

Ejercicios de integración

Ejercicio 1 *A partir de la definición de integral y usando sumas de Riemann, calcula, sin usar primitivas, las integrales de 1, x y x^2 en el intervalo $[0, 1]$.*

Ejercicio 2 *Calcula, utilizando el teorema fundamental del cálculo, las derivadas de las funciones $f(x) =$*

$$\int_1^x \sqrt{1+t^2} dt, \quad g(x) = \int_a^{x^2+x+1} \cos t^2 dt \quad y \quad h(x) = \int_a^{\left(\int_b^x \frac{1}{1+\sin^2 u} du\right)} \frac{1}{1+\cos^2 t} dt.$$

Ejercicio 3 *Calcula los siguientes límites,*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{n\pi}{n} \right) \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{2}{2^2+n^2} + \dots + \frac{n}{n^2+n^2} \right) \quad ,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n} + \dots + \frac{1}{n+n} \right).$$

Ejercicio 4 *Calcula* $\int_0^\pi \sin(nx) dx$, $\int_0^{2\pi} \cos(nx) dx$, $\int_{-\pi}^0 x \sin(nx) dx$,
 $\int_a^b x \cos(nx) dx$, $\int_{-\pi}^\pi x^2 \sin(nx) dx$, *y* $\int_{-2\pi}^0 x^2 \cos(nx) dx$.

Ejercicio 5 *Descompón en fracciones simples*

$$\frac{3x^3 + 3x^2 - 5x + 7}{x^4 - 1} \quad , \quad \frac{x^6 - 2}{x^4 + x^2} \quad y \quad \frac{1}{x^4 + 1}.$$

Ejercicio 6 *Calcula*

$$\int \frac{1}{(x^2 + 1)^2} , \quad \int \frac{x + 4}{(x^2 - x + 1)^2} dx, \quad \int \frac{x^3 - 4x}{\sqrt{9 - x^2}} dx \quad y \quad \int \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}} dx.$$

Ejercicio 7 *Calcula las siguientes integrales impropias.*

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{1-x} dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$$
$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x} dx, \quad \int_1^\infty \frac{1}{\sqrt{x}} dx.$$