

1. zárthelyi dolgozat

I. rész (hagyományos, papíron megoldandó feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, hagyományos számológép

1. feladat 12 pont

Legyen adott egy olyan számítógép-architektúra, ahol a gépi szó 3 bites, tehát a számítógépünk az $I_1 = [0; 2^3 - 1] = [0; 7]$ intervallum egészeivel képes gyors egész aritmetikát végezni. Erre az aritmetikára építve valósítsunk meg az architektúránkon olyan egész aritmetikát (összeadás, kivonás, szorzás), amellyel az $I_2 = [0; 210]$ intervallumban is tudunk számolni.

Ábrázoljuk ebben az aritmetikában az egészeket I_1 -beli modulo 5, 6 és 7 maradékainak rendszereként, majd végezzük el ebben az aritmetikában a $28 + 4 \cdot (79 - 55)$ műveletsort.

2. feladat 8 pont

Oldja meg a $60x + 16y = 60$ lineáris diofantikus egyenletet az egész számok halmazán.

3. feladat 10 pont

Határozza meg Euklideszi-algoritmussal az (a) $\text{lnko}(130, 74)$ (b) $\text{lnko}(29, 32)$ értékeket. Oldja meg a következő lineáris kongruencia egyenleteket:

(c) $15x \equiv 3 \pmod{10}$ (d) $12x \equiv 6 \pmod{21}$

II. rész (programozási feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, laboros számítógép (SageMath/Cocalc)

4. feladat 8 pont

Írjon $\text{Primes}_d \text{ mod } M()$ néven függvényt, amely paraméterként fogad a, b, d, M egész számokat. Az a és b egy intervallum alsó és felső határa, ha a nagyobb mint b akkor a függvény dobjon ValueError kivételt. A függvény térjen vissza azon $[a; b]$ intervallumban lévő prímszámokkal, amelyek kongruensek d -vel modulo M . Hívja meg a függvényt példákkal (kapja el a dobott kivételt).

5. feladat 12 pont

Olvasson be a billentyűzetről egy m természetes számot. Ábrázolja a következő irányítatlan gráfot: csúcsai $1, \dots, m$ egész számok; két egész szám között akkor megy él, ha a négyzetszám-osztói összegeik egyenlők (a és b egészek között akkor megy él, ha az a négyzetszám-osztóinak összege egyenlő a b szám négyzetszám-osztóinak összegével). Rajzolja ki a gráfot $m = 10$ esetben.

6. feladat 10 pont

Tekintsük a következő sorozatot: első tagja egy természetes szám, és minden következő tagot úgy kapunk, hogy összeadjuk az előző tag prímosztóit. Könnyen látható, hogy a sorozat előbb-utóbb eljut egy prímszámgig, majd ez a prímszám ismétlődik. Írjon függvényt, amely visszatér a paraméterként kapott természetes számhoz tartozó sorozattal (a sorozat végi prímszámot elég egyszer tartalmaznia). Például, a 235-höz tartozó sorozat: $[235, 52, 15, 8, 2]$.