تابع للمحاضرة الرابعة

ACTIONS SPEAK LOUDER THAN WORDS

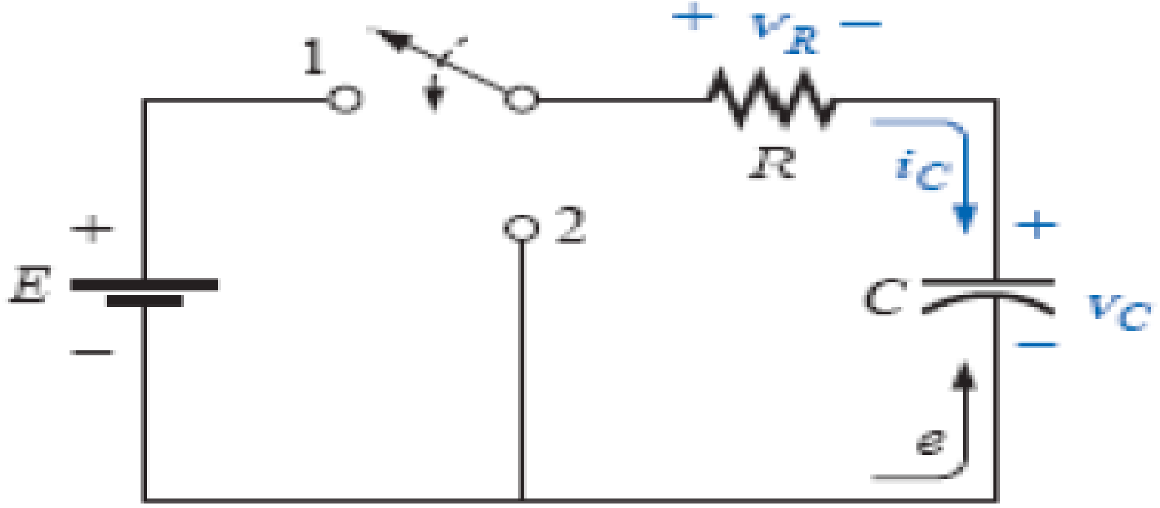
الأفعال أبلغ من الأقوال

DON’T BELIEVE IN LUCK BELIEVE IN HARD WORK

Every New Day is a Chance to Chang Your Life

كل يوم جديد فرصة لتغيير حياتك

طور شحن المكثفة (Charging Phase) طور شحن المكثفة وفق المراحل التالية:



الشكل– دارة شحن المكثفة

عندما يغلق المفتاح (وضعية 1) تجري الالكترونات من الصفيحة العلوية للمكثفة إلى الصفيحة السفلية لتنتج عنها شحنة موجبة للصفيحة العلوية وأخرى سالبة للصفيحة السفلية.

عندما يصبح جهد المكثفة مساوياً لجهد المصدر تتوقف حركة الالكترونات وتصبح قيمة الشحنة عند صفيحتي المكثفة مساوية $Q = CV_C = CE$.

الطاقة المخزنة في المكثفة (Energy stored by a capacitor)

تختزن المكثفة الطاقة الكهربائية على شكل حقل كهربائي بين صفيحتيها.

تحسب الطاقة المقدمة لمكثفة سعتها C خلال فترة زنية صغيرة dt بالعلاقة

$$dw = p\,dt = v\,i\,dt = v \times C\frac{dv}{dt}dt = C\,v\,dv$$

بعد فترة زمنية t يصبح جهد المكثفة مساوياً V، فتصبح

الطاقة الكلية المخزنة في المكثفة

$$w = \int_0^V C\,v\,dv = \frac{1}{2}C\,v^2$$

الطاقة المخزنة في المكثفة (Energy stored by a capacitor)

تختزن المكثفة الطاقة الكهربائية على شكل حقل كهربائي بين صفيحتيها.

الطاقة الكلية المخزنة في المكثفة

$$w = \frac{1}{2} C v^2$$

خصائص المكثفة

1. من معادلة حساب تيار المكثفة نلاحظ أنه عندما يكون الجهد عبر المكثفة غير متغير مع الزمن، أي جهد مستمر (dc voltage)، فإن التيار المار من المكثفة يكون مساوياً للصفر. وبالتالي نقول أن:
   a. تلعب المكثفة دور الدارة المفتوحة بالنسبة للتيار المستمر (dc).
   b. تشحن المكثفة إذا كان الجهد المستمر متصل من خلالها
2. الجهد على المكثفة يجب أن يكون مستمراً.
3. المكثفة المثالية لاتنشر الطاقة لأنها تأخذ القدرة (الاستطاعة) من الدارة عند تخزين الطاقة في حقلها وتعيدها للدارة عند تقديم القدرة.

خصائص المكثفة

من معادلة حساب تيار المكثفة نلاحظ أنه عندما يكون الجهد عبر المكثفة غير متغير مع الزمن، أي جهد مستمر (dc voltage)، فإن التيار المار من المكثفة يكون مساوياً للصفر. وبالتالي نقول أن:

تلعب المكثفة دورالدارة المفتوحة بالنسبة للتيار المستمر (dc).

المكثفة المثالية لاتنتشر الطاقة لأنها تأخذ القدرة (الاستطاعة) من الدارة عند تخزين الطاقة في حقلها وتعيدها للدارة عند تقديم القدرة.

مثال

a. احسب الشحنة المختزنة في مكثفة من $3\,\text{pF}$ إذا كان الجهد من خلالها $20\,\text{V}$

b. احسب الطاقة المختزنة في المكثفة

الحل:

a. $q = Cv = 3\times10^{-12}\times20 = 60\ \text{pF}$

b. $w = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}\times3\times10^{-12}\times400 = 600\ \text{pJ}$

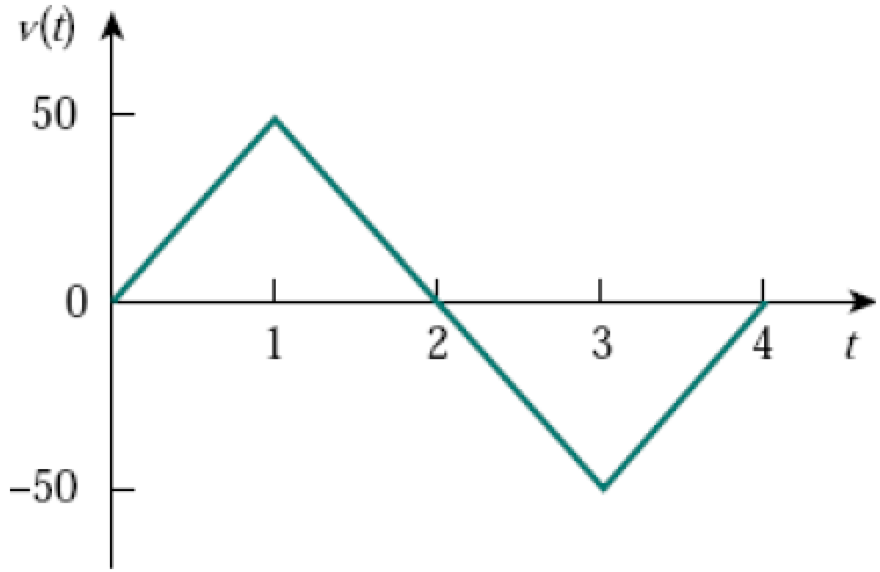
مثال

احسب التيار المار عبر مكثفة من $5\,\mu\text{F}$ إذا كان الجهد من خلالها $v(t) = 10\cos6000t\ \text{V}$

$$i(t) = C\frac{dv}{dt} = 5\times10^{-6}\frac{d}{dt}\left(10\cos6000t\right) = -5\times10^{-6}\times6000\times10\sin6000t$$

$$= -0.3\sin6000t\ \text{A}$$

مثال: احسب التيار المار عبر مكثفة من $200\,\mu F$ إذا كان جهدها كما هو مبين في الشكل



يمكن وصف الموجة المبينة في الشكل رياضياً كما يلي:

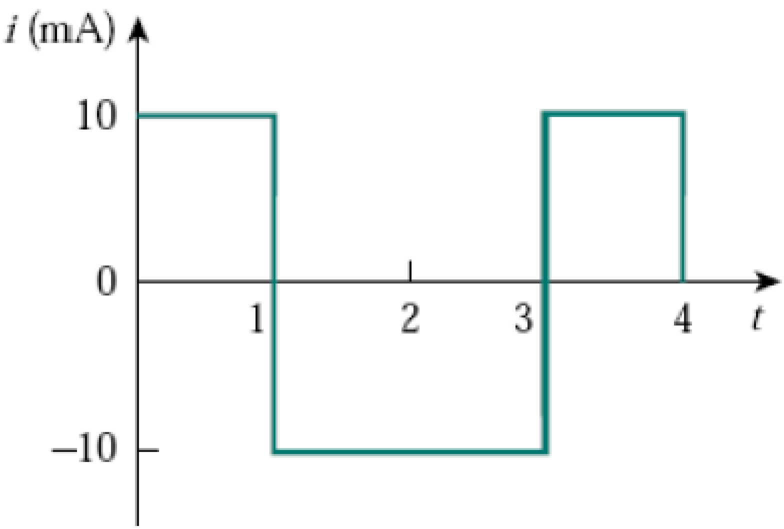
$$v(t) = \begin{cases} 50t \text{ V} & 0 < t < 1 \\ 100 - 50t \text{ V} & 1 < t < 3 \\ -200 + 50t \text{ V} & 3 < t < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

باعتبار أن $i(t) = C\dfrac{dv}{dt}$، و $C = 200\,\mu\text{F}$ نأخذ مشتق الجهد لحساب التيار:

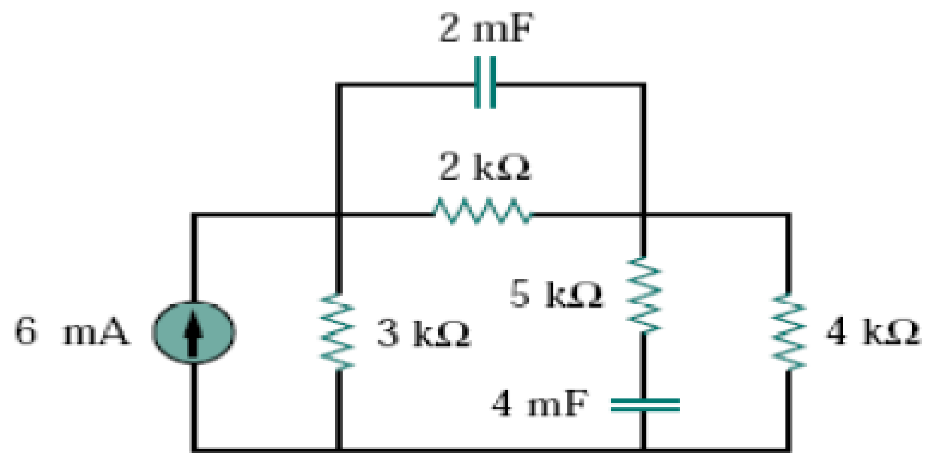
$$i(t) = 200 \times 10^{-6} \times \begin{cases} 50 & 0 < t < 1 \\ -50 & 1 < t < 3 \\ 50 & 3 < t < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 10\text{ mA} & 0 < t < 1 \\ -10\text{ mA} & 1 < t < 3 \\ 10\text{ mA} & 3 < t < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

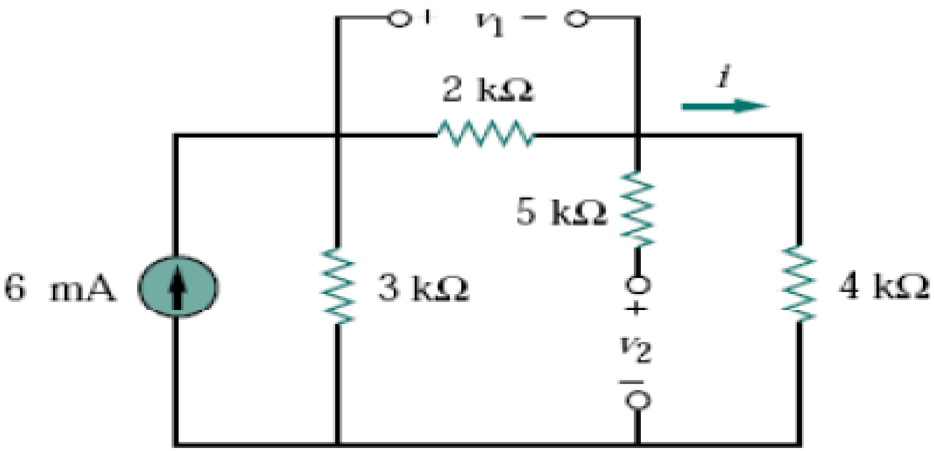
الشكل يبين موجة التيار الناتج



مثال احسب الطاقة المختزنة في كل مكثفة من الدارة المبينة في الشكل وفقاً لشروط التيار المستمر.



(a)



(b)

استناداً لشروط التيار المستمر نستبدل كل مكثفة بدارة مفتوحة كما هو مبين في الشكل.

باستخدام قانون قاسم التيار CDR ، التيار عبر التركيبة التسلسلية من المقاومات $2k\Omega$ و $4k\Omega$ يكون

$$i = \frac{3}{3+2+4} \times 6\text{mA} = 2\text{mA}$$

وبالتالي، الجهود v_1 و v_2 تكون

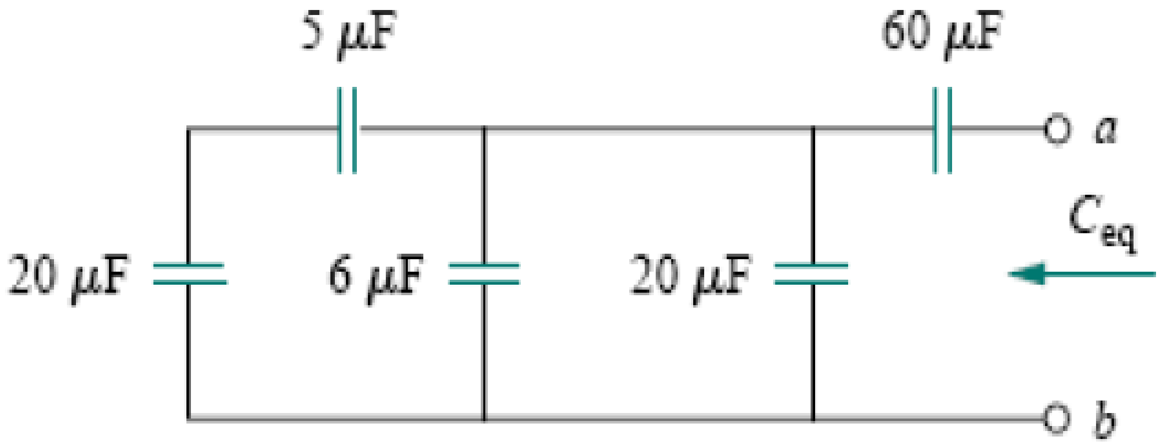
$$v_1 = 2000i = 4\ \text{V}, \quad v_2 = 4000i = 8\ \text{V}$$

الطاقة المختزنة فى كل مكثفة من الدارة:

$$w_1 = \frac{1}{2} C_1 v_1^{\,2} = \frac{1}{2}\left(2 \times 10^{-3}\right) 4^2 = 16\ \text{mJ}$$

$$w_2 = \frac{1}{2} C_1 v_2^{\,2} = \frac{1}{2}\left(4 \times 10^{-3}\right) 8^2 = 128\ \text{mJ}$$

مثال أوجد السعة الكلية المرئية بين الطرفين a و b من الدارة المبينة في الشكل



المكثفتان $5\mu F$ و $20\mu F$ مربوطتان على التسلسل، السعة المكافئة تكون

$$C_{1eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\mu F$$

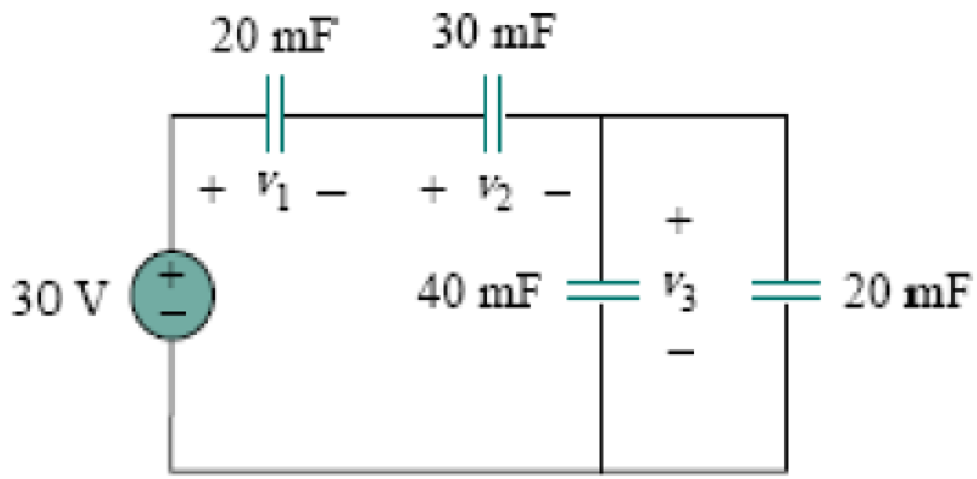
المكثفات $C_{1eq} = 4\mu F$ و $6\mu F$ و $20\mu F$ مربوطة على التفرع، السعة المكافئة تكون

$$C_{2eq} = 4\mu F + 6\mu F + 20\mu F = 30\mu F$$

المكثفات $C_{2eq} = 30\mu F$ و $60\mu F$ مربوطتان على التسلسل، السعة المكافئة تكون

$$C_{eq} = \frac{30 \times 60}{30 + 60} = 20\mu F$$

مثال أوجد الجهد عبر كل مكثفة في الدارة المبينة في الشكل



الحل:

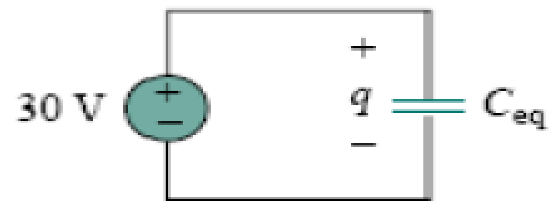
نقوم أولاً بإيجاد السعة المكافئة الكلية. المكثفتان المربوطتان على التوازي $20\,\text{mF}$ و $40\,\text{mF}$ يعطيان مكثفة مكافئة من $40+20=60\,\text{mF}$، فتكون هذه السعة المكافئة على التسلسل مع المكثفات المتبقية في الدارة. وبالتلي، السعة الكلية المكافئة تكون:

$$C_{eq}=\frac{1}{\frac{1}{60}+\frac{1}{30}+\frac{1}{20}}\,\text{mF}=10\,\text{mF}$$

الشحنة الكلية في الدارة تساوي

$$q = C_{eq} v = 10 \times 10^{3} \times 30 = 0.3 \text{ C}$$

نرسم الدارة من جديد وفق المعطيات الحاصلة



الشحنة الناتجة هي الشحنة على المكثفتين 20mF و 30mF لأنهما مرتبطتين على التسلسل مع منبع الجهد.

بالتالي،

الشحنة الناتجة هي الشحنة على المكثفتين 20mF و 30mF لأنهما مرتبطتين على التسلسل مع منبع الجهد. بالتالي، باعتبار أن المكثفتين 20mF و 40mF على التوازي، فإن الجهد هو نفسه عند كلٍ منهما، أي v_3 و محصلتهما تساوي $40 + 20 = 60\text{mF}$.

هذه السعة المكافئة على التسلسل مع المكثفتين 20mF و 30mF

بالنتيجة يكون لها نفس الشحنة. بالتالي

$$v_3 = \frac{q}{60\,\mathrm{mF}} = \frac{0.3}{60 \times 10^{-3}} = 5\,\mathrm{V}$$

تخزين الطاقة في الوشيعة (Energy stored by a inductor)

الاستطاعة المنقولة إلى الوشيعة

$$p = vi = \left(L\frac{di}{dt} \right) i$$

وبالتالي، الطاقة المخزنة

$$w = \int_{-\infty}^{t} p\,dt = \int_{-\infty}^{t} \left(L\frac{di}{dt} \right) i\,dt = L\int_{-\infty}^{t} i\,di = \frac{1}{2}Li^2(t) - \frac{1}{2}Li^2(-\infty)$$

وباعتبار أن $i(-\infty) = 0$ ، فإن

$$\boxed{w = \frac{1}{2}Li^2}$$

تخزين الطاقة في الوشيعة (Energy stored by a inductor)

الاستطاعة المنقولة إلى الوشيعة

$$p = vi = \left(L\frac{di}{dt} \right) i$$

وبالتالي، الطاقة المخزنة

$$\boxed{w = \frac{1}{2}Li^2}$$

خصائص الوشيعة:

- عندما يكون التيار ثابتاً (dc) يكون الجهد مساوياً الصفر، أي أن الوشيعة تلعب دور الدارة المقصورة.
- تعارض الوشيعة تغير التيار المار من خلالها.
- الوشيعة المثالية لاتنتشر الطاقة.

مثال أوجد الجهد عبر وشيعة من $0.1\,\mathrm{H}$ وكذلك الطاقة المخزنة فيها إذا كان التيار المار فيها $i(t)=10t\,e^{-5t}$ A.

الحل: $$v=L\frac{di}{dt}=0.1\frac{d}{dt}\left(10t\,e^{-5t}\right)=e^{-5t}+t(-5)e^{-5t}=e^{-5t}(1-5t)\ \mathrm{V}$$

$$w=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}(0.1)100t^2e^{-10t}=5t^2e^{-10t}\ \mathrm{J}$$

مثال أوجد التيار المار في وشيعة من $0.1\ \mathrm{H}$ إذا كان الجهد خلالها معطى كالتالي:

$$v(t) = \begin{cases} 30t^2, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

وكذلك، احسب الطاقة المخزنة خلال الزمن $0 < t < 5\ \mathrm{s}$.

الحل:

باعتبار أن $i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)\, dt + i(t_0)$ و $L = 5\ \mathrm{H}$، يكون

$$i = \frac{1}{5}\int_0^t 30t^2\, dt + 0 = 6 \times \frac{t^3}{3} = 2t^3\ \mathrm{A}$$

الاستطاعة: $p = vi = 60t^5$

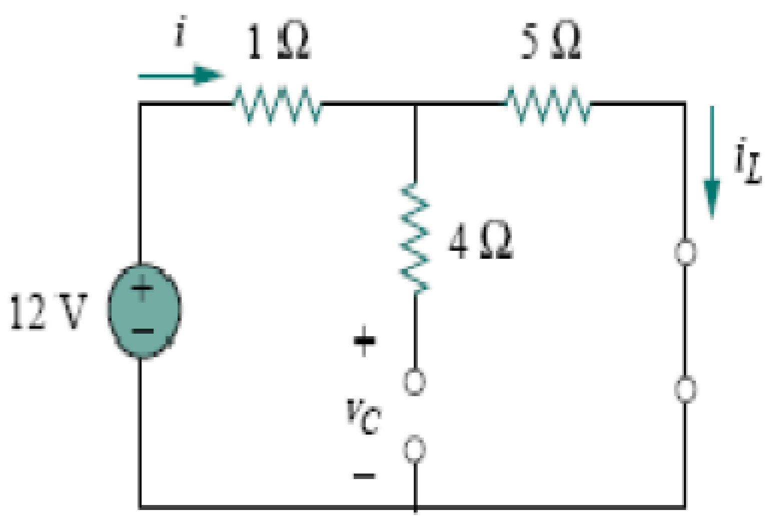
الطاقة المخزنة: $w = \int p\, dt = \int_0^5 60t^5\, dt = 60\frac{t^6}{6}\Big|_0^5 = 156.25\ \mathrm{kJ}$ أو

$$w\Big|_0^5 = \frac{1}{2}Li^2(5) - \frac{1}{2}Li(0) = \frac{1}{2}(5)(2\times 5^3)^2 - 0 = 156.25\ \mathrm{kJ}$$

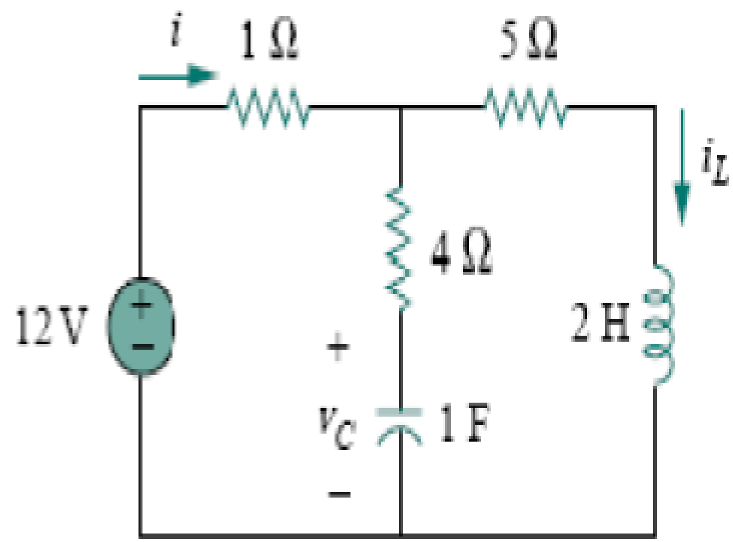
مثال : لتكن الدارة المبينة في الشكل (a). مستخدماً شروط التيار المستمر ،أوجد:

a. التيار i، الجهد عند المكثفة v_C وتيار الوشيعة i_L

b. الطاقة المخزنة في كلا من المكثفة والوشيعة.



(b)



(a)

الحل:

a. وفق شروط التيار المستمر، نستبدل المكثفة بدارة مفتوحة والوشيعة بدارة مقصورة، الشكل (b). ومن الواضح من الشكل (b):

$$i = i_L = \frac{12}{1+5} = 2\ \text{A}$$

الجهد v_C هو نفسه الجهد عند طرفي المقاومة 5Ω لأنهما على التفرع. بالتالي $v_C = 5i = 10\ \text{V}$

b. الطاقة المخزنة في المكثفة:

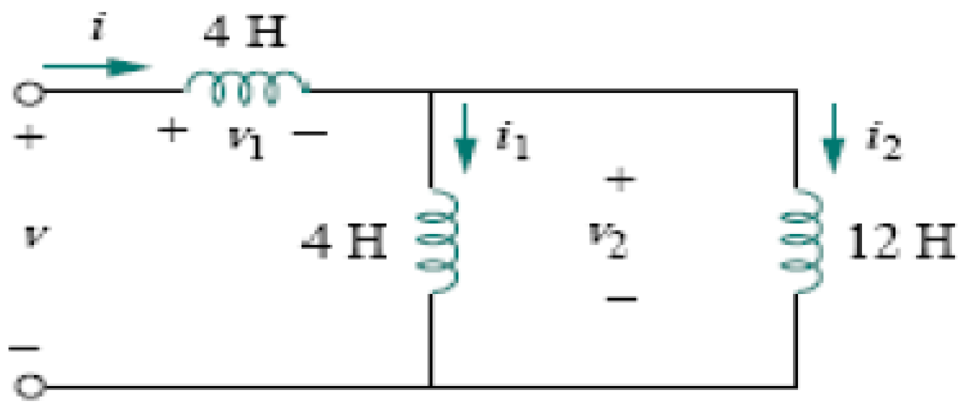
$$w_C = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2}(1)(10^2) = 50\ \text{J}$$

الطاقة المخزنة في المكثفة:

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2}(2)(2^2) = 4\ \text{J}$$

مثال لتكن الدارة المبينة في الشكل احسب $i_1(0)$، $v(t)$، $v_1(t)$ ، $v_2(t)$، $i_1(t)$ و $i_2(t)$ إذا كان

$i(t) = 4(2 - e^{-10t})$ mA و $i_2(0) = -1$ mA.



الحل:

من $i(t) = 4(2 - e^{-10t})$ mA نجد أن $i(0) = 4(2-1) = 4$ mA. طالما $i(0) = i_1(0) + i_2(0)$، فإن

$$i_1(0) = i(0) - i_2(0) = 4 - (-1) = 5 \text{ mA}$$

التحريضية المكافئة تكون:

$$L_{eq} = 2 + 4 \parallel 12 = 2 + 3 = 5 \text{ H}$$

وبذلك:

$$v(t) = L_{\text{eq}}\frac{di}{dt} = 5(4)(-1)(-10)e^{-10t}\ \text{mV} = 200e^{-10t}\ \text{mV}$$

$$v_1(t) = 2\frac{di}{dt} = 2(-4)(-10)e^{-10t}\ \text{mV} = 80e^{-10t}\ \text{mV}$$

بما أن $v = v_1 + v_2$ ، فإن

$$v_2(t) = v(t) - v_1(t) = 120e^{-10t}\ \text{mV}$$

التيار $i_1(t)$ يمكن حسابه كالتالي:

$$i_1(t) = \frac{1}{4}\int_0^t v_2\,dt + i_1(0) = \frac{120}{4}\int_0^t e^{-10t}\,dt + 5\ \text{mA}$$

$$= -3e^{-10t}\ \Big|_0^t + 5\ \text{mA} = -3e^{-10t} + 3 + 5 = 8 - 3e^{-10t}\ \text{mA}$$

بشكل متشابه:

$$i_2(t) = \frac{1}{12}\int_0^t v_2\,dt + i_2(0) = \frac{120}{12}\int_0^t e^{-10t}\,dt - 1\ \text{mA}$$

$$= -e^{-10t}\ \Big|_0^t - 1\ \text{mA} = -e^{-10t} + 1 - 1 = -e^{-10t}\ \text{mA}$$

لاحظ أن

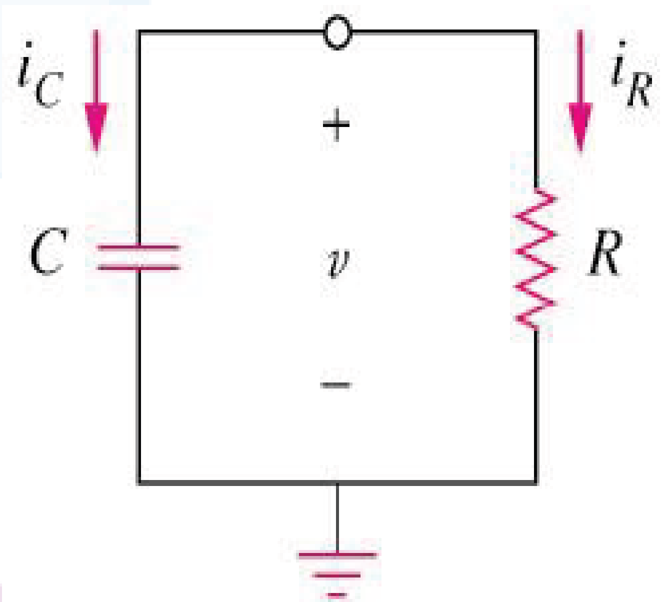
$$i_1(t) + i_2(t) = i(t).$$

First-Order Circuits

The Source-Free RC Circuit
The Source-Free RL Circuit

RC Circuit دارة

- توصف الدارة من الدرجة الأولى (first-order circuit) من خلال معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى.



By KCL

$$i_R + i_C = 0 \rightarrow \frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt} = 0$$

Ohms law

Capacitor law

that at time $t = 0$, the initial voltage is

$$v(0) = V_0$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\ln v = -\frac{t}{RC} + \ln A$$

$$\ln\frac{v}{A} = -\frac{t}{RC}$$

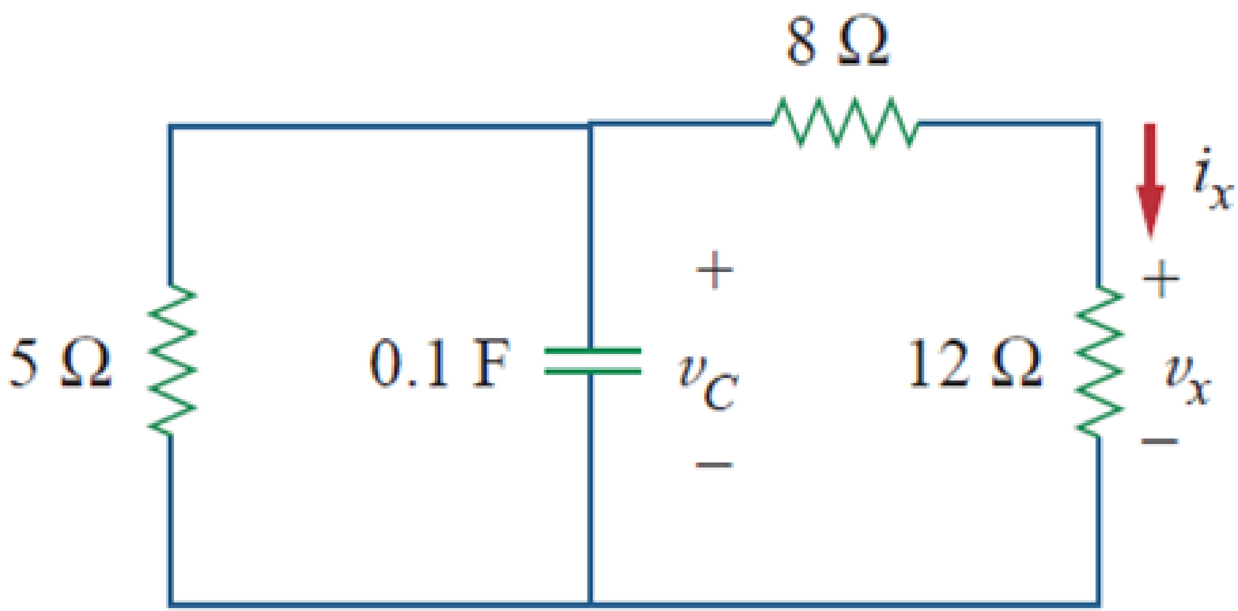
$$v(t) = Ae^{-t/RC}$$

from the initial conditions, $v(0) = A = V_0$.

$$v(t) = V_0 e^{-t/RC}$$

مثال

In Fig. let $v_C(0) = 15$ V. Find v_C, v_x, and i_x for $t > 0$.



Solution:

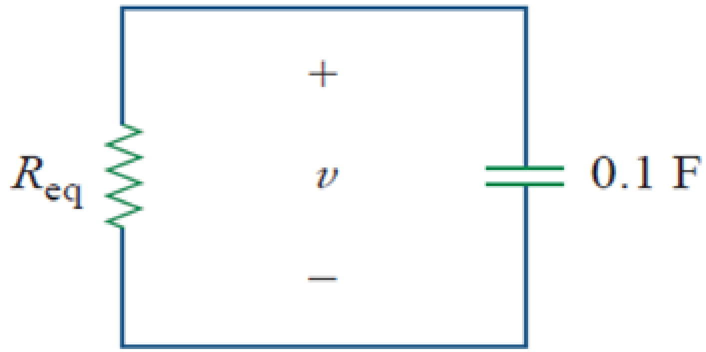
The 8-Ω and 12-Ω resistors in series can be combined to give a 20-Ω resistor. This 20-Ω resistor in parallel with the 5-Ω resistor can be combined so that the equivalent resistance is

$$R_{eq} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\,\Omega$$

Hence, the equivalent circuit is as shown in Fig.

The time constant is $\tau = R_{eq}C = 4(0.1) = 0.4\text{ s}$

Thus



$$v = v(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.4}\,\text{V}, \qquad v_C = v = 15e^{-2.5t}\,\text{V}$$

From Fig. we can use voltage division to get v_x; so

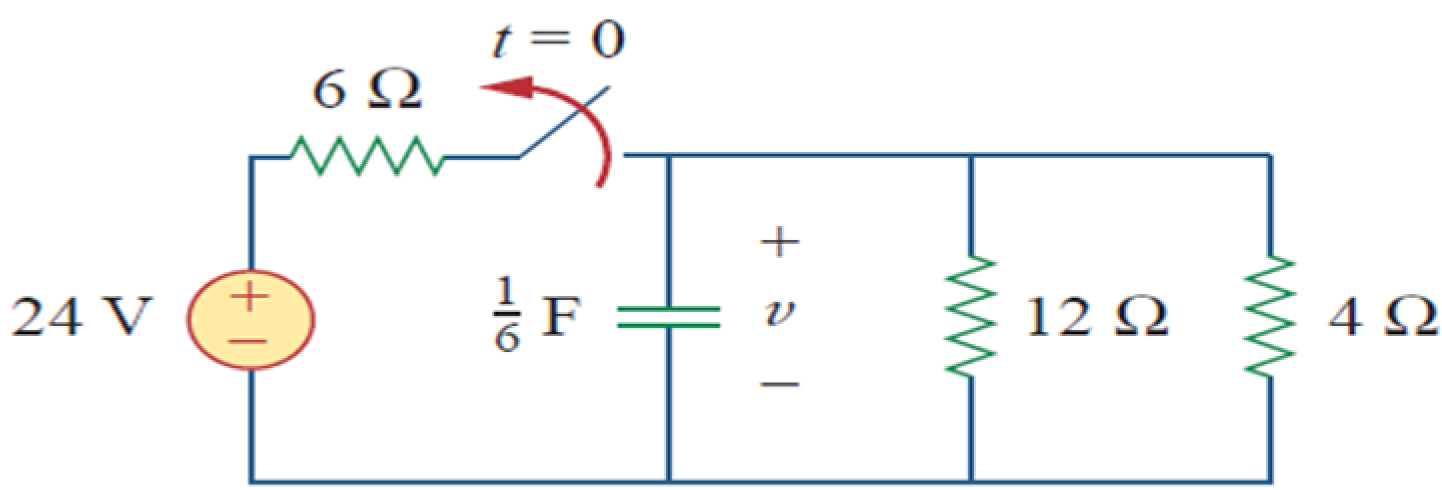
$$v_x = \frac{12}{12+8}v = 0.6(15e^{-2.5t}) = 9e^{-2.5t}\,\text{V}$$

Finally,

$$i_x = \frac{v_x}{12} = 0.75e^{-2.5t}\,\text{A}$$

تمرين هام

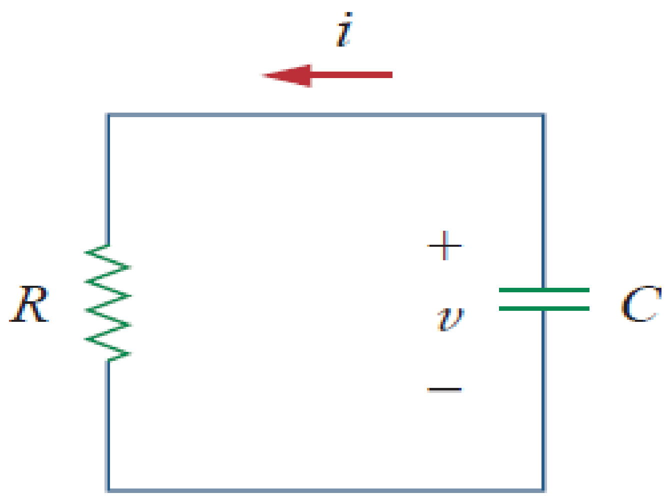
If the switch in Fig. opens at $t = 0$, find $v(t)$ for $t \geq 0$ and $w_C(0)$.



Answer: $8e^{-2t}$ V, 5.33 J.

In the circuit shown in Fig

تمرين للتدريب



$$v(t) = 56e^{-200t}\ \text{V}, \quad t > 0$$

$$i(t) = 8e^{-200t}\ \text{mA}, \quad t > 0$$

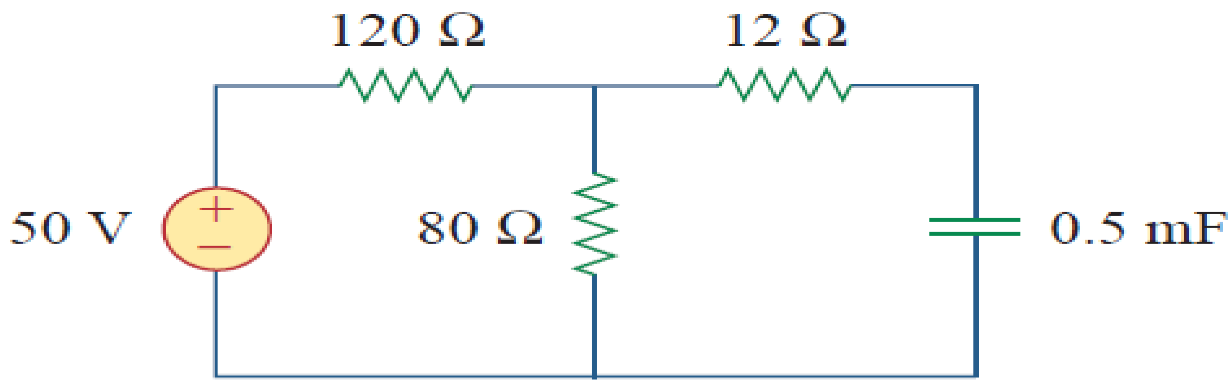
(a) Find the values of R and C.

(b) Calculate the time constant τ.

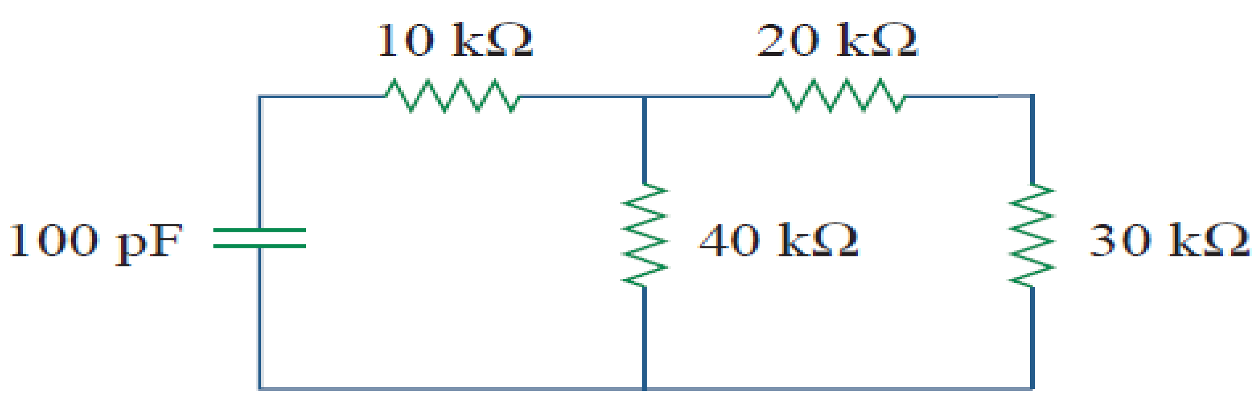
(c) Determine the time required for the voltage to decay half its initial value at $t = 0$.

تمرين للتدريب

Find the time constant for the RC circuit in Fig.

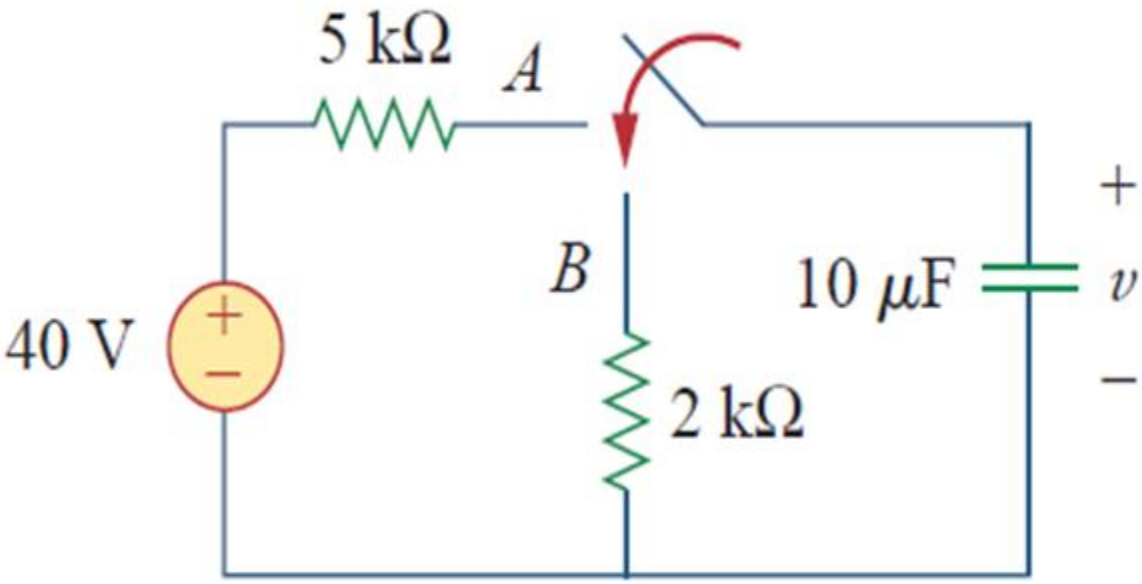


Determine the time constant for the circuit in Fig.



تمرين للتدريب

The switch in Fig. has been in position A for a long time. Assume the switch moves instantaneously from A to B at $t = 0$. Find v for $t > 0$.



تمرين للتدريب

For the circuit in Fig. if

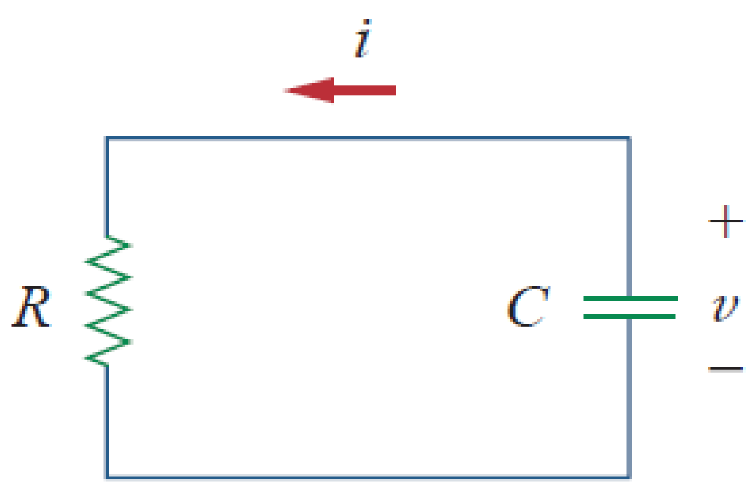
$$v = 10e^{-4t}\ \text{V} \qquad \text{and} \qquad i = 0.2\, e^{-4t}\ \text{A}, \qquad t > 0$$

(a) Find R and C.

(b) Determine the time constant.

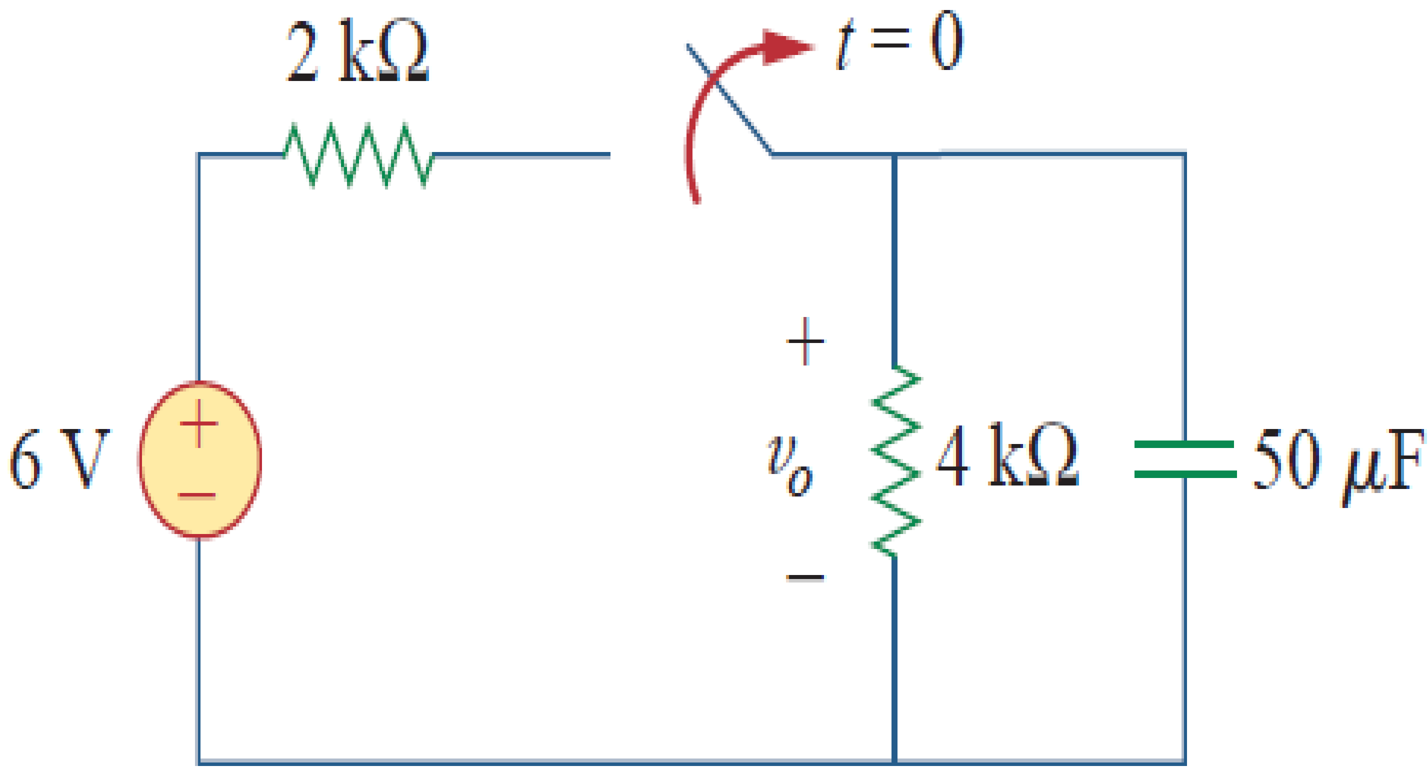
(c) Calculate the initial energy in the capacitor.

(d) Obtain the time it takes to dissipate 50 percent of the initial energy.



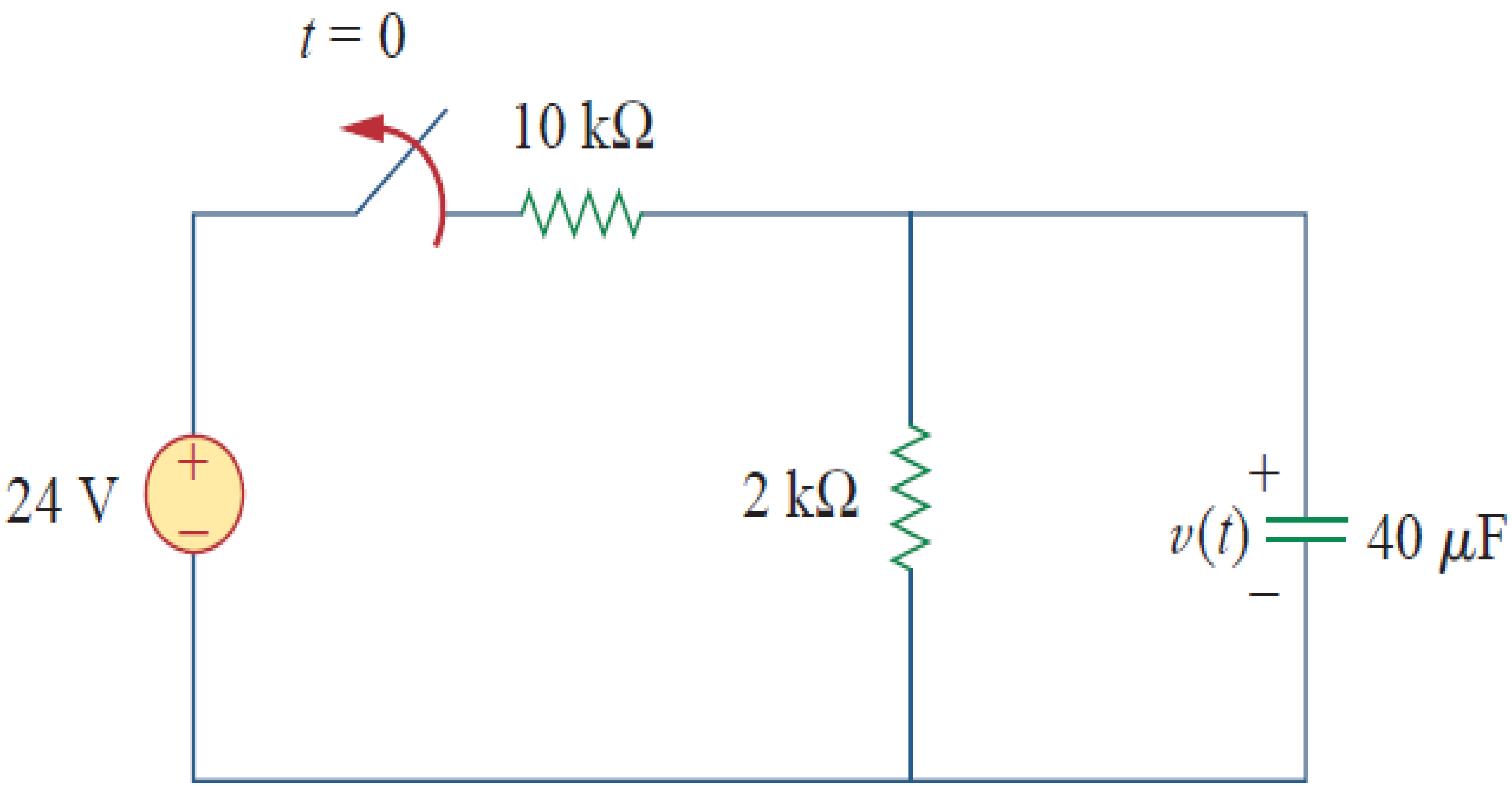
تمرين للتدريب

The switch in Fig. opens at $t = 0$. Find v_o for $t > 0$.



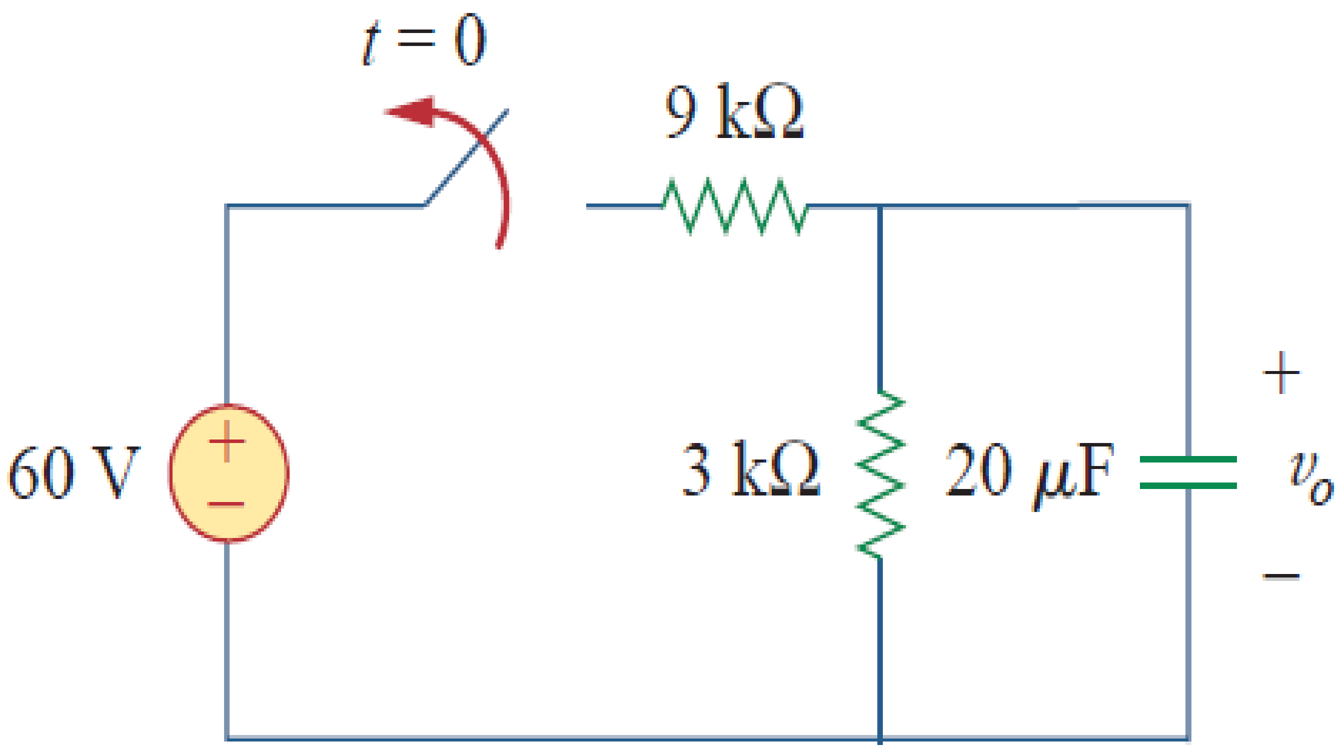
تمرين للتدريب

The switch in Fig. has been closed for a long time, and it opens at $t = 0$. Find $v(t)$ for $t \geq 0$.

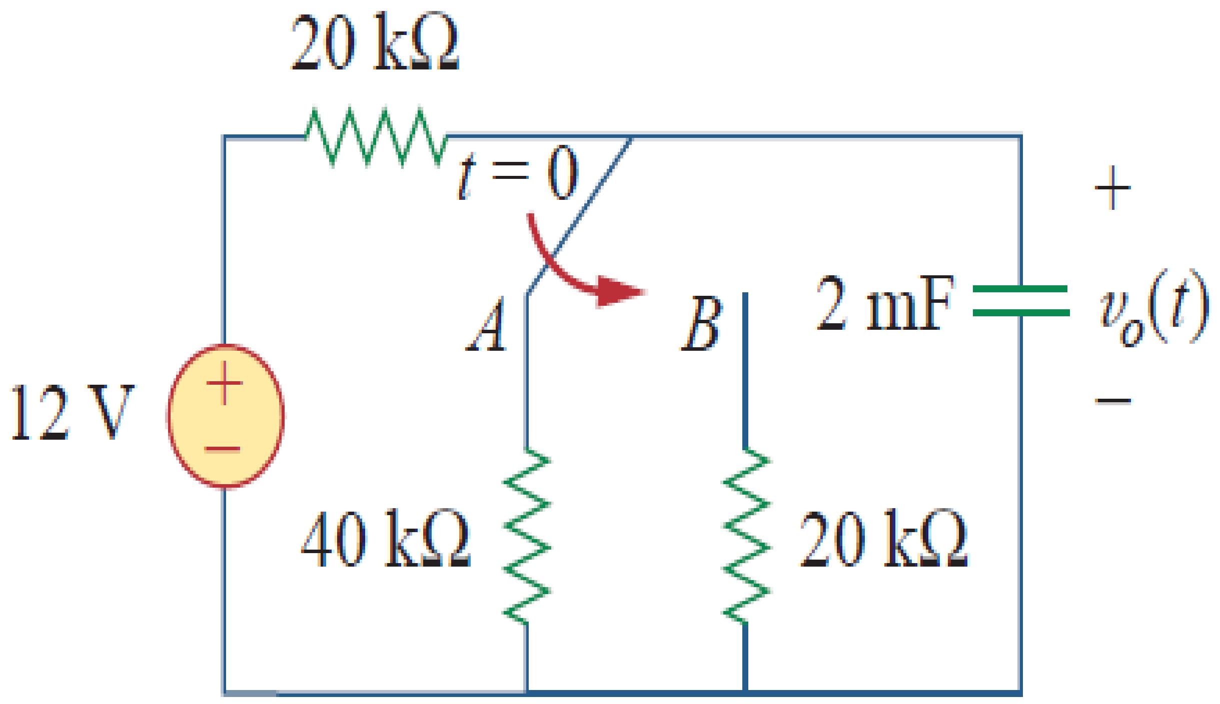


تمرين للتدريب

For the circuit in Fig. find $v_o(t)$ for $t > 0$. Determine the time necessary for the capacitor voltage to decay to one-third of its value at $t = 0$.

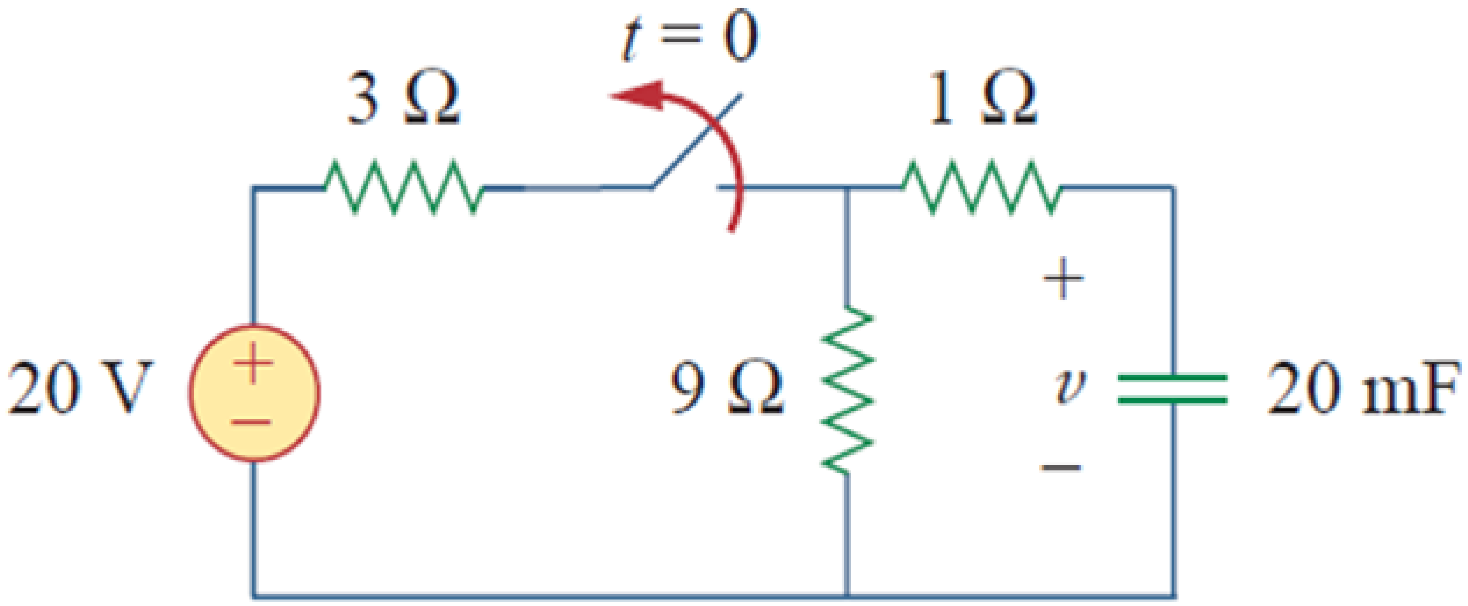


Assuming that the switch in Fig. has been in position A for a long time and is moved to position B at $t = 0$, find $v_o(t)$ for $t \geq 0$. تمرين للتدريب

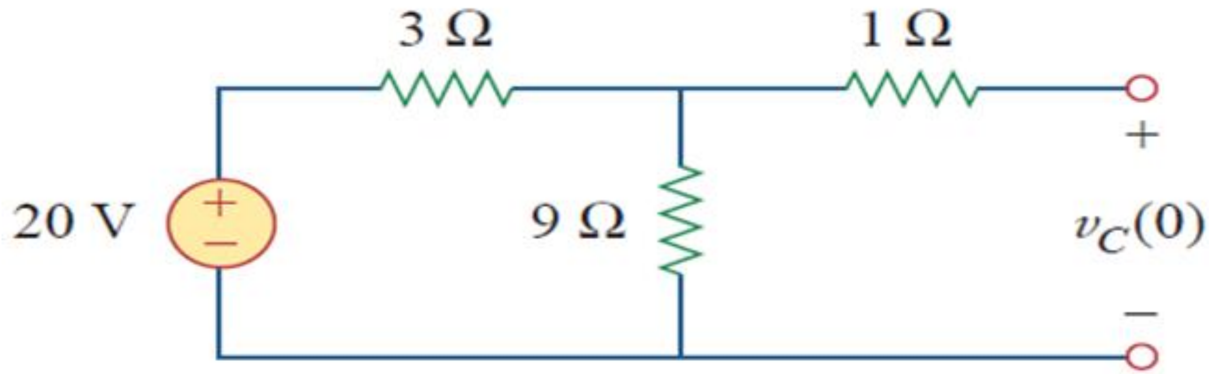


مسألة شاملة هامة:

The switch in the circuit in Fig.   has been closed for a long time, and it is opened at $t = 0$. Find $v(t)$ for $t \geq 0$. Calculate the initial energy stored in the capacitor.



حساب الجهد الأعظمي على طرفي المكثفة وذلك عندما تكون الدارة دارة تيار مستمر مع ملاحظة أن المكثفة تعمل عمل دارة مفتوحة كما في الشكل التالي:



(a) $t < 0$.

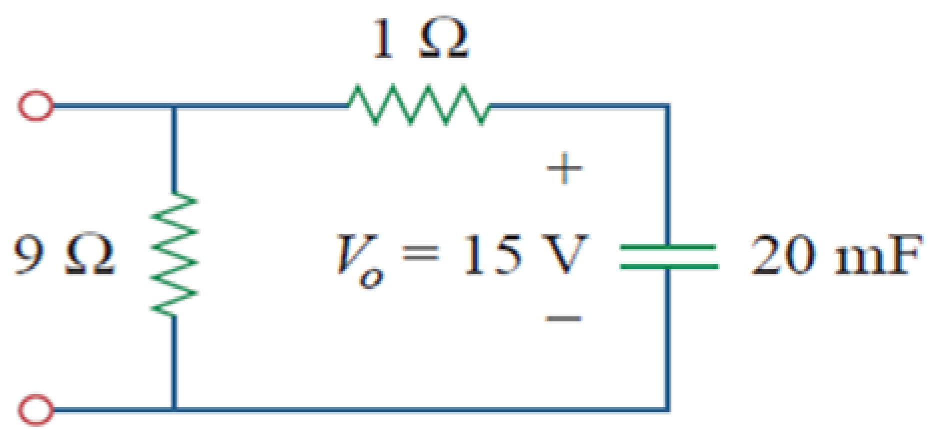
For $t < 0$, the switch is closed; the capacitor is an open circuit to dc, as represented in Fig. (a). Using voltage division

$$v_C(t) = \frac{9}{9+3}(20) = 15\text{ V}, \qquad t < 0$$

Since the voltage across a capacitor cannot change instantaneously, the voltage across the capacitor at $t = 0^-$ is the same at $t = 0$, or

$$v_C(0) = V_0 = 15\text{ V}$$

For $t > 0$, the switch is opened, and we have the RC circuit shown in Fig. (b). [Notice that the RC circuit in Fig. (b) is source free; the independent source is needed to provide V_0 or the initial energy in the capacitor.] The 1-Ω and 9-Ω resistors in series give



(b) $t > 0$.

$$R_{\text{eq}} = 1 + 9 = 10\ \Omega$$

The time constant is

$$\tau = R_{\text{eq}}C = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2\ \text{s}$$

Thus, the voltage across the capacitor for $t \geq 0$ is

$$v(t) = v_C(0)e^{-t/\tau} = 15e^{-t/0.2}\ \text{V}$$

or

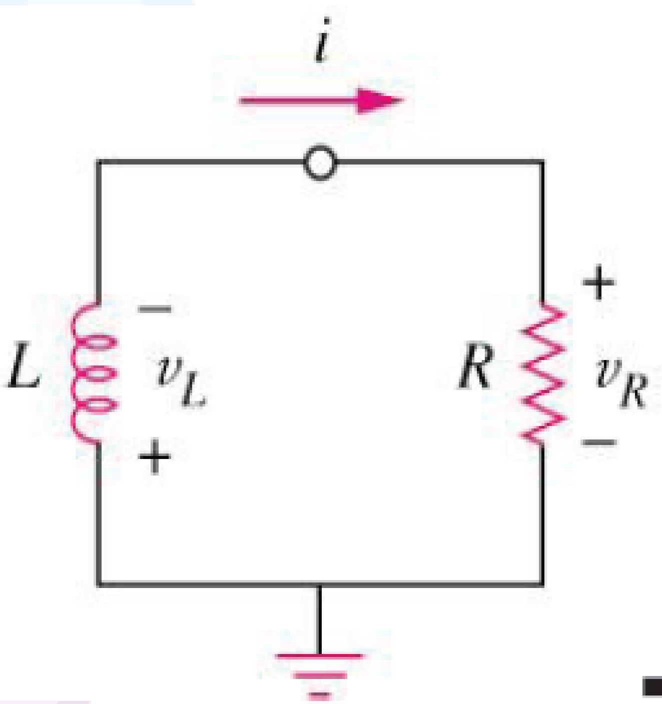
$$v(t) = 15e^{-5t}\ \text{V}$$

The initial energy stored in the capacitor is

$$w_C(0) = \frac{1}{2}Cv_C^2(0) = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times 15^2 = 2.25\ \text{J}$$

RL Circuit دارة

- تتألف دارة **RL** من الدرجة الأولى **(first-order)** من وشيعة **(L)** و مقاومة.



By KVL $$v_L + v_R = 0$$

$$\rightarrow \quad L\frac{di}{dt} + iR = 0$$

Inductors law Ohms law

$$\rightarrow \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt \quad \rightarrow \quad i(t) = I_0\, e^{-Rt/L}$$

At $t = 0 \quad i(0) = I_0$

$$v_L + v_R = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$

$$\ln i \Big|_{I_0}^{i(t)} = -\frac{Rt}{L}\Big|_0^t \quad \Rightarrow \quad \ln i(t) - \ln I_0 = -\frac{Rt}{L} + 0$$

$$\ln \frac{i(t)}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

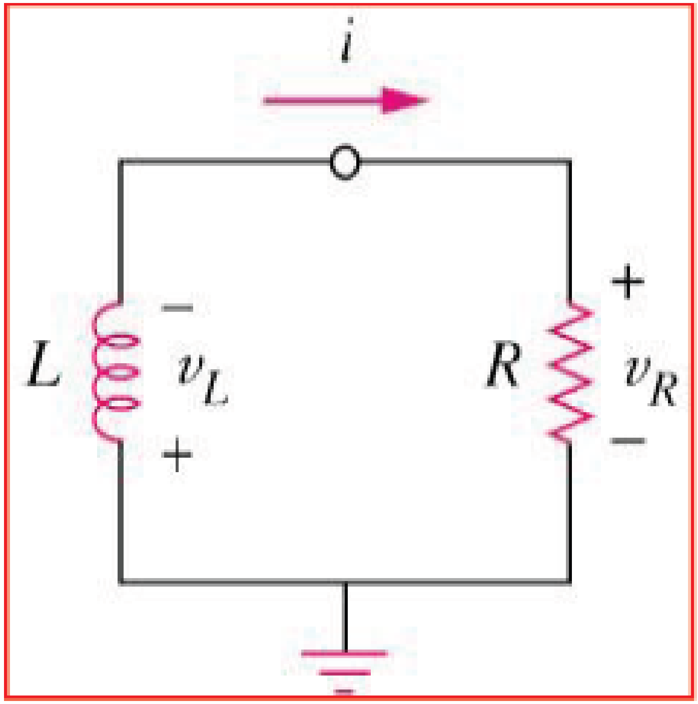
RL Circuit

علاقة التيار في الوشيعة هي:

$$i(t) = I_0 \, e^{-t/\tau}$$

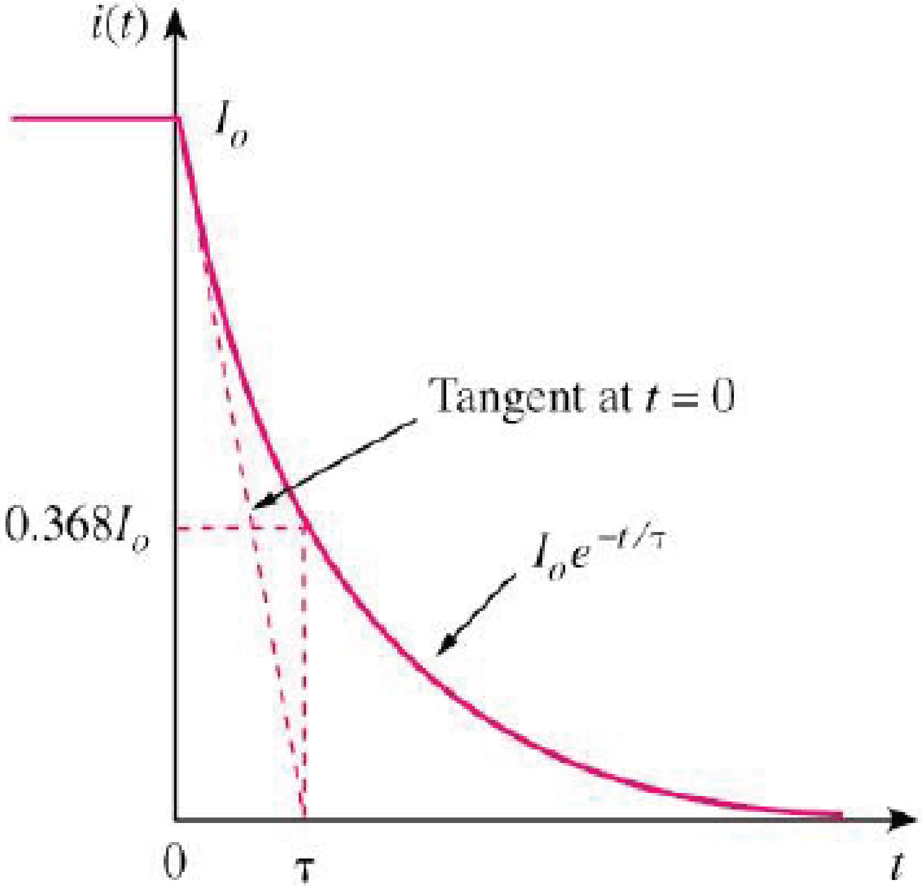
where

$$\tau = \frac{L}{R}$$



1. القيمة البدائية للتيار المار في الوشيعة هي : $i(0) = I_0$
2. الثابت الزمني: $\tau = L/R$

RL Circuit



علاقة التيار في دارة (RL) :

$$i(t) = I_0\, e^{-t/\tau}$$

where $\tau = \dfrac{L}{R}$

- و بشكل مشابه لدارة (RC) فإن الثابت الزمني للدارة (τ=L/R <u>time constant</u>) هو الزمن المطلوب لتخفض (decay) الاستجابة بنسبة (<u>1/e</u>) أو (<u>36.8%</u>) من القيمة الأصلية أي: (<u>36.8% Io</u>).
- و عليه التيار (i(t)) ينخفض بشكل أسرع عند (τ) صغيرة و أبطىء عند قيمة (τ) كبيرة.

RL Circuit

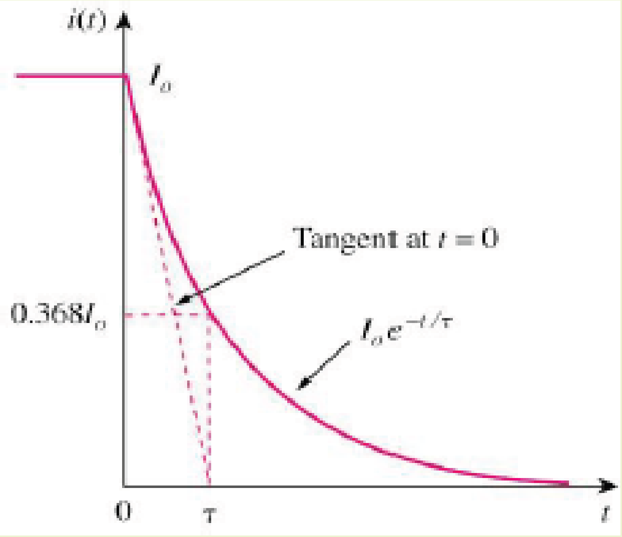
للفهم

Comparison between a RL and RC circuit

مقارنة بين الداراتين السابقتين

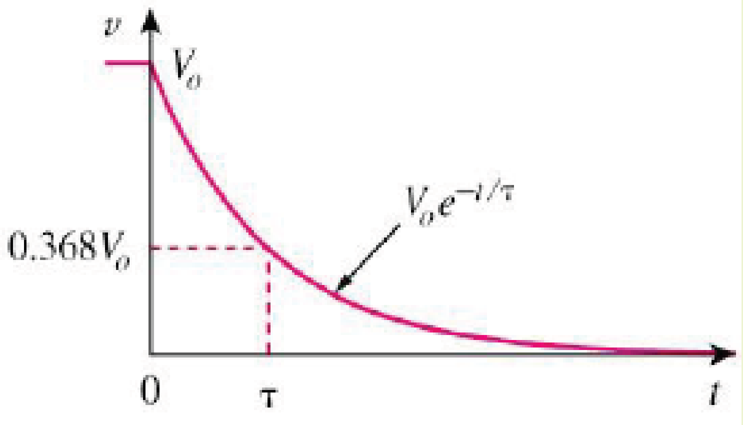
A RL source-free circuit

$$i(t) = I_0\, e^{-t/\tau} \quad \text{where} \quad \tau = \frac{L}{R}$$



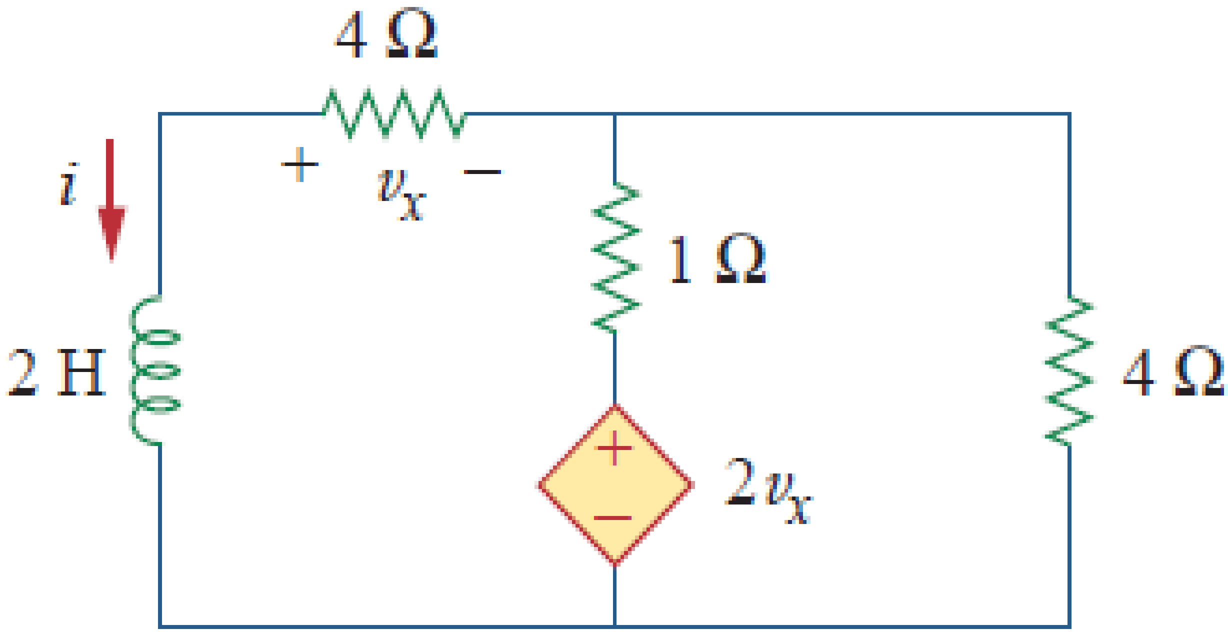
A RC source-free circuit

$$v(t) = V_0\, e^{-t/\tau} \quad \text{where} \quad \tau = RC$$



تمرين للتدريب

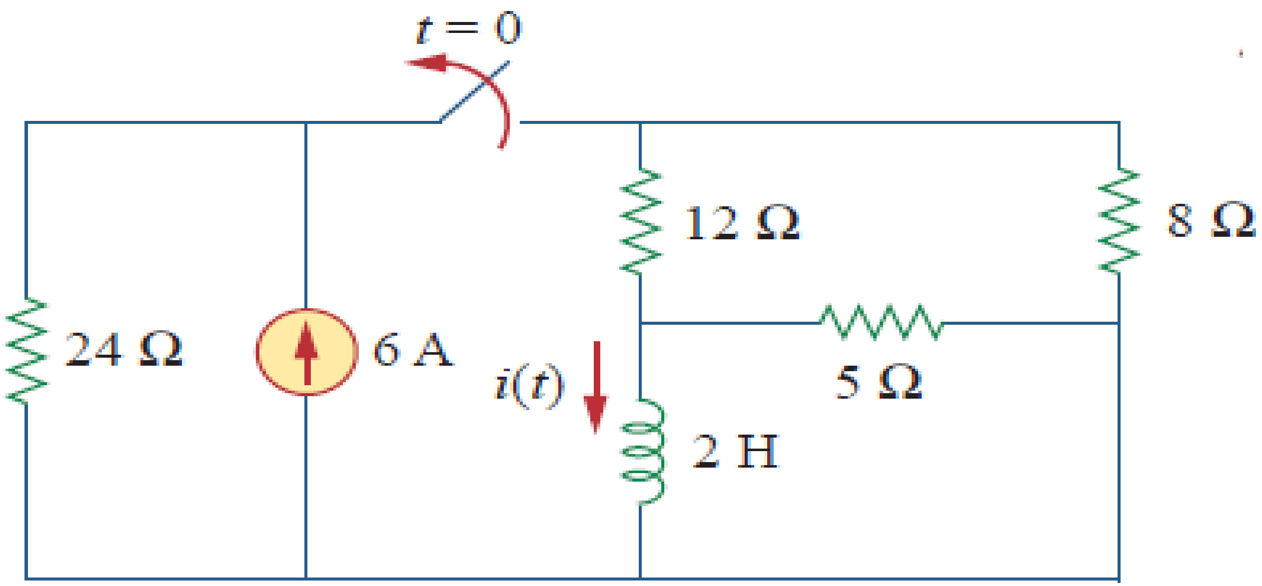
Find i and v_x in the circuit of Fig. Let $i(0) = 5$ A.



Answer: $5e^{-4t}$ V, $-20e^{-4t}$ V.

تمرين للتدريب

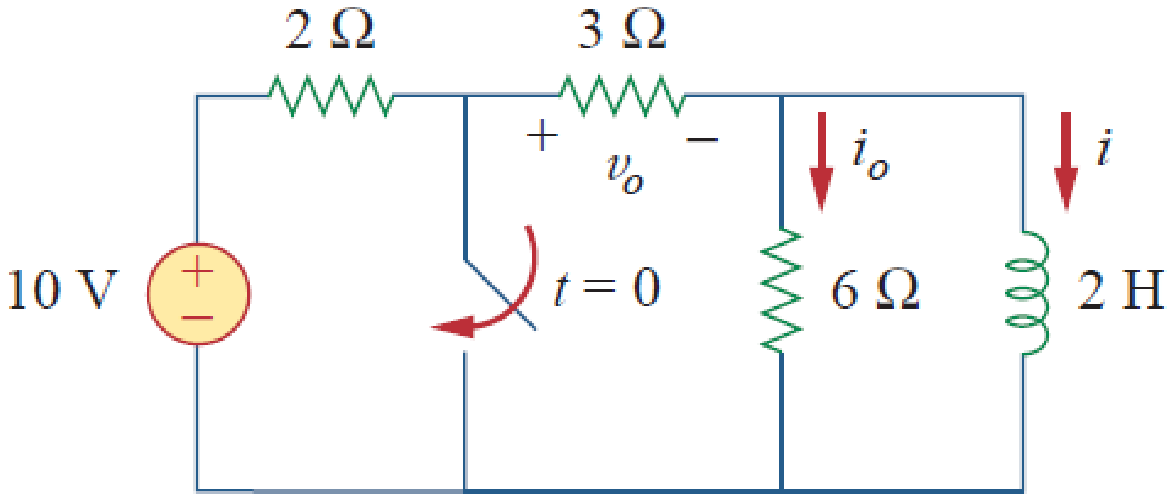
For the circuit in Fig. find $i(t)$ for $t > 0$

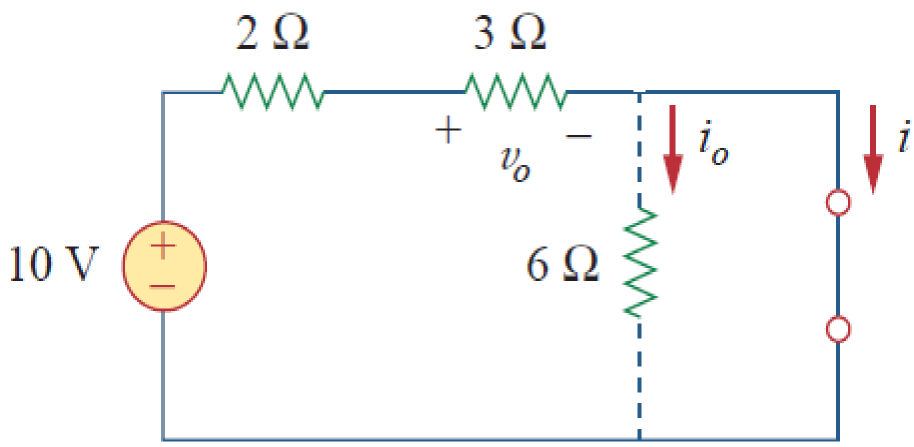


Answer: $2e^{-2t}$ A, $t > 0$.

تمرين

In the circuit shown in Fig. find i_o, v_o, and i for all time, assuming that the switch was open for a long time.





(a)

Solution:

It is better to first find the inductor current i and then obtain other quantities from it.

For $t < 0$, the switch is open. Since the inductor acts like a short circuit to dc, the 6-Ω resistor is short-circuited, so that we have the circuit shown in Fig. (a). Hence, $i_o = 0$, and

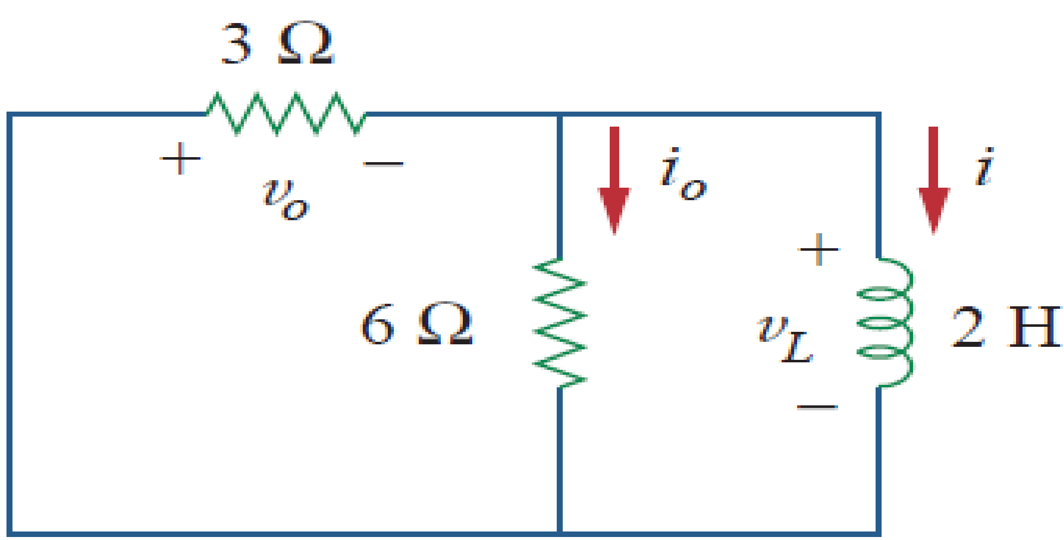
$$i(t) = \frac{10}{2 + 3} = 2 \text{ A}, \qquad t < 0$$

$$v_o(t) = 3i(t) = 6 \text{ V}, \qquad t < 0$$

Thus, $i(0) = 2$.

For $t > 0$, the switch is closed, so that the voltage source is short-circuited. We now have a source-free RL circuit as shown in Fig. (b). At the inductor terminals,

$$R_{\text{Th}} = 3 \parallel 6 = 2\,\Omega$$



(b)

so that the time constant is

$$\tau = \frac{L}{R_{\text{Th}}} = 1 \text{ s}$$

Hence,

$$i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 2e^{-t} \text{ A}, \qquad t > 0$$

Since the inductor is in parallel with the 6-Ω and 3-Ω resistors,

$$v_o(t) = -v_L = -L\frac{di}{dt} = -2(-2e^{-t}) = 4e^{-t} \text{ V}, \qquad t > 0$$

and

$$i_o(t) = \frac{v_L}{6} = -\frac{2}{3}e^{-t} \text{ A}, \qquad t > 0$$

In the circuit of Fig

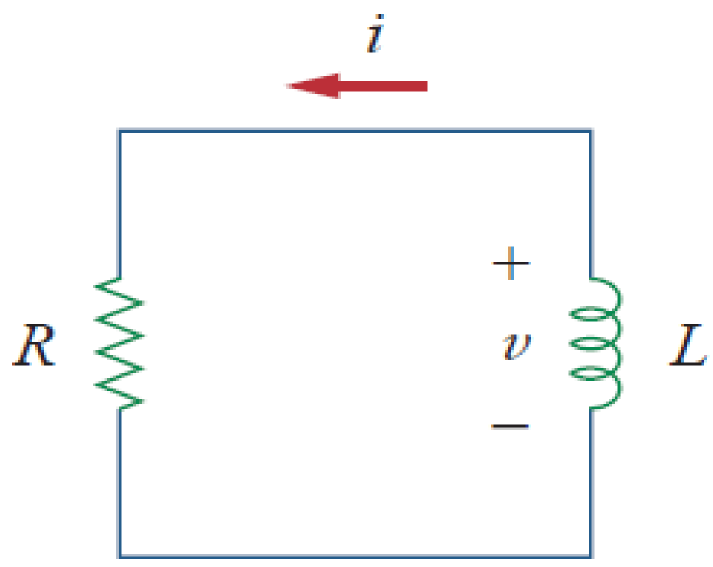
تمرين للتدريب

$$v(t) = 20e^{-10^3 t}\ \text{V}, \quad t > 0$$

$$i(t) = 4e^{-10^3 t}\ \text{mA}, \quad t > 0$$

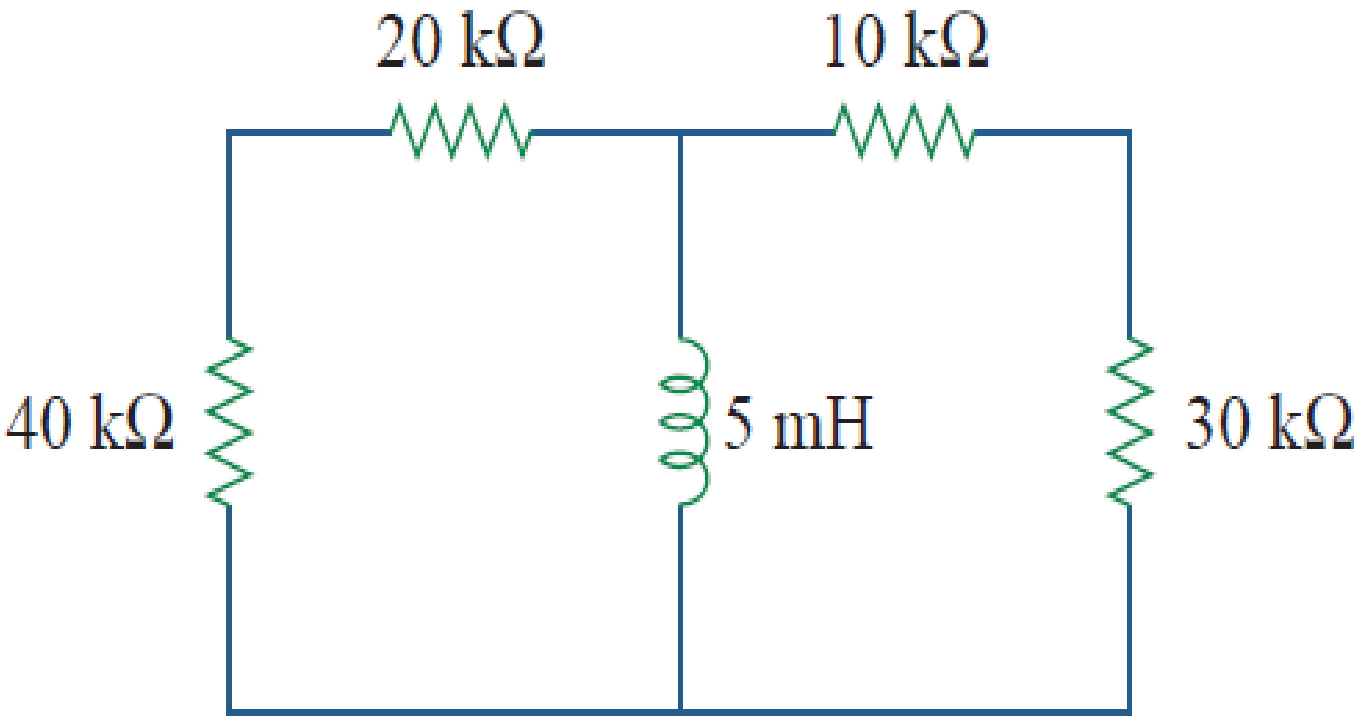
(a) Find R, L, and τ.

(b) Calculate the energy dissipated in the resistance for $0 < t < 0.5$ ms.



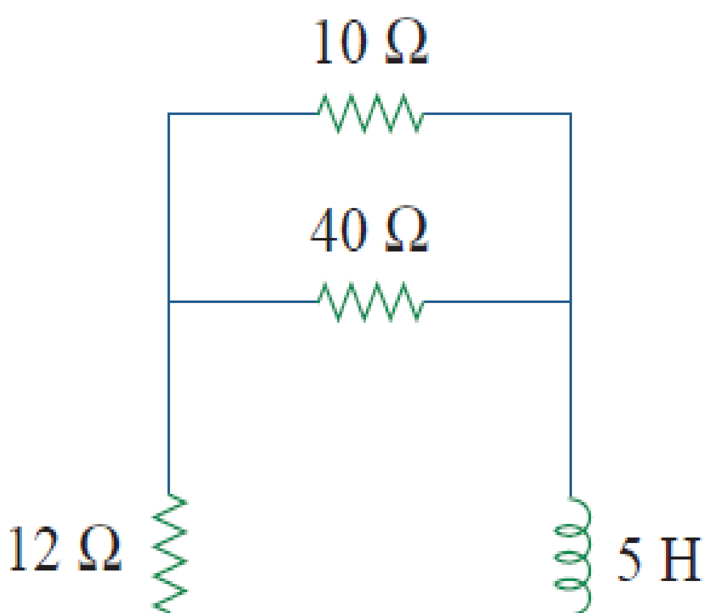
تمرين للتدريب

Calculate the time constant of the circuit in Fig.

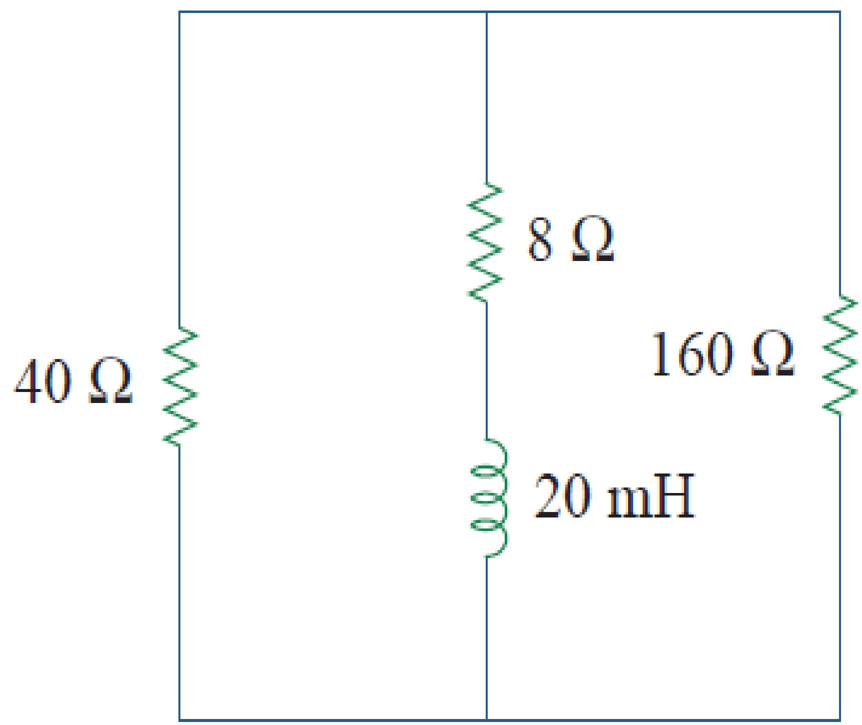


تمرين للتدريب

Find the time constant for each of the circuits in Fig.



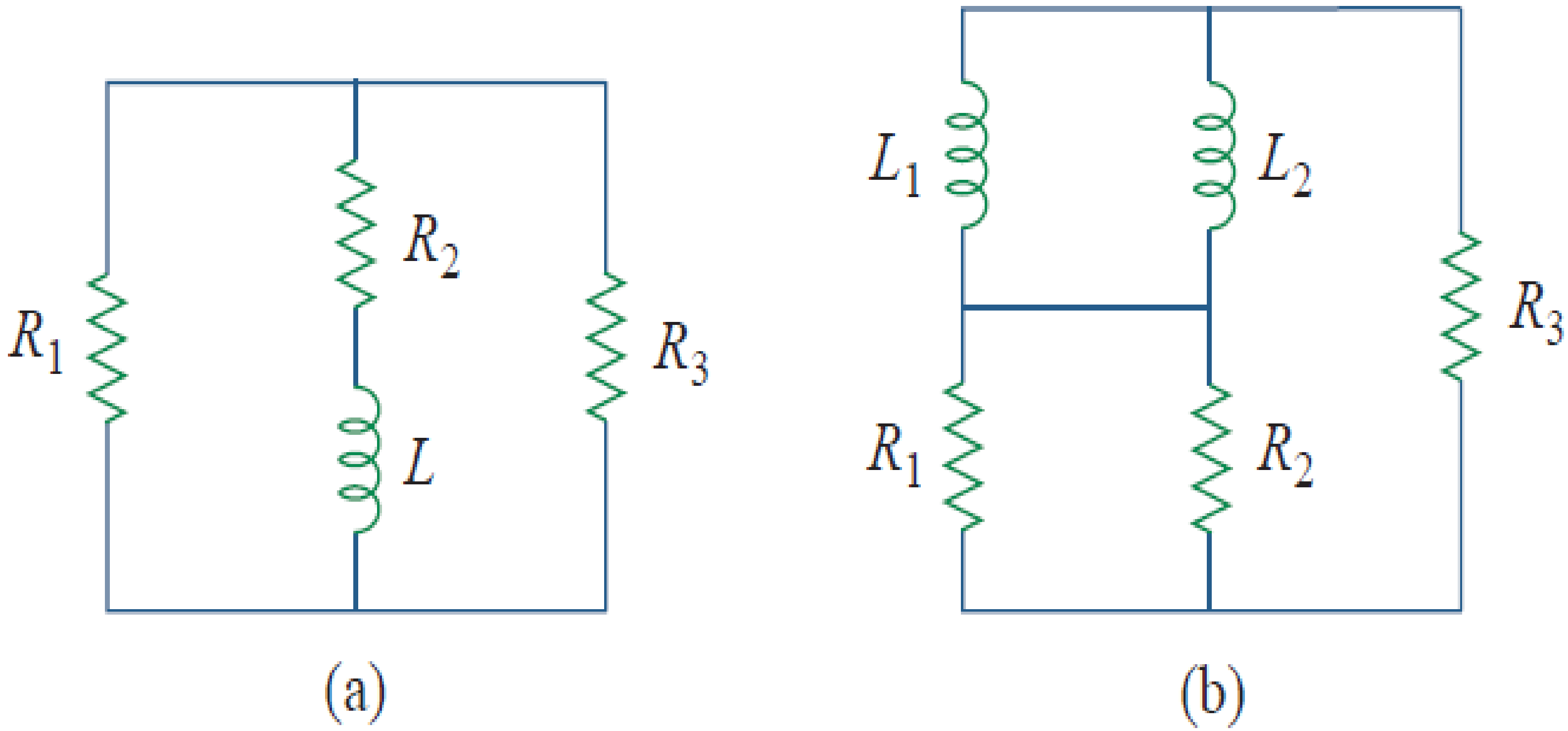
(a)



(b)

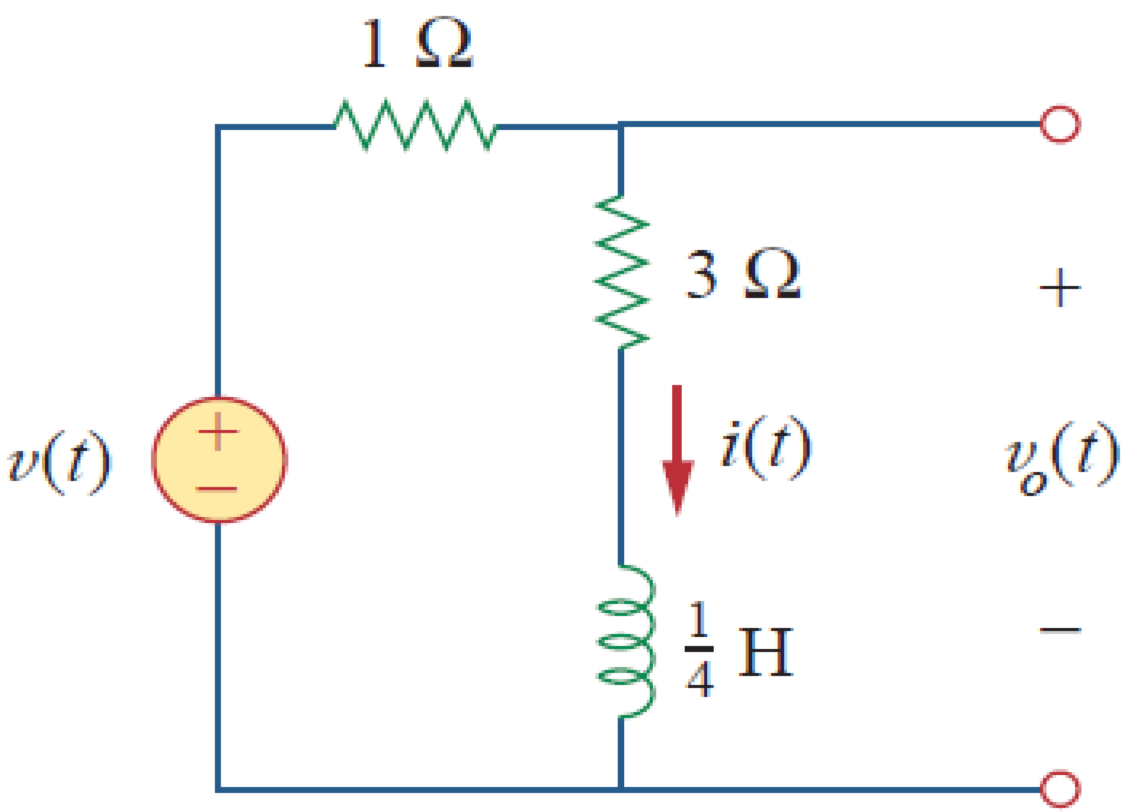
تمرين للتدريب

Determine the time constant for each of the circuits in Fig.



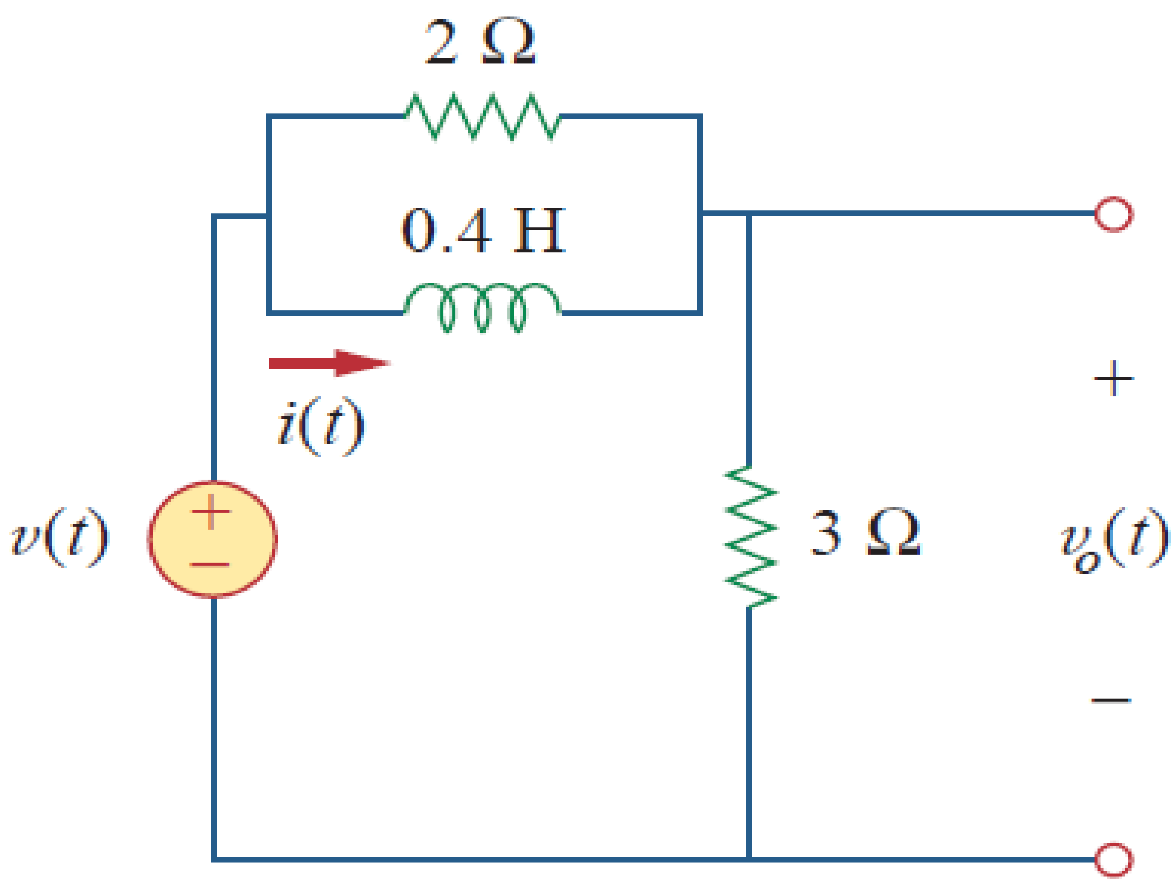
تمرين للتدريب

Consider the circuit of Fig. Find $v_o(t)$ if $i(0) = 2$ A and $v(t) = 0$.



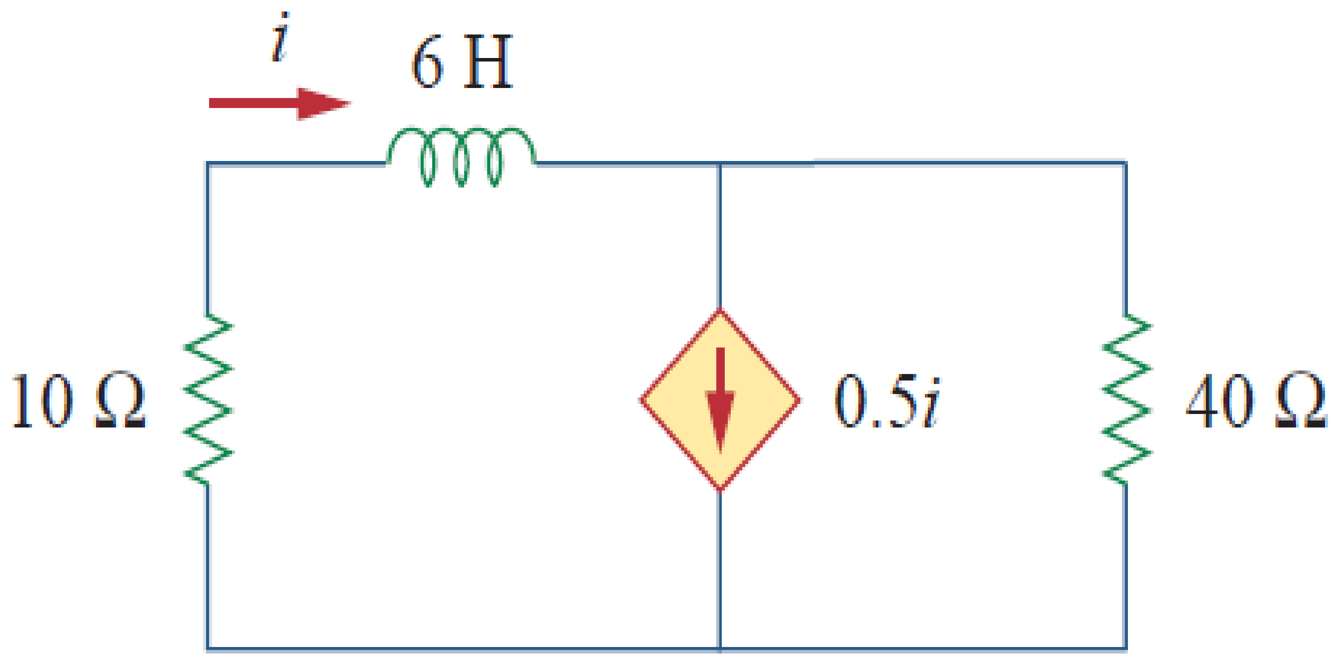
تمرين للتدريب

For the circuit in Fig. determine $v_o(t)$ when $i(0) = 1$ A and $v(t) = 0$.



تمرين للتدريب

In the circuit of Fig. find $i(t)$ for $t > 0$ if $i(0) = 2$ A.



تمرين للتدريب

For the circuit in Fig.

$$v = 150e^{-50t} \text{ V}$$

and

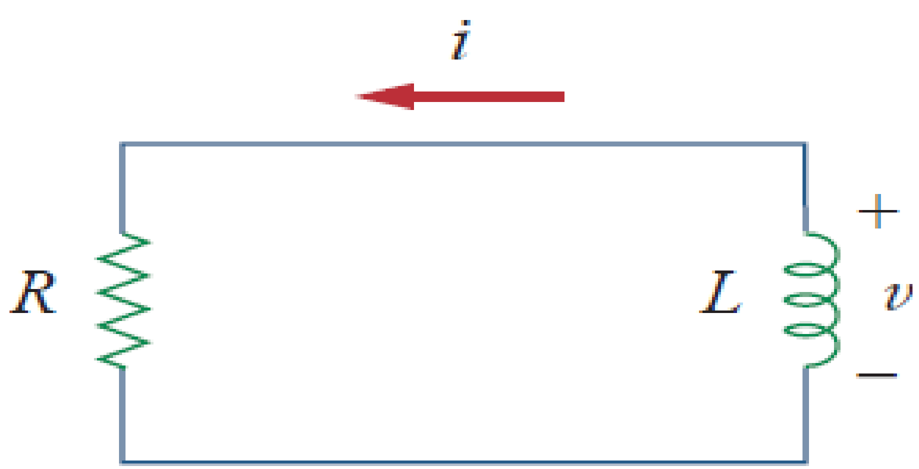
$$i = 30e^{-50t} \text{ A}, \qquad t > 0$$

(a) Find L and R.

(b) Determine the time constant.

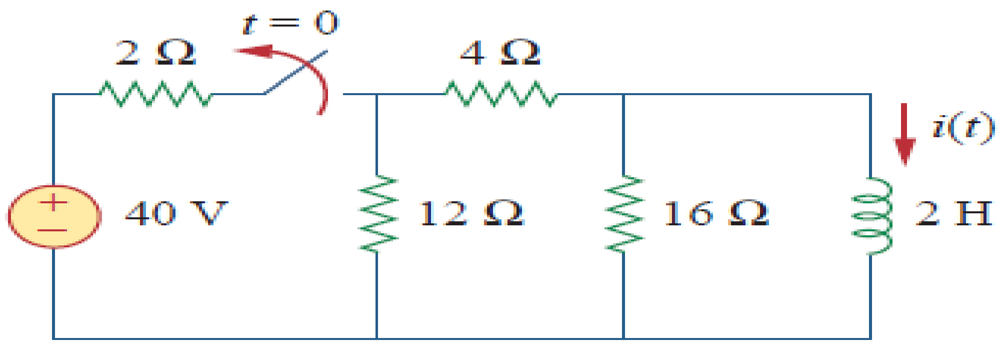
(c) Calculate the initial energy in the inductor.

(d) What fraction of the initial energy is dissipated in 10 ms?



مسألة شاملة هامة:

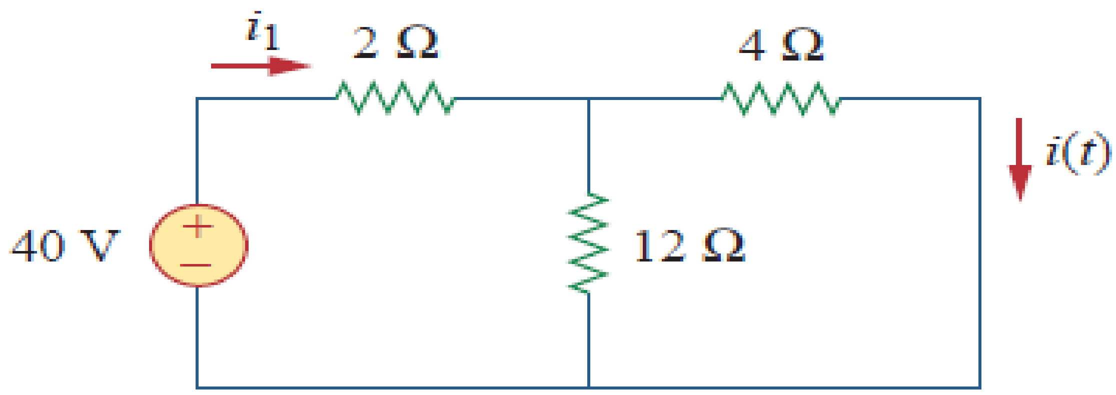
The switch in the circuit of Fig. has been closed for a long time. At $t = 0$, the switch is opened. Calculate $i(t)$ for $t > 0$.



Solution:

When $t < 0$, the switch is closed, and the inductor acts as a short circuit to dc. The 16-Ω resistor is short-circuited; the resulting circuit is shown in Fig. (a). To get i_1 in Fig. (a), we combine the 4-Ω and 12-Ω resistors in parallel to get

$$\frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\ \Omega$$



(a)

Hence,

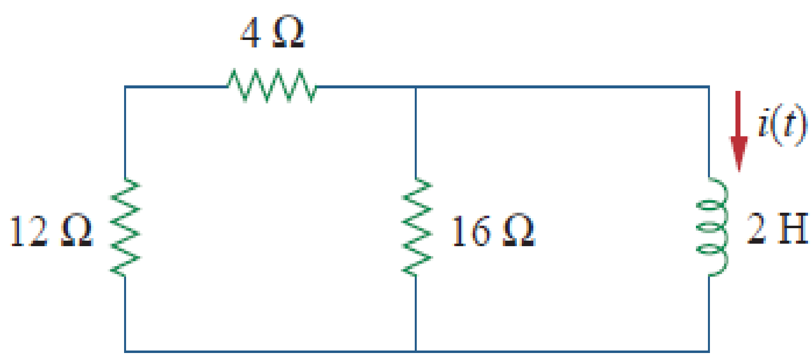
$$i_1 = \frac{40}{2+3} = 8 \text{ A}$$

We obtain $i(t)$ from i_1 in Fig. (a) using current division, by writing

$$i(t) = \frac{12}{12+4} i_1 = 6 \text{ A}, \qquad t < 0$$

Since the current through an inductor cannot change instantaneously,

$$i(0) = i(0^-) = 6 \text{ A}$$



(b)

When $t > 0$, the switch is open and the voltage source is disconnected. We now have the source-free *RL* circuit in Fig. (b). Combining the resistors, we have

$$R_{eq} = (12 + 4) \parallel 16 = 8\ \Omega$$

The time constant is

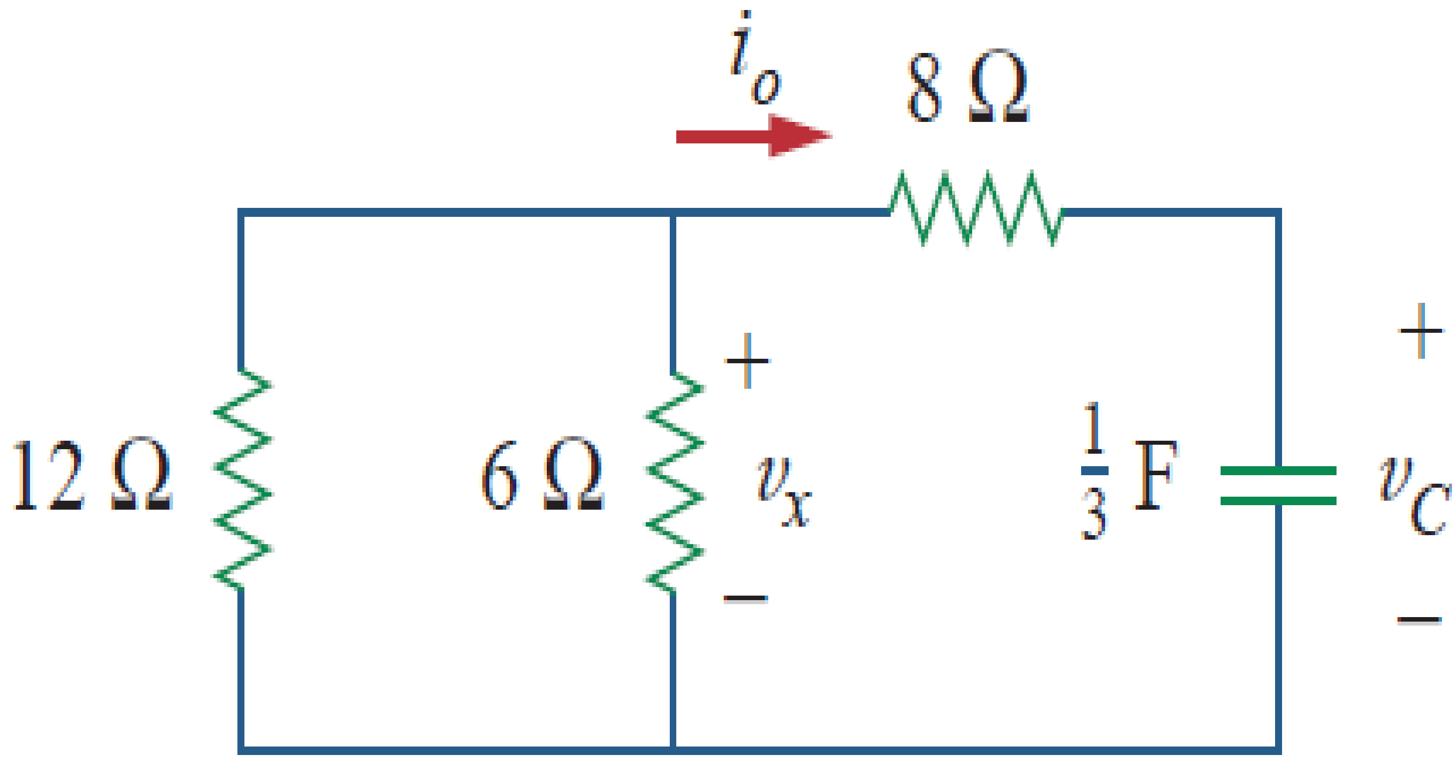
$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}\ \mathrm{s}$$

Thus,

$$i(t) = i(0)e^{-t/\tau} = 6e^{-4t}\ \mathrm{A}$$

مثال

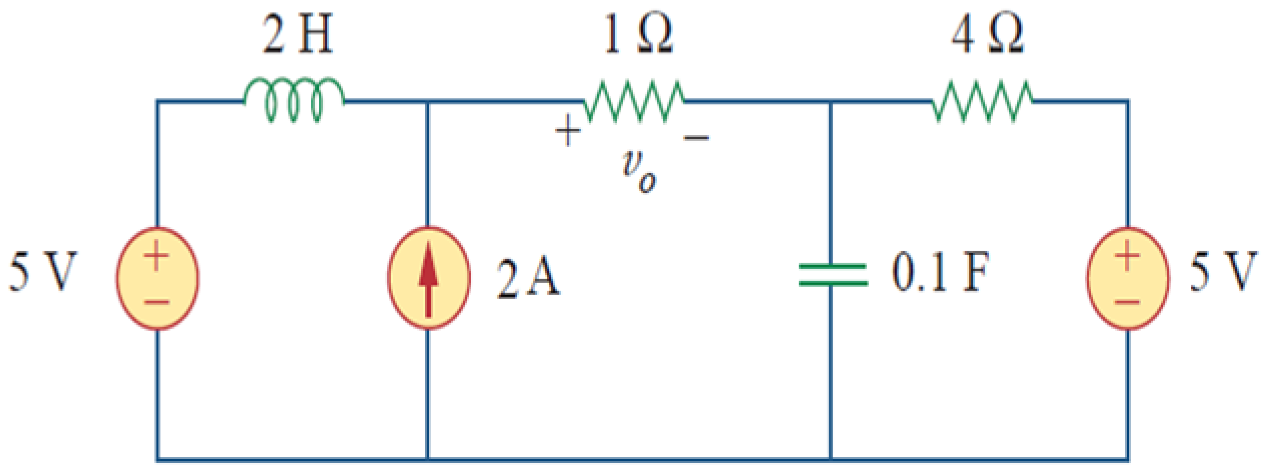
Refer to the circuit Let $v_C(0) = 45$ V. Determine v_C, v_x, and i_o for $t \geq 0$.



Answer: $45e^{-0.25t}$ V, $15e^{-0.25t}$ V, $-3.75e^{-0.25t}$ A.

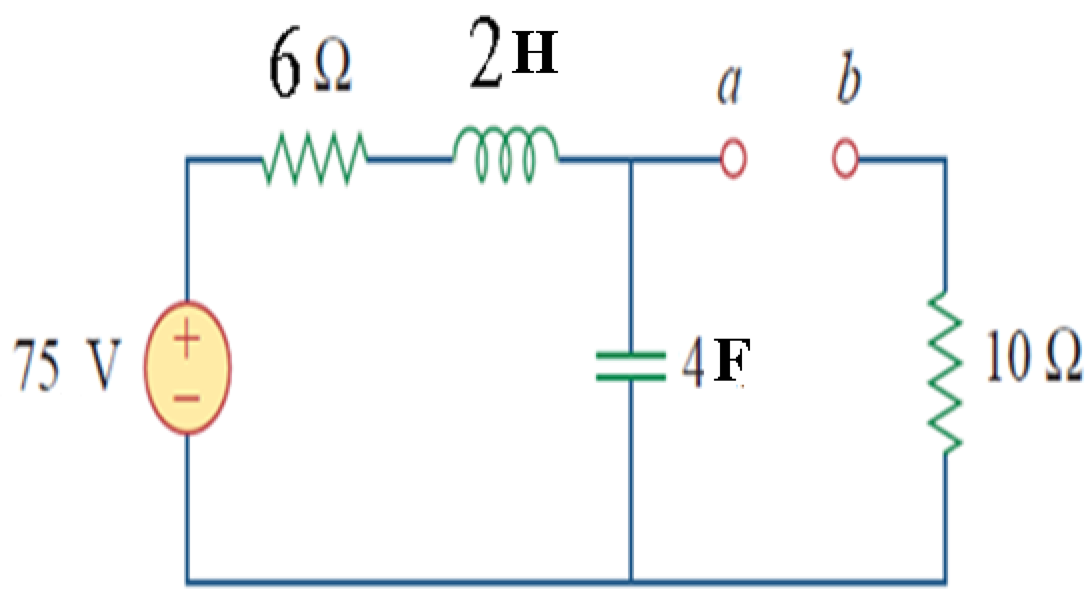
مثال

Find v_o of the circuit using the superposition theorem.



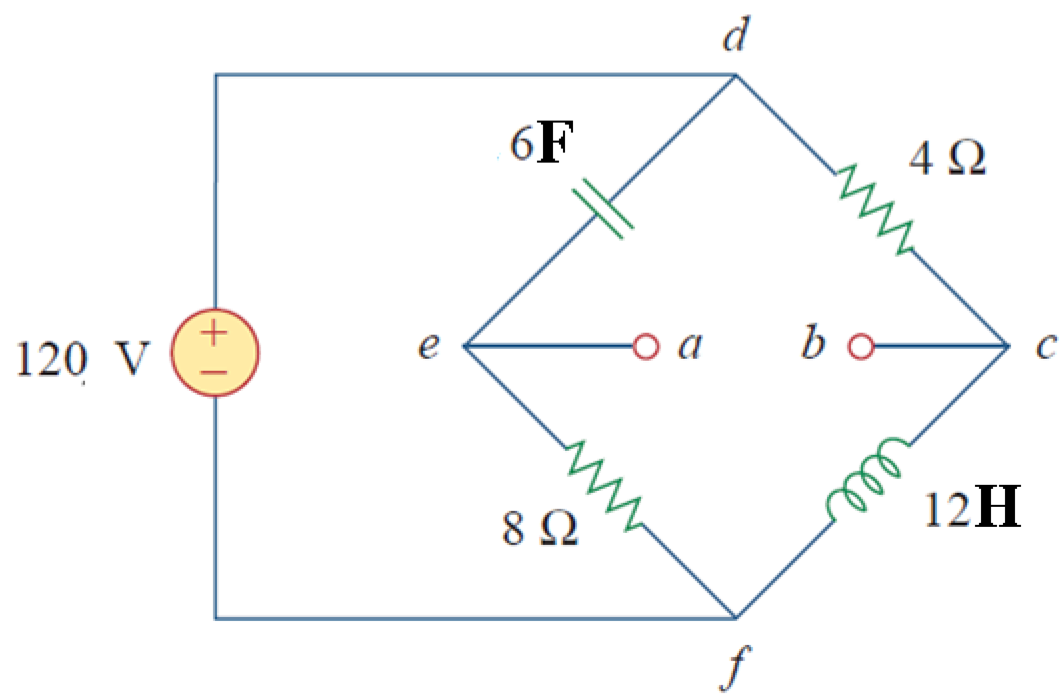
مثال

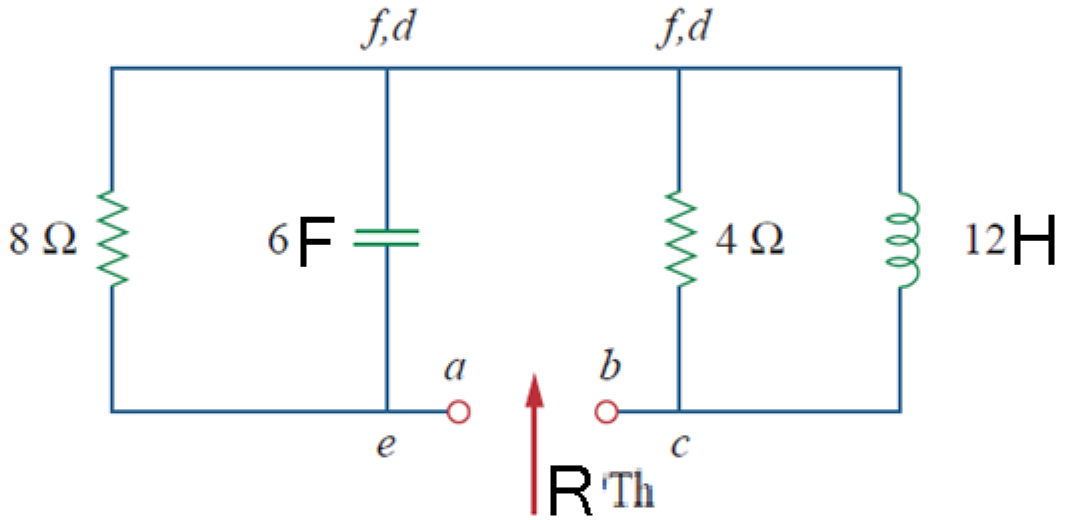
Find the Thevenin equivalent at terminals *a*-*b* of the circuit



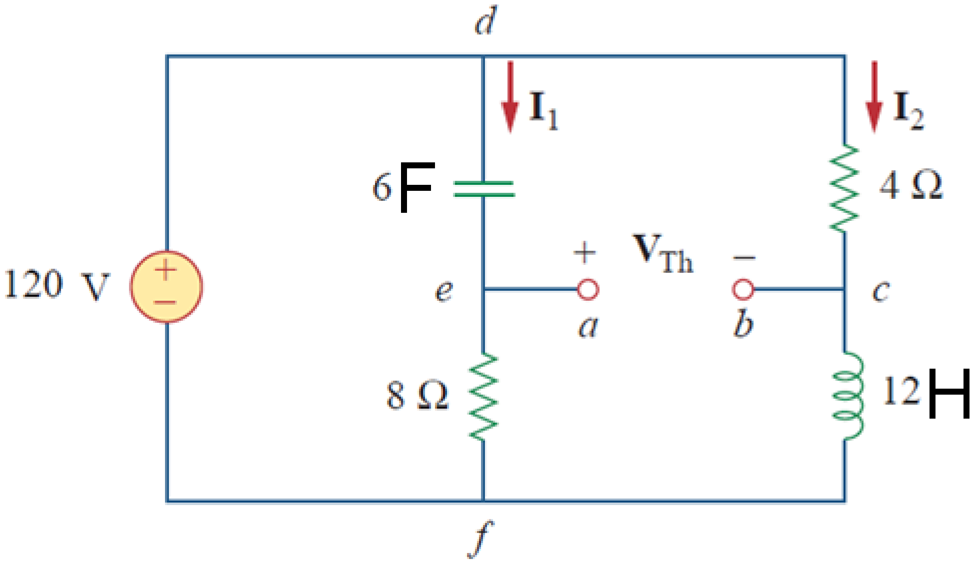
مثال

Obtain the Thevenin equivalent at terminals *a*-*b* of the circuit





(a)



(b)