## 高中数学联赛一试填空模拟(3)

## Deepseek, Lawban Abbe

June 28, 2025

1. 复数 
$$z = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$$
,则  $\text{Re}(z + z^2 + z^4) = \underline{\hspace{1cm}}$ 

- 2. 函数 f(x) = |x-2| + |x+1| 的最小值为 \_\_\_\_\_。
- 3. 正八面体棱长为 a,则其体积为  $_{---}$ 。
- 4. 方程  $[x] = 2x \{x\}$  的解集为 \_\_\_\_ ( $\{x\}$  为小数部分)。
- 5. 从  $1\sim15$  中取三个不同数,乘积能被 3 整除的概率为 \_\_\_\_。

6. 设 
$$x, y > 0, x + y = 1$$
,则  $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$  的最小值为 \_\_\_\_\_。

7. 数列 
$$a_1 = 1$$
,  $a_{n+1} = \frac{2a_n}{1 + a_n^2}$ , 则  $a_{2025} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

- 8. 双曲线  $\frac{x^2}{9} \frac{y^2}{16} = 1$  的焦点到渐近线距离为 \_\_\_\_\_。
- 9.  $1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times 2019$  的末两位数字是。
- 10. 实数 x, y 满足  $x^2 + xy + y^2 = 3$ ,则  $x^3 + y^3$  的最大值为 \_\_\_\_。
- 11. 四面体 ABCD 中, $\triangle ABC$  为边长 3 的正三角形,AD  $\bot$  面 ABC 且 AD=4,则外接球半径为 \_\_\_\_。
- 12. 方程 x! + y! = z! 的正整数解 (x, y, z)  $(x \le y < z)$  组数为 \_\_\_\_\_。