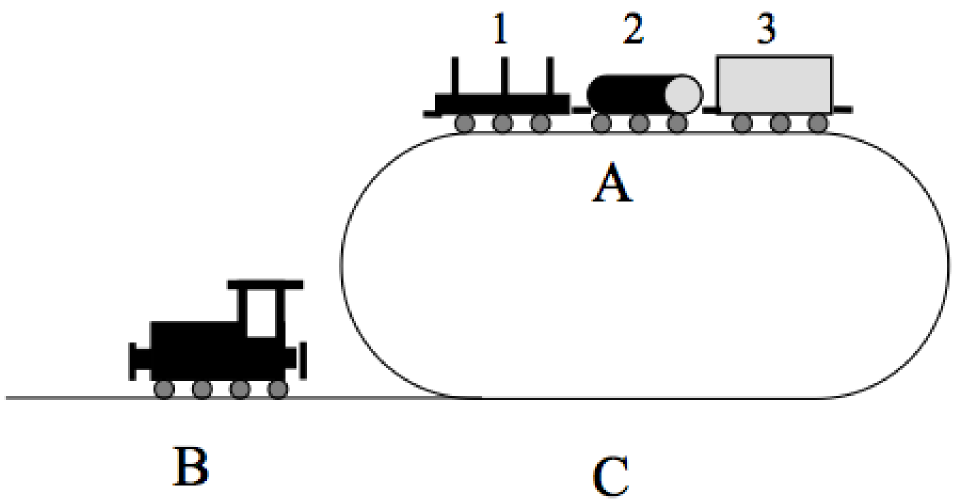
Aufgaben-Blatt: Ein Rangier-Problem



Auf dem Gleis-Abschnitt A befinden befinden sich drei Waggons, die wir mit 1, 2, 3 bezeichnen. Auf dem Gleisabschnitt B befindet sich eine Lokomotive, die wir später mit der Ziffer 0 bezeichnen. Ziel ist es, die Waggons in der Reihenfolge 3, 1, 2 auf dem Gleis-Abschnitt C abzustellen. Die Lokomotive soll am Schluss wieder auf den Gleis-Abschnitt B zurückfahren. Die Lokomotive kann die Waggons in beliebiger Reihenfolge an und abkoppeln. Beim Rangieren ist es erlaubt, dass die Lokomotive gleichzeitig Waggons vorne und hinten anhängt.

Schreiben Sie ein SetlX-Programm, dass die gestellte Aufgabe löst. Laden Sie dazu von meiner Seite das Programm

`https://github.com/karlstroetmann/Logik/blob/master/Aufgaben/Blatt-5/shunting-frame.stlx`

herunter und bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

(a) Definieren Sie in Zeile 69 eine Funktion `toList` so, dass für eine Menge s der Aufruf *toList*(s) die Menge aller Listen berechnet, deren Elemente aus s sind und die jedes Element aus s genau einmal enthalten. Beispielsweise soll der Aufruf `toList`$(\{1,2,3\})$ das Ergebnis

$$\{[1,2,3],[1,3,2],[2,1,3],[2,3,1],[3,1,2],[3,2,1]\}$$

liefern.

(b) Definieren Sie in Zeile 79 eine Prozedur `inverse` so, dass der Aufruf `inverse`(R) für eine binäre Relation R die Relation R^{-1} berechnet. Beispielsweise soll gelten:

```
inverse({ ["a", 1], ["b", 2] }) = {[1, "a"], [2, "b"]}.
```

(c) Wir stellen die Waggons durch die Ziffern 1, 2 und 3 dar, die Lokomotive wird durch 0 dargestellt.

Definieren Sie in Zeile 91 die Menge `partitions` so, dass diese Menge alle Tripel der Form

$$\langle a, b, c\rangle$$

enthält, für welche die Menge $\{a,b,c\}$ eine Partition der Menge $\{0,1,2,3\}$ ist.

Hinweis: Die Menge $\{0,1,2,3\}$ hat 81 Partitionen, die aus drei Mengen bestehen.

(d) Wir stellen Situationen durch Listen der Form

$$[la, lb, lc]$$

dar. Dabei ist la die Liste der Waggons auf dem Gleis A, lb ist die Liste der Waggons auf dem Gleis lb und lc ist die Liste der Waggons auf dem Gleis C.

Berechnen Sie in Zeile 98 die Menge aller Situationen.

Hinweis: Es gibt 360 verschiedene Situationen.

(e) Berechnen Sie in Zeile 111 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Osten zum Gleis C fährt.

Hinweis: Es gibt in SetlX eine Funktion `reverse`, die eine Liste umdreht.

Hinweis: Es gibt hier 210 verschiedene Transitionen.

(f) Berechnen Sie in Zeile 126 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Westen zum Gleis C fährt.

Hinweis: Hier gibt es ebenfalls 210 verschiedene Transitionen.

(g) Berechnen Sie in Zeile 140 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis A fährt. Berücksichtigen Sie dabei die Symmetrie des Problems.

(h) Berechnen Sie in Zeile 144 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis B zum Gleis C fährt.

(i) Berechnen Sie in Zeile 156 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis B fährt.

Hinweis: Die Relation, die alle möglichen Transitionen enthält, hat 1140 verschiedene Elemente.

Hinweis: Der Pfad, der am Ende berechnet wird, hat die Länge 13.