6. feladatsor: Lineáris diofantikus egyenletek, kongruencia-rendszerek, moduláris számábrázolás

1. feladat

Oldja meg a következő lineáris diofantikus egyenleteket.

- (a) 3x + 10y = 9
- (b) 15x + 33y = 40
- (c) 12x + 10y = 62

2. feladat

Bontsuk fel a 812-t két (a) egész (b) természetes szám összegére úgy, hogy az egyik szám osztható legyen 12-vel illetve a másik 32-vel.

3. feladat

Oldja meg a következő kongruencia-rendszereket.

- (a) $x \equiv 1 \pmod{4}$, $x \equiv 3 \pmod{4}$
- (b) $x \equiv 10 \pmod{3}$, $x \equiv 4 \pmod{7}$
- (c) $x \equiv -2 \pmod{4}$, $x \equiv 1 \pmod{3}$, $x \equiv 3 \pmod{7}$
- (d) $9x \equiv 3 \pmod{6}$, $5x \equiv -1 \pmod{3}$, $-x \equiv 4 \pmod{5}$
- (e) $x \equiv -10 \pmod{3}$, $x \equiv 6 \pmod{5}$, $x \equiv 3 \pmod{8}$
- (f) $2x \equiv 6 \pmod{8}$, $-x \equiv 2 \pmod{7}$, $x \equiv -10 \pmod{11}$
- (g) $-x \equiv 2 \pmod{4}$, $2x \equiv 11 \pmod{5}$, $7x \equiv 4 \pmod{9}$, $-2x \equiv -5 \pmod{7}$

4. feladat

Legyen adott egy olyan számítógép-architektúra, ahol a gépi szó 4 bites, tehát a számítógépünk az $I_1 = [0; 2^4 - 1] = [0; 15]$ intervallum egészeivel képes gyors egész aritmetikát végezni. Erre az aritmetikára építve valósítsunk meg az architektúránkon olyan egész aritmetikát (összeadás, kivonás, szorzás), amellyel az $I_2 = [0; 1100]$ intervallumban is tudunk számolni.

Ábrázoljuk ebben az aritmetikában az egészeket I_1 -beli modulo 7,11 és 15 maradékainak rendszereként, majd végezzük el ebben az aritmetikában a 16 + 52, 52 - 16, $16 \cdot 52$ műveleteket.

Koch-Gömöri Richárd, kgomori.richard@gmail.com