

Lycée : LYCEE MOUSAID TINGHIR

Année Scolaire : 2025-2026

Période : 10 heures.

La classe : 3APIC.

Unité : Le calcule numérique.

Les pré-requis : Les 4 opérations sur les nombres rationnels, Calcul littéral, Développer et factoriser et simplifier des expressions algébriques, Identités remarquables sur les rationnels, Théorème de Pythagore.

Les outils utilisés : Livre scolaire, Les ressources, les instructions pédagogiques.

| OBJECTIFS | ACTIVITÉS | CONTENU DE COURS | APPLICATIONS |
|---|---|---|--|
| <p>Développe et factorise une expression littérale</p> <p>Développe et factorise une expression littérale</p> | <p>Activité-1 :</p> <ol style="list-style-type: none"> Développé et réduis : <ol style="list-style-type: none"> $x(2x + 1)$ $5x^2(x + 7)$ $a(c + d) + b(c + d)$ Factoriser : <ol style="list-style-type: none"> $15b - 15c$ $10a + 5c$ $a(c + d) + b(c + d)$ <p>Activité-2 :</p> <p>ABCD est un rectangle Calculer de 2 méthodes l'aire du rectangle ABCD et déduire que :</p> $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ | <p>I. Développement et Factorisation :</p> <p>1- Définition :</p> <p>Définition</p> <p>Développer un produit signifie le transformer en une somme algébrique Factoriser une somme signifie le transformer en un produit algébrique.</p> <p>2- Propriétés :</p> <p>Propriété-1</p> <p>a, b et k sont des nombres rationnels. On a :</p> $k(a + b) = ka + kb \quad , \quad k(a - b) = ka - kb$ <p>Exemples-1 :</p> <p>Développement des expressions :</p> $3(5a + 7) = 3 \times 5a + 3 \times 7 = 15a + 21$ $2x(3x + 2) = 2x \times 3x + 2x \times 2 = 6x^2 + 4x$ <p>Propriété-2</p> <p>a, b, c, d sont des nombres rationnels. On a :</p> $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ <p>Exemples-2 :</p> <p>Développement des expressions :</p> $(2x - 1)(x - 2) = 2x \times x - 2x \times 2 - 1 \times x - 1 \times (-2) = 2x^2 - 4x - x + 2 = 2x^2 - 5x + 2$ | <p>Exercice-1 :</p> <p>Développer puis simplifier les expressions suivantes :</p> $a = 2(1 - 2x) + 3(x - 1)$ $b = (2x^2 - 6)(x^2 + 4)$ $c = 7x(3x - 5) + (3x - 5)(x - 1)$ $d = (8x^3 - 2x + 1)(x + 3)$ $e = (x + y + z)(x + y - z)$ |

| | | | |
|--|--|--|--|
| <p>Factoriser des expressions avec un facteur commun</p> | | <p>II. Factorisation :</p> <p>Définition</p> <p>Factoriser une somme signifie la transformer en produit.</p> <p>Règle</p> <p>a, b et k sont des nombres rationnels. On a :</p> <div> $ka + kb = k(a + b)$, $ka - kb = k(a - b)$ </div> <p>Exemples-1 :</p> <p>Factorisation des expressions :</p> $4a^2 + 3a = 4 \times a \times a + 3 \times a = a(4a + 3)$ $(x + 7)(5 - 4x) - 2(5 - 4x) = (5 - 4x) \times (x + 7 - 2) = (5 - 4x)(x + 5)$ $(x + 3)^2 + (x + 4)(x + 3) = (x + 3)(x + 3 + x + 4) = (x + 3)(2x + 7)$ | <p>Exercice-2 :</p> <p>Factoriser les expressions :</p> $25x - 15$ $5x - 3$ $(3x + 1)^2 - (3x + 1)(2x + 5)$ $7x(2x - 9) - 11(9 - 2x)$ $6x^2 + 12x + 6$ $xy - x - y + 1$ |
| <p>Connaitre les identités remarquables</p> | <p>Activité-3 :</p> <p>1) Calculer l'aire du carré $MNPQ$ de deux façons différentes et déduire que :</p> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ <p>2) Déduire que :</p> $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ <p>(On remarque que :</p> $a - b = a + (-b)$ | <p>III. Identités remarquables :</p> <p>1- Carré d'une somme :</p> <p>Propriété</p> <p>a et b sont des nombres rationnels. On a :</p> <div> $(a + b)^2$ = $a^2 + 2ab + b^2$ </div> <p>Exemples-1 :</p> $(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$ $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$ $25x^2 + 20x + 4 = (5x + 2)^2$ | <p>Exercice-3 :</p> <p>1) Développer puis simplifier les expressions suivantes :</p> $A = (9x + 8)^2$ $B = (6 + 5x)^2$ <p>2) Factoriser :</p> $C = x^2 + 8x + 16$ $D = 49x^2 + 42x + 9 + x(7x + 3)$ <p>3) On considère</p> $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$. <p>a. Développer et réduire F.</p> <p>b. Factoriser F.</p> <p>c. Calculer F Pour $x = -\frac{2}{3}$.</p> |

Connaitre les
identités
remarquables

Activité-4 :

a et b deux nombres réels
Développer et réduire :
 $(a - b)(a + b)$

2- Carré d'une différence :

Propriété

a et b sont des nombres rationnels. On a :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemples-1 :

$$(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

$$16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$$

3- Carré d'une différence :

Propriété

a et b sont des nombres rationnels. On a :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples-1 :

$$(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

$$99 \times 101 = (100 + 1)(100 - 1) = 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999$$

$$16x^2 - 9 = (4x + 3)(4x - 3)$$

$$(\sqrt{11} + \sqrt{7})(\sqrt{11} - \sqrt{7}) = \sqrt{11}^2 - \sqrt{7}^2 = 11 - 7 = 4$$

Exercice-4 :

1) Développer puis simplifier
les expressions suivantes :

$$X = \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 \quad Y = \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}\right)^2$$

2) Factoriser :

$$Z = 9x^2 - 24x + 16$$

$$W = 25x^2 + 9 - 30x$$

Exercice-5 :

1) Développer

$$A(x) = (2x + 1)(2x - 1).$$

2) Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{5}$

3) Factoriser $B(x) = 9x^2 - 16$

Exercice-6 :

Calculer mentalement :

$$78 \times 82 \quad ; \quad 592 - 61^2$$

Activité-5 :

1) Calculer les puissances suivantes :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 ; (-5)^4 ; \left(\frac{2}{3}\right)^1$$

$$(-54.7)^0 ; 1^{12} ; 0^{12}$$

$$(-1)^4 ; (-1)^7 ; 1^4 ; -1^7$$

2) Calculer les puissances suivantes :

$$5^{-2} ; 1^{-12} ; 10^{-3}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} ; (-5)^4 ; \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

IV. Puissance d'un nombre réel**Définition :**

Soit a un nombre quelconque et m un entier naturel non nul. On note a^m le nombre défini par :

$$a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ fois}}$$

- ▶ Le nombre a^m est le produit du nombre a par lui-même m fois.
- ▶ Le nombre a^m se lit "**a puissance m**" ou "**a exposant m**".
- ▶ Par convention on admet que $a^0 = 1$

Remarques :

- ▶ Le nombre a^2 se lit aussi "**a au carré**"; et le nombre a^3 se lit aussi "**a au cube**".
- ▶ On a toujours $a^1 = a$ (donc si un nombre est écrit sans puissance, on considère qu'il est à la puissance 1).
- ▶ a^{-n} est **l'inverse** de a^n

Exemples :

- ▶ $2^3 = 2 \times 2 \times 2$.
- ▶ On a $3^7 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{7 \text{ facteurs}}$.
- ▶ On a aussi $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^{10}$ (le nombre de 5 qui se multiplient est 10).

MISE EN GARDE :

- ▶ Il ne faudra pas confondre le nombre a^m avec $a \times m$
- ▶ Par exemple $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; alors que $2 \times 3 = 6$ (On voit bien que les résultats sont différents)

Exercice-7 :

Calculer les puissances suivantes :

$$a = (-4)^4 \quad b = (3\sqrt{2})^2$$

$$c = (-\sqrt{2})^3 \quad d = (\sqrt{2})^4$$

$$e = \left(\frac{-4}{5}\right)^4 \quad f = \left(\frac{-4}{5}\right)^{-1}$$

$$j = (2^2 + 3^{-2})^{-1}$$

$$h = \left[\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^{-1} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 \right]^{-2}$$

Activité-6 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{2})$$

$$B = (\sqrt{3})^{-3} \times (\sqrt{3})^5$$

$$C = (\sqrt{3})^2 \times 5^2$$

$$D = \left((\sqrt{3})^2 \right)^3$$

$$E = \frac{(\sqrt{3})^5}{(\sqrt{3})^3}$$

V. Propriétés des puissances

Les puissances ont des propriétés spécifiques permettant des calculs rapides.

RÈGLE N°1 : (Produit De Deux Puissances)

$$\underbrace{a^m \times a^p}_{\text{C'est le même nombre}} = \underbrace{a^{m+p}}_{\text{On additionne les puissances}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x = \frac{5^8}{5^6}$ et $y = \frac{3^{14}}{3^8}$ en donnant les résultats sous forme de puissances.

On applique directement la règle qui nous donne : $x = 3^4 \times 3^2 = \underbrace{3^{4+2}}_{\text{On additionne les puissances}} = 3^6$ et de même $y = 7^3 \times 7^2 = 7^{3+2} = 7^5$

RÈGLE N°2 : (Quotient De Deux Puissances)

$$\underbrace{\frac{a^m}{a^p}}_{\text{C'est le même nombre } a} = \underbrace{a^{m-p}}_{\text{On soustrait les puissances}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x = 3^4 \times 3^2$ et $y = 7^3 \times 7^2$ en donnant les résultats sous forme de puissances.

La règle nous donne directement : $x = \frac{5^8}{5^6} = \underbrace{\frac{5^8}{5^6}}_{\text{On soustrait les puissances}} = 5^2$

Et de même $y = \frac{3^{14}}{3^8} = 3^{14-8} = 3^6$

RÈGLE N°3 : (Puissance D'une Puissance)

$$\underbrace{(a^m)^p}_{\text{On élève une puissance à une autre puissance}} = \underbrace{a^{m \times p}}_{\text{On multiplie les puissances}}$$

Exercice-8 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$(\sqrt{7})^{-13} \times (\sqrt{7})^{65}$$

$$(\sqrt{3})^6 \times (\sqrt{3})^{-5} \times (\sqrt{3})$$

Exercice-9 :

Simplifier les expressions suivantes :

$$a = (-4)^3 \times (-4)^{12}$$

$$b = 5^6 \times (\sqrt{2})^6$$

$$c = \frac{(-\sqrt{2})^3}{(-\sqrt{2})^{-8}}$$

$$d = (\sqrt{2}^5)^{-2}$$

$$e = 5^{-3} \times 3 \times (5^2)^7 \times 9^5$$

$$f = \frac{(-21)^3 \times 5}{35^3 \times 3}$$

$$j = \frac{a^2 b (a^{-1} \times b^2)^{-3}}{a(a^2 \times b)^5 (b^2)^{-1}}$$

Exemples :

Calculons les nombres $x = (2^3)^4$ et $y = (5^2)^3$ en donnant les résultats sous forme de puissances.

On applique directement la règle qui nous donne : $x = (2^3)^4 = \underbrace{2^{3 \times 4}}_{\text{On multiplie les puissances}} = 2^{12}$ et de même $y = (5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$

RÈGLE N°4 : (Puissance D'un Produit)

$$\underbrace{(a \times b)^m}_{\text{On élève un produit à une puissance}} = \underbrace{a^m \times b^m}_{\text{On distribue les puissances}}$$

Exemples :

On peut écrire.

$$6^4 = \underbrace{(2 \times 3)^4}_{\text{car } 6=2 \times 3} = \underbrace{2^4 \times 3^4}_{\text{En appliquant la règle}}$$

RÈGLE N°5 : (Puissance D'un Quotient)

$$\underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)^m}_{\text{On élève un quotient à une puissance}} = \underbrace{\frac{a^m}{b^m}}_{\text{On distribue les puissances}}$$

Exemples :

On peut écrire.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \underbrace{\frac{2^5}{3^5}}_{\text{En appliquant la règle}}$$

Exercice-10 :

1- Déterminer l'entier n tel que :

$$3^{2n+8} \times 9^n = 81$$

2-calculer mentalement :

$$a = 4^{245} \times (3\sqrt{341,5})^0 \times (0,25)^{245}$$

Activité-7 :

1- Calculer les puissances suivantes :

$$10^5 ; 10^4$$

$$10^{-2} ; 10^{-3}$$

$$10^n ; 10^{-n}$$

2-Écrire les nombres suivants sous forme de $a \times 10^n$ tel que n est un entier naturel et a est un nombre décimal tel que

$$1 \leq a < 10 :$$

$$A = 200000$$

$$B = 25000000$$

$$C = 0.00003$$

$$D = 0.00043$$

VI. Les puissances de 10 et écriture scientifique d'un nombre décimal**1- Propriétés des puissances de 10 :**

Les puissances de 10 possèdent des propriétés particulières que nous récapitulons dans le tableau ci-dessous. Soit m un entier naturel non nul

RÈGLE N°1 : (Écriture Décimale De 10^m)

$$10^m = \underbrace{1\,000\cdots 0}_{m \text{ zéros}}$$

NOTE : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^m .

Exemples :

$$10^4 = 1 \underbrace{0000}_{4 \text{ zéros}} ; 10^5 = 1 \underbrace{00000}_{5 \text{ zéros}} ; 10^6 = 1 \underbrace{000000}_{6 \text{ zéros}}$$

RÈGLE N°2 : (Écriture Décimale De 10^{-m})

$$10^{-m} = \frac{1}{10^m} = 0,\underbrace{000\cdots 01}_{m \text{ chiffres}}$$

(Il y a **au total** m zéros avant le 1)

NOTE : Cette règle permet de calculer instantanément le nombre 10^{-m} .

Exemples :

$$10^{-1} = 0, \underbrace{1}_{1 \text{ chiffre}} ; 10^{-2} = 0, \underbrace{01}_{2 \text{ chiffres}} ; 10^{-4} = 0, \underbrace{0001}_{4 \text{ chiffres}} ; 10^{-6} = 0, \underbrace{000001}_{6 \text{ chiffres}}$$

RÈGLE N°3 : (Multiplication D'un Nombre Par 10^m)

Pour multiplier un **nombre décimal** par 10^m , il suffit de **décaler** sa virgule de m chiffres vers **la droite** et à la fin de **la partie décimale**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

Exemples :

$$1,562 \times 10^2 = \underbrace{156,2}_{\text{On a décalé la virgule de 2 chiffres à droite}}$$

$$0,00025 \times 10^6 = 250 ; 12 \times 10^3 = 12000$$

Exercice-11 :

Donner l'écriture décimale de chacun des nombres suivants :

$$x = 10^5;$$

$$y = 10^{-4};$$

$$z = 0,038 \times 10^5;$$

$$t = 5400 \times 10^{-3}.$$

Observations sur la séance :

RÈGLE N°4 : (Multiplication D'un Nombre Par 10^{-m})

Pour multiplier un **nombre décimal** par 10^{-m} , il suffit de **décaler** sa virgule de m chiffres vers **la gauche** et en début de **la partie entière**, chaque décalage se traduit par l'ajout d'un zéro.

Exemples :

$$154,3 \times 10^{-2} = \underbrace{1,543}_{\text{2 chiffres à gauche}} ; 0,25 \times 10^2 = 25 ; 15 \times 10^{-2} = 0,00015$$

1- Écriture scientifique dun nombre décimal

Un des objectifs de ce chapitre est de savoir mettre un nombre décimal positif en écriture scientifique.

THÉORÈME :

Tout nombre décimal positif x peut s'écrire de façon unique sous la forme :

$$x = a \times 10^m \quad . \text{ Où } m \text{ est un entier et } a \text{ un nombre décimal tel que } 1 \leq a < 10 :$$

DÉFINITION :

L'écriture $x = a \times 10^m$ s'appelle **écriture scientifique** du nombre x .

Remarque Fondamentale :

L'écriture scientifique ne doit comporter qu'un seul chiffre non nul (c'est-à-dire pas zéro) avant la virgule. Donc il y a une seule position possible pour la virgule (après le premier chiffre différent de zéro en partant de la gauche).

📍 Positionnement de la virgule

■ Pour mettre 0.0345 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 3 ;

■ Pour mettre 254 en écriture scientifique, on doit positionner la virgule juste après le 2.

Exercice-12 :

Donner l'écriture scientifique des expressions suivantes :

$$a = 2360000 ; b = 0,00023$$

$$c = -659 \times 10^5$$

$$d = 56 \times 10^{-5} \times 0,3 \times 10^7$$

$$e = 2,4 \times 10^5 + 1,5 \times 10^4$$