

1 Problème 1 (échiquier)

1.1 Notations

- $n \times n$ = dimension de l'échiquier
- k_1 = nombre de tours
- k_2 = nombre de fous
- k_3 = nombre de cavaliers
- $m = (k_1 + k_2 + k_3)$
- $y = (t_1, t'_1, \dots, t_{k_1}, t'_{k_1}, f_1, f'_1, \dots, f_{k_2}, f'_{k_2}, h_1, h'_1, \dots, h_{k_3}, h'_{k_3})$
- $z = (1, 1, 2, 2, \dots, \dots, n-1, n-1, n, n)$

1.2 Variables

$$X = \{t_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h_i : i \in \{1, \dots, k_3\}, \\ t'_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f'_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h'_i : i \in \{1, \dots, k_3\}\} \quad (1)$$

1.3 Domaine

$$D = \{1, \dots, n\}$$

1.4 Question 1

1.4.1 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} 1 \leq i \neq j \leq m \rightarrow (v_{2i-1} \neq v_{2j-1}) \vee (v_{2i} \neq v_{2j})\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_2 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} 1 \leq i \leq k_1, 1 \leq j \leq m \rightarrow (v_{2i-1} \neq v_{2j-1}) \wedge (v_{2i} \neq v_{2j})\})$$

- Contrainte pour la portée des fous

$$c_3 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2, 1 \leq j \leq m \rightarrow \\ [((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k)) \wedge ((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} - k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k))], \\ k \in \mathbb{Z}_0\})$$

- Contrainte pour la portée des cavalier

$$c_4 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall_{i,j} k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 + k_3, 1 \leq j \leq m \rightarrow \\ [((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + l)) \wedge ((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + l) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k))], \\ k \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}\})$$

1.5 Question 2

1.5.1 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall i, j, 1 \leq i \neq j \leq m \rightarrow (v_{2i} \neq v_{2j}) \vee (v_{2i+1} \neq v_{2j+1})\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_2 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, 1 \leq i \leq k_1 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid (v_{2i} = v_{2j}) \vee (v_{2i+1} = v_{2j+1}))\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_3 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid [((v_{2i} = v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + k)) \vee ((v_{2i} = v_{2j} - k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} - k))]), k \in \mathbb{Z}_0\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_4 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid (\forall i, k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 + k_3 \rightarrow \exists j \in (1 \leq j \leq m) \mid [((v_{2i} = v_{2j} + k) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + l)) \vee ((v_{2i} = v_{2j} + l) \wedge (v_{2i+1} = v_{2j+1} + k))]), k \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}\})$$

- Contrainte pour que chaque case soit occupée par une pièce ou qu'elle soit menacée par au moins une pièce

$$\begin{aligned} c_1 = (z, \{(v_1, \dots, v_n) \in D^n \mid \forall i, 1 \leq i \leq n/2 \rightarrow (w_1, \dots, w_{2m}) \in D^{2m} \mid \\ & [\forall j, 1 \leq j \leq m \rightarrow ((v_{2i-1} = w_{2j-1}) \wedge (v_{2i} = w_{2j}))] \\ & \vee [\forall j, 1 \leq j \leq k_1 ((v_{2i-1} = w_{2j-1}) \vee (v_{2i} = w_{2j}))] \\ & \vee [\forall j, k_1 + 1 \leq j \leq k_1 + k_2 ((v_{2i-1} = v_{2j-1} + k) \wedge (v_{2i} = v_{2j} + k)) \\ & \vee ((v_{2i-1} = v_{2j-1} - k) \wedge (v_{2i} = v_{2j} + k)) k \in \mathbb{Z}_0] \\ & \vee [\forall i, k_1 + k_2 + 1 \leq j \leq k_1 + k_2 + k_3 ((v_{2i-1} = v_{2j-1} + k) \wedge (v_{2i} = v_{2j} + l)) \\ & \vee ((v_{2i-1} = v_{2j-1} + l) \wedge (v_{2i} = v_{2j} + k)) k \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}\}]) \end{aligned}$$