plan N : 01

CH1 : Les Identités remarquables et puissances.

Prof : MOUSAID ABDELHAMID

Lycée : LYCEE MOUSAID TINGHIR

Année Scolaire : 2025-2026

La classe : 3APIC.

Période : 10 heures.

Unité : Le calcule numérique.

Les pré-requis : Les 4 opérations sur les nombres rationnels, Calcul littéral, Développer et factoriser et simplifier des expressions algébriques, Identités remarquables sur les rationnels, Théorème de Pythagore.

Les outils utilisés : Livre scolaire, Les ressources, les instructions pédagogiques.

<table>
<tr><th>OBJECTIFS</th><th>ACTIVITÉS</th><th>CONTENU DE COURS</th><th>APPLICATIONS</th></tr>
<tr>
<td>
Développe et factorise une expression littérale

Développe et factorise une expression littérale
</td>
<td>

Activité-1 :

1. Développé et réduis :
   (i) $x(2x+1)$
   (ii) $5x^2(x+7)$
   (ii) $a(c+d)+b(c+d)$
2. Factoriser :
   (i) $15b-15c$
   (ii) $10a+5c$
   (iii) $a(c+d)+b(c+d)$

Activité-2 :

ABCD est un rectangle
Calculer de 2 méthodes l'aire du rectangle ABCD et déduire que :

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

</td>
<td>

I. Développement et Factorisation :

1- Définition :

Définition

Développer un produit signifie le transformer en une **somme algébrique**
Factoriser une somme signifie le transformer en un **produit algébrique**.

2- Propriétés :

Propriété-1

a, b et k sont des nombres rationnels. On a :

$\boxed{\mathrm{k(a+b)=ka+kb}}$, $\boxed{\mathrm{k(a-b)=ka-kb}}$

Exemples-1 :

Développement des expressions :
$3(5a+7)=3\times5a+3\times7=15a+21$
$2x(3x+2)=2x\times3x+2x\times2=6x^2+4x$

Propriété-2

a, b, c, d sont des nombres rationnels. On a :

$\boxed{\mathrm{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}}$

Exemples-2 :

Développement des expressions :
$(2x-1)(x-2)=2x\times x-2x\times2-1\times x-1\times(-2)=2x^2-4x-x+2=2x^2-5x+2$

</td>
<td>

Exercice-1 :

Développer puis simplifier les expressions suivantes :
$a=2(1-2x)+3(x-1)$
$b=(2x^2-6)(x^2+4)$
$c=7x(3x-5)+(3x-5)(x-1)$
$d=(8x^3-2x+1)(x+3)$
$e=(x+y+z)(x+y-z)$

</td>
</tr>
</table>

Factoriser des expressions avec un facteur commun		**II. Factorisation :** **Définition** **Factoriser** une somme signifie la transformer en **produit**. **Règle** a, b et k sont des nombres rationnels. On a : $\boxed{ka + kb = k(a + b)}$, $\boxed{ka - kb = k(a - b)}$ **Exemples-1 :** Factorisation des expressions : $4a^2 + 3a = 4 \times a \times a + 3 \times a = a(4a + 3)$ $(x + 7)(5 - 4x) - 2(5 - 4x) = (5 - 4x) \times (x + 7 - 2) = (5 - 4x)(x + 5)$ $(x + 3)^2 + (x + 4)(x + 3) = (x + 3)(x + 3 + x + 4) = (x + 3)(2x + 7)$	**Exercice-2 :** Factoriser les expressions : 25x-15 5x-3 $(3x + 1)^2 - (3x + 1)(2x + 5)$ $7x(2x - 9) - 11(9 - 2x)$ $6x^2 + 12x + 6$ $xy - x - y + 1$
Connaitre les identités remarquables	**Activité-3 :** 1) Calculer l'aire du carre $MNPQ$ de deux façons différentes et déduire que : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 2) Déduire que : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (On remarque que : $a - b = a + (-b)$)	**III. Identités remarquables :** **1- Carré d'une somme :** **Propriété** a et b sont des nombres rationnels. On a : $\boxed{(a + b)^2} = \boxed{a^2 + 2ab + b^2}$ **Exemples-1 :** $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$ $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$ $25x^2 + 20x + 4 = (5x + 2)^2$	**Exercice-3 :** 1) Développer puis simplifier les expressions suivantes : $A = (9x + 8)^2$ $B = (6 + 5x)^2$ 2) Factoriser : $\mathbf{C} = x^2 + 8x + 16$ D=$49x^2 + 42x + 9 +$ x$(7x + 3)$ 3) On considère $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$. a. Développer et réduire F. b. Factoriser F. c. Calculer F Pour $x = -\frac{2}{3}$.

Connaitre les identités remarquables	**Activité-4 :** a et b deux nombres réels Développer et réduire : $(a-b)(a+b)$	**2- Carré d'une différence :** **Propriété** a et b sont des nombres rationnels. On a : $\boxed{(a-b)^2} = \boxed{a^2-2ab+b^2}$ **Exemples-1 :** $(2x-3)^2 = (2x)^2 - 2\times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2\times 100 \times 1 + 1^2 = 1000 - 200 + 1 = 9801$ $16x^2 - 8x + 1 = (4x-1)^2$ **3- Carré d'une différence :** **Propriété** a et b sont des nombres rationnels. On a : $\boxed{(a+b)(a-b)} = \boxed{a^2-b^2}$ **Exemples-1 :** $(2x+3)(2x-3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$ $99\times 101 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$ $16x^2 - 9 = (4x+3)(4x-3)$ $\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right) = \sqrt{11}^2 - \sqrt{7}^2 = 11 - 7 = 4$	**Exercice-4 :** 1) Développer puis simplifier les expressions suivantes : $X = \left(\frac{x}{2}-2\right)^2 \quad Y = \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}\right)^2$ 2) Factoriser : $Z = 9x^2 - 24x + 16$ $W = 25x^2 + 9 - 30x$ **Exercice-5 :** 1) Développer $A(x) = (2x+1)(2x-1)$. 2) Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{5}$ 3) Factoriser $B(x) = 9x^2 - 16$ **Exercice-6 :** Calculer mentalement : $78\times 82 \quad ; \quad 592 - 61^2$

Activité-5 :

1) Calculer les puissances suivantes :

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$; $(-5)^4$; $\left(\frac{2}{3}\right)^1$

$(-54.7)^0$; 1^{12} ; 0^{12}

$(-1)^4$; $(-1)^7$; 1^4 ; -1^7

2) Calculer les puissances suivantes :

5^{-2}; 1^{-12}; 10^{-3}

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$; $(-5)^4$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

IV. Puissance dun nombre réel

Définition :

Soit a un nombre quelconque et m un entier naturel non nul. On note a^m le nombre défini par :

$$\boxed{a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m\ fois}}$$

- Le nombre a^m est le produit du nombre a par lui-même m fois.
- Le nombre a^m se lit "**a puissance m**" ou "**a exposant m**".
- Par convention on admet que $a^0 = 1$

Remarques :

- Le nombre $\mathbf{a^2}$ se lit aussi "**a au carré**" ; et le nombre $\mathbf{a^3}$ se lit aussi "**a au cube**".
- On a toujours $\mathbf{a^1 = a}$ (donc si un nombre est écrit sans puissance, on considère quil est à la puissance 1).
- a^{-n} est **linverse** de a^n

Exemples :

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2$.
- On a $3^7 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 facteurs}$.
- On a aussi $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{10}$ (le nombre de 5 qui se multiplient est 10).

MISE EN GARDE :

► Il ne faudra pas confondre le nombre $\mathbf{a^m}$ avec $\mathbf{a \times m}$

► Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; alors que $2 \times 3 = 6$ (On voit bien que les résultats sont différents)

Exercice-7 :

Calculer les puissances suivantes :

$a = (-4)^4$ $\quad b = \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$c = \left(-\sqrt{2}\right)^3$ $d = \left(\sqrt{2}\right)^4$

$e = \left(\frac{-4}{5}\right)^4$ $\quad f = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1}$

$j = (2^2 + 3^{-2})^{-1}$

$h = \left[((\frac{4}{\sqrt{5}})^{-1} \times (\frac{-1}{2})^2)^{-2}\right]$

Activité-6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt{2}\right)^3\times\left(\sqrt{2}\right)^5\times\left(\sqrt{2}\right)$

$B=\left(\sqrt{3}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{3}\right)^5$

$C=\left(\sqrt{3}\right)^2\times 5^2$

$D=\left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^3$

$E=\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\sqrt{3}\right)^3}$

V. Propriétés des puissances

Les puissances ont des propriétés spécifiques permettant des calculs rapides.

RÈGLE N°1 :(Produit De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{a^m\times a^p}_{\text{C'est le même nombre}}=\underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x=\frac{5^8}{5^6}$ et $y=\frac{3^{14}}{3^8}$ en donnant les résultats sous forme de puissances.

On applique directement la règle qui nous donne : $x=3^4\times 3^2=\underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les puissances}}=3^6$ et de même $y=7^3\times 7^2=7^{3+2}=7^5$

RÈGLE N°2 :(Quotient De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{\frac{a^m}{a^p}}_{\text{C'est le même nombre } a}=\underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x=3^4\times 3^2$ et $y=7^3\times 7^2$ en donnant les résultats sous forme de puissances.

La règle nous donne directement : $x=\frac{5^8}{5^6}=\underbrace{5^{8-6}}_{\text{On soustrait les puissances}}=5^2$

Et de même $y=\frac{3^{14}}{3^8}=3^{14-8}=3^6$

RÈGLE N°3 :(Puissance Dune Puissance)

$$\boxed{\underbrace{\left(a^m\right)^p}_{\text{On éléve une puissance à une autre puissance}}=\underbrace{a^{m\times p}}_{\text{On multiplie les puissances}}}$$

Exercice-8 :

Simplifier les expressions suivantes :

$\left(\sqrt{7}\right)^{-13}\times\left(\sqrt{7}\right)^{65}$

$\left(\sqrt{3}\right)^6\times\left(\sqrt{3}\right)^{-5}\times\left(\sqrt{3}\right)$

Exercice-9 :

Simplifier les expressions suivantes :

$a=(-4)^3\times(-4)^{12}$

$b=5^6\times(\sqrt{2})^6$

$c=\dfrac{(-\sqrt{2})^3}{(-\sqrt{2})^{-8}}$

$d=\left(\sqrt{2}^5\right)^{-2}$

$e=5^{-3}\times 3\times(5^2)^7\times 9^5$

$f=\dfrac{(-21)^3\times 5}{35^3\times 3}$

$j=\dfrac{\mathrm{a}^2\mathrm{b}(\mathrm{a}^{-1}\times\mathrm{b}^2)^{-3}}{\mathrm{a}(\mathrm{a}^2\times\mathrm{b})^5(\mathrm{b}^2)^{-1}}$

		Exemples : **Calculons les nombres $x=(2^3)^4$ et $y=(5^2)^3$ en donnant les résultats sous forme de puissances.** On applique directement la règle qui nous donne : $x=(2^3)^4=\underbrace{2^{3\times4}}_{\text{On multiplie les puissances}}=2^{12}$ et de même $y=(5^2)^3=5^{2\times3}=5^6$ **RÈGLE N°4 :(Puissance D'un Produit)** $\boxed{\underbrace{(a\times b)^m}_{\text{On éléve un produit à une puissance}}=\underbrace{a^m\times b^m}_{\text{On distribue les puissances}}}$ **Exemples :** **On peut écrire.** $6^4=\underbrace{(2\times3)^4}_{\text{car }6=2\times3}=\underbrace{2^4\times3^4}_{\text{En appliquant la règle}}$ **RÈGLE N°5 :(Puissance D'un Quotient)** $\boxed{\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)^m}_{\text{On élève un quotient à une puissance}}=\underbrace{\frac{a^m}{b^m}}_{\text{On distribue les puissances}}}$ **Exemples :** **On peut écrire.** $\left(\frac{2}{3}\right)^5=\underbrace{\frac{2^5}{3^5}}_{\text{En appliquant la règle}}$	**Exercice-10 :** 1- Déterminer lentier n tel que : $3^{2n+8}\times9^n=81$ 2-calculer mentalement : $a=4^{245}\times(3\sqrt{341,5})^0\times(0,25)^{245}$

	Activité-7 :	VI. Les puissances de 10 et écriture scientifique dun nombre décimal	Exercice-11 :
	1- Calculer les puissances suivantes : 10^5 ; 10^4 10^{-2} ; 10^{-3} 10^n ; 10^{-n} 2-Écrire les nombres suivants sous forme de $a \times 10^n$ tel que n est un entier naturel et a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$: $A = 200000$ $B = 25000000$ $C = 0.00003$ $D = 0.00043$	**1- Propriétés des puissances de 10 :** Les puissances de 10 possèdent des propriétés particulières que nous récapitulons dans le tableau ci-dessous. Soit m un entier naturel non nul **RÈGLE N°1 :(Écriture Décimale De 10^m)** $\boxed{10^m = 1\underbrace{000\cdots0}_{m \text{ zéros}}}$ **NOTE** : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^m. **Exemples :** $10^4 = 1\underbrace{0000}_{4 \text{ zéros}}$; $10^5 = 1\underbrace{00000}_{5 \text{ zéros}}$; $10^6 = 1\underbrace{000000}_{6 \text{ zéros}}$ **RÈGLE N°2 :(Écriture Décimale De 10^{-m})** $\boxed{10^{-m} = \frac{1}{10^m} = 0,\underbrace{000\cdots01}_{m \text{ chiffres}}}$ **(Il y a au total m zéros avant le 1)** **NOTE** : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^{-m}. **Exemples :** $10^{-1} = 0,\underbrace{1}_{1 \text{ chiffre}}$; $10^{-2} = 0,\underbrace{01}_{2 \text{ chiffres}}$; $10^{-4} = 0,\underbrace{0001}_{4 \text{ chiffres}}$; $10^{-6} = 0,\underbrace{000001}_{6 \text{ chiffres}}$ **RÈGLE N°3 :(Multiplication D'un Nombre Par 10^m)** Pour multiplier un **nombre décimal** par 10^m, il suffit de **décaler** sa virgule de m chiffres vers **la droite** et à la fin de **la partie décimale**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro. **Exemples :** $1,562 \times 10^2 = \underbrace{156,2}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à droite}}$ $0,00025 \times 10^6 = 250$; $12 \times 10^3 = 12000$	Donner lécriture décimale de chacun des nombres suivants : $x = 10^s$; $y = 10^{-4}$; $z = 0,038 \times 10^5$; $t = 5400 \times 10^{-3}$.

Observations sur la séance :

RÈGLE N°4 :(Multiplication D'un Nombre Par 10^{-m})

Pour multiplier un **nombre décimal** par 10^{-m}, il suffit de **décaler** sa virgule de m chiffres vers **la gauche** et en début de **la partie entière**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

Exemples :

$154,3\times10^{-2}=\underbrace{1,543}_{\text{2 chiffres à gauche}}$; $0,25\times10^{2}=25$; $15\times10^{-2}=0,00015$

1- Écriture scientifique dun nombre décimal

Un des objectifs de ce chapitre est de savoir mettre un nombre décimal positif en écriture scientifique.

THÉORÈME :

Tout nombre décimal positif x peut sécrire de façon unique sous la forme : $\boxed{x=a\times10^{m}}$. Où m est un entier et a un nombre décimal tel que $1\leq a<10$:

DÉFINITION :

L'écriture $\mathbf{x=a\times10^{m}}$ s'appelle **écriture scientifique** du nombre x.

Remarque Fondamentale :

L'écriture scientifique ne doit comporter qu'un seul chiffre non nul (c'est-à-dire pas zéro) avant la virgule. Donc il y a une seule position possible pour la virgule (après le premier chiffre différent de zéro en partant de la gauche).

☞ **Positionnement de la virgule**

■ **Pour mettre 0.0345 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 3;**

■ **Pour mettre 254 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 2.**

Exercice-12 :

Donner lécriture scientifique des expressions suivantes :

a = 2360000 ; b = 0,00023

$c=-659\times10^{5}$

$d=56\times10^{-5}\times0,3\times10^{7}$

$e=2,4\times10^{5}+1,5\times10^{4}$