

高中数学联赛一试填空模拟（1）

Deepseek, Lawban Abbe

June 22, 2025

1. 已知复数 z 满足 $|z - 1| + |z - i| = \sqrt{2}$, 则 $|z|$ 的最小值为_____.
2. 设函数 $f(x) = \log_2(2^x + 2^{-x})$, 则 $f(x)$ 的值域为_____.
3. 正三棱锥底面边长为2, 侧棱长为3, 其外接球半径为_____.
4. 方程 $\left\lfloor \frac{2x+1}{3} \right\rfloor = x$ 的解集为_____ ($[x]$ 表示取整函数).
5. 从 $1, 2, \dots, 10$ 中任取三个不同的数, 使其和为偶数的概率为_____.
6. 设 a, b 为实数, 且 $a^2 + b^2 = 1$, 则 $(a + 2b)(2a + 3b)$ 的最大值为_____.
7. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n} (n \geq 1)$, 则 a_{10} 的整数部分为_____.
8. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 且 $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 则 $\triangle F_1 P F_2$ 的面积为_____.
9. 设 p 为奇素数, 则 $1^3 + 2^3 + \dots + (p-1)^3$ 被 p 除的余数是_____.
10. 已知 $x, y > 0$ 且 $x + y = 1$, 则 $\sqrt{x + \frac{1}{x}} + \sqrt{y + \frac{1}{y}}$ 的最小值为_____.
11. 四面体 $ABCD$ 的棱长满足 $AB = CD = 5, AC = BD = 6, AD = BC = 7$, 则其体积为_____.
12. 方程 $x^3 + y^3 + z^3 = 2023$ 的正整数解组数（不计顺序）为_____.