
Aufgaben-Blatt: Der Tunnel

Vier Personen, Alice, Britney, Charly und Daniel, müssen eine Tunnel durchqueren. Der Tunnel ist so eng, dass immer nur zwei Personen gleichzeitig hindurch können. Außerdem braucht man zum Durchqueren des Tunnels eine Fackel. Die vier haben aber zusammen nur eine einzige Fackel. Die Zeiten, die Alice, Britney, Charly und Daniel zum Durchqueren benötigen, sind 1 Minute, 2 Minuten, 4 Minuten und 5 Minuten. Berechnen Sie einen Plan zum Durchqueren des Tunnels, der die benötigte Zeit minimiert. Verwenden Sie zur Lösung des Problems die Vorlage, die Sie im Netz unter der Adresse

github.com/karlstroetmann/Logik/blob/master/Aufgaben/Blatt-09/tunnel-frame.stlx

finden. Gehen Sie bei der Lösung des Problems in folgenden Schritten vor:

1. Implementieren Sie eine Funktion `timeSet`, die für eine gegebene Menge S von Personen berechnet, wie lange es für die Gruppe S dauern würde, den Tunnel zu durchqueren. Beachten Sie, dass die Menge S auch das Element "Torch" enthält.

2. Implementieren Sie eine Funktion

`timeTransition(stateBefore, stateBefore)`.

Hier bezeichnet *stateBefore* den Zustand am Eingang des Tunnels bevor eine Gruppe den Tunnel in eine der beiden Richtungen durchquert, während *stateAfter* den Zustand nach der Durchquerung beschreibt. Zustände werden dabei durch Teilmengen der Menge $A11$ kodiert.

3. Implementieren Sie eine Funktion `timePath`, so dass der Aufruf

`timePath(L)`

für eine Liste L von aufeinander folgenden Zuständen die Zeit berechnet, die insgesamt für alle Transitionen benötigt wird.

Beispiel: Falls die Liste L die Form

$$L = [s_1, s_2, s_3, s_4]$$

hätte, dann könnte `timePath(l)` durch den Ausdruck

$$\text{timeTransition}(s_1, s_2) + \text{timeTransition}(s_2, s_3) + \text{timeTransition}(s_3, s_4)$$

berechnet werden.

4. Definieren Sie die Menge aller Zustände. Ein einzelner Zustand ist dabei eine Teilmenge der Menge $A11$.
5. Definieren Sie die Relation $R1$, mit der die Zustandsübergänge beschrieben werden, bei denen eine Gruppe von Personen den Tunnel vom Eingang zum Ausgang durchquert.
6. Definieren Sie die Relation $R2$, mit der die Zustandsübergänge beschrieben werden, bei denen eine Gruppe von Personen im Tunnel vom Ausgang zum Eingang zurück läuft.
7. Definieren Sie den Startzustand.
8. Definieren Sie den Zustand, der am Ende erreicht werden soll.
9. Die Lösung wird nun berechnet und ausgegeben. Bei der optimalen Lösung werden insgesamt 12 Minuten zur Durchquerung des Tunnels benötigt.

Auf meinem Rechner dauert die Berechnung der Lösung knapp 8 Sekunden. Damit es nicht langweilig wird, gebe ich in jedem Schritt die Anzahl aller möglichen Pfade aus. Bei der Berechnung der Pfade habe ich die Funktion `findFastestPath` so implementiert, dass der schnellste Pfad gefunden wird.