

1. zárthelyi dolgozat

I. rész (hagyományos, papíron megoldandó feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, hagyományos számológép

1. feladat 8 pont

Oldja meg a $60x + 16y = 60$ lineáris diofantikus egyenletet az egész számok halmazán.

2. feladat 10 pont

Határozza meg Euklideszi-algoritmussal az (a) $\text{luko}(504, 150)$ (b) $\text{luko}(30, 22)$ értékeket.

Oldja meg a következő lineáris kongruencia egyenleteket:

(c) $16x \equiv 36 \pmod{28}$ (d) $15x \equiv 8 \pmod{20}$

3. feladat 12 pont

Legyen adott egy olyan számítógép-architektúra, ahol a gépi szó 3 bites, tehát a számítógépünk az $I_1 = [0; 2^3 - 1] = [0; 7]$ intervallum egészeivel képes gyors egész aritmetikát végezni. Erre az aritmetikára építve valósítsunk meg az architektúránkon olyan egész aritmetikát (összeadás, kivonás, szorzás), amellyel az $I_2 = [0; 200]$ intervallumban is tudunk számolni.

Ábrázoljuk ebben az aritmetikában az egészeket I_1 -beli modulo 2, 3, 5 és 7 maradékainak rendszereként, majd végezzük el ebben az aritmetikában az $5 \cdot (6 \cdot 32 - 159)$ műveletsort.

II. rész (programozási feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, laboros számítógép (SageMath/Cocalc)

4. feladat 10 pont

Készítsen `Is_Surjective()` néven függvényt, amely paraméterként kap egy $f : A \rightarrow B$ függvényt, ennek reprezentálása kételemű listák listájával történjen. A függvény döntse el, hogy a kapott f függvény szürjektív-e (azaz $B = R_f$). Ha a kapott reláció nem függvény, akkor az `Is_Surjective()` függvény dobjon `ValueError` kivételt. Hívja meg a függvényt szürjektív, nem szürjektív és nem függvény példákkal (kapja el a dobott kivételt).

5. feladat 10 pont

Olvasson be a billentyűzetről egy m pozitív egész számot. Ábrázolja a következő irányított gráfot: csúcsai az $\{1, 2, \dots, m\}$ összes 3-elemű részhalmazai; egy $\{a, b, c\}$ csúcsból akkor mutat irányított él egy $\{d, e, f\}$ csúcsba, ha $a + b + c \geq d \cdot e \cdot f$. Példaként rajzolja ki $m = 6$ esetben a gráfot.

6. feladat 10 pont

Készítsen `sum_of_squares()` néven függvényt, amely megkeresi az összes olyan négyzetszám-párt, amelyek összege a paraméterként kapott természetes szám. A függvény térjen vissza a számpárok listájával. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely pontosan 5 db négyzetszám-pár összegeként írható fel?