

2. zárthelyi dolgozat

I. rész (hagyományos, papíron megoldandó feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, hagyományos számológép

1. feladat 10 pont

Határozza meg az a, b, c valós paraméterek értékét úgy, hogy a 2 legalább háromszoros gyöke legyen a $p(x) = x^6 + x^5 + ax^3 + bx^2 + c \in \mathbb{R}[x]$ polinomnak.

2. feladat 10 pont

Határozza meg a $2x^3 + x^2 - 13x + 6 \in \mathbb{Z}[x]$ polinom racionális gyökeit.

3. feladat 10 pont

Készítsen a 10 egész számhoz CRC ellenőrzőösszeg-polinomot, ahol a használt generátorpolinom $G(x) = x^3 + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$.

II. rész (programozási feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, laboros számítógép (SageMath/Cocalc)

4. feladat 10 pont

Írjon függvényt, amely paraméterként fogad egy *num* egész számot, egy *mult* és egy *deg* természetes számot. Írjon függvényt, amely előállít egy *poly* nevű, *deg* fokszámú, egész együtthatós polinomot, amelynek *num* legalább *mult*-szoros gyöke, a többi gyök legyen véletlenszerűen kiválasztva a $[-100; 100]$ intervallumból.

Állítsa elő azt a polinomot, amelynek ugyanazok a gyökei mint *poly*-nak, kivéve *num*-ot, *num* nem lehet gyöke. Ábrázolja a két polinomot közös koordináta-rendszerben.

5. feladat 10 pont

Módosítsa a *SSS_secret_parts(required_num_of_people, num_of_people, secret)* függvényt úgy, hogy a titokrészleteket úgy állítsa elő, hogy azok rendezett párok legyenek, amelynek első komponense egy, a használt prímszámnál kisebb, véletlenszerűen választott pozitív egész szám legyen, második komponense pedig a polinom helyettesítési értéke. Vigyázzon arra, hogy a titok nem kerülhet ki senkihez, sem az első komponensben, sem a második komponensben.

A függvénnnyel készítsen az 58 titokhoz 20 darab titokrészletet, ahol legalább 10 ember legyen szükséges az eredeti titok előállításához.

6. feladat 10 pont

- (a) Tekintsük az $A = [-112, -50, -23, -2, 0, 7, 24, 33, 653]$ listát. Egy H listába állítsa elő az összes $a + b \cdot I$ alakú komplex számot, ahol a és b az A listából kerülhet ki. Állítson elő olyan polinomot, amelynek együtthatói H azon elemei, ahol a valós és a képzetes rész azonos előjelű. Ábrázolja a Gauss-számsíkon a polinom gyökeit.
- (b) Állítson elő olyan valós együtthatós negyedfokú polinomot, amelynek pontosan kétszeres gyöke a 23, a másik két gyök tetszőleges. Ábrázolja közös ábrán a polinomot és annak első deriváltját. Hol metszi egymást a két görbe és az x-tengely (és miért pont ott)?