping.
21. 2, 4, 6, 8, 10 elementlariga ega tartiblangan binar daraxt BST ekanligini tekshiring.
22. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 elementlardan iborat tartibli ikkilik daraxtda ikkinchi eng katta elementni toping.
23. Berilgan tartiblangan ikkilik daraxt 3, 6, 9, 12, 15 elementlarga ega AVL daraxti ekanligini tekshiring.
24. 2, 4, 6, 8, 10 elementlari bilan tartiblangan ikkilik daraxtdan 6-elementni olib tashlang.
25. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 elementlardan iborat muvozanatli daraxtning balandligini toping.