MCMC- TP1

Abdelouahed Benjelloun

February 2017

1 Exercice 3 :

1. Le risque empirique s'écrit $R_n = \frac{1}{n}\sum(y_i - < W, x_i >)^2$, le gradient stochastique consiste à écrire :

Algorithm 1 Gradient sctochastique

1: Initialisation : $w^\star = w_0$

2: *Boucle k = 1 : K*

$$i \sim U([0, N])$$

$$w^\star = w^\star - \alpha_k * (-2y_i * x_i + 2 < x_i, w^\star > x_i)$$

Dans l'algorithme fourni nous avons choisi $\alpha_k = \frac{1}{k}$, les indices de la descente sont choisis d'une manière uniforme. Le vecteur W a été choisi : $W = (1, -1)$

2. Résultats de la simalation sans bruit : on trouve $w^\star = (1.1, -1.06)$

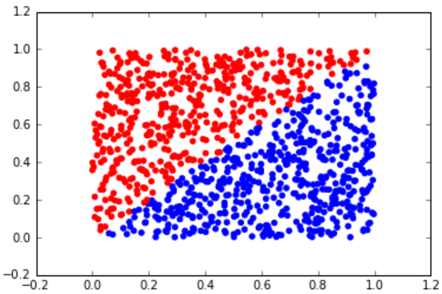

Figure 1: Data avec label sans bruit

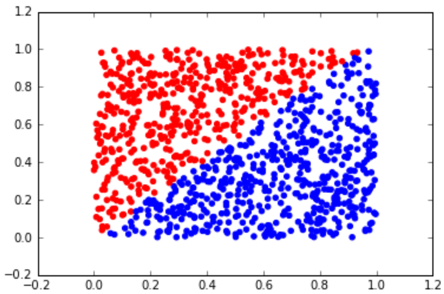

Figure 2: Résultat de GS, K=100

3. Résultats de la simalation avec bruit gaussien $\epsilon \sim \frac{1}{5} * N(0, 1)$: on trouve $w^\star = (1.07, -1.02)$

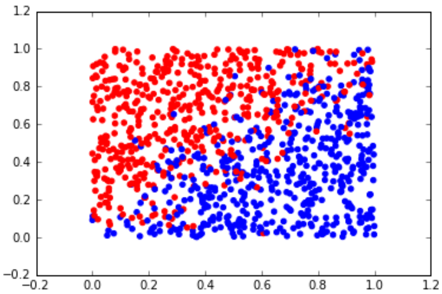

Figure 3: Data avec label sans bruit

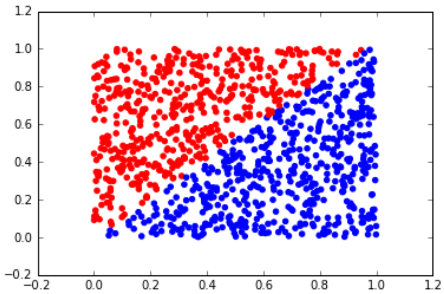

Figure 4: Résultat de GS, K=100

Exercice 1 :

① $X = R\cos\theta$ et $Y = R\sin\theta$

$\mathbb{E} f(X,Y) = \mathbb{E} f(R\cos\theta, R\sin\theta)$

$= \int_{\mathbb{R}}\int_{[0,2\pi]} \frac{1}{2\pi} r e^{-\frac{r^2}{2}} \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(r) f(r\cos\theta, r\sin\theta)\, dr\, d\theta$

$= \int_{\mathbb{R}}\int_{[0,2\pi]} \frac{1}{2\pi} r e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(r) f(x,y)\, dr\, d\theta$

or $dx\,dy = r\,dr\,d\theta$ donc

$\mathbb{E} f(X,Y) = \int_{\mathbb{R}}\int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} f(x,y)\, dx\, dy$

$\{$ $X \sim \mathcal{N}(0,1)$ et X, Y independants
$Y \sim \mathcal{N}(0,1)$

② Repeat

* simuler θ avec $\mathcal{U}([0,2\pi])$

* simuler r avec la loi de R

* $X = R\cos\theta$

* $Y = R\sin\theta$

*