

Ejercicios de prácticas de cálculo

Curso 2024-2025

Imprime los siguientes ejercicios en pdf y envíalos en este formato, pdf, a través del enlace que hay para esto en el campus virtual.

La fecha y hora tope de entrega es el miércoles día 11 de Diciembre de 2024 a las 20:00, aunque se recomienda entregarlos lo antes posible.

Recuerda, tienes que identificarte. Indica: Asignatura, Curso, Grupo, Apellidos, Nombre, DNI y/o Número de Expediente. Recuerda también que tienes que redactar las respuestas de forma clara y comprensible.

Tienes que responder a las preguntas que se plantean, explicando en detalle lo que vas haciendo en cada momento.

El título del fichero debe ser practicas (y la extensión pdf) es decir, practicas.pdf .

1 Representando funciones

Representa gráficamente las funciones polinómicas

$$x^3, \quad x^3 + 1, \quad x^3 - 1,$$

$$(x + 1)^3, \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 1, \quad (x - 1)^3, \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

¿Que se observa?

Representa también las funciones racionales

$$\frac{1}{x}, \quad \frac{1}{1+x}, \quad \frac{x}{x+1}, \quad \frac{1}{x^2}, \quad \frac{x}{x^2+1}.$$

así como las funciones

$$\log(x), \quad e^x, \quad \operatorname{sen}(x), \quad \operatorname{arcsen}(x), \quad \operatorname{senh}(x), \quad \operatorname{Argsenh}(x)$$

Indica los puntos destacados de sus gráficas. Cortes con los ejes, signos, asíntotas, extremos, etc.

2 Resolviendo ecuaciones

Da, en \mathbb{R} y en \mathbb{C} , la solución exacta y una aproximación numérica de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + 5 = 0, \quad x^2 - x + 1 = 0, \quad x^3 + x^2 + x - 1 = 0, \\x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0, \quad x^4 + 1 \quad y \quad x^4 + x^2 + 1 = 0.\end{aligned}$$

3 Aproximación de raíces

Aplica, a las que se pueda de las anteriores, el método de bisección y el de Newton para aproximar sus raíces reales. Compara los resultados obtenidos por estos métodos con los que proporciona el programa.

4 Comparando límites

Aproxima numéricamente

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x+1}.$$

Para ello evalúa $(1 + \frac{1}{x})^{2x+1}$ en valores de x que sean sucesivas potencias de diez, $x = 1$, $x = 10$, $x = 100$, así hasta $x = 10^6$. ¿A qué número se aproxima?, ¿porqué?

5 Comparando infinitésimos

Compara los valores de x y $\sin x$ cuando x está próximo a cero. Para ello evalúa en potencias negativas de diez empezando en $x = 1$, $x = 0'1$, $x = 0'01$, así hasta $x = 10^{-6}$. ¿Son cada vez más parecidos?, ¿porqué?

6 Comparando derivadas

Calcula numéricamente el valor de la derivada de la función exponencial, esto es, $f(x) = e^x$, en los puntos $a = 0$ y $a = 1$. Para ello aproxima el límite

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

evaluando el cociente en $h = 0'1$, $h = 0'01$, así hasta $h = 10^{-6}$.

Haz esto mismo con la derivada de $x^3 + x^2 + x + 1$ en $a = 1$. ¿Se parecen los resultados obtenidos con los resultados exactos?, ¿con qué grado de error?

7 Sumas de Riemann

Aplica el método de los rectángulos y de los trapecios para estimar numéricamente el valor de la integral entre 0 y 1 de la función x^2 . Usa al menos 200 rectángulos y 200 trapecios. Compara con el resultado exacto.

8 Aproximando funciones

Utiliza la recta tangente, el polinomio de Taylor de orden 2, el de orden 3 y el de orden 4, para aproximar valores de la exponencial, $y = e^x$, cerca de cero. e^1 , $e^{0.9}$, $e^{0.8}$, $e^{0.7}$, así hasta $e^{0.1}$. Evalúa la exponencial en esos puntos para comparar el error cometido en cada caso.

9 Primitivas

Desarrolla el siguiente polinomio en potencias de x

$$p(x) = (x - 1)^3(x + 2)(x^2 + x + 1)^2(x^2 + 1)$$

Calcula una primitiva de $p(x)$ y de $\frac{1}{p(x)}$.

10 Calculando series de Fourier

Halla las series de Fourier de las funciones periódicas de periodo 2π , correspondientes a 1 , x , x^2 , x^3 , x^4 , x^5 y $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$. ¿Qué se observa? ¿Quién es el coeficiente de $\sin(4x)$ de la serie de x^2 ?, ¿y de la de x^3 ? ¿Quién es el coeficiente de $\cos(4x)$ de la serie de x^2 ?, ¿y de la de x^3 ?