

Objectifs Pédagogiques: La Continuité

Prérequis Essentiels

- Définition et calcul de limites de fonctions. Il est crucial que les élèves comprennent la notion de limite, ainsi que les techniques de calcul de limites (formes indéterminées, opérations sur les limites, etc.).
 - Notion d'intervalle et d'ensemble de définition d'une fonction. La maîtrise des concepts d'intervalles (ouverts, fermés, semi-ouverts) et la capacité à déterminer l'ensemble de définition d'une fonction sont fondamentales.
 - Connaissance des fonctions usuelles (polynômes, rationnelles, trigonométriques...). Une bonne connaissance de ces familles de fonctions est essentielle, notamment leurs propriétés et leurs représentations graphiques.
 - Représentation graphique d'une fonction. La capacité à interpréter graphiquement le comportement d'une fonction et à faire le lien entre une expression algébrique et son graphe est importante.
-

Tableau de Compétences

Compétences visées	Niveau d'acquisition	Indicateurs de réussite Acquis
<p>Le résultat du calcul des limites est égale à la valeur de la fonction en ce point.</p> <p>Déterminer la continuité à droite et à gauche en un point.</p>	<p>Déterminer la continuité en un point <u>par la définition</u></p> <p>Capacité à déterminer les limites à droite et à gauche, et capacité à les comparer à la valeur de la fonction en ce point. Étudier la continuité sur un intervalle</p>	<p>En cours d'acquisition</p>
<p>Déterminer la continuité sur les points de l'intervalle et aux bornes, si elles sont incluses.</p> <p>Appliquer la continuité de <u>fonctions usuelles</u></p> <p>Acquis</p>	<p>Utiliser les propriétés de continuité pour les fonctions polynômes, rationnelles, valeur absolue, racine carrée, etc. Utiliser les propriétés des opérations sur les fonctions continues</p>	<p>En cours d'acquisition</p> <p><u>Appliquer les propriétés de</u> somme, produit, quotient, composée et racine carrée sur les fonctions continues.</p> <p>Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires</p>
<p>En cours d'acquisition</p>	<p>Déterminer la présence d'au moins une solution pour l'équation $f(x) = k$ avec un k compris entre $f(a)$ et $f(b)$ pour une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$.</p> <p>Comprendre la notion de fonction réciproque et les conditions de <u>son existence.</u></p> <p>En cours d'acquisition</p>	<p>Déterminer la bijection et la monotonie de la fonction afin d'étudier sa réciproque.</p>

Critique didactique et linguistique de cette leçon

Critique didactique

Cette leçon sur la continuité est un pilier fondamental de l'analyse au lycée et nécessite une approche rigoureuse et progressive.

- **Progression des notions:** Il est important de partir de l'intuition graphique de la continuité (la notion de courbe "sans trou" ou "sans saut") avant d'aborder la définition formelle en termes de limites. La transition de la notion intuitive vers la formalisation mathématique doit être faite avec soin pour éviter la confusion.
- **Importance des exemples et contre-exemples:** L'utilisation d'exemples variés de fonctions continues (polynômes, exponentielles, etc.) et d'exemples de fonctions discontinues (fonction partie entière, fonction de Heaviside, etc.) est cruciale pour que les élèves comprennent bien le concept de continuité.
- **Manipulation des théorèmes:** Il est indispensable que les élèves ne se contentent pas d'appliquer les théorèmes (continuité des opérations, TVI) de manière automatique. Ils doivent comprendre les hypothèses et la portée de chaque résultat. Des exercices de démonstration de cas simples peuvent être proposés.
- **Liens avec les autres notions du programme:** La continuité est étroitement liée aux notions de limites, de dérivabilité et d'étude des fonctions. Il faut s'assurer que les élèves perçoivent bien ces liens.
- **Difficultés potentielles:** Les difficultés peuvent apparaître lors du calcul des limites à droite et à gauche, lors de l'utilisation du TVI (il faut insister sur la condition de continuité, une fonction non continue ne permet pas d'utiliser le TVI) et pour la notion de réciproque. Il est conseillé de faire preuve de patience et de revenir régulièrement sur ces points.

Critique linguistique

- **Vocabulaire précis:** L'emploi d'un vocabulaire mathématique précis est essentiel : on parlera de limite à droite et limite à gauche, de valeur de la fonction en un point et de continuité en ce point. Il faut éviter les approximations et les raccourcis de langage qui peuvent induire des erreurs.
- **Expression formelle:** La rédaction doit être soignée et rigoureuse. Les phrases doivent être complètes, et les hypothèses précisées à chaque fois. Les quantificateurs (\forall , \exists) peuvent être introduits progressivement en fonction du niveau des élèves.
- **Clarté de l'expression:** L'expression doit être claire et concise. Il est recommandé d'utiliser des phrases courtes et de structurer logiquement les démonstrations.