

Aufgaben-Blatt: Der Tunnel

Vier Personen, Anton, Bruno, Charly und Daniel müssen eine Tunnel durchqueren. Der Tunnel ist so eng, dass immer nur zwei Personen gleichzeitig hindurch können. Außerdem braucht man zum Durchqueren eine Taschen-Lampe. Die vier haben aber zusammen nur eine Taschen-Lampe. Die Zeiten, die Anton, Bruno, Charly und Daniel zum Durchqueren benötigen sind 1 Minute, 2 Minuten, 4 Minuten und 5 Minuten. Berechnen Sie einen Plan zum Durchqueren des Tunnels, der die benötigte Zeit minimiert.

Da es sich bei diesem Problem nicht um ein reines Suchproblem handelt, müssen wir unsere Begriffs-Bildungen erweitern um es mit Hilfe der Mengenlehre lösen zu können. Ist eine Menge P von Punkten gegeben, so definieren wir eine *gewichtete Relation* auf P als eine Menge, die Elemente der Form

$$\langle \langle x, y \rangle, d \rangle$$

enthält. Dabei x und y Elemente der Menge P , so dass es einen direkten Weg von x nach y gibt, der die Länge d hat. Wir setzen voraus, dass diese Länge d immer eine natürliche Zahl ist. Ist D eine gewichtete Relation auf der Menge P , so gilt also

$$D \subseteq (P \times P) \times \mathbb{N}$$

Ein *gewichteter Pfad* auf P ist dann ein Paar der Form

$$\langle list, d \rangle.$$

Dabei ist *list* eine Liste von Punkten aus P der Form $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, so dass es eine direkte Verbindung von x_i nach x_{i+1} gibt. Die Zahl d gibt dann die Gesamtlänge der Verbindung an. Unter

<http://www.ba-stuttgart.de/stroetmann/SETL2/tunnel-frame.stl>

finden Sie ein Program-Gerüst, in dem Sie noch verschiedene Teile implementieren müssen um das Problem zu lösen.

— bitte wenden —

1. In Zeile 19 sollen Sie die Menge P der möglichen Punkte definieren. Wir stellen Punkte durch Paare der Form $\langle S, L \rangle$ dar. Dabei ist S die Menge der Personen am Eingang des Tunnels. L ist 1, wenn die Taschen-Lampe am Eingang ist. Falls die Taschen-Lampe sich am Ausgang befindet, hat L den Wert 0.
2. In Zeile 59 sollen Sie eine Prozedur `pruefeDauer` implementieren, die folgende Argumente bekommt:
 - (a) *Dauer* ist eine funktionale Relation die für jede Person angibt, wie lange diese Person benötigt, um den Tunnel zu durchqueren. *Dauer* ist bereits in Zeile 13 definiert.
 - (b) x und y sind zwei Punkte aus der in Aufgabe 1 definierten Menge P .
 - (c) d ist eine natürliche Zahl.

Die Prozedur gibt als Ergebnis `true` zurück, wenn der Zustand y aus dem Zustand x dadurch erreicht werden kann, dass eine Gruppe von Personen den Tunnel durchquert und wenn diese Gruppe dafür die Zeit d benötigt.

3. In Zeile 29 sollen Sie dann unter Benutzung der Prozedur `pruefeDauer` eine gewichtete Relation R berechnen, die das zu lösende Problem beschreibt.
4. In Zeile 37 und 39 sollen Sie den Startzustand und den Endzustand spezifizieren.
5. In Zeile 41 sollen Sie alle die gewichteten Pfade berechnen, die aus höchstens 7 Schritten bestehen. Benutzen Sie dazu die weiter unten bereits definierte Prozedur *reachable*.
6. In Zeile 43 berechnen Sie die Menge, die zum Ziel führen.
7. In Zeile 45 berechnen Sie die minimale Dauer, mit der das Ziel erreicht werden kann.
8. In Zeile 48 berechnen Sie einen gewichteten Pfad, dessen Dauer minimal ist.