

# 1 Problème 1 (échiquier)

## 1.1 Notations

- $n \times n$  = dimension de l'échiquier
- $k_1$  = nombre de tours
- $k_2$  = nombre de fous
- $k_3$  = nombre de cavaliers
- $m = (k_1 + k_2 + k_3)$
- $y = (t_1, t'_1, \dots, t_{k_1}, t'_{k_1}, f_1, f'_1, \dots, f_{k_2}, f'_{k_2}, h_1, h'_1, \dots, h_{k_3}, h'_{k_3})$

## 1.2 Question 1

### 1.2.1 Variables

$$X = \{t_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h_i : i \in \{1, \dots, k_3\}, \\ t'_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f'_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h'_i : i \in \{1, \dots, k_3\}\} \quad (1)$$

### 1.2.2 Domaine

$$D = \{1, \dots, n\}$$

### 1.2.3 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} 1 \leq i \neq j \leq m \rightarrow (v_{2i} \neq v_{2j}) \vee (v_{2i+1} \neq v_{2j+1})\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_2 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} 1 \leq i \leq k_1, 1 \leq j \leq m \rightarrow (v_{2i} \neq v_{2j}) \wedge (v_{2i+1} \neq v_{2j+1})\})$$

- Contrainte pour la portée des fous

$$c_3 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2, 1 \leq j \leq m \rightarrow \\ [(v_{2i} \neq v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} \neq v_{2j+1} + k) \wedge (v_{2i} \neq v_{2j} - k) \wedge (v_{2i+1} \neq v_{2j+1} - k)], \\ k \in \mathbb{Z}_0\})$$

- Contrainte pour la portée des cavalier

$$c_4 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 + k_3, 1 \leq j \leq m \rightarrow \\ [(v_{2i} \neq v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} \neq v_{2j+1} + l) \wedge (v_{2i} \neq v_{2j} + l) \wedge (v_{2i+1} \neq v_{2j+1} + k)], \\ k \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}\})$$

## 1.3 Question 2

## 1.3.1 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall i, j, 1 \leq i \neq j \leq m \rightarrow (v_{2i} \neq v_{2j}) \vee (v_{2i+1} \neq v_{2j+1})\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_2 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, 1 \leq i \leq k_1 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid (v_{2i} = v_{2j}) \vee (v_{2i+1} = v_{2j+1}))\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_3 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid [(v_{2i} = v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + k) \vee (v_{2i} = v_{2j} - k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + k)]), k \in \mathbb{Z}_0\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_4 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 + k_3 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid [(v_{2i} = v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + l) \vee (v_{2i} = v_{2j} + l) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + k)]), k \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}\})$$