

Concours d'accès en 1^{ère} année des ENSA Maroc

Juillet 2024

Épreuve de Mathématiques

Durée : 1H30 min

Non autorisés : Calculatrices, téléphones, smartwatches et tous types de documents

Q1. Dans une salle d'examen où les places sont numérotées, 100 candidats passent un concours d'accès aux ENSA.

On dispose des feuilles de brouillon de trois couleurs différentes ordonnées ainsi : bleu, vert, jaune.

Une feuille sur quatre, en commençant par la quatrième, contient le logo des ENSA.

Les feuilles sont distribuées, en respectant l'ordre des numéros des places ainsi que celui des couleurs mentionnées ci-dessus.

Le nombre de candidats ayant reçu une feuille de brouillon jaune contenant le logo est :

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| A) 8 | B) 10 | C) 12 | D) 15 |
|------|-------|-------|-------|

Q2.

$$\frac{1}{5} \cdot \sqrt{(101 \times 102 \times 103 \times 104) + 1} =$$

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| A) 2101 | B) 2102 | C) 2103 | D) 2104 |
|---------|---------|---------|---------|

Q3.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n n + 1}{n + \sqrt{n}} =$$

- | | | | |
|------|------|-------|----------------------|
| A) 0 | B) 1 | C) -1 | D) n'a pas de limite |
|------|------|-------|----------------------|

Q4.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos\left(\frac{2}{3}x\right) - \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}{\cos(2x)} =$$

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| A) $\frac{11}{3}$ | B) $\frac{10}{6}$ | C) $\frac{10}{3}$ | D) $\frac{11}{6}$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

Q5. Soit (u_n) une suite de réels éléments de $]0, 1[$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}, (1 - u_n) u_{n+1} > \frac{1}{4}$

- | | | | |
|--|--|--|-------------------------|
| A) u_n est croissante et converge vers $\frac{1}{4}$ | B) u_n est décroissante et converge vers $\frac{1}{4}$ | C) u_n est croissante et converge vers $\frac{1}{2}$ | D) u_n est divergente |
|--|--|--|-------------------------|

Q6. Dans l'ensemble \mathbb{R} , l'équation : $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$

A) admet une solution

B) admet deux solutions

C) admet trois solutions

D) n'admet pas de solution

Q7. Soit $m \in \mathbb{R}$ et (E_m) l'équation d'inconnue réelle x :

$$(E_m) : e^{2x} - 2me^x + 1 = 0$$

A) ☒ si $m \in]1, +\infty[$, (E_m) admet deux solutions de signe contraire

B) si $m \in]-1, 1[$, (E_m) admet au moins une solution

C) si $m \in]-\infty, -1]$, (E_m) admet deux solutions négatives

D) si $m \in [1, +\infty[$, (E_m) admet deux solutions positives

Q8. Soit une fonction $f : [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$ dérivable telle que $f(0) = 0$.

On suppose que : $\forall x \geq 0, f'(x) \leq a f(x) \quad (a > 0)$

A) f est strictement croissante

B) f est strictement décroissante

C) f est une constante nulle

D) f est une constante non nulle

Q9. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{x^2}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}, f' \text{ sa dérivée}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) =$$

A) 0

B) 1

C) ☒ e

D) $+\infty$

Q10.

$$\int_1^2 \frac{\ln(1+x) - \ln(x)}{x^2} dx =$$

A) $\frac{5}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 3$

B) $\frac{7}{2} \ln 2 + \frac{3}{2} \ln 3$

C) $\frac{7}{2} \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3 - \frac{1}{2}$

D) $\frac{7}{2} \ln 2$

Q11.

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x) e^x dx =$$

A) $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$

B) $\frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$

C) $5 - e^{\frac{\pi}{2}}$

D) $\frac{5 - e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$

Q12. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on pose :

$$I_n = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^n)^2}, \quad \text{alors : } \lim_{n \rightarrow +\infty} I_n =$$

(Il n'est pas nécessaire de calculer I_n)

A) 2

B) $+\infty$

C) $\frac{1}{4}$

D) 1

Q13. Le nombre de diviseurs du nombre $10!$ est égal à :

A) 20

B) 207

C) 270

D) 10

Q14. Le reste de la division euclidienne du nombre $2^{123} + 3^{121}$ par 11 est égal à :

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

Q15. Soit z_1 et z_2 les solutions de l'équation à variables complexes suivante :

$$i z^2 + (2 - 3i) z + 5i - 5 = 0$$

$$|z_1|^2 + |z_2|^2 =$$

A) 10

B) 15

C) 20

D) 30

Q16. Soit le nombre complexe $Z = \frac{1}{2}[(1+i)^4 + (i-1)^4]$
argument $(Z) \equiv$

A) $0 [2\pi]$

B) $\frac{\pi}{4} [2\pi]$

C) $\frac{\pi}{2} [2\pi]$

D) $\pi [2\pi]$

Q17. Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A, B et C de coordonnées $A(2,6)$, $B(3,1)$ et $C(4,7)$. La distance du point A à la droite (BC) est égale à :

A) $\frac{35}{\sqrt{37}}$

B) $\frac{6}{\sqrt{37}}$

C) $\frac{11}{\sqrt{37}}$

D) $\frac{1}{\sqrt{37}}$

Q18. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, -1, 2)$, $B(3, 5, 4)$ et la sphère S telle que : $A, B \in S$ et le segment $[AB]$ passe par le centre de S .
L'équation du plan tangent à S au point $C(1, 5, 4)$ est :

A) $2x - 3y + 3z + 1 = 0$

B) $x - 3y + 2z + 6 = 0$

C) $-x + 3y + z - 18 = 0$

D) $-3x + 2y + 2z - 15 = 0$

Une start-up de jeunes ingénieurs fabrique des capteurs de température dans deux sites différents. En une journée, le site 1 fabrique deux fois plus de capteurs que le site 2.

Le pourcentage de capteurs défectueux est de 3% pour le site 1 et de 4% pour le site 2.

On prélève un capteur au hasard dans l'ensemble de la production d'une journée.

Q19. La probabilité que ce capteur provienne du site 1 et est défectueux est :

A) 0,01

B) 0,02

C) 0,03

D) 0,04

Q20. La probabilité que ce capteur provienne du site 1 sachant qu'il est défectueux est :

A) 0,2

B) 0,4

C) 0,6

D) 0,8