

1. zárthelyi dolgozat

I. rész (hagyományos, papíron megoldandó feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, hagyományos számológép

1. feladat 12 pont

Legyen adott egy olyan számítógép-architektúra, ahol a gépi szó 4 bites, tehát a számítógépünk az $I_1 = [0; 2^4 - 1] = [0; 15]$ intervallum egészeivel képes gyors egész aritmetikát végezni. Erre az aritmetikára építve valósítsunk meg az architektúránkon olyan egész aritmetikát (összeadás, kivonás, szorzás), amellyel az $I_2 = [0; 495]$ intervallumban is tudunk számolni.

Ábrázoljuk ebben az aritmetikában az egészeket I_1 -beli modulo 5, 9 és 11 maradékainak rendszereként, majd végezzük el ebben az aritmetikában a $10 + 3 \cdot (72 + 15)$ műveletsort.

2. feladat 8 pont

A konténerboltban kicsi és nagy méretű konténereket árulnak. Szeretnénk 40 db hűtőszekrényt konténerekben elszállítani. A kicsi konténerbe 3, a nagy konténerbe 4 hűtőszekrény fér el. Hány kicsi illetve nagy konténerre van szükségünk, ha az összes hűtőszekrényt el szeretnénk szállítani?

3. feladat 10 pont

Határozza meg Euklideszi-algoritmussal az (a) $\text{lnko}(140, 88)$ (b) $\text{lnko}(140, 15)$ értékeket. Oldja meg a következő lineáris kongruencia egyenleteket:

(c) $15x \equiv 70 \pmod{20}$ (d) $140x \equiv 88 \pmod{15}$

II. rész (programozási feladatok)

Felhasználható idő: 60 perc, használható segédeszközök: üres papír, toll, laboros számítógép (SageMath/Cocalc)

4. feladat 10 pont

- (a) Írjon függvényt, amely természetes számokat tartalmazó halmazt fogad paraméterként (üres halmaz esetén dobjon *ValueError* kivételt). A függvény a számok valódi (nem triviális) osztóit állítsa elő úgy, hogy egy halmazzal tér vissza, amiben rendezett párok vannak: a pár első komponense az egyik természetes szám, a második komponense az első komponens valódi osztóinak halmaza. Hívja meg a függvényt példákkal (kapja el a dobott kivételt).
- (b) Készítse el azt a listát, amelyben 112-nél nagyobb, 2352500-nál kisebb prímszámok vannak, amelyek kongruensek 7-tel modulo 235.

5. feladat 10 pont

Olvasson be a billentyűzetről egy m természetes számot. Rajzolja ki a következő irányított gráfot: csúcsai olyan (a, b, c) rendezett hármassok, ahol $0 < a \leq b \leq c \leq m$. Egy (a, b, c) csúcsból akkor mutat irányított él egy (d, e, f) csúcsba, ha $(a \geq d \wedge b = c = e = f) \vee c > d + e + f$. Rajzolja ki a gráfot $m = 4$ esetben.

6. feladat 10 pont

Tekintsük a következő sorozatot: első tagja egy pozitív egész szám és minden további tagja az előző tag fele és tízes számrendszerbeli számjegyeinek összege (használjunk egészosztást, tehát például $9/2 = 4$). A sorozat tagjai előbb-utóbb valamilyen periódus szerint elkezdenek ismétlődni. Írjon függvényt, amely paraméterként egy pozitív egész számot fogad, és visszatér egy kételemű listával: első tagja a fenti sorozat elemeinek listája, második tagja a sorozat periódusa. Például, 32-re a helyes eredmény: $[[32, 21, 13, 10, 6, 9], 4]$.

