Concours d'accès en 1ière année des ENSA Maroc

Juillet 2025

Épreuve de Mathématiques

Durée 1h30

Non autorisés: Calculatrices, téléphones, smartwatchs et tous types de documents.

Question 1. Le nombre complexe:

$$Z = (-1 + i\sqrt{3})^{2010} + (-1 - i\sqrt{3})^{2010}$$

La valeur de Z est:

A. 2^{2009}	**B.** $2i\sin(\frac{2\pi}{3})\exp\left(\frac{i4\pi}{3}\right)$	**C.** $2\cos(\frac{4\pi}{3})\exp\left(\frac{i2\pi}{3}\right)$	**D.** 2^{2011}

Question 2. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation

$$z^6 = (1-i)\overline{z} \qquad (1)$$

On note z une solution non nulle quelconque de de l'équation (1). Alors:

A. $\lvert z\rvert = 1$	**B.** $\lvert z\rvert = \sqrt{3}$	**C.** $\lvert z\rvert = 2^{1/5}$	**D.** $\lvert z\rvert = 2^{1/10}$

Question 3. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation

$$z^2 + z + 1 = \frac{1}{z+1} \qquad (2)$$

On note z_1 et z_2 les solutions non réelles de l'équation (2). On a:

A. $\lvert z_1\rvert = \lvert z_2\rvert$	**B.** $\lvert z_1\rvert > \lvert z_2\rvert$	**C.** $\lvert z_1\rvert < \lvert z_2\rvert$	**D.** $\lvert z_1\rvert = 2\lvert z_2\rvert$

Question 4. On note S l'ensemble des points du plan complexe M dont l'affixe z vérifie

$$|z-3| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z-5|.$$

Alors:

A. $S = \emptyset$	**B.** $L = \mathbb{C}$	**C.** S = le cercle de centre $(1,0)$ et de rayon $2\sqrt{2}$	**D.** S = le cercle de centre $(0,1)$ et de rayon $\frac{1}{2}$

Question 5.
Dans le plan complexe, on considère les points A, B, C et D d'affixe respective 1, -1, i et $-i$. On note $\mathbb{U}$ l'ensemble des nombres complexes de module 1. Si $M \in \mathbb{U}$, on note $p(M)$ le produit des distances de M aux points A, B, C, D:

$$p(M) = MA \times MB \times MC \times MD.$$

On pose $m = \sup_{M \in \mathbb{U}} p(M)$. Alors la valeur de m est:

A. $m = 1$	**B.** $m = 2$	**C.** $m = 3$	$m = +\infty$

Question 6. Soit a l'entier naturel définit par:

$$(2025)^{2025} \equiv a \bmod 7 \tag{3}$$

La valeur de a est:

A. $a = 3$	**B.** $a = 2$	**C.** $a = 5$	**D.** $a = 1$

Question 7. Le PGCD de $3^{123} - 5$ et 125 est:

A. 1	**B.** 5	**C.** 25	**D.** 125

Question 8. On considère la suite (u_n) définie par:

$$u_n = \frac{\ln(1+\sqrt{n})}{\ln(1+n^3)}$$

On note $L = \lim_{n\to+\infty} u_n$.

A. $L = 1$	**B.** $L = \sqrt{3}$	**C.** $L = \frac{1}{6}$	**D.** $L = \frac{1}{3}$

Question 9. Soit (u_n) la suite numérique définie par l'équation

$$u_0 = 1$$
$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n}, \quad \forall n \geq 0.$$

En considérant la suite $v_n = \frac{1}{u_n}$, on trouve:

A. $\lim_{n\to+\infty} nu_n = 0$	**B.** $\lim_{n\to+\infty} nu_n = 1$	**C.** $\lim_{n\to+\infty} nu_n = \frac{1}{2}$	**D.** $\lim_{n\to+\infty} nu_n = \frac{1}{4}$

Question 10. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit

$$u_n = \sqrt{n + \sqrt{n - 1 + \sqrt{\cdots + \sqrt{1}}}}$$

La limite L de la suite (u_n) est:

A. $L = 1$	**B.** $L = \frac{\pi}{2}$	**C.** $L = +\infty$	**D.** $L = 0$

Question 11. On pose pour $n \in \mathbb{N}^*$:

$$S_n = \sum_{k=1}^{2n+1} \frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$$

La limite de S_n est:

A. 0	**B.** $\frac{1}{2}$	**C.** 1	**D.** 2

Question 12. En admettant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre réel

$$(3+\sqrt{5})^n + (3-\sqrt{5})^n$$

est un entier pair, la limite

$$L = \lim_{n \to +\infty} \cos((3+\sqrt{5})^n \pi)$$

vaut:

A. $L = 0$	**B.** $L = -1$	**C.** $L = 1$	**D.** $L = \frac{\pi}{4}$

Question 13. Soit $a > 0$, alors

$$\lim_{x \to a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} - \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \tag{4}$$

est:

A. $-\frac{1}{\sqrt{2a}}$	**B.** $-\frac{1}{\sqrt{a}}$	**C.** $\frac{1}{\sqrt{a}}$	**D.** $-\frac{2}{\sqrt{a}}$

Question 14. On note I_n la suite définie par:

$$I_n = \int_0^1 \frac{x}{1+x^{2n}} dx.$$

La limite L de I_n est:

A. $L = \frac{1}{2}$	**B.** $L = \frac{3}{2}$	**C.** $L = 0$	**D.** $L = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Question 15. La valeur de l'intégrale

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} x^2 \ln(x^2+1) dx \tag{5}$$

est:

A. $I = \sqrt{3}\ln(2) - \frac{\pi}{9}$	**B.** $I = \sqrt{3}\ln(2) + \frac{\pi}{9}$	**C.** $I = 2\left(\sqrt{3}\ln(2) - \frac{\pi}{9}\right)$	**D.** $I = \sqrt{3}\ln(2)$

Question 16. Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x(1+(\ln(x))^2)}$.

La primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est:

A. $\ln(1+(\ln(x))^2)$	**B.** $(\ln(x))^2$	**C.** $2\ln(1+(\ln(x))^2)$	**D.** $\frac{x\ln(x)}{\ln(x)+1}$

Question 17. Dans l'espace $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan (P) d'équation $2x - 5y - 6z + 4 = 0$ et (S) la sphère de centre $\Omega(2; -2; 3)$ et de rayon 3, alors:

A. (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre Ω	**B**. (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre le point de coordonnées $(2; 2; 3)$	**C**. (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2; 2; 3)$	**D**. (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2; 0; -3)$

Question 18. On jette deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée et on note les arrivées de pile et de face. Soit p la probabilité d'avoir deux fois face sachant que le premier jet a donné face.

A. $p = \frac{1}{2}$	**B**. $p = \frac{1}{3}$	**C**. $p = \frac{1}{4}$	**D**. $p = \frac{3}{4}$

Question 19. Une usine fabrique des composants électroniques et dispose d'une machine pour tester s'ils sont défectueux ou non. Les résultats sont comme suit:

- **Si le composant est défectueux:** la machine le détecte dans 90% des cas et dans 10% des cas elle échoue.
- **Si le composant n'est pas défectueux:** la machine l'indique correctement dans 99% des cas et elle échoue dans 1% des cas.

On tire au hasard un composant dans une large population où l'on sait que 0.1% des composants sont défectueux, et on note p la probabilité qu'un composant tiré au hasard soit détecté défectueux par la machine.
Alors $p =$

A. $p = 1.041\%$	**B**. $p = 1.089\%$	**C**. $p = 1.025\%$	**D**. $p = 1\%$

Question 20. On jette n fois de suite un dé non truqué numéroté de 1 à 6, $n \geq 2$, et on note les numéros des faces obtenues. Soit p_n la probabilité d'avoir un nombre inférieur ou égale à 3 dans le second jet sachant que le premier jet a donné la face numéro 2. Soit $p = \lim_{n \to +\infty} p_n$.
La valeur de p est:

A. $p = \frac{1}{2}$	**B**. $p = \frac{1}{3}$	**C**. $p = \frac{1}{6}$	**D**. $p = 0$