1 Problème 2 (musée)

[ÉTANT DONNÉ INSTANCE $S = (a_{1,1}, \dots, a_{1,n}, \dots, a_{2,1}, a_{n,n}) \in \{0,1\}^{n^2}$]

1.1 Notations

- n x n = dimension de l'échiquier
- $a_{i,j}$ = case (i,j) du terrain (elle est égale à 1 s'il c'est un mur 0 sinon)
- y = $x_{1,1}, \dots, x_{1,n}, x_{2,1}, \dots, x_{2,n}, \dots, x_{n,n}$
- y' = $x'_{1,1}, \dots, x'_{1,n}, x'_{2,1}, \dots, x'_{2,n}, \dots, x'_{n,n}$
- z = $v_{1,1}, \dots, v_{1,n}, v_{2,1}, \dots, v_{2,n}, \dots, v_{n,n}$
- z' = $v'_{1,1}, \dots, v'_{1,n}, v'_{2,1}, \dots, v'_{2,n}, \dots, v'_{n,n}$
- yy' = concaténation de y et y'
- zz' = concaténation de z et z'

1.2 Variables

$$X = X_1 \cup X_2$$

Variables pour indiquer la diréction de la caméra qui se trouve dans cette case.

$$X_1 = \{x_{i,j} | \, \forall_i 1 \leq i \leq n \; \forall_j 1 \leq j \leq n\}$$

Variables par case pour indiquer que cette case est occupée par une caméra.

$$X_2 = \{x'_{i,j} | \, \forall_i 1 \leq i \leq n \; \forall_j 1 \leq j \leq n\}$$

1.3 Domaines

$$D_1 = \{Nord, Sud, Est, Ouest, \emptyset\}$$

$$D_2 = \{0, 1\}$$

1.4 Contraintes

La question 1 est l'union de l'ensemble de contraintes:

$$C = \{c_1 \cup c_2 \cup c_3 \cup c_4\}$$

tel que:

- c_1 est la contrainte pour indiquer que $x'_{i,j} = 1$ ssi la caméra se trouve aux memes coordonnées.

  $$c_1 = (yy', \{vv' \in D_1^{n^2} \times D_2^{n^2} \mid \forall\, 1 \leq i \leq n, \forall\, 1 \leq j \leq n, ((v_{i,j} = \emptyset \wedge v'_{i,j} = 0) \vee (v_{i,j} \neq \emptyset \wedge v_{i,j} = 1))\})$$

- c_2 indique qu'une caméra ne peut pas être là où il y a un mur

  $$c_2 = (y', \{v' \in D_2^{n^2} \mid \forall\, 1 \leq i \leq n, \forall\, 1 \leq j \leq n, (a_{i,j} = 1 \wedge v'_{i,j} = 0) \vee (a_{i,j} = 0))$$

- c_3 indique que chaque case doit être dominée ou occupée par une caméra.

$$
\begin{aligned}
c_3 = (yy',\ \{vv' |\ \forall\, 1 \leq i \leq n, \forall\, 1 \leq j \leq n,\ (a_{i,j} = 1) \vee (v'_{i,j} = 1) \vee \\
\Bigg(a_{i,j} = 0 \bigwedge \Bigg((\exists k \in \mathbb{Z}, (v_{i,j+l} = Ouest \wedge (\forall 1 \leq l < k, v'_{i,j+l} = 0 \wedge a_{i+l,j} = 0))) \\
\bigvee \\
(\exists k \in \mathbb{Z}, (v_{i,j-l} = Est \wedge (\forall 1 \leq l < k, v'_{i,j-l} = 0 \wedge a_{i-l,j} = 0))) \\
\bigvee \\
(\exists k \in \mathbb{Z}, (v_{i+k,j} = Nord \wedge (\forall 1 \leq l < k, v'_{i+l,j} = 0 \wedge a_{i,j+l} = 0))) \\
\bigvee \\
(\exists k \in \mathbb{Z}, (v_{i-k,j} = Sud \wedge (\forall 1 \leq l < k, v'_{i-l,j} = 0 \wedge a_{i,j-l} = 0)))\Bigg)\Bigg)\}) \quad (1)
\end{aligned}
$$

1.5 Fonction objective

La fonction objective de ce CSP est défini tel qu'on minimise le nombre de caméras dans le terrain:

$$\phi = minimize(\sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} x'_{j,k})$$