

高中数学联赛一试填空模拟（2）

Deepseek, Lawban Abbe

June 28, 2025

1. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$, $B = \{x \mid |x - 1| < 2\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 复数 z 满足 $z \cdot \bar{z} + 2z + 2\bar{z} = 0$, 则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知正四棱锥的底面边长为 2, 侧棱与底面所成角为 45° , 则其体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 若 $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 将 6 本不同的书分给甲、乙、丙三人, 每人至少 1 本, 则不同的分配方法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种.
6. 设 a, b 为正实数, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 2^n$ ($n \geq 1$), 则 $a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线上, 且 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 则 $|PF_1| \cdot |PF_2| = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设 P 为大于 3 的素数, 则 $P^2 \bmod 24$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 已知 $x, y, z > 0$ 且 $x + y + z = 1$, 则
$$\sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{y^2 + yz + z^2} + \sqrt{z^2 + zx + x^2}$$
的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 三棱锥 $S - ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 为边长为 2 的正三角形, $SA = 2$, 则二面角 $S - BC - A$ 的正切值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 方程 $x^2 + y^2 = 2023$ 的正整数解组数 (不考虑顺序) 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.