# CH1 : Les Identités remarquables et puissances.

Prof : MOUSAID ABDELHAMID

**Lycée :** LYCEE MOUSAID TINGHIR

**Année Scolaire :** 2025-2026

**La classe :** 3APIC.

**Période :** 10 heures.

**Unité :** Le calcule numérique.

**Les pré-requis :** Les 4 opérations sur les nombres rationnels, Calcul littéral, Développer et factoriser et simplifier des expressions algébriques, Identités remarquables sur les rationnels, Théorème de Pythagore.

**Les outils utilisés :** Livre scolaire, Les ressources, les instructions pédagogiques.

| OBJECTIFS | ACTIVITÉS | CONTENU DE COURS | APPLICATIONS |
|---|---|---|---|
| Développe et factorise une expression littérale<br><br><br><br><br><br>Développe et factorise une expression littérale | **Activité-1 :**<br>1. Développé et réduis :<br>(i) $x(2x+1)$<br>(ii) $5x^2(x+7)$<br>(ii) $a(c+d)+b(c+d)$<br>2. Factoriser :<br>(i) $15b-15c$<br>(ii) $10a+5c$<br>(iii) $a(c+d)+b(c+d)$<br><br>**Activité-2 :**<br>ABCD est un rectangle<br>Calculer de 2 méthodes l'aire du rectangle ABCD et déduire que :<br>$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ | **I. Développement et Factorisation :**<br>**1- Définition :**<br>**Définition**<br>**Développer** un produit signifie le transformer en une **somme algébrique**<br>**Factoriser** une somme signifie le transformer en un **produit algébrique**.<br>**2- Propriétés :**<br>**Propriété-1**<br>$a$, $b$ et $k$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{\text{k(a + b) = ka + kb}}$ , $\boxed{\text{k(a - b) = ka - kb}}$<br>**Exemples-1 :**<br>Développement des expressions :<br>$3(5a+7)=3\times5a+3\times7=15a+21$<br>$2x(3x+2)=2x\times3x+2x\times2=6x^2+4x$<br>**Propriété-2**<br>$a$, $b$, $c$, $d$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{\text{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}}$<br>**Exemples-2 :**<br>Développement des expressions :<br>$(2x-1)(x-2)=2x\times x-2x\times2-1\times x-1\times(-2)=2x^2-4x-x+2=2x^2-5x+2$<br>. | **Exercice-1 :**<br>Développer puis simplifier les expressions suivantes :<br>$a=2(1-2x)+3(x-1)$<br>$b=(2x^2-6)(x^2+4)$<br>$c=7x(3x-5)+(3x-5)(x-1)$<br>$d=(8x^3-2x+1)(x+3)$<br>$e=(x+y+z)(x+y-z)$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Factoriser des expressions avec un facteur commun | | **II. Factorisation :**<br>**Définition**<br>**Factoriser** une somme signifie la transformer en **produit**.<br>**Règle**<br>$a$, $b$ et $k$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{ka + kb = k(a + b)}$ , $\boxed{ka - kb = k(a - b)}$<br>**Exemples-1 :**<br>Factorisation des expressions :<br>$4a^2+3a = 4\times a\times a+3\times a = a(4a+3)$<br>$(x+7)(5-4x)-2(5-4x) = (5-4x)\times(x+7-2) = (5-4x)(x+5)$<br>$(x+3)^2+(x+4)(x+3) = (x+3)(x+3+x+4) = (x+3)(2x+7)$<br>. | **Exercice-2 :**<br>Factoriser les expressions :<br>25x-15<br>5x-3<br>$(3x+1)^2-(3x+1)(2x+5)$<br>$7x(2x-9)-11(9-2x)$<br>$6x^2+12x+6$<br>$xy-x-y+1$ |
| Connaitre les identités remarquables | **Activité-3 :**<br>1) Calculer l'aire du carre $MNPQ$ de deux façons différentes et déduire que :<br>$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$<br>2) Déduire que :<br>$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$<br>(On remarque que :<br>$a-b = a+(-b)$) | **III. Identités remarquables :**<br>**1- Carré d'une somme :**<br>**Propriété**<br>$a$ et $b$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{(a+b)^2} = \boxed{a^2+2ab+b^2}$<br>**Exemples-1 :**<br>$(2x+3)^2 = (2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2 = 4x^2+12x+9$<br>$16x^2+8x+1 = (4x+1)^2$<br>$25x^2+20x+4 = (5x+2)^2$ | **Exercice-3 :**<br>1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :<br>$A = (9x+8)^2$<br>$B = (6+5x)^2$<br>2) Factoriser :<br>**C** $= x^2+8x+16$<br>D=$49x^2+42x+9+x(7x+3)$<br>3) On considère<br>$F = (2x+3)^2+(2x+3)(x-1)$.<br>a. Développer et réduire $F$.<br>b. Factoriser $F$.<br>c. Calculer $F$ Pour $x = -\frac{2}{3}$ . |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Connaitre les identités remarquables | **Activité-4 :**<br>$a$ et $b$ deux nombres réels<br>Développer et réduire :<br>$(a-b)(a+b)$ | **2- Carré d'une différence :**<br>**Propriété**<br>$a$ et $b$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{(a-b)^2} = \boxed{a^2-2ab+b^2}$<br>**Exemples-1 :**<br>$(2x-3)^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2=4x^2-12x+9$<br>$99^2=(100-1)^2=100^2-2\times 100\times 1+1^2=1000-200+1=9801$<br>$16x^2-8x+1=(4x-1)^2$<br>**3- Carré d'une différence :**<br>**Propriété**<br>$a$ et $b$ sont des nombres rationnels. On a :<br>$\boxed{(a+b)(a-b)} = \boxed{a^2-b^2}$<br>**Exemples-1 :**<br>$(2x+3)(2x-3)=(2x)^2-3^2=4x^2-9$<br>$99\times 101=(100+1)(100-1)=100^2-1^2=10000-1=9999$<br>$16x^2-9=(4x+3)(4x-3)$<br>$\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right)=\sqrt{11}^2-\sqrt{7}^2=11-7=4$ | **Exercice-4 :**<br>1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :<br>$X=\left(\frac{x}{2}-2\right)^2 \quad Y=\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{5}\right)^2$<br>2) Factoriser :<br>$Z=9x^2-24x+16$<br>$W=25x^2+9-30x$<br>**Exercice-5 :**<br>1) Développer<br>$A(x)=(2x+1)(2x-1)$.<br>2) Calculer $A(x)$ pour $x=\sqrt{5}$<br>3) Factoriser $B(x)=9x^2-16$<br>**Exercice-6 :**<br>Calculer mentalement :<br>$78\times 82 \quad ; \quad 592-61^2$ |

**Activité-5 :**

1) Calculer les puissances suivantes :

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$ ; $(-5)^4$ ; $\left(\frac{2}{3}\right)^1$

$(-54.7)^0$ ; $1^{12}$ ; $0^{12}$

$(-1)^4$ ; $(-1)^7$ ; $1^4$ ; $-1^7$

2) Calculer les puissances suivantes :

$5^{-2}$ ; $1^{-12}$ ; $10^{-3}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ ; $(-5)^4$ ; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

## IV. Puissance dun nombre réel

**Définition :**

Soit $a$ un nombre quelconque et $m$ un entier naturel non nul. On note $a^m$ le nombre défini par :

$$\boxed{a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m\ fois}}$$

- Le nombre $a^m$ est le produit du nombre $a$ par lui-même $m$ fois.
- Le nombre $a^m$ se lit "**a puissance m**" ou "**a exposant m**".
- Par convention on admet que $a^0 = 1$

**Remarques :**

- Le nombre $\mathbf{a^2}$ se lit aussi "**a au carré**" ; et le nombre $\mathbf{a^3}$ se lit aussi "**a au cube**".
- On a toujours $\mathbf{a^1 = a}$ (donc si un nombre est écrit sans puissance, on considère quil est à la puissance 1).
- $a^{-n}$ est **linverse** de $a^n$

**Exemples :**

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2$.
- On a $3^7 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 facteurs}$.
- On a aussi $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{10}$ (le nombre de 5 qui se multiplient est 10).

**MISE EN GARDE :**

► Il ne faudra pas confondre le nombre $\mathbf{a^m}$ avec $\mathbf{a \times m}$

► Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ ; alors que $2 \times 3 = 6$ (On voit bien que les résultats sont différents)

**Exercice-7 :**

Calculer les puissances suivantes :

$a = (-4)^4$ $\quad b = \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$c = \left(-\sqrt{2}\right)^3$ $\quad d = \left(\sqrt{2}\right)^4$

$e = \left(\frac{-4}{5}\right)^4$ $\quad f = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1}$

$j = (2^2 + 3^{-2})^{-1}$

$h = \left[\left(\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^{-1} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2\right)^{-2}\right]$

**Activité-6 :**

Simplifier les expressions suivantes :

$A=\left(\sqrt{2}\right)^3\times\left(\sqrt{2}\right)^5\times\left(\sqrt{2}\right)$

$B=\left(\sqrt{3}\right)^{-3}\times\left(\sqrt{3}\right)^5$

$C=\left(\sqrt{3}\right)^2\times 5^2$

$D=\left(\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^3$

$E=\dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^5}{\left(\sqrt{3}\right)^3}$

## V. Propriétés des puissances

Les puissances ont des propriétés spécifiques permettant des calculs rapides.

### RÈGLE N°1 :(Produit De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{a^m\times a^p}_{\text{C'est le même nombre}}=\underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}}$$

### Exemples :

**Calculons les nombres $x=\frac{5^8}{5^6}$ et $y=\frac{3^{14}}{3^8}$ en donnant les résultats sous forme de puissances.**

On applique directement la règle qui nous donne : $x=3^4\times 3^2=\underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les puissances}}=3^6$ et de même $y=7^3\times 7^2=7^{3+2}=7^5$

### RÈGLE N°2 :(Quotient De Deux Puissances)

$$\boxed{\underbrace{\frac{a^m}{a^p}}_{\text{C'est le même nombre } a}=\underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}}$$

### Exemples :

**Calculons les nombres $x=3^4\times 3^2$ et $y=7^3\times 7^2$ en donnant les résultats sous forme de puissances.**

La règle nous donne directement : $x=\frac{5^8}{5^6}=\underbrace{5^{8-6}}_{\text{On soustrait les puissances}}=5^2$

Et de même $y=\frac{3^{14}}{3^8}=3^{14-8}=3^6$

### RÈGLE N°3 :(Puissance Dune Puissance)

$$\boxed{\underbrace{(a^m)^p}_{\text{On éléve une puissance à une autre puissance}}=\underbrace{a^{m\times p}}_{\text{On multiplie les puissances}}}$$

**Exercice-8 :**

Simplifier les expressions suivantes :

$\left(\sqrt{7}\right)^{-13}\times\left(\sqrt{7}\right)^{65}$

$\left(\sqrt{3}\right)^6\times\left(\sqrt{3}\right)^{-5}\times\left(\sqrt{3}\right)$

**Exercice-9 :**

Simplifier les expressions suivantes :

$a=(-4)^3\times(-4)^{12}$

$b=5^6\times(\sqrt{2})^6$

$c=\dfrac{(-\sqrt{2})^3}{(-\sqrt{2})^{-8}}$

$d=\left(\sqrt{2}^5\right)^{-2}$

$e=5^{-3}\times 3\times(5^2)^7\times 9^5$

$f=\dfrac{(-21)^3\times 5}{35^3\times 3}$

$j=\dfrac{\mathrm{a}^2\mathrm{b}(\mathrm{a}^{-1}\times\mathrm{b}^2)^{-3}}{\mathrm{a}(\mathrm{a}^2\times\mathrm{b})^5(\mathrm{b}^2)^{-1}}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | **Exemples :**<br><br>**Calculons les nombres $x=(2^3)^4$ et $y=(5^2)^3$ en donnant les résultats sous forme de puissances.**<br>On applique directement la règle qui nous donne : $x=(2^3)^4=\underbrace{2^{3\times4}}_{\textit{On multiplie les puissances}}=2^{12}$ et de même $y=(5^2)^3=5^{2\times3}=5^6$<br><br>**RÈGLE N°4 :(Puissance D'un Produit)**<br><br>$\boxed{\underbrace{(a\times b)^m}_{\text{On éléve un produit à une puissance}}=\underbrace{a^m\times b^m}_{\text{On distribue les puissances}}}$<br><br>**Exemples :**<br><br>**On peut écrire.**<br>$6^4=\underbrace{(2\times3)^4}_{\text{car }6=2\times3}=\underbrace{2^4\times3^4}_{\text{En appliquant la règle}}$<br><br>**RÈGLE N°5 :(Puissance D'un Quotient)**<br><br>$\boxed{\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)^m}_{\text{On élève un quotient à une puissance}}=\underbrace{\frac{a^m}{b^m}}_{\text{On distribue les puissances}}}$<br><br>**Exemples :**<br><br>**On peut écrire.**<br>$\left(\frac{2}{3}\right)^5=\underbrace{\frac{2^5}{3^5}}_{\text{En appliquant la règle}}$ | **Exercice-10 :**<br>1- Déterminer lentier $n$ tel que :<br>$3^{2n+8}\times9^n=81$<br>2-calculer mentalement :<br>$a=4^{245}\times(3\sqrt{341,5})^0\times(0,25)^{245}$ |

**Activité-7 :**

1- Calculer les puissances suivantes :

$10^5$ ; $10^4$

$10^{-2}$ ; $10^{-3}$

$10^n$ ; $10^{-n}$

2-Écrire les nombres suivants sous forme de $a \times 10^n$ tel que $n$ est un entier naturel et $a$ est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ :

$A = 200000$

$B = 25000000$

$C = 0.00003$

$D = 0.00043$

## VI. Les puissances de 10 et écriture scientifique dun nombre décimal

### 1- Propriétés des puissances de 10 :

Les puissances de 10 possèdent des propriétés particulières que nous récapitulons dans le tableau ci-dessous. Soit $m$ un entier naturel non nul

**RÈGLE N°1 :(Écriture Décimale De $10^m$)**

$$\boxed{10^m = 1\underbrace{000\cdots0}_{m\text{ zéros}}}$$

**NOTE** : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre $10^m$.

**Exemples :**

$10^4 = 1\underbrace{0000}_{4\text{ zéros}}$ ; $10^5 = 1\underbrace{00000}_{5\text{ zéros}}$ ; $10^6 = 1\underbrace{000000}_{6\text{ zéros}}$

**RÈGLE N°2 :(Écriture Décimale De $10^{-m}$)**

$\boxed{10^{-m} = \frac{1}{10^m} = 0,\underbrace{000\cdots01}_{m\text{ chiffres}}}$ **(Il y a au total m zéros avant le 1)**

**NOTE** : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre $10^{-m}$.

**Exemples :**

$10^{-1} = 0,\underbrace{1}_{1\text{ chiffre}}$ ; $10^{-2} = 0,\underbrace{01}_{2\text{ chiffres}}$ ; $10^{-4} = 0,\underbrace{0001}_{4\text{ chiffres}}$ ; $10^{-6} = 0,\underbrace{000001}_{6\text{ chiffres}}$

**RÈGLE N°3 :(Multiplication D'un Nombre Par $10^m$)**

Pour multiplier un **nombre décimal** par $10^m$, il suffit de **décaler** sa virgule de $m$ chiffres vers **la droite** et à la fin de **la partie décimale**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

**Exemples :**

$1,562 \times 10^2 = \underbrace{156,2}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à droite}}$

$0,00025 \times 10^6 = 250$ ; $12 \times 10^3 = 12000$

**Exercice-11 :**

Donner lécriture décimale de chacun des nombres suivants :

$x = 10^s$;

$y = 10^{-4}$;

$z = 0,038 \times 10^5$;

$t = 5400 \times 10^{-3}$.

**Observations sur la séance :**

**RÈGLE N°4 :(Multiplication D'un Nombre Par $10^{-m}$)**

Pour multiplier un **nombre décimal** par $10^{-m}$, il suffit de **décaler** sa virgule de $m$ chiffres vers **la gauche** et en début de **la partie entière**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

**Exemples :**

$154,3\times10^{-2}=\underbrace{1,543}_{\text{2 chiffres à gauche}}$ ; $0,25\times10^{2}=25$ ; $15\times10^{-2}=0,00015$

## 1- Écriture scientifique dun nombre décimal

Un des objectifs de ce chapitre est de savoir mettre un nombre décimal positif en écriture scientifique.

**THÉORÈME :**

Tout nombre décimal positif $x$ peut sécrire de façon unique sous la forme : $\boxed{x=a\times10^{m}}$. Où $m$ est un entier et $a$ un nombre décimal tel que $1\leq a<10$ :

**DÉFINITION :**

L'écriture $\mathbf{x=a\times10^{m}}$ s'appelle **écriture scientifique** du nombre x.

**Remarque Fondamentale :**

L'écriture scientifique ne doit comporter qu'un seul chiffre non nul (c'est-à-dire pas zéro) avant la virgule. Donc il y a une seule position possible pour la virgule (après le premier chiffre différent de zéro en partant de la gauche).

☞ **Positionnement de la virgule**

■ **Pour mettre 0.0345 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 3;**

■ **Pour mettre 254 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 2.**

**Exercice-12 :**

Donner lécriture scientifique des expressions suivantes :

a = 2360000 ; b = 0,00023

$c=-659\times10^{5}$

$d=56\times10^{-5}\times0,3\times10^{7}$

$e=2,4\times10^{5}+1,5\times10^{4}$