plan N : 02 | **CH2 : Les Racines carrées.** | Prof : Abdelhamid MOUSAID

Lycée : IBRAHIM BN ADHAM - TINGHIR
Année Scolaire : 2024 - 2025
Période : 10 heures.
La classe : 3APIC.
Unité : Les Activités Numériques.

2.1 . الجذور المربعة. – جذر مربع عد موجب. – جداء وخارج جذرين.	– التعرف على أنه إذا كان a عددا حقيقيا موجبا $\sqrt{a}$ هو العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه a . – استعمال الآلة الحاسبة لتحديد قيم مقربة لجذر مربع، – استعمال $\sqrt{a^2}$ و $(\sqrt{a})^2$ حيث a موجب. – البحث من خلال أمثلة على العدد x بحيث $x^2=a.$ – استعمال العلاقات: $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$ و	يتم تقديم العمليات على الأعداد الحقيقية بالقياس مع العمليات على الأعداد الجذرية ويمكن البرهنة على بعض خاصياتها باستعمال التعريف($\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$)، مع التركيز على الأمثلة وعلى تثبيت التقنيات ونظرا لأهمية هذه التقنيات ولصعوبة التمكن منها فإنه ينبغي العناية بها طيلة السنة الدراسية وفي جميع المناسبات سواء تعلق الأمر بدروس الجبر أو الهندسة.

Les pré-requis : Le théorème de Pythagore, Les identités remarquables, Les équations, Les puissances, Développement et factorisation.
Les outils utilisés : Livre scolaire, Les ressources, les instructions pédagogiques.

OBJECTIFS	ACTIVITÉS	CONTENU DE COURS	APPLICATIONS

ACTIVITÉS

Activité-1 :

1) Quelle la longueur de la diagonale d'un carré dont le côté mesure 1m ?

2) Quel est le nombre positif dont le carré est égale à 2 ?

x	1	2	1.5	1.42
x^2	1	4	2.25	2.0164

1.41	1.415
1.9881	2.002225

Le nombre cherché n'a pas d'écriture décimale, et n'est pas un nombre rationnel.
Ainsi, on a défini ce nombre à l'aide d'une écriture nouvelle : $\sqrt{\mathbf{2}}$

3) Complète par le nombre qui convient : $(...)^2 = 25$; $(...)^2 = 36$; $(...)^2 = 121$

4) Complète :

x	4	3	7	9
x^2				
$\sqrt{x^2}$				

Que remarquer vous ?

CONTENU DE COURS

I. La racine carrée d'un nombre réel positif :

Définition

Soit a un nombre réel positif. **La racine carrée** de a est le nombre **réel positif** dont le carré est égale à a.
La racine carrée de a se note : $\sqrt{\mathbf{a}}$ et on a : $\sqrt{\mathbf{a^2}} = \mathbf{a}$

Autrement dit :

a un nombre réel positif et b un nombre réel positif. **si $\mathbf{a = b^2}$ alors $\sqrt{\mathbf{a}} = \mathbf{b}$**

Exemples

$\sqrt{0} = 0$
$\sqrt{1} = 1$

$\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$
$\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$

$\sqrt{16} = \sqrt{4^2}$
$= 4$

$\sqrt{1.21} = \sqrt{(1.1)^2}$
$= 1.1$

APPLICATIONS

Exercice-1 :

Calculer :

$A = \sqrt{16}$

$B = \sqrt{9}$

$C = 5\sqrt{100}$

$D = \dfrac{4}{\sqrt{100}}$

$E = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}}$

$F = \sqrt{25} + 3\sqrt{49}$

Activité-2 :

1) Complète le tableau :

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$a\times b$	$\sqrt{a\times b}$	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$
9	16					
25	4					
36	64					
49	81					

Que peut-on déduire ?

2) Calculer :

$\sqrt{9}+\sqrt{16}$ et $\sqrt{9+16}$

Que remarque-vous ?

II. Les opérations sur les racines carrées. :

1)La racine carrée et produit :

Propriété

a et b deux nombres réels positifs. Alors : $\boxed{\sqrt{\mathbf{a}\times\mathbf{b}}=\sqrt{\mathbf{a}}\times\sqrt{\mathbf{b}}}$

Résultat

a et b deux nombres réels positifs. Alors :

$$\sqrt{\mathbf{a}^2\times\mathbf{b}}=\sqrt{\mathbf{a}^2}\times\sqrt{\mathbf{b}}$$
$$=\mathbf{a}\times\sqrt{\mathbf{b}}$$
$$=\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{b}}$$

Exemples-1 :

$\sqrt{80}$	$\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times 7}$
$=\sqrt{16}\times\sqrt{5}$	$=\sqrt{21}$
$=\sqrt{4^2}\times\sqrt{5}$	
$=4\times\sqrt{5}$	$\sqrt{2}\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times 3\times 4}$
$=4\sqrt{5}$	$=\sqrt{24}$

Exercice-2 :

Réduire les expressions suivantes :

$A=\sqrt{2}\times\sqrt{32}$

$B=\sqrt{75}$

$C=\sqrt{27}$

$D=\sqrt{48}$

$E=\sqrt{56}$

$F=\sqrt{242}$

Découvrir la relation $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	**Activité-3 :**	**2) La racine carrée et quotient :**	**Exercice-3 :**

Activité-3 :

1) Complète le tableau :

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\dfrac{a}{b}$	$\sqrt{\dfrac{a}{b}}$	$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
9	16					
25	4					
36	64					
49	81					

Que peut-on déduire ?

2) La racine carrée et quotient :

Propriété

a et b deux nombres réels positifs et $b \neq 0$.

$$\sqrt{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}} = \frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}}$$

Exemples-1 :

$$\frac{\sqrt{55}}{\sqrt{45}} = \sqrt{\frac{55}{45}} = \sqrt{\frac{5\times 11}{5\times 9}} = \sqrt{\frac{11}{9}}$$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{4^2}} = \frac{3}{4}$$

Exercice-3 :

Réduire les expressions suivantes :

$A = \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}}$ $\qquad B = \sqrt{\dfrac{8}{18}}$

$C = \sqrt{\dfrac{3}{16}}$ $\qquad D = \dfrac{\sqrt{9}}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7}$

Éliminer la racine carrée d'un dénominateur	**Activité-4 :** a et b deux nombres réels positifs 1) Montrer que : $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})=a-b$ On considère que : $a\neq 0$ et $b\neq 0$. 2) Montrer que : $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$. 3) Montrer que : $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$	**3) Éliminer la racine carrée au dénominateur :** **Propriété** a un nombre réel positif et $a\neq 0$. $\boxed{\dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{a}}}=\dfrac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\mathbf{a}}}$ **Remarque :** $\boxed{\dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{a}}}=\dfrac{\mathbf{1}\times\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{a}}\times\sqrt{\mathbf{a}}}=\dfrac{\sqrt{\mathbf{a}}}{(\sqrt{\mathbf{a}})^2}=\dfrac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\mathbf{a}}}$ **Exemples-1 :** $\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ **Propriété** a et b deux nombres réels positifs avec $a\neq 0$ et $b\neq 0$. $\boxed{\dfrac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{a}}-\sqrt{\mathbf{b}}}=\dfrac{\sqrt{\mathbf{a}}+\sqrt{\mathbf{b}}}{\mathbf{a}-\mathbf{b}}}$ **Exemples-1 :** $\dfrac{2}{1-\sqrt{5}}=\dfrac{2\times(1+\sqrt{5})}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}=\dfrac{2(1+\sqrt{5})}{1^2-(\sqrt{5})^2}=\dfrac{2(1+\sqrt{5})}{1-5}=\dfrac{2(1+\sqrt{5})}{-4}$ **Remarque** Le conjugué de $1-\sqrt{5}$ est $1+\sqrt{5}$	**Exercice-4 :** Supprimer la racine carrée au dénominateur dans : 1) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ 2) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$ 3) $\dfrac{2+\sqrt{5}}{7\sqrt{3}}$ 4) $\dfrac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ **Exercice-5 :** 1) Supprimer la racine carrée au dénominateur. $A=\dfrac{3}{\sqrt{11}}$; $B=\dfrac{11}{2\sqrt{5}}$ $C=\dfrac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$; $D=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ $E=\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{10}-\sqrt{7}}$

Résolution de l'équation de la forme $x^2 = a$	**Activité-5 :** 1) Résoudre les équations suivantes : $x^2 = 9 \quad ; \quad x^2 = 4$ $x^2 = 6 \quad ; \quad x^2 = 0$ $x^2 = 5 \quad ; \quad x^2 = -1$	**4) Résoudre une équation de la forme $x^2 = a$:** **Règle :1** Soit a un nombre réel alors : ► Si $\underline{\mathbf{a} > \mathbf{0}}$, alors l'équation $\underline{x^2 = a}$ admet deux solutions : $\sqrt{\mathbf{a}}$ et $-\sqrt{\mathbf{a}}$. ► Si $\underline{\mathbf{a} = \mathbf{0}}$,alors l'équation $\underline{x^2 = a}$ admet une <u>unique solution : 0</u>. ► Si $a < 0$, alors l'équation **n'admet aucune solution**. **Exemples :** ■ Si $\underline{\mathbf{a} > \mathbf{0}}$, alors l'équation $\underline{x^2 = a}$ admet deux solutions : $\sqrt{\mathbf{a}}$ et $-\sqrt{\mathbf{a}}$. ► Si $\underline{\mathbf{a} = \mathbf{0}}$,alors l'équation $\underline{x^2 = a}$ admet une <u>unique solution : 0</u>. **Exemples :** ■ <u>Resoudre l'equation suivante : $x^2 = 7$</u> on a : $x^2 = 7$ et comme $7 > 0$ alors l'équation admet deux solutions : $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$ ■ <u>Resoudre l'equation suivante : $x^2 = -2$</u> on a : $x^2 = -2$ et comme $-2 < 0$ alors l'équation n'admet pas de solutions.	**Exercice-6 :** Résoudre les équations suivantes : $x^2 = 11 \quad ; \quad x^2 + 3 = 0$ $x^2 - 25 = 0 \quad ; \quad x^2 = 121$ $\dfrac{x^2}{4} = 5$

Activité-6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt{2}\right)^{3}\times\left(\sqrt{2}\right)^{5}\times\left(\sqrt{2}\right)$

$B=\left(\sqrt{3}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{3}\right)^{5}$

$C=\left(\sqrt{3}\right)^{2}\times 5^{2}$

$D=\left(\left(\sqrt{3}\right)^{2}\right)^{3}$

$E=\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^{5}}{\left(\sqrt{3}\right)^{3}}$

V. Propriétés des puissances

Les puissances ont des propriétés spécifiques permettant des calculs rapides.

RÈGLE N°1 :(Produit De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{a^{m}\times a^{p}}_{\text{C'est le même nombre}}=\underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x=\frac{5^8}{5^6}$ **et** $y=\frac{3^{14}}{3^8}$ **en donnant les résultats sous forme de puissances.**

On applique directement la règle qui nous donne : $x=3^4\times 3^2=\underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les puissances}}=3^6$ et de même $y=7^3\times 7^2=7^{3+2}=7^5$

RÈGLE N°2 :(Quotient De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{\frac{a^{m}}{a^{p}}}_{\text{C'est le même nombre } a}=\underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x=3^4\times 3^2$ **et** $y=7^3\times 7^2$ **en donnant les résultats sous forme de puissances.**

La règle nous donne directement : $x=\frac{5^8}{5^6}=\underbrace{5^{8-6}}_{\text{On soustrait les puissances}}=5^2$

Et de même $y=\frac{3^{14}}{3^8}=3^{14-8}=3^6$

Exercice-8 :

Simplifier les expressions suivantes :

$\left(\sqrt{7}\right)^{-13}\times\left(\sqrt{7}\right)^{65}$

$\left(\sqrt{3}\right)^{6}\times\left(\sqrt{3}\right)^{-5}\times\left(\sqrt{3}\right)$

Exercice-9 :

Simplifier les expressions suivantes :

$a=(-4)^3\times(-4)^{12}$

$b=5^6\times(\sqrt{2})^6$

$c=\dfrac{(-\sqrt{2})^3}{(-\sqrt{2})^{-8}}$

$d=\left(\sqrt{2}^{5}\right)^{-2}$

$e=5^{-3}\times 3\times(5^2)^7\times 9^5$

$f=\dfrac{(-21)^3\times 5}{35^3\times 3}$

$j=\dfrac{\mathrm{a}^2\mathrm{b}(\mathrm{a}^{-1}\times\mathrm{b}^2)^{-3}}{\mathrm{a}(\mathrm{a}^2\times\mathrm{b})^5(\mathrm{b}^2)^{-1}}$