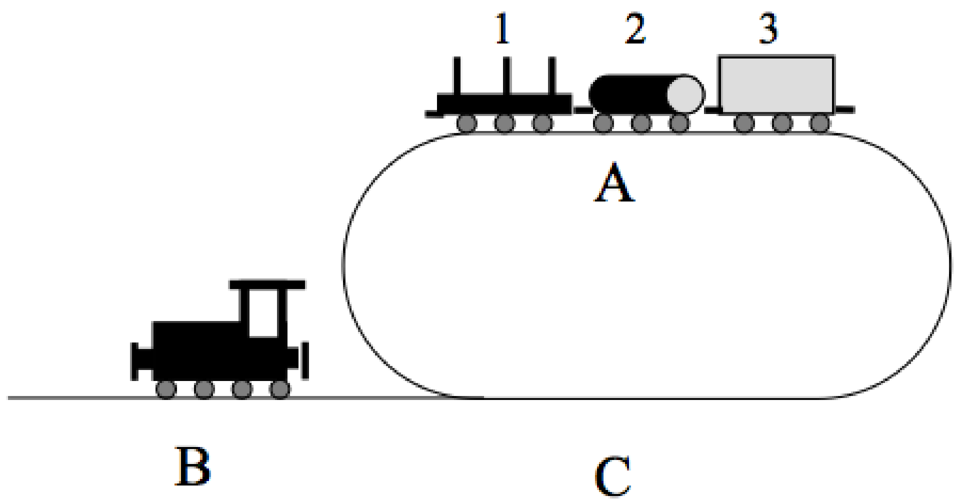
Aufgaben-Blatt: Ein Rangier-Problem



Auf dem Gleis-Abschnitt A befinden sich drei Waggons, die wir mit 1, 2, 3 bezeichnen. Auf dem Gleisabschnitt B befindet sich eine Lokomotive, die wir später mit der Ziffer 0 bezeichnen. Ziel ist es, die Waggons in der Reihenfolge 3, 1, 2 auf dem Gleis-Abschnitt C abzustellen. Die Lokomotive soll am Schluss wieder auf den Gleis-Abschnitt B zurückfahren. Die Lokomotive kann die Waggons in beliebiger Reihenfolge an und abkoppeln. Beim Rangieren ist es erlaubt, dass die Lokomotive gleichzeitig Waggons vorne und hinten anhängt.

Schreiben Sie ein SetlX-Programm, dass die gestellte Aufgabe löst. Laden Sie dazu von meiner Seite das Programm

`https://github.com/karlstroetmann/Logik/blob/master/Aufgaben/Blatt-5/shunting-frame.stlx`

herunter und bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

(a) Definieren Sie in Zeile 69 eine Funktion `toList` so, dass für eine Menge s der Aufruf *toList*(s) die Menge aller Listen berechnet, deren Elemente aus s sind und die jedes Element aus s genau einmal enthalten. Beispielsweise soll der Aufruf `toList`$(\{1,2,3\})$ das Ergebnis

$$\{[1,2,3],[1,3,2],[2,1,3],[2,3,1],[3,1,2],[3,2,1]\}$$

liefern.

(b) Definieren Sie in Zeile 79 eine Prozedur `inverse` so, dass der Aufruf `inverse`(R) für eine binäre Relation R die Relation R^{-1} berechnet. Beispielsweise soll gelten:

```
inverse({ ["a", 1], ["b", 2] }) = {[1, "a"], [2, "b"]}.
```

(c) Wir stellen die Waggons durch die Ziffern 1, 2 und 3 dar, die Lokomotive wird durch 0 dargestellt.

Definieren Sie in Zeile 91 die Menge `partitions` so, dass diese Menge alle Tripel der Form

$$\langle a, b, c\rangle$$

enthält, für welche die Menge $\{a, b, c\}$ eine Partition der Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ ist.

Hinweis: Die Menge $\{0, 1, 2, 3\}$ hat 81 Partitionen, die aus drei Mengen bestehen.

(d) Wir stellen Situationen durch Listen der Form

$$[la, lb, lc]$$

dar. Dabei ist la die Liste der Waggons auf dem Gleis A, lb ist die Liste der Waggons auf dem Gleis B und lc ist die Liste der Waggons auf dem Gleis C.

Berechnen Sie in Zeile 98 die Menge aller Situationen.

Hinweis: Es gibt 360 verschiedene Situationen.

(e) Berechnen Sie in Zeile 111 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Osten zum Gleis C fährt.

Hinweis: Es gibt in SetlX eine Funktion `reverse`, die eine Liste umdreht.

Hinweis: Es gibt hier 210 verschiedene Transitionen.

(f) Berechnen Sie in Zeile 126 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis A nach Westen zum Gleis C fährt.

Hinweis: Hier gibt es ebenfalls 210 verschiedene Transitionen.

(g) Berechnen Sie in Zeile 140 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis A fährt. Berücksichtigen Sie dabei die Symmetrie des Problems.

(h) Berechnen Sie in Zeile 144 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis B zum Gleis C fährt.

(i) Berechnen Sie in Zeile 156 die Menge aller Transitionen, in denen die Lokomotive vom Gleis C zum Gleis B fährt.

Hinweis: Die Relation, die alle möglichen Transitionen enthält, hat 1140 verschiedene Elemente.

Hinweis: Der Pfad, der am Ende berechnet wird, hat die Länge 13.