

# 1 Problème 1 (échiquier)

## 1.1 Notations

- $n \times n$  = dimension de l'échiquier
- $k_1$  = nombre de tours
- $k_2$  = nombre de fous
- $k_3$  = nombre de cavaliers
- $m = (k_1 + k_2 + k_3)$
- $y = (t_1, t'_1, \dots, t_{k_1}, t'_{k_1}, f_1, f'_1, \dots, f_{k_2}, f'_{k_2}, h_1, h'_1, \dots, h_{k_3}, h'_{k_3})$

## 1.2 Variables

$$X = \{t_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h_i : i \in \{1, \dots, k_3\}, \\ t'_i : i \in \{1, \dots, k_1\}, f'_i : i \in \{1, \dots, k_2\}, h'_i : i \in \{1, \dots, k_3\}\} \quad (1)$$

## 1.3 Domaine

$$D = \{1, \dots, n\}$$

## 1.4 Question 1

### 1.4.1 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces ne peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall 1 \leq i \neq j \leq m, (v_{2i-1} \neq v_{2j-1}) \vee (v_{2i} \neq v_{2j})\})$$

- Contrainte pour la portée des tours

$$c_2 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall 1 \leq i \leq k_1, \forall 1 \leq j \leq m, (v_{2i-1} \neq v_{2j-1}) \wedge (v_{2i} \neq v_{2j})\})$$

- Contrainte pour la portée des fous

$$c_3 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2, \forall 1 \leq j \leq m, \forall k \in \{-n, n\}, \\ [((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k)) \wedge ((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} - k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k))]\})$$

- Contrainte pour la portée des cavalier

$$c_4 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2 + k_3, \forall 1 \leq j \leq m, \forall k \in \{-2, 2\}, \forall l \in \{-1, 1\}, \\ [((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + k) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + l)) \wedge ((v_{2i-1} \neq v_{2j-1} + l) \vee (v_{2i} \neq v_{2j} + k))]\})$$

## 1.5 Question 2

## 1.5.1 Contraintes

- Contrainte pour indiquer que 2 pièces ne peuvent pas se trouver dans la même case.

$$c_1 = (y, \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \forall 1 \leq i \neq j \leq m, (v_{2i-1} \neq v_{2j-1}) \vee (v_{2i} \neq v_{2j})\})$$

- Contrainte pour que chaque case soit occupée par une pièce ou qu'elle soit menacée par au moins une pièce

$$c_2 = (y, \forall 1 \leq i \leq n, \forall 1 \leq j \leq n, u_{1,i,j} \cup u_{2,i,j} \cup u_{3,i,j} \cup u_{4,i,j})$$

avec :

- $u_{1,i,j} = \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \exists k \in \{1, \dots, m\}, v_{2k-1} = i \wedge v_{2k} = j\}$   
La case  $\{i, j\}$  est occupée par une pièce
- $u_{2,i,j} = \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \exists k \in \{1, \dots, m\}, v_{2k-1} = i \vee v_{2k} = j\}$   
La case  $\{i, j\}$  est menacée par au moins une tour
- $u_{3,i,j} = \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \exists k \in \{1, \dots, m\}, p \in \{-n, n\}, ((v_{2k-1} = i + p \wedge v_{2k} = j + p) \vee (v_{2k-1} = i - p \wedge v_{2k} = j - p))\}$   
La case  $\{i, j\}$  est menacée par au moins un fou
- $u_{4,i,j} = \{(v_1, \dots, v_{2m}) \in D^{2m} \mid \exists k \in \{1, \dots, m\}, p \in \{-2, 2\}, l \in \{-1, 1\}, ((v_{2k-1} = i + k \wedge v_{2k} = j + l) \vee (v_{2k-1} = i + l \wedge v_{2k} = j + k))\}$   
La case  $\{i, j\}$  est menacée par au moins un cavalier