Newton boller?

Benjamin Gåserød

17. november 2024

Innhold

1 Prosjekt:

Jeg og gruppa mi valgte å teste om Newtons avkjølingslov var en god modell for temperaturen a nystekte kanelboller. Tenk hvis ikke Newton hadde funnet opp avkjølingsloven sin, da er det ikke sikkert vi hadde fått denne muligheten til å nyte velsmakede nybakte kanelboller sammen.

2 Utledning av modell for temperaturen

Newton påstor at om man ønsker å måle temperaturen T(t) til en gjenstand i en romtemperatur T_K kan gjelder utrykket

$$\dot{T}(t) = \alpha(T(t) - T_k) \quad T(0) = T_0 \tag{1}$$

Dette kan altså skrives som

$$\dot{T}(t) - \alpha T(t) = -\alpha T_k \tag{2}$$

$$e^{-\alpha t}\dot{T}(t) - e^{-\alpha t}\alpha T(t) = -e^{-\alpha t}\alpha T_k \tag{3}$$

$$\int e^{-\alpha t}\dot{T}(t)dt - \int e^{-\alpha t}\alpha T(t)dt = -\int e^{-\alpha t}\alpha T_k dt \tag{4}$$

$$e^{-\alpha t}T(t) + \int e^{-\alpha t}\alpha T(t)dt - \int e^{-\alpha t}\alpha T(t)dt = e^{-\alpha t}T_k + c \tag{5}$$

$$e^{-\alpha t}T(t) = e^{-\alpha t}T_k + c \tag{6}$$

$$T(t) = T_k + ce^{\alpha t} \tag{7}$$

Siden

$$T(0) = T_k + c \tag{8}$$

Kan vi modellere T(t) som

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{\alpha t} \tag{9}$$

3 Målinger

Tid t (min)	Temperatur [°C]
0	105
1	101
2	98
3	93
4	89
5	83
10	72
14	64
18	60
21	54
32	46
40	41
55	34
80	30
124	24

Tabell 1: Temperaturer

Vi målte da romtemperaturen $T_K = 23$ grader, og $T_0 = 105$ °C. For å finne α har vi utrykket

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k)e^{\alpha t} \tag{10}$$

$$\alpha = \frac{\ln(\frac{T(t)-T_k}{T_0-T_k})}{t} \tag{11}$$

Bruker da T(1) = 105

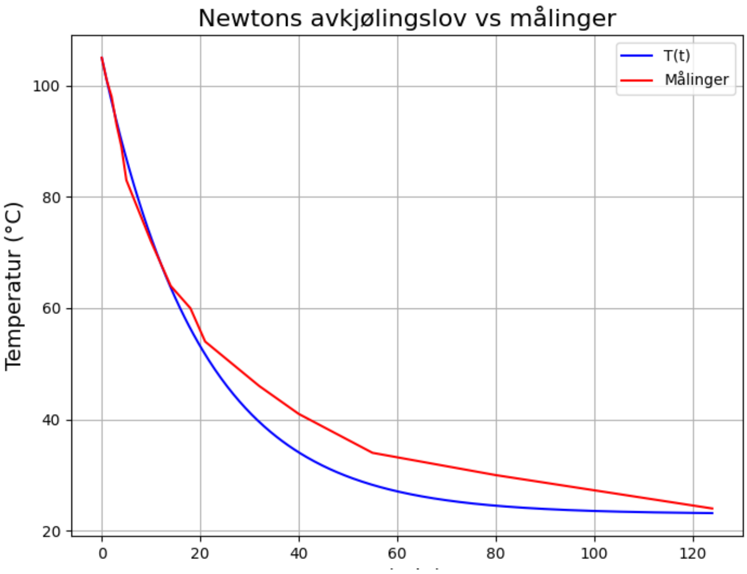
$$\alpha = \frac{\ln(\frac{101-23}{105-23})}{1} \tag{12}$$

$$\alpha = -0.05001 \tag{13}$$

Nå kan vi sammenligne datapunktene våre med modellen

$$T(t) = 23 + (105 - 23)e^{-0.05t} \tag{14}$$

Vi ser altså at på grafen at den stemmer veldig bra med målingene de første 20 minuttene, men at derfra begynner de å bli ulike.



Figur 1: En klar sammenheng, men noe unøyaktighet