Aufgaben-Blatt: Berechnung des Weges mit den wenigsten Zwischen-Stops

Gegeben sei eine binäre Relation R. Ist eine Paar $\langle x, y\rangle$ ein Element in R, so interpretieren wir dies als eine direkte Verbindung von x nach y. Eine *Weg-Relation* W definieren wir als eine Menge von Paaren der Form $\big\langle\langle x, y\rangle, p\big\rangle$ so dass gilt:

1. $\langle x, y\rangle$ ist ein Paar von Punkten.
2. p ist eine Liste von Punkten. Der erste Punkt der Liste ist x, der letzte Punkt ist y, in Setl2-Notation gilt also:

   $$x = p(1) \quad \text{und} \quad y = p(\#p).$$

   Die Liste p wird interpretiert als ein *Pfad*, der von x nach y führt.

Aufgabe 1: Definieren sie die *Komposition* einer Relation R mit einer Weg-Relation W so, dass $W \circ R$ wieder eine Weg-Relation ist. Dabei soll gelten: Ist $\big\langle\langle x, y\rangle, p\big\rangle \in W$ und ist $\langle y, z\rangle \in R$, so soll die Komposition $W \circ R$ das Element $\big\langle\langle x, z\rangle, p + [z]\big\rangle \in W$ enthalten.

Aufgabe 2: Implementieren Sie eine Prozedur `compose`, so dass der Aufruf `compose`(W, R) für eine Weg-Relation W und eine Relation R die Komposition $W \circ R$ berechnet.

Aufgabe 3: Implementieren sie eine Funktion `closure`, so dass der Aufruf

`closure`(R)

zu einer gegebenen binären Relation R eine Weg-Relation erzeugt, die alle zyklen-freien möglichen Verbindungen zwischen zwei Punkten enthält.

Aufgabe 4: Entwickeln Sie eine Prozedur `minimize`, so dass der Aufruf `minimize`(W) aus einer gegebenen Weg-Relation W alle die Paare $\big\langle\langle x, y\rangle, p\big\rangle$ entfernt, für die die Anzahl $\#p$ nicht minimal ist.