



**Correction TD1 Thermodynamique**  
**DUT : Agro-Industrie**  
**Année Universitaire 2019/2020**

**Exercice 1 :**

1) L'expression de la différentielle de  $V$  est la suivante :

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (1)$$

2) On a les coefficients  $\alpha$  et  $\chi_T$  d'un gaz réel :

$$\alpha = \frac{A}{AT + BP} \quad (2)$$

Et

$$\chi_T = \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \quad (3)$$

Avec  $A$  et  $B$  sont des constantes propres au gaz considéré.

a) Pour que  $dV$  soit une différentielle totale exacte, il faut que l'égalité suivante soit vérifiée

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right)_P \quad (4)$$

Donc pour vérifier cette égalité, on va calculer chaque terme à part.

D'abord, d'après l'expression générale de  $\alpha$  on a

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = V\alpha \quad (5)$$

Et si remplace  $\alpha$  par son expression de l'équation 2 on obtient :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = V \frac{A}{AT + BP} \quad (6)$$

Pour calculer le premier terme de notre égalité (équation 4), on doit dériver par rapport à  $P$  cette dernière expression de la dérivée de  $V$  par rapport  $T$ :

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( V \frac{A}{AT + BP} \right) \right)_T \quad (7)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \left( \frac{A}{AT + BP} \right) + V \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{A}{AT + BP} \right) \right)_T \quad (8)$$

Pour ce dernier passage nous avons utilisé la règle de dérivée d'un produit  $[(f \cdot g)' = f' \cdot g + fg']$ . D'après l'expression générale de  $\chi_T$  on a :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -V\chi_T \quad (9)$$

Et le calcul du terme suivant donne :

$$\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{A}{AT + BP} \right) = -\frac{AB}{(AT + BP)^2} \quad (10)$$

Pour ce calcul nous avons utilisé la règle suivante :  $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

Donc l'équation (8) devient :

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = -V\chi_T \left( \frac{A}{AT + BP} \right) - V \frac{AB}{(AT + BP)^2}_T \quad (11)$$

Et en utilisant l'expression de  $\alpha$  (l'équation 2), on obtient :

$$\boxed{\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = -V\chi_T \alpha - V \frac{AB}{(AT + BP)^2}_T} \quad (12)$$

Maintenant on passe au calcul du terme qui est à droite de l'égalité de l'équation (4) :

D'abord, d'après l'expression générale de  $\chi_T$  on a :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -V\chi_T \quad (13)$$

Et si on remplace  $\chi_T$  par son expression de l'équation 3 on obtient :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -V \left( \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \right) \quad (14)$$

Ce qui donne :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{P} + \frac{VB}{AT + BP} \quad (15)$$

Pour calculer le second terme de notre égalité (équation 4), on doit dériver par rapport à  $T$  cette dernière expression de la dérivée de  $V$  par rapport  $P$  :

$$\left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left( -\frac{V}{P} + \frac{VB}{AT + BP} \right)_P \quad (16)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = -\frac{1}{P} \frac{\partial V}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{VB}{AT + BP} \right) \quad (17)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = -\frac{1}{P} \frac{\partial V}{\partial T} + \frac{\partial V}{\partial T} \left( \frac{B}{AT + BP} \right) - V \frac{AB}{(AT + BP)^2} \quad (18)$$

Pour ce dernier passage nous avons utilisé la règle de dérivée d'un produit  $[(f \cdot g)' = f' \cdot g + fg']$ .

Si on factorise dans cette dernière expression par  $-\frac{\partial V}{\partial T}$  on obtient :

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = -\frac{\partial V}{\partial T} \left( \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \right) - V \frac{AB}{(AT + BP)^2} \quad (19)$$

Et en utilisant l'expression de  $\chi_T$  (l'équation 3), on obtient :

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = -\frac{\partial V}{\partial T} \chi_T - V \frac{AB}{(AT + BP)^2} \quad (20)$$

Et on sait aussi que

$$\frac{\partial V}{\partial T} = V\alpha$$

Alors

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right) = -V\alpha\chi_T - V \frac{AB}{(AT + BP)^2} \quad (21)$$

Donc les deux termes de l'égalité (4) donnent la même chose d'où la vérification.

**b)** Pour déterminer est l'équation d'état à laquelle obéit ce gaz, on doit intégrer la différentielle de  $V$ , c'est-à-dire  $dV$ .

On a l'expression de  $dV$  :

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (22)$$

Et puisque :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = V\alpha = V \frac{A}{AT + BP} \quad (23)$$

et

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -V\chi_T = -V \left( \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \right) \quad (24)$$

Donc l'expression de  $dV$  devient :

$$dV = V \frac{A}{AT + BP} dT - V \left( \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \right) dP \quad (25)$$

Pour  $P = C^{te} \Rightarrow dP = 0$  donc

$$dV = V \frac{A}{AT + BP} dT \quad (26)$$

En regroupant les mêmes variables du même côté, on obtient

$$\frac{dV}{V} = \frac{A}{AT + BP} dT \quad (27)$$

Appliquons l'intégrale à cette expression :

$$\int \frac{dV}{V} = \int \frac{A}{AT + BP} dT \quad (28)$$

On obtient :

$$\ln(V) = \ln(AT + BP) + G(P) \quad (29)$$

$G(P)$  est une fonction uniquement de  $P$  qu'on doit la déterminer.

Si maintenant  $T = C^{te} \Rightarrow dT = 0$ , dérivons cette dernière expression (équation 29) par rapport à  $P$  :

$$\frac{\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)}{V} = \frac{\partial (AT + BP)}{\partial P} + \frac{dG(P)}{dP} \quad (30)$$

Pour ce dernier calcul, nous avons utilisé la règle suivant de dérivée :  $[(\ln(u))' = \frac{u'}{u}]$

L'équation (30) donne :

$$\frac{\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)}{V} = \frac{B}{AT + BP} + \frac{dG(P)}{dP} \quad (30)$$

Et d'après les données (équation 24), on a

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -V\chi_T = -V \left( \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP} \right) \quad (24)$$

Ce qui implique :

$$\frac{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)}{V} = -\chi_T = -\frac{1}{P} + \frac{B}{AT + BP} \quad (31)$$

La comparaison de l'équation (30) et (31) donne

$$\frac{B}{AT + BP} + \frac{dG(P)}{dP} = -\frac{1}{P} + \frac{B}{AT + BP} \quad (32)$$

$$\Rightarrow \frac{dG(P)}{dP} = -\frac{1}{P} \quad (33)$$

$$\Rightarrow dG(P) = -\frac{1}{P} dP \quad (34)$$

Appliquons l'intégrale à cette expression

$$\int dG(P) = \int -\frac{1}{P} dP \quad (35)$$

$$\Rightarrow G(P) = -\ln(P) + C \quad (36)$$

Avec

$$C \in \mathbb{R}$$

Donc l'équation (29) devient :

$$\ln(V) = \ln(AT + BP) - \ln(P) + C \quad (37)$$

$$\Rightarrow \ln(V) = \ln\left(\frac{AT + BP}{P}\right) + C \quad (38)$$

Appliquons la fonction exponentielle afin de trouver l'expression de V

$$\Rightarrow V = \exp\left(\ln\left(\frac{AT + BP}{P}\right) + C\right) \quad (39)$$

$$\Rightarrow V = \exp\left(\ln\left(\frac{AT + BP}{P}\right)\right) \times \exp(C) \quad (40)$$

$$\Rightarrow V = K \frac{AT + BP}{P} \quad (41)$$

Avec

$$K = \exp(C)$$

c) à très haute température et très faible pression le terme  $BP$  devient négligeable devant  $AT$  et on aura donc

$$AT + BP \approx AT$$

L'équation (41) devient

$$\Rightarrow V = K \frac{AT}{P} \quad (42)$$

C'est-à-dire

$$\Rightarrow PV = KAT \quad (43)$$

Ceci est l'équation d'un gaz parfait car on sait que pour un gaz parfait le produit  $PV$  est proportionnel à la température.

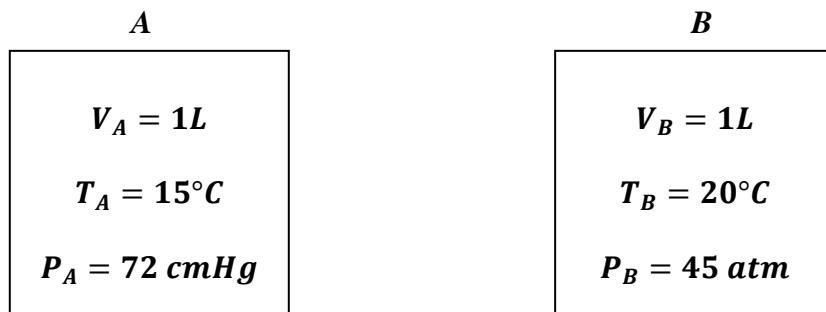
**Exercice 2**

Un récipient (A) de volume  $V_A=1L$ , contient de l'air à  $T_A=15^\circ C$  sous une pression  $P_A=72 \text{ cmHg}$ .

Un autre récipient (B) de volume  $V_B=1L$ , contient également de l'air à  $T_B=20^\circ C$  sous une pression  $P_B=45 \text{ atm}$ .

On réunit (A) et (B) par un tuyau de volume négligeable et on laisse l'équilibre se réaliser à  $T=15^\circ C$ .

1) l'état initial peut être schématisé par la figure suivante :



Puisque l'air est considéré comme gaz parfait, donc il obéit à l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P V = nRT \quad (1)$$

A l'état initial le récipient (A) constitue un seul système fermé donc on peut écrire :

$$P_A V_A = n_{A_i} R T_A \quad (2)$$

Donc :

$$n_{A_i} = \frac{P_A V_A}{R T_A} \quad (3)$$

A.N :

$$P_A = 72 \text{ cmHg} = \frac{72 \times 101325}{76} = 95\,992 \text{ Pa}$$

Car :

$$76 \text{ cmHg} = 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$$

$$V_A = 1L = 0,001 \text{ m}^3$$

$$T_A = 15^\circ C = 288,15 K$$

On trouve :

$$n_{A_i} = 0,04 \text{ mol} \quad (4)$$

De même à l'état initial le récipient (B) constitue un seul système fermé donc on a :

$$n_{B_i} = \frac{P_B V_B}{R T_B} \quad (5)$$

A.N :

$$P_B = 45 \text{ atm} = \frac{45 \times 101325}{1} = 4\,559\,625 \text{ Pa}$$

Car :

$$1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}$$

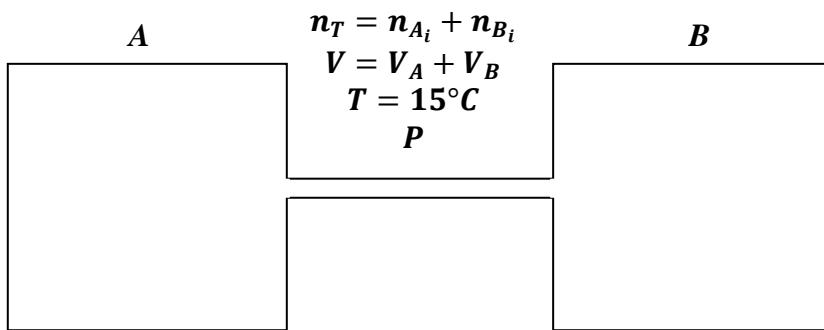
$$V_B = 1L = 0,001 m^3$$

$$T_B = 20^\circ C = 293,15 K$$

On trouve :

$$n_{B_i} = 1,87 mol \quad (6)$$

2) après la réunion des récipients (A) et (B) par un tuyau de volume négligeable, l'équilibre se réaliser à  $T=15^\circ C$  le nouveau système peut se schématiser par la figure suivante :



A l'état final les deux récipients constituent un seul système qui contient un nombre de moles  $n_T$  dans un volume  $V$  qui vaut 2 litres, sa température est de  $15^\circ C$ , et sa pression est  $P$ .  
Donc l'équation d'état des gaz parfait appliquée à ce système peut s'écrire :

$$P V = n_T RT \quad (7)$$

Ce qui donne :

$$P = \frac{n_T RT}{V} \quad (8)$$

A.N :

$$\begin{aligned} n_T &= n_{A_i} + n_{B_i} = 1,91 mol \\ V &= V_A + V_B = 0,002 m^3 \\ T &= 15^\circ C = 288,15 K \end{aligned}$$

On trouve :

$$\Rightarrow P = 2\,287\,873,5 Pa \quad (9)$$

3) on a à l'état final la quantité de matière  $n_T$  est répartie équitablement entre les récipients (A) et (B) car  $V_A=V_B$  et les deux récipients constituent un seulement système :

$$n_{A_f} = \frac{n_T}{2} = 0,955 mol$$

$$n_{B_f} = \frac{n_T}{2} = 0,955 mol$$

Donc pour calculer la masse d'air qui a été transférée d'un récipient dans l'autre on calcule la quantité de matière qui a été transférée d'un récipient à l'autre ou en d'autre terme la variation de la quantité de matière dans chaque récipient et d'après le principe de conservation de matière cette variation est identique en valeur absolue car l'augmentation dans un récipient doit être égale à la diminution dans l'autre.

$$\Delta n_A = n_{A_f} - n_{A_i} \quad (10)$$

$$\Delta n_A = 0,915 mol \quad (11)$$

$$\Delta n_B = n_{B_f} - n_{B_i} \quad (12)$$

$$\Delta n_B = -0,915 \text{ mol} \quad (13)$$

Donc pour le récipient (A) on a une augmentation de la quantité de matière car la variation est positive tandis que dans le récipient B on a une diminution de la quantité de matière car la variation est négative.

Pour convertir cette variation de quantité de matière en variation de masse nous utilisons la masse molaire.

$$\Delta m = \Delta n \times M$$

Pour le récipient (A) :

$$\Delta m_A = \Delta n_A \times M \quad (14)$$

A.N :

$$\Delta m_A = 26,535 \text{ g} \quad (15)$$

Pour le récipient (B) :

$$\Delta m_B = \Delta n_B \times M \quad (16)$$

A.N :

$$\Delta m_B = -26,535 \text{ g} \quad (17)$$

Cela signifie que le récipient (A) a gagné une masse d'air qui vaut 26,535 g entre l'état initial et l'état final, alors que le récipient (B) a perdu la même masse entre l'état initial et l'état final.

### Exercice 3

1) L'expression de la différentielle de  $V$  est la suivante :

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (1)$$

Or

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{PV} + \frac{a}{RVT^2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{V} \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \quad (4)$$

Et

$$\chi_T = - \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{T}{V} g(P) \quad (5)$$

$$\Rightarrow - \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{V} T \cdot g(P) \quad (6)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = - T \cdot g(P) \quad (7)$$

Remplaçons (4) et (7) dans (1), on obtient :

$$dV = \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) dT - T \cdot g(P) dP \quad (8)$$

2)  $V$  est une fonction d'état  $\Rightarrow dV$  est une différentielle totale exacte, donc il faut que l'égalité suivante soit vérifiée

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right)_P \quad (9)$$

En utilisant les équations (4) et (7), on obtient :

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial T} (-T \cdot g(P)) \right)_P \quad (10)$$

$$\Rightarrow -\frac{R}{P^2} = -g(P) \quad (11)$$

$$\Rightarrow g(P) = \frac{R}{P^2} \quad (12)$$

3) pour  $P=C^{te}$  c'est-à-dire  $dP=0$ , l'équation (8) devient :

$$dV = \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) dT \quad (13)$$

L'application de l'intégrale sur cette équation donne

$$\int dV = \int \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) dT \quad (14)$$

$$\Rightarrow \int dV = \int \left( \frac{R}{P} \right) dT + \int \left( \frac{a}{RT^2} \right) dT \quad (15)$$

$$\Rightarrow V = \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT} + F(P) \quad (16)$$

$F(P)$  est une fonction uniquement de  $P$  qu'on doit la déterminer.

Si maintenant  $T = C^{te} \Rightarrow dT = 0$ , dérivons cette dernière expression (équation 16) par rapport à  $P$  :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{RT}{P^2} + F'(P) \quad (17)$$

Or d'après l'équation (7) on a :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -T \cdot g(P) \quad (7)$$

Avec :

$$g(P) = \frac{R}{P^2} \quad (12)$$

Donc l'équation (7) devient :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{RT}{P^2} \quad (18)$$

En comparant les équations (17) et (18) on déduit que

$$F'(P) = 0 \quad (19)$$

Ce qui implique que

$$F(P) = C^{te} = b \quad (20)$$

Avec

$$b \in \mathbb{R} \quad (21)$$

D'où l'expression générale de  $V$

$$V = \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT} + b \quad (22)$$

4) à partir de la question précédente on a :

$$V = \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT} + b \quad (22)$$

La multiplication des deux termes de cette équation par  $P$  donne :

$$PV = RT + \left( -\frac{a}{RT} + b \right) P \quad (23)$$

Pour une température  $T_0$  l'équation précédente devient :

$$PV = RT_0 + \left( -\frac{a}{RT_0} + b \right) P \quad (24)$$

Or d'après les données, pour une température  $T_0$  on a

$$PV = 1664 + 1,17 \times 10^{-5} P \quad (25)$$

En comparant ces deux dernières équations (24) et (25), on constate que

$$RT_0 = 1664 \quad (26)$$

Ce qui donne

$$T_0 = \frac{1664}{R} \quad (27)$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{1664}{8,314} \quad (28)$$

$$\Rightarrow T_0 = 200,14 K \quad (29)$$

5) la comparaison des deux équations (24) et (25) nous donne aussi

$$-\frac{a}{RT_0} + b = 1,17 \times 10^{-5} \quad (30)$$

Or la valeur de  $RT_0$  est obtenue par l'équation (26) donc :

$$b = 1,17 \times 10^{-5} + \frac{a}{1664} \quad (31)$$

6) calculons d'abord  $\left(\frac{\partial(PV)}{\partial P}\right)_T$  :

A partir de la question 4, on a l'équation (23) :

$$PV = RT + \left( -\frac{a}{RT} + b \right) P \quad (23)$$

Appliquons à cette équation la dérivée partielle par rapport à  $P$  en gardant  $T$  constante :

$$\left(\frac{\partial(PV)}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial}{\partial P} \left( RT + \left( -\frac{a}{RT} + b \right) P \right) \quad (32)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial(PV)}{\partial P}\right)_T = -\frac{a}{RT} + b \quad (33)$$

Or d'après les données cette dérivée est nulle pour  $T_M = 112 K$

$$\Rightarrow -\frac{a}{RT_M} + b = 0 \quad (34)$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{931,168} + b = 0 \quad (35)$$

Donc pour calculer les valeurs de  $a$  et  $b$  on a un système constitué par les deux équations (31) et (34)

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 1,17 \times 10^{-5} + \frac{a}{1664} \end{array} \right. \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{a}{931,168} + b = 0 \end{array} \right. \quad (34)$$

La résolution de ce système donne

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2,47 \times 10^{-2} \end{array} \right. \quad (36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 2,65 \times 10^{-5} \end{array} \right. \quad (37)$$

Pour déterminer les unités de  $a$  et  $b$ , on utilise l'équation (2) et sachant que l'unité de  $\alpha$  est  $K^{-1}$   
Donc

$$\left[ \frac{a}{RVT^2} \right] = K^{-1} \quad (38)$$

$$\frac{[a]}{[R][V][T]^2} = K^{-1} \quad (39)$$

$$[a] = [R][V][T]^2 K^{-1} \quad (40)$$

Ici  $[R] = J.K^{-1}$  ;  $[V] = m^3$  et  $[T] = K$

Donc

$$[a] = J.K^{-1}.m^3.K^2K^{-1} \quad (41)$$

$$[a] = J.m^3 \quad (42)$$

D'autre part et à partir de l'équation (34) on a :

$$[b] = \left[ \frac{a}{RT_M} \right] \quad (43)$$

$$\Rightarrow [b] = \frac{[a]}{[R][T_M]} \quad (44)$$

$$\Rightarrow [b] = \frac{J.m^3}{J.K^{-1}.K} \quad (45)$$

$$\Rightarrow [b] = m^3 \quad (46)$$

Donc :

$$\boxed{\left\{ \begin{array}{l} a = 2,47 \times 10^{-2} J.m^3 \\ b = 2,65 \times 10^{-5} m^3 \end{array} \right.} \quad (36')$$

$$(37')$$

#### Exercice 4

1) L'expression de la différentielle de  $V$  est la suivante :

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (1)$$

On sait que :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = V\alpha \quad (2)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = f(P) + \frac{a}{RT^2} \quad (3)$$

Et aussi

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -V\chi_T \quad (4)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{RT}{P^2} \quad (5)$$

Remplaçons les équations (3) et (5) dans l'expression de  $dV$  (équation 1), on obtient :

$$dV = \left(f(P) + \frac{a}{RT^2}\right) dT - \frac{RT}{P^2} dP \quad (6)$$

2)  $dV$  soit une différentielle totale exacte, signifie que l'égalité suivante est vérifiée

$$\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T\right)_P \quad (7)$$

En utilisant les équations 3 et 5 on obtient :

$$\left(\frac{\partial}{\partial P} \left(f(P) + \frac{a}{RT^2}\right)\right)_T = \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{RT}{P^2}\right)\right)_P \quad (8)$$

$$\Rightarrow \frac{df(P)}{dP} = -\frac{R}{P^2} \quad (9)$$

Pour la fonction  $f$  nous avons utilisé la dérivée totale par rapport à  $P$  et pas la dérivée partielle car  $f$  est une fonction d'une seule variable qui est  $P$ .

Donc pour trouver l'expression de  $f(P)$  on doit intégrer cette dernière équation.

$$\text{Equation (9)} \Rightarrow df(P) = -\frac{R}{P^2} dP \quad (10)$$

$$\Rightarrow \int df(P) = \int -\frac{R}{P^2} dP \quad (11)$$

$$\Rightarrow f(P) = \frac{R}{P} + C \quad (12)$$

Avec

$$C \in \mathbb{R}$$

Or l'énoncé nous impose que cette constante doit être nulle

Donc

$$f(P) = \frac{R}{P} \quad (13)$$

3) Pour déterminer l'équation d'état de ce gaz ( $V = V(T; P)$ ).on doit intégrer la différentielle de  $V$ , c'est-à-dire  $dV$ .

On remplace la fonction  $f$  par son expression trouvée à la question précédente dans l'équation (6), on obtient l'expression suivante de  $dV$  :

$$dV = \left(\frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2}\right) dT - \frac{RT}{P^2} dP \quad (14)$$

Pour  $P = C^{te} \Rightarrow dP = 0$  donc

$$dV = \left(\frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2}\right) dT \quad (15)$$

Appliquons l'intégrale à cette expression

$$\int dV = \int \left( \frac{R}{P} + \frac{a}{RT^2} \right) dT \quad (16)$$

On obtient :

$$V = \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT} + G(P) \quad (17)$$

$G(P)$  est une fonction uniquement de  $P$  qu'on doit la déterminer.

Si maintenant  $T = C^{te}$ , dérivons cette dernière expression (équation 17) par rapport à  $P$  :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{RT}{P^2} + \frac{dG(P)}{dP} \quad (18)$$

Pour la fonction  $G$  nous avons utilisé la dérivée totale par rapport à  $P$  et pas la dérivée partielle car  $G$  est une fonction d'une seule variable qui est  $P$ .

Or d'après l'équation (5) (question 1) on a :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{RT}{P^2} \quad (19)$$

En comparant ces deux dernières équations on déduit que :

$$\frac{dG(P)}{dP} = 0 \quad (20)$$

Ce qui implique que

$$G(P) = C^{te} = b \quad (21)$$

Avec

$$b \in \mathbb{R} \quad (22)$$

(Ici nous avons nommé cette constante par «  $b$  » car l'énoncé nous impose cette nomenclature)

D'où l'expression générale de  $V$

$$V = \frac{RT}{P} - \frac{a}{RT} + b \quad (23)$$

### Exercice 5

1) On a l'expression de la différentielle de  $V$  :

$$dV = \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT + \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (1)$$

Pour que  $dV$  soit une différentielle totale exacte, il faut que l'égalité suivante soit vérifiée

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right)_P \quad (2)$$

D'après les données on a :

$$dV = \frac{nR}{P} dT - \frac{nRT}{P^2} dP \quad (3)$$

Donc :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{nR}{P} \quad (4)$$

Et

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{nRT}{P^2} \quad (5)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{nR}{P} \right) \right)_T \quad (6)$$

Ce qui donne :

$$\left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right)_T = - \frac{nR}{P^2} \quad (7)$$

D'autre part de la même façon :

$$\left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right)_P = \left( \frac{\partial}{\partial T} \left( - \frac{nRT}{P^2} \right) \right)_P \quad (8)$$

Ce qui donne :

$$\left( \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right)_P = - \frac{nR}{P^2} \quad (9)$$

Donc les résultats de l'équation (7) et de l'équation (9), montre que l'égalité (2) est bien vérifié, ce qui implique que  $dV$  est une DTE.

2) pour  $P=C^{te}$  c'est-à-dire  $dP=0$ , l'équation (3) devient :

$$dV = \left( \frac{nR}{P} \right) dT \quad (10)$$

L'application de l'intégrale sur cette équation donne

$$\int dV = \int \left( \frac{nR}{P} \right) dT \quad (11)$$

$$\Rightarrow V = \frac{nRT}{P} + F(P) \quad (12)$$

$F(P)$  est une fonction uniquement de  $P$  qu'on doit la déterminer.

Si maintenant  $T = C^{te}$ , dérivons cette dernière expression (équation 12) par rapport à  $P$  :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = - \frac{nRT}{P^2} + F'(P) \quad (13)$$

Or d'après l'équation (5) on a :

$$\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = - \frac{nRT}{P^2} \quad (14)$$

En comparant les équations (13) et (14) on déduit que

$$F'(P) = 0 \quad (15)$$

Ce qui implique que

$$F(P) = C^{te} = b \quad (16)$$

Avec

$$b \in \mathbb{R} \quad (17)$$

D'où l'expression générale de  $V$  (équation d'état)

$$V = \frac{nRT}{P} + b \quad (18)$$

3) Les expression des coefficients thermoélastiques

On sait que :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad (19)$$

D'après l'équation (4) on a :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{nR}{P} \quad (4)$$

On obtient :

$$\alpha = \frac{nR}{VP} \quad (20)$$

Or :

$$V = \frac{nRT}{P} + b \quad (18)$$

Donc :

$$\alpha = \frac{nR}{\left(\frac{nRT}{P} + b\right)P} \quad (21)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{nR}{nRT + bP} \quad (22)$$

Et on sait aussi que :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (23)$$

D'après l'équation (5) on a :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{nRT}{P^2} \quad (5)$$

On obtient :

$$\chi_T = \frac{nRT}{VP^2} \quad (24)$$

Or :

$$V = \frac{nRT}{P} + b \quad (18)$$

Donc :

$$\chi_T = \frac{nRT}{\left(\frac{nRT}{P} + b\right)P^2} \quad (25)$$

$$\Rightarrow \chi_T = \frac{nRT}{nRTP + bP^2} \quad (26)$$

D'après la relation de REECH, on a :

$$\beta = \frac{\alpha}{P \cdot \chi_T} \quad (27)$$

La substitution de (22) et (26) dans (27) donne :

$$\beta = \frac{\frac{nR}{nRT + bP}}{P \frac{nRT}{nRTP + bP^2}} \quad (28)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\frac{nR}{nRT + bP}}{\frac{nRT}{nRTP + bP^2}} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{nR}{nRT} \quad (30)$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{1}{T} \quad (31)$$

Remarque : on peut également déterminer  $\beta$  à partir de l'expression de sa définition :

$$\Rightarrow \beta = \frac{1}{P} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \quad (32)$$

On a l'équation (18) :

$$V = \frac{nRT}{P} + b \quad (18)$$

$$\Rightarrow \frac{nRT}{P} = V - b \quad (33)$$

$$\Rightarrow P = \frac{nRT}{V - b} \quad (34)$$

La dérivation de cette dernière expression par rapport à  $T$  donne :

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{nR}{V - b} \quad (35)$$

Or d'après l'équation (33) on a :

$$\Rightarrow \frac{nRT}{P} = V - b \quad (33)$$

Remplaçons ceci dans (35), on obtient :

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{nR}{\frac{nRT}{P}} \quad (36)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{P}{T} \quad (37)$$

La substitution de (37) dans (32) donne :

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (38)$$

Donc on obtient la même expression que dans la relation (31).

./.



**Correction TD2 Thermodynamique**  
**DUT : Agro-industrie**  
**Année Universitaire 2019/2020**

### Exercice 1

Compléter le tableau suivant pour l'eau :

Température (K)	Pression (kPa)	Volume massique (cm <sup>3</sup> /g)	Fraction de la vapeur	Fraction du liquide	Description de la phase
382,44	140	1236,6	1	0	Vapeur saturante
584,15	10 000	9,7415	0,5	0,5	Mélange liquide vapeur
388,15	169,18	580,51264	0,56	0,44	Mélange liquide vapeur
480,15	2000	Impossible de déterminer la valeur juste avec le tableau	0	1	Liquide froid
468,19	1400	1407,8	1	0	Vapeur saturante

### Exercice 2

Sur le diagramme de Clapeyron du propane ci-joint, placer les états suivants et dire pour chaque état la description de la phase :

➤ Etat A :

$$P = 10 \text{ bars} = 10^6 \text{ Pa} ; T = -3^\circ\text{C} \approx 270 \text{ K}$$

Le fluide est un liquide froid.

➤ Etat B

$$P = 30 \text{ bars} = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa} ; T = 350 \text{ K} ; v = 0,01 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Le fluide est un mélange liquide-vapeur.

➤ Etat C

$$P = 20 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^7 \text{ Pa} ; T = 250^\circ\text{C} = 523,15 \text{ K}$$

Le fluide est un fluide supercritique.

**➤ Etat D**

$$T = 310 \text{ K} ; \quad v = 1000 \text{ cm}^3/g = 1 \text{ m}^3/kg$$

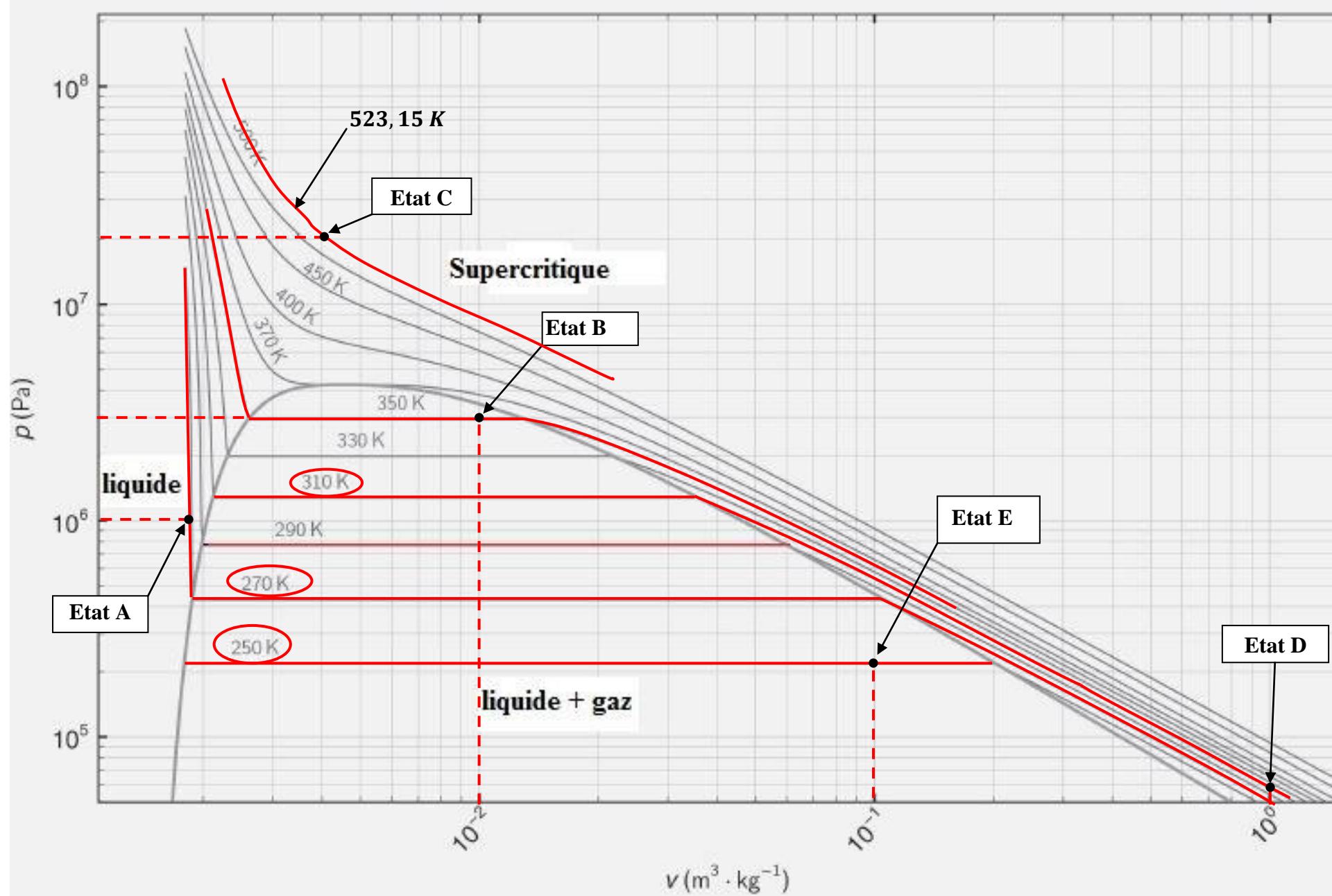
Le fluide est une vapeur surchauffée.

**➤ Etat E**

$$T = 250 \text{ K} ; \quad v = 100 \text{ cm}^3/g = 0,1 \text{ m}^3/kg$$

Le fluide est un mélange liquide-vapeur.

./.





**Correction TD3 Thermodynamique**  
**DUT : Agro-Industrie**  
**Année Universitaire 2019/2020**

**Exercice 1**

**1. a)** Nous avons l'air est considéré comme un gaz parfait.  
 L'état initial définit par :

$$\begin{cases} V_1 = 1 \text{ m}^3 \\ P_1 = 10 \text{ bar} = 10^6 \text{ Pa} \\ T_1 = T = C^{te} \end{cases}$$

Et l'état final définit par :

$$\begin{cases} V_2 = ? \text{ m}^3 \\ P_2 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \\ T_2 = T = C^{te} \end{cases}$$

La transformation est isotherme (aussi elle est supposée réversible pour pouvoir calculer le travail)  
 On a :

$$\delta W = -PdV$$

Or

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Donc l'expression du travail devient :

$$\delta W = -\frac{nRT}{V} dV$$

Appliquons l'intégrale

$$\int \delta W = \int -\frac{nRT}{V} dV$$

Or  $n$ ,  $R$  et  $T$  sont des constantes donc :

$$W = -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

Ce qui implique

$$W = -nRT [\ln(V)]_{V_1}^{V_2}$$

$$W = -nRT (\ln(V_2) - \ln(V_1))$$

$$W = nRT (\ln(V_1) - \ln(V_2))$$

$$W = nRT \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) \tag{1}$$

D'autre part on a : pour l'état initial

$$nRT = P_1 V_1 \tag{2}$$

Et pour l'état final :

$$nRT = P_2 V_2$$

Donc

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} \quad (3)$$

Remplaçons (2) et (3) dans (1) on obtient :

$$W = P_1 V_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

A.N :

$$W = 10^6 \cdot 1 \cdot \ln\left(\frac{10^5}{10^6}\right)$$

$$W = -2,3 \cdot 10^6 J$$

*Interprétation :* Le travail est négatif donc le gaz va céder au milieu extérieur une quantité d'énergie sous forme de travail qui vaut  $2,3 \cdot 10^6 J$ .

b) Le gaz est parfait donc son énergie interne ne dépend que de la température et puisque la transformation est isotherme donc

$$\Delta U = 0$$

Or :

$$\Delta U = Q + W$$

Donc

$$Q = -W$$

A.N :

$$Q = 2,3 \cdot 10^6 J$$

*Interprétation :* La quantité de chaleur est positive donc le gaz va gagner du milieu extérieur une quantité d'énergie sous forme de chaleur qui vaut  $2,3 \cdot 10^6 J$ .

2. a) on sait que pour une transformation adiabatique :

$$PV^\gamma = C^{te}$$

C'est-à-dire

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = C^{te}$$

Donc

$$V_2^\gamma = \frac{P_1 V_1^\gamma}{P_2}$$

$$V_2 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot V_1$$

A.N :

$$V_2 = \left(\frac{10^5}{3 \cdot 10^5}\right)^{\frac{3}{5}} \times 10^{-2}$$

$$V_2 = 5,17 \times 10^{-3} m^3$$

b) On a :

$$\delta W = -PdV \quad (4)$$

Et aussi :

$$\delta Q = C_V dT + l dV \quad (5)$$

Pour un gaz parfait :

$$l=P$$

Donc :

$$\delta Q = C_V dT + PdV \quad (6)$$

Or la transformation est adiabatique, c'est à dire :

$$\delta Q = 0$$

Alors l'équation (6) devient :

$$-PdV = C_VdT \quad (7)$$

Remplaçons ceci dans l'expression du travail (équation 4) ce qui donne:

$$\delta W = C_VdT \quad (8)$$

Appliquons l'intégrale à cette équation :

$$\int \delta W = \int_{T_1}^{T_2} C_VdT \quad (9)$$

On obtient :

$$W = C_V(T_2 - T_1) \quad (10)$$

Le gaz est parfait donc :

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$$

Et

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR}$$

Remplaçons ceci dans l'équation (10) :

$$W = C_V \left( \frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) \quad (11)$$

La factorisation par  $1/nR$  donne

$$W = \frac{C_V}{nR} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \quad (12)$$

On sait que

$$C_V(\gamma - 1) = nR \quad (13)$$

$$\Leftrightarrow \frac{C_V}{nR} = \frac{1}{\gamma - 1} \quad (14)$$

Le remplacement dans l'équation (12) donne :

$$W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_1 V_1) \quad (15)$$

A.N :

$$W = 826,5 J \quad (16)$$

c) d'après le premier principe

$$\Delta U = Q + W$$

Or la transformation est adiabatique, c'est à dire :

$$Q = 0$$

Donc

$$\Delta U = W$$

A.N :

$$\boxed{\Delta U = 826,5 J}$$

d) On a d'après l'équation 10 :

$$W = C_V(T_2 - T_1) \quad (10)$$

Et d'après l'équation 13

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad (13)$$

Si on remplace ceci dans l'équation 10, on obtient

$$W = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \quad (17)$$

$$(T_2 - T_1) = \frac{W(\gamma - 1)}{nR} \quad (18)$$

Avec

$$n = \frac{m(He)}{M(He)} = \frac{2g}{4g/mol} = 0,5 \text{ mol}$$

A.N :

$$(T_2 - T_1) = \frac{826,5 \left(\frac{5}{3} - 1\right)}{0,5 \times 8,32} \quad (19)$$

$$\boxed{(T_2 - T_1) = 132,45 \text{ K}} \quad (20)$$

### 3. Calcul de la variation d'énergie interne :

a) - un système absorbe  $Q = 2\text{kJ}$  tandis qu'il fournit à l'extérieur un travail  $W = 500 \text{ J}$ .

D'après le premier principe

$$\Delta U = Q + W$$

Puisque le système absorbe une quantité de chaleur de  $2\text{kJ}$ :

$$Q = 2000 \text{ J}$$

Et il fournit à l'extérieur un travail qui vaut  $500 \text{ J}$  :

$$W = -500 \text{ J}$$

Donc

$$\Delta U = 2000 - 500$$

A.N :

$$\boxed{\Delta U = 1500 \text{ J}}$$

b) - un gaz maintenu à volume constant cède  $Q = 5\text{kJ}$ .

D'après le premier principe

$$\Delta U = Q + W$$

Et l'expression du travail est :

$$\delta W = -PdV$$

Puisque la transformation est à volume constant donc

$$dV = 0 \Rightarrow \delta W = 0$$

Le système cède une quantité de chaleur qui vaut  $5\text{kJ}$

$$\Rightarrow Q = -5\text{KJ}$$

D'où :

$$\boxed{\Delta U = -5\text{KJ}}$$

c) - la compression adiabatique d'un gaz s'accomplit par un travail  $W = 80 \text{ J}$ . (une compression signifie une augmentation de pression sous l'effet d'une force extérieure ce qui veut dire que le système a gagné une quantité d'énergie sous forme de travail = travail positif)

$$\Rightarrow W = 80\text{J}$$

Et puisque la compression est adiabatique :

$$Q = 0$$

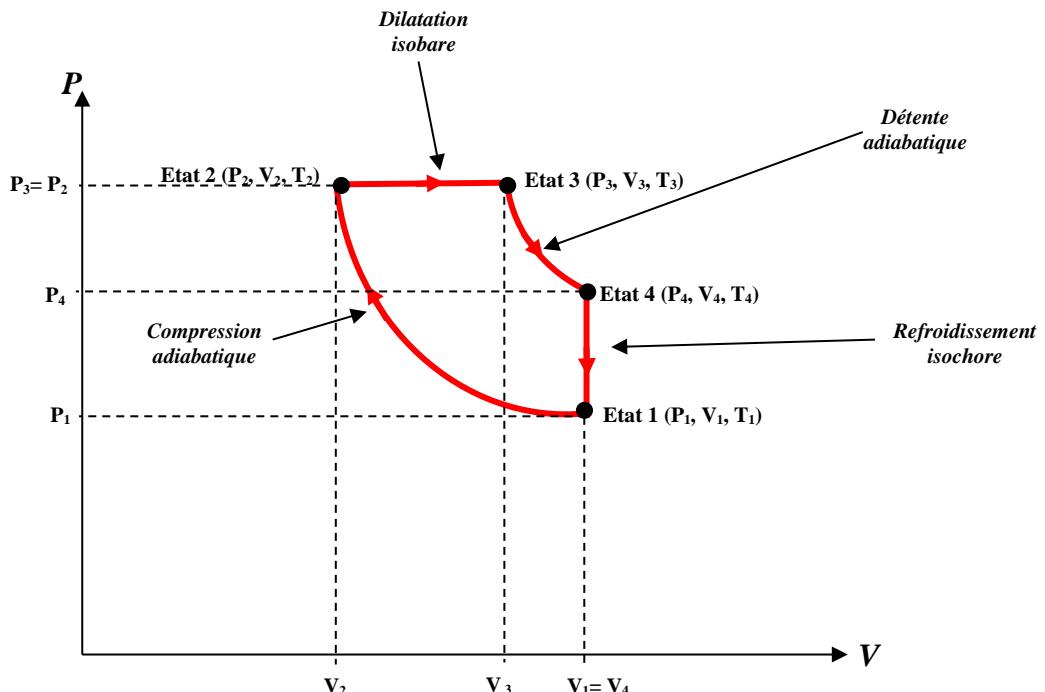
Donc :

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta U &= Q + W \\ \Rightarrow \Delta U &= 80\text{J} \end{aligned}$$

**Exercice 2**

Une mole de gaz parfait subit les transformations réversibles suivantes : état (1) à état (2) compression adiabatique ; état (2) à état (3) dilatation à pression constante ; état (3) à état (4) détente adiabatique ; état (4) à état (1) refroidissement à volume constant.

La représentation de ce cycle sur un diagramme  $P=f(V)$ .donne



**2. Calcul de  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $T_i$ , pour  $i=2,3$  et  $4$  :**

**Etat 2 :**

On a :

$$a = \frac{V_1}{V_2} \quad (1)$$

Donc

$$V_2 = \frac{V_1}{a} \quad (2)$$

D'autre part la transformation entre (1) et (2) est adiabatique d'où :

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma = C^{te} \quad (3)$$

Ce qui donne

$$P_2 = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \cdot P_1 \quad (4)$$

$$\Rightarrow P_2 = (a)^\gamma \cdot P_1 \quad (5)$$

Puisque nous avons un gaz parfait, l'équation d'état donne pour  $n=1$ mole :

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{R} \quad (6)$$

Remplaçons les expressions de  $P_2$  et  $V_2$  dans cette dernière équation, on obtient :

$$T_2 = \frac{P_1 V_1 (a)^{\gamma-1}}{R} \quad (7)$$

**Etat 3 :**

La transformation de l'état (2) à l'état (3) est isobare, donc :

$$P_3 = P_2 \quad (8)$$

$$\Rightarrow P_3 = (a)^\gamma \cdot P_1 \quad (9)$$

L'équation d'état pour le point (3) :

$$P_3 V_3 = n R T_3 \quad (10)$$

$$\Rightarrow P_3 = \frac{n R T_3}{V_3} \quad (11)$$

Et pour le point (2) :

$$P_2 V_2 = n R T_2 \quad (12)$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{n R T_2}{V_2} \quad (13)$$

Remplaçons les équations 11 et 13 dans 8, on obtient

$$\frac{T_3}{V_3} = \frac{T_2}{V_2} \quad (13)$$

$$T_3 = \frac{V_3 T_2}{V_2} \quad (14)$$

Remplaçons  $V_2$  par son expression (équation 2), on obtient

$$T_3 = \frac{a V_3 T_2}{V_1} \quad (15)$$

D'autre part on sait que la transformation de (4) à (1) est isochore (voir la représentation), donc

$$V_1 = V_4 \quad (16)$$

Donc l'équation (15) devient :

$$T_3 = \frac{a V_3 T_2}{V_4} \quad (15)$$

Remplaçons  $T_2$  par son expression (équation 7) et  $\frac{V_4}{V_3} = b$ , on obtient :

$$T_3 = \frac{P_1 V_1 (a)^\gamma}{b R} \quad (17)$$

L'équation d'état pour le point (3) (avec  $n=1\text{mole}$ )

$$P_3 V_3 = R T_3 \quad (18)$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{R T_3}{P_3} \quad (19)$$

L'introduction de l'expression de  $T_3$  et de  $P_3$  dans cette dernière équation donne :

$$\Rightarrow V_3 = \frac{\frac{R}{(a)^\gamma, P_1}}{(a)^\gamma, P_1} \frac{P_1 V_1 (a)^{\gamma+1}}{a b R} \quad (20)$$

$$\Rightarrow V_3 = \frac{V_1}{b} \quad (21)$$

#### Etat 4 :

La transformation de (4) à (1) est isochore, donc :

$$V_4 = V_1 \quad (22)$$

La transformation de (3) à (4) est adiabatique, donc :

$$P_3 V_3^\gamma = P_4 V_4^\gamma = C^{te} \quad (23)$$

Ce qui donne

$$P_4 = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^\gamma \cdot P_3 \quad (24)$$

$$\Rightarrow P_4 = \left( \frac{1}{b} \right)^\gamma \cdot P_3 \quad (25)$$

D'autre part l'équation (9) nous donne l'expression de  $P_3$

$$P_3 = (a)^\gamma \cdot P_1 \quad (9)$$

Donc

$$P_4 = \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma \cdot P_1 \quad (26)$$

Pour la température  $T_4$ , nous utilisons l'équation d'état pour l'état 4 :

$$T_4 = \frac{P_4 V_4}{R} \quad (27)$$

La substitution de  $P_4$  et  $V_4$  par leurs expressions donne :

$$T_4 = \frac{P_1 V_1}{R} \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma \quad (28)$$

Le calcul de ces grandeurs est regroupé dans le tableau suivant :

	<i>Etat 1</i>	<i>Etat 2</i>	<i>Etat 3</i>	<i>Etat 4</i>
$P (Pa)$	$1,0 \times 10^5$	$2,167 \times 10^6$	$2,167 \times 10^6$	$4,66 \times 10^5$
$V (m^3)$	$2,496 \times 10^{-2}$	$2,77 \times 10^{-3}$	$8,32 \times 10^{-3}$	$2,496 \times 10^{-2}$
$T (K)$	300	722,46	2167,40	1396,66

Remarque : pour  $V_1$ , on le calcule par l'équation d'état appliquée à l'état 1

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} \quad (29)$$

### 3. Calcul des travaux

- La transformation de l'état (1) à l'état (2) est adiabatique, donc l'expression du travail est la suivante (*voir la démonstration dans l'exercice précédent ou dans le cours*)

$$W_{1 \rightarrow 2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} \quad (30)$$

Et la quantité de chaleur échangée est nulle

$$Q_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad (31)$$

- La transformation de l'état (2) à l'état (3) est isobare

$$\delta W = -PdV \quad (32)$$

L'application de l'intégrale entre l'état (2) à l'état (3) donne

$$W_{2 \rightarrow 3} = -P \int_{V_2}^{V_3} dV \quad (33)$$

Ici on a fait sortir  $P$  de l'intégrale car la transformation est isobare (c'est-à-dire  $P=C^e$ )

$$\Rightarrow W_{2 \rightarrow 3} = -P(V_3 - V_2) \quad (34)$$

D'autre part on a :

$$\delta Q = C_P dT + h dP \quad (35)$$

Et puisque la transformation est isobare  $\Rightarrow dP = 0$  :

$$\delta Q = C_P dT \quad (36)$$

L'application de l'intégrale entre l'état (2) et l'état (3) donne :

$$Q_{2 \rightarrow 3} = C_P \int_{T_2}^{T_3} dT \quad (37)$$

$$\Rightarrow Q_{2 \rightarrow 3} = C_P(T_3 - T_2) \quad (38)$$

On sait aussi que

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \Rightarrow C_P = \gamma C_V \quad (39)$$

Donc

$$\Rightarrow Q_{2 \rightarrow 3} = \gamma C_V (T_3 - T_2) \quad (40)$$

- La transformation de l'état (3) à l'état (4) est adiabatique, donc l'expression du travail est la suivante (*voir la démonstration dans l'exercice précédent ou dans le cours*)

$$W_{3 \rightarrow 4} = \frac{P_4 V_4 - P_3 V_3}{\gamma - 1} \quad (41)$$

Et la quantité de chaleur échangée est nulle

$$Q_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad (42)$$

- La transformation de l'état (4) à l'état (1) est à volume constant donc

$$dV = 0 \Rightarrow \delta W = 0 \quad (42)$$

$$\Rightarrow W_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad (43)$$

D'autre part on a :

$$\delta Q = C_V dT + l dV \quad (44)$$

Et puisque la transformation est isochore  $\Rightarrow dV = 0$  :

$$\delta Q = C_V dT \quad (45)$$

L'application de l'intégrale de l'état (4) à l'état (1) donne :

$$Q_{4 \rightarrow 1} = C_V \int_{T_4}^{T_1} dT \quad (46)$$

$$\Rightarrow Q_{4 \rightarrow 1} = C_V (T_1 - T_4) \quad (47)$$

Les applications numériques sont regroupées dans le tableau suivant :

Transformation	$1 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 4$	$4 \rightarrow 1$
$W$	8766,5 J	-12026,8 J	-15995,2 J	0 J
$Q$	0 J	42076,6 J	0 J	-22810,5 J
$\Delta U = Q + W$	8766,5 J	30049,8 J	-15995,2 J	-22810,5 J

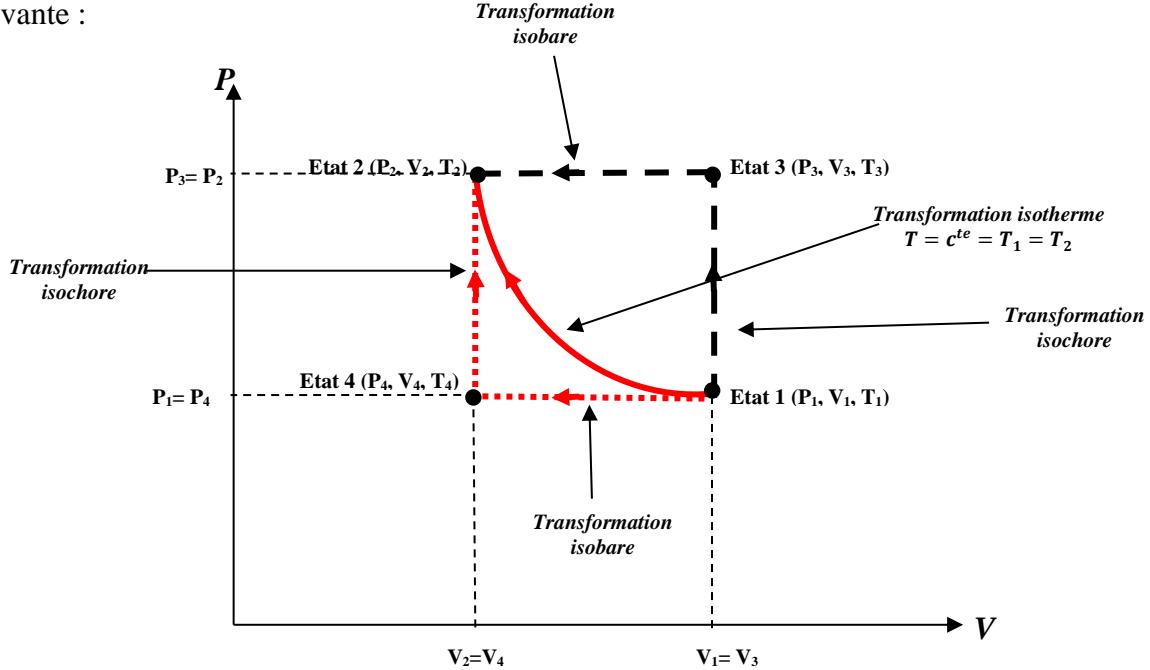
Remarque :

$\Delta U_{cycle}$  doit être nulle car U est une fonction d'état et  $\Delta U_{cycle} = \Delta U_{1 \rightarrow 1} = U_1 - U_1 = 0$ .

La petite différence qu'on trouve à partir des valeurs du tableau est dû aux approximations de calcul

**Exercice 3**

Les trois évolutions peuvent être représentées sur un diagramme de Clapeyron de la manière suivante :



— — — Chemin a (1 → 3 → 2) : évolution isochore puis isobare  
 - - - - Chemin b (1 → 4 → 2) : évolution isobare puis isochore  
 — Chemin b (1 → 4 → 2) : évolution isotherme

1 pas du chemin suivi, donc  $\Delta U$  peut

être calculée sur l'évolution isotherme, on a donc :

$$\Delta U = C_V \cdot \Delta T = 0 \text{ J}$$

Car la  $\Delta T = 0$  (évolution isotherme  $T_{initiale} = T = T_{finale}$ )

Et cette valeur est la même pour les deux autres évolutions

2) calcul des travaux :

**Chemin a** (1 → 3 → 2) : évolution isochore puis isobare

$$\delta W = -PdV$$

$$W_a = \int_1^2 -PdV$$

$$W_a = \int_1^3 -PdV + \int_3^2 -PdV$$

Or la transformation de 1 à 3 est isochore  $\Rightarrow V = C^{te} \Rightarrow dV = 0$

$$\Rightarrow \int_1^3 -PdV = 0$$

Donc

$$W_a = \int_3^2 -PdV$$

Et puisque de 2 à 3 la transformation est isobare,  $\Rightarrow P_2 = P_3 = P = C^{te}$  ce qui donne :

$$W_a = -P_2 \int_3^2 dV$$

$$\Rightarrow W_a = -P_2(V_2 - V_3)$$

Or  $V_3 = V_1$  donc

$$W_a = -P_2(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow W_a = P_2(V_1 - V_2)$$

A.N :

$$W_a = 600 \text{ J}$$

**Chemin b** (1 → 4 → 2) : évolution isobare puis isochore

$$\delta W = -PdV$$

$$W_b = \int_1^2 -PdV$$

$$W_b = \int_1^4 -PdV + \int_4^2 -PdV$$

Or la transformation de 4 à 2 est isochore  $\Rightarrow V = C^{te} \Rightarrow dV = 0$

$$\Rightarrow \int_4^2 -PdV = 0$$

Donc

$$W_b = \int_1^4 -PdV$$

Et puisque de 1 à 4 la transformation est isobare,  $\Rightarrow P_1 = P_4 = P = C^{te}$  ce qui donne :

$$W_b = -P_1 \int_1^4 dV$$

$$\Rightarrow W_b = -P_1(V_4 - V_1)$$

Or  $V_4 = V_2$  donc

$$W_b = -P_1(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow W_b = P_1(V_1 - V_2)$$

A.N :

$$W_b = 200 \text{ J}$$

**Chemin b** (1 → 2) : évolution isotherme

$$\delta W = -PdV$$

$$\text{Or } PV = C^{te} \Rightarrow P = \frac{C^{te}}{V}$$

Donc l'expression du travail élémentaire pour ce cas devient :

$$\delta W_c = -\frac{C^{te}}{V} dV$$

$$\int \delta W_c = \int -\frac{C^{te}}{V} dV$$

$$W_c = -C^{te} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W_c = -C^{te} [\ln(V)]_{V_1}^{V_2}$$

$$W_c = C^{te} \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

D'autre part on sait que  $PV = C^{te} = P_1 V_1 = P_2 V_2$

Donc

$$W_c = P_1 V_1 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$W_c = 329,6 \text{ J}$$

On peut ensuite en déduire les quantités de chaleur échangées avec le milieu extérieur pour les trois évolutions car  $\Delta U = 0$  et d'après le premier principe  $\Delta U = Q + W$ , donc on trouve

$$Q_a = -600 \text{ J}$$

$$Q_b = -200 \text{ J}$$

$$Q_c = -329,6 \text{ J}$$

Ces quantités de chaleur sont négatives ce qui signifie qu'elles sont évacuées par le système.

**Exercice 4 :**

1) La compression isotherme d'une mole de gaz signifie que

$$PV = RT_0 = C^{te}$$

$$P = \frac{C^{te}}{V}$$

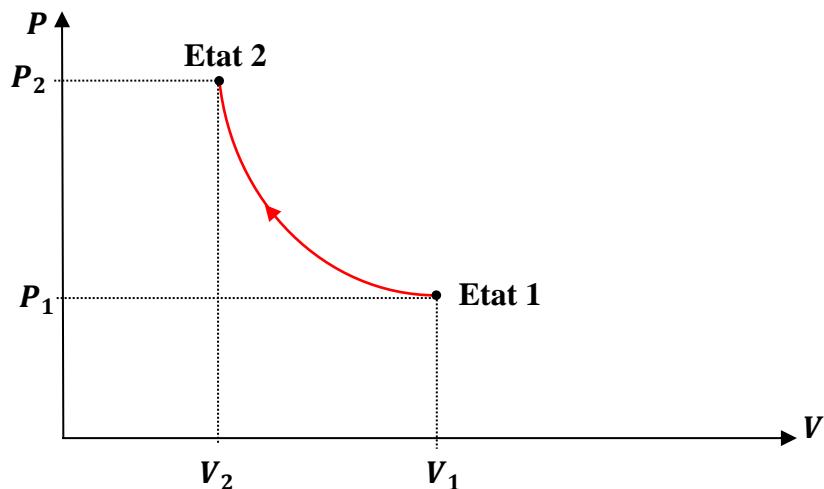
La représentation de  $P$  en fonction de  $V$  donne un fragment d'une hyperbole. Et puisque nous avons une compression donc

$$P_2 > P_1$$

Et

$$V_2 < V_1$$

Ce qui donne l'allure suivante :



2) on a

$$\delta W = -PdV$$

Or la transformation est isotherme  $\Rightarrow PV = RT_0 = C^{te} \Rightarrow P = \frac{RT_0}{V}$

Donc l'expression du travail élémentaire devient :

$$\delta W_1 = -\frac{RT_0}{V} dV$$

$$\int \delta W_1 = \int -\frac{RT_0}{V} dV$$

$$W_1 = -RT_0 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W_1 = -RT_0 [\ln(V)]_{V_1}^{V_2}$$

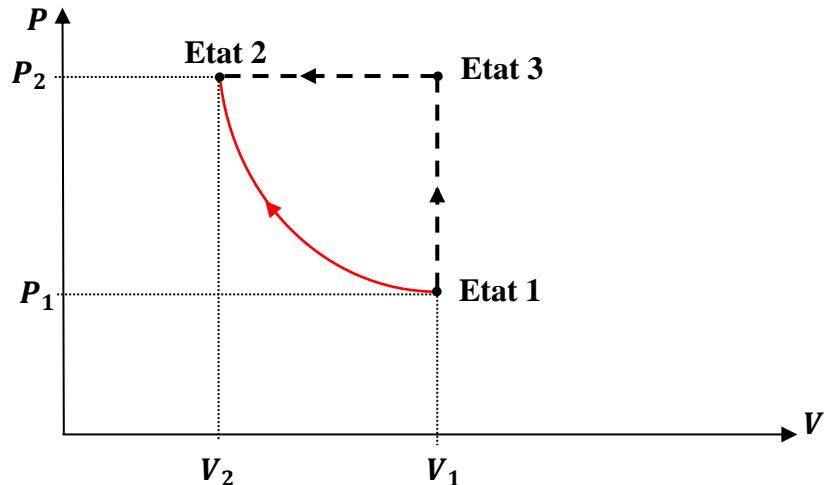
$$W_1 = RT_0 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

D'autre part on sait que  $PV = C^{te} = RT_0 = P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$

Donc

$$W_1 = P_1 V_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (1)$$

3) D'abord le volume reste stable tandis que la pression au sein du cylindre augmente. Une fois la pression arrive à la même valeur que la pression externe le volume chute brutalement (le volume passe brusquement de  $V_1$  à  $V_2$ ) , ce qui signifie qu'il y a d'abord une évolution à volume constant (isochore) suivie d'une évolution à pression constante (isobare). (Le tracé discontinu sur la figure ci-dessous) :



4) On a :

$$\delta W = -PdV$$

$$W_2 = \int_1^2 -PdV$$

$$W_2 = \int_1^3 -PdV + \int_3^2 -PdV$$

Or la transformation de 1 à 3 est isochore  $\Rightarrow V = C^{te} \Rightarrow dV = 0$

$$\Rightarrow \int_1^3 -PdV = 0$$

Donc

$$W_2 = \int_3^2 -PdV$$

Et puisque de 3 à 2 la transformation est isobare,  $\Rightarrow P_2 = P_3 = P = C^{te}$  ce qui donne :

$$W_2 = -P_2 \int_3^2 dV$$

$$\Rightarrow W_2 = -P_2(V_2 - V_3)$$

Or  $V_3 = V_1$  donc

$$W_2 = -P_2(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow W_2 = P_2(V_1 - V_2) \quad (2)$$

5) Représenter le travail fourni dans ces deux situations en traçant  $y = W_1 / P_1 V_1$  et  $y' = W_2 / P_2 V_2$  en fonction de  $x = P_2 / P_1$ .

On a d'après la relation (1)

$$W_1 = P_1 V_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (1)$$

Ce qui donne :

$$\frac{W_1}{P_1 V_1} = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (3)$$

Or

$$y = \frac{W_1}{P_1 V_1}$$

Et

$$x = \frac{P_2}{P_1}$$

Donc la relation (3) peut s'écrire comme suit :

$$y = \ln(x) \quad (4)$$

D'autre part on a d'après la relation (2) :

$$\Rightarrow W_2 = P_2 (V_1 - V_2) \quad (2)$$

La division des deux termes de cette équation par  $P_2 V_2$ , donne :

$$\frac{W_2}{P_2 V_2} = \frac{P_2 (V_1 - V_2)}{P_2 V_2} \quad (5)$$

$$\frac{W_2}{P_2 V_2} = \frac{V_1}{V_2} - 1 \quad (6)$$

Or

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

Donc l'équation (6) devient :

$$\frac{W_2}{P_2 V_2} = \frac{P_2}{P_1} - 1 \quad (7)$$

Et puisque :

$$y' = \frac{W_2}{P_2 V_2}$$

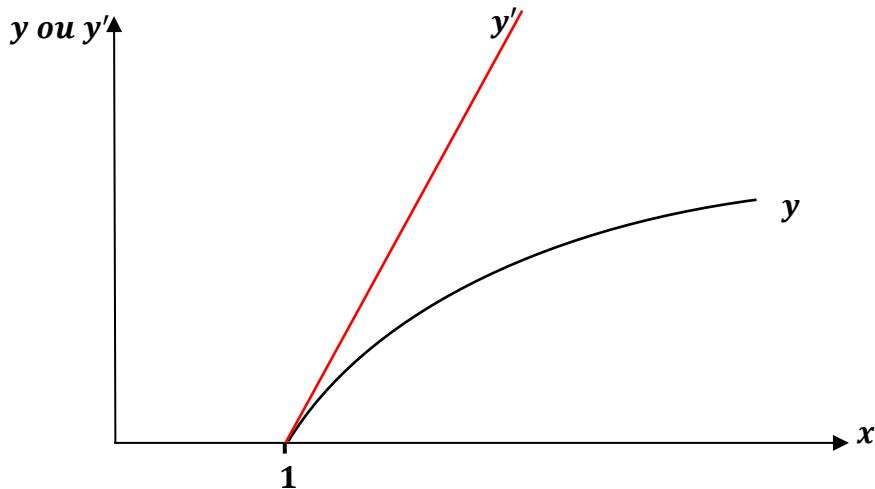
Et

$$x = \frac{P_2}{P_1}$$

Donc la relation (7) peut s'écrire comme suit :

$$y' = x - 1 \quad (8)$$

La représentation des relations (4) et (8) pour des valeurs de  $x \in ]1; +\infty[$  car  $P_2 > P_1$  (on a une compression)  $\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} > 1$ , donne la figure suivante :

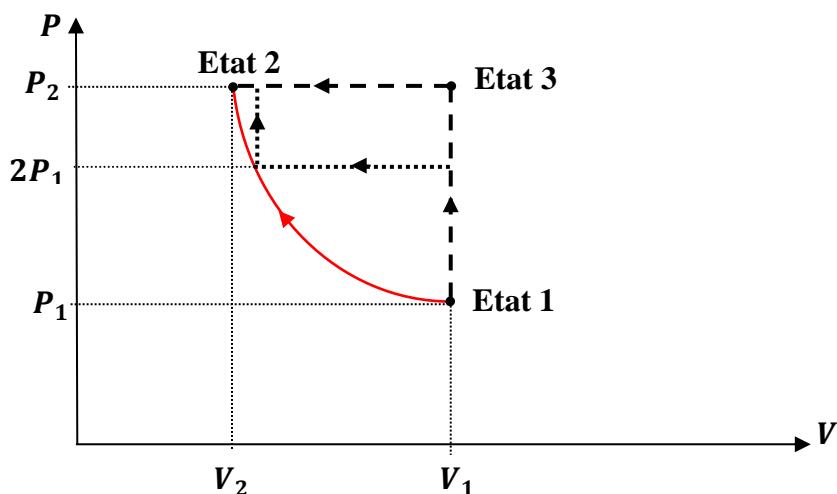


Comparer  $W_1$  et  $W_2$  revient à comparer  $y$  et  $y'$  car  $y$  et  $y'$  sont la division des travaux par la même valeur ( $P_1V_1 = P_2V_2$ ).

D'après la représentation graphique de  $y$  et  $y'$  on constate que  $y' > y$  quel que soit la valeur de  $x \in ]1; +\infty[$  ce qui implique que le travail fourni au gaz dans la transformation brutale, est toujours supérieur au travail fourni lors de la compression isotherme quasi statique.

On effectue l'expérience en deux étapes successives: compression brutale de  $P_1$  à  $2P_1$  puis de  $2P_1$  à  $P_2$ , avec  $P_1 < 2P_1 < P_2$ .

La représentation de ceci sur le diagramme de Clapeyron donne (le chemin en pointillé) :



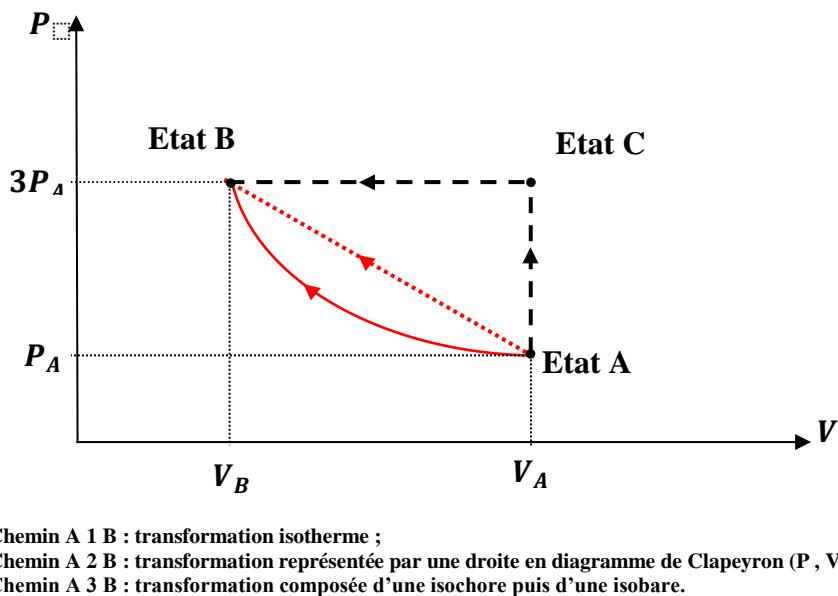
Puisque le travail est positif et n'est d'autre que l'aire comprise entre la courbe de la fonction  $P=f(V)$  et l'axe des abscisses, on constate que le travail obtenu dans ce cas de deux transformations brutales est inférieur à celui obtenu dans le cas d'une seule transformation brutal, mais toujours supérieur au travail fourni lors de la compression isotherme quasi statique.

**Exercice 5 :**

On considère deux moles de dioxygène, gaz supposé parfait, que l'on peut faire passer réversiblement de l'état initial A ( $P_A, V_A, T_A$ ) à l'état final B ( $P_B = 3 P_A, V_B, T_B = T_A$ ) par trois chemins distincts :

- ❖ Chemin A 1 B : transformation isotherme ;
- ❖ Chemin A 2 B : transformation représentée par une droite en diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ) ;
- ❖ Chemin A 3 B : transformation composée d'une isochore puis d'une isobare.

La représentation des trois chemins en diagramme de Clapeyron est la suivante :



On a la transformation de A à B est une compression donc le travail est positif, c'est le système va absorber de l'énergie sous forme du travail.

- Travail reçu au cours de la transformation isotherme (Chemin A 1 B)

on a

$$\delta W = -PdV$$

Or la transformation est isotherme  $\Rightarrow PV = nRT_A = C^{te} \Rightarrow P = \frac{nRT_A}{V}$

Donc l'expression du travail élémentaire devient :

$$\delta W_1 = -\frac{nRT_A}{V} dV$$

$$\int \delta W_1 = \int -\frac{nRT_A}{V} dV$$

$$W_1 = -nRT_A \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$W_1 = -nRT_A [\ln(V)]_{V_1}^{V_2}$$

$$W_1 = nRT_A \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

D'autre part on sait que  $PV = C^{te} = nRT_A = P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{P_B}{P_A}$

Donc :

$$W_1 = nRT_A \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)$$

Or

$$P_B = 3 P_A \text{ et } n=2 \text{ moles}$$

Donc :

$$W_1 = 2RT_A \ln(3) \quad (1)$$

A.N :

$$W_1 = 5480,32 J$$

- Travail reçu au cours de la: transformation représentée par une droite en diagramme de Clapeyron (Chemin A 2 B)

Pour calculer le travail reçu par le système en suivant ce chemin il faut exprimer  $P$  en fonction de  $V$  et puisque cette transformation est sous forme d'une droite donc la relation entre  $P$  et  $V$  est linéaire, on peut écrire donc :

$$P = aV + b$$

Pour déterminer  $a$  et  $b$  nous utilisons les coordonnées de l'état A et de l'état B. on trouve :

$$a = \frac{P_A - P_B}{V_A - V_B}$$

Et puisque :

$$P_B = 3 P_A \text{ et } V_B = 1/3 V_A$$

Donc :

$$a = -3 \frac{P_A}{V_A}$$

$$b = P_A - aV_A$$

$$\Rightarrow b = 4P_A$$

Donc au cours du chemin 2 on a :

$$P = -3 \frac{P_A}{V_A} \cdot V + 4P_A$$

Remplaçons ceci dans l'expression du travail,

$$\delta W = -PdV$$

$$\Rightarrow \delta W_2 = - \left( -3 \frac{P_A}{V_A} \cdot V + 4P_A \right) dV$$

$$\Rightarrow \delta W_2 = \left( 3 \frac{P_A}{V_A} \cdot V - 4P_A \right) dV$$

$$\Rightarrow \int \delta W_2 = \int_{V_A}^{V_B} \left( 3 \frac{P_A}{V_A} \cdot V - 4P_A \right) dV$$

$$\Rightarrow W_2 = \int_{V_A}^{V_B} \left( 3 \frac{P_A}{V_A} \cdot V \right) dV + \int_{V_A}^{V_B} (-4P_A) dV$$

$$\Rightarrow W_2 = 3 \frac{P_A}{V_A} \int_{V_A}^{V_B} V \cdot dV - 4P_A \int_{V_A}^{V_B} dV$$

$$\Rightarrow W_2 = 3 \frac{P_A}{V_A} \left[ \frac{V^2}{2} \right]_{V_A}^{V_B} - 4P_A [V]_{V_A}^{V_B}$$

$$\Rightarrow W_2 = 3 \frac{P_A}{V_A} \left( \frac{V_B^2 - V_A^2}{2} \right) - 4P_A (V_B - V_A)$$

Et puisque

$$V_B = 1/3 V_A$$

Donc

$$W_2 = -\frac{4}{3} P_A \cdot V_A + \frac{8}{3} P_A \cdot V_A$$

Donc :

$$W_2 = \frac{4}{3} P_A \cdot V_A$$

$$\Rightarrow W_2 = \frac{4}{3} nR \cdot T_A \quad (2)$$

A.N :

$$W_2 = 6651,2 J$$

- Travail reçu au cours de la transformation composé d'une isochore puis d'une isobare (Chemin A → B)

On a :

$$\delta W = -PdV$$

$$W_3 = \int_A^B -PdV$$

$$W_3 = \int_A^C -PdV + \int_C^B -PdV$$

Or la transformation de A à C est isochore  $\Rightarrow V = C^{te} \Rightarrow dV = 0$

$$\Rightarrow \int_A^C -PdV = 0$$

Donc

$$W_3 = \int_C^B -PdV$$

Et puisque de C à B la transformation est isobare,  $\Rightarrow P_C = P_B = P = C^{te}$  ce qui donne :

$$W_3 = -P_B \int_C^B dV$$

$$\Rightarrow W_3 = -P_B (V_B - V_C)$$

Or  $V_C = V_A$  donc

$$W_3 = -P_B (V_B - V_A)$$

Et puisque :

$$P_B = 3 P_A \text{ et } V_B = 1/3 V_A$$

Donc :

$$W_3 = 2P_A \cdot V_A$$

$$\Rightarrow W_3 = 2nR \cdot T_A \quad (3)$$

A.N :

$$W_3 = 9976,8 J$$

./.



**Correction TD4 Thermodynamique**  
**DUT : Agro-Industrie**  
**Année Universitaire 2019/2020**

**Exercice 1 :**

1- On a d'après l'énoncé le fluide **R134a** se comporte à l'état gazeux comme un gaz parfait, donc on peut appliquer la relation de Mayer pour ce gaz.

$$C_P - C_V = nR \quad (1)$$

Avec :

$C_P$  et  $C_V$  sont les capacités calorifiques respectivement à pression constante et volume constant, leur unité c'est  $J \cdot K^{-1}$

L'équation (1) peut aussi s'écrire comme suit :

$$C_P \left( 1 - \frac{C_V}{C_P} \right) = nR \quad (2)$$

Or :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (3)$$

Donc :

$$C_P \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) = nR \quad (4)$$

$$\Rightarrow C_P \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) = nR \quad (5)$$

D'autre part on a :

$$c_P = \frac{C_P}{m} \quad (6)$$

Avec

$c_P$  : La capacité thermique massique à pression constante

Donc si on divise la relation (5) par la masse m on obtient :

$$\frac{C_P}{m} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) = \frac{n}{m} R \quad (7)$$

$$c_P \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) = \frac{R}{M} \quad (8)$$

Avec :

$M$  : La masse molaire du fluide ( $M = \frac{m}{n}$ )

D'autre part on sait que :

$$[R] = J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \quad (9)$$

Et

$$[M] = g \cdot mol^{-1} \quad (10)$$

Ce qui donne :

$$\left[ \frac{R}{M} \right] = J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1} \quad (11)$$

Et ceci n'est d'autre que la caractéristique massique  $r$

$$r = \frac{R}{M} \quad (12)$$

$$r = \frac{R}{M} \quad (13)$$

Donc la relation (8) devient :

$$c_p \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) = r \quad (14)$$

$$\Rightarrow c_p = r \times \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad (15)$$

A.N :

$$\Rightarrow c_p = 793 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (16)$$

$$\Rightarrow c_p = 0,79 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1} \quad (17)$$

2- on a l'état (1) et caractérisé par une pression  $P_1 = 3,5 \text{ bars}$  et une enthalpie massique  $h_1 = 400 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ces deux valeurs vont nous permettre de placer le point (1) qui se trouve bien sur la courbe de saturation (vapeur saturante) et la ligne isotherme  $\theta_1 = 5^\circ\text{C}$ .

L'état (2) se caractérise par une pression  $P_2 = 3,5 \text{ bars}$  et une enthalpie massique  $h_2 = 415 \text{ kJ.kg}^{-1}$  ce qui donne que le point (2) est sur la même ligne horizontale que le point (1).

Entre l'état (2) et l'état (3) nous avons une compression de  $P_2 = 3,5 \text{ bars}$  à  $P_3 = 10 \text{ bars}$ , ce qui implique que le point (3) est sur la ligne horizontale qui passe par la valeur de pression **10 bars**, et d'après le deuxième principe pour une transformation réversible on a :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Et puisque dans notre cas la compression est aussi adiabatique c'est-à-dire  $\delta Q = 0$  ce qui donne :  
 $dS = 0$

Donc entre l'état (2) et l'état (3) l'entropie reste constante, ce qui signifie que l'évolution de (2) à (3) est sur une ligne iso-entropique (de même valeur d'entropie). Ce qui donne que le point (3) est sur l'intersection de cette ligne iso-entropique et l'horizontale qui correspond à la valeur de pression de **10 bars**.

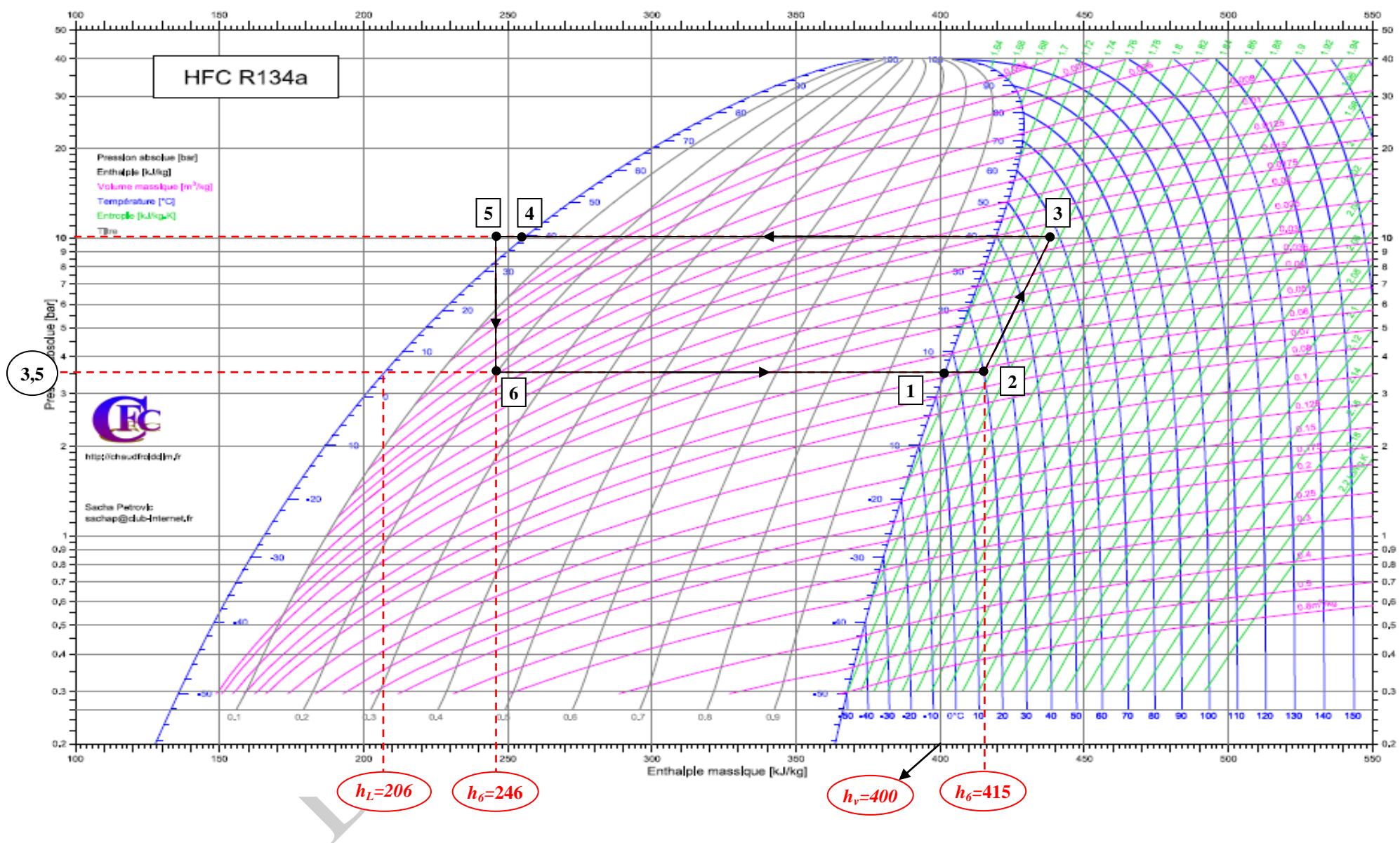
L'évolution de (3) à (4) correspond à une condensation totale qui se passe à pression constante (c'est-à-dire **10 bars**), et puisque c'est une condensation totale donc le point (4) se trouve sur la courbe d'ébullition (limite entre la phase liquide la zone du mélange liquide-vapeur).

La transformation de (4) à (5) est une sous refroidissement à pression constante et puisque nous n'avons pas d'autre information à ce stade, on peut affirmer que le point (5) est sur l'horizontale qui passe par la valeur **10 bars** et à gauche de (4).

On a entre (5) et (6), le fluide subit une détente iso-enthalpique c'est-à-dire au cours de l'évolution de (5) à (6) l'enthalpie reste constante et la pression passe de **10 bar** à **3,5 bar**, donc  $P_6 = 3,5 \text{ bars}$ . Et puisque le fluide se vaporise partiellement et aura un titre massique en vapeur 20 %, ce qui signifie que l'état (6) est un mélange liquide vapeur et le point (6) se trouve sur l'horizontale qui passe par la valeur de pression de **3,5 bars** et exactement à l'intersection avec la ligne de la fraction en vapeur de 20%.

D'autre part la transformation de (5) à (6) est iso-enthalpique c'est-à-dire l'enthalpie reste fixe au cours de cette transformation, ce qui peut être schématisé par une ligne verticale, l'intersection de cette ligne verticale avec la ligne horizontale qui passe par la valeur **10 bars** donne l'emplacement précis du point (5).

Il suffit maintenant de rejoindre les six points en précisant le sens pour finaliser le cycle. (Voir la figure ci-dessous)



3-D'après le diagramme on trouve bien

$$\theta_2 = 20^\circ C$$

4-a) d'après le diagramme on a :

$$\theta_3 \approx 55^\circ C$$

4-b) le compresseur fonctionne entre l'état (2) et l'état (3), donc le travail fourni par le compresseur est le travail échangé par le système lors de la transformation de (2) à (3).

On sait que :

$$H = U + PV \quad (18)$$

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta U + \Delta(PV) \quad (19)$$

Et on a la compression est adiabatique c'est-à-dire  $Q=0$  ce qui donne d'après le premier principe :

$$\Delta U = W \quad (20)$$

Remplaçons ceci dans (19), on obtient :

$$\Delta H = W + \Delta(PV) \quad (21)$$

$$\Rightarrow W = \Delta H - \Delta(PV) \quad (22)$$

Afin d'obtenir le travail fournit par kilogramme, nous divisons cette dernière équation par la masse  $m$  :

$$\frac{W}{m} = \frac{\Delta H}{m} - \frac{\Delta(PV)}{m} \quad (23)$$

Ceci représente le travail par kilogramme que doit fournir le compresseur au cours de la compression c'est-à-dire entre l'état (2) et l'état (3). Donc on peut écrire l'équation (23) comme suit :

$$\frac{W}{m} = \frac{(H_3 - H_2)}{m} - \frac{(P_3 V_3 - P_2 V_2)}{m} \quad (24)$$

$$\Rightarrow \frac{W}{m} = \left( \frac{H_3}{m} - \frac{H_2}{m} \right) - \left( P_3 \frac{V_3}{m} - P_2 \frac{V_2}{m} \right) \quad (25)$$

D'autre part on a :

L'enthalpie massique  $h$  est :

$$h = \frac{H}{m}$$

et le volume massique  $v$  est :

$$v = \frac{V}{m}$$

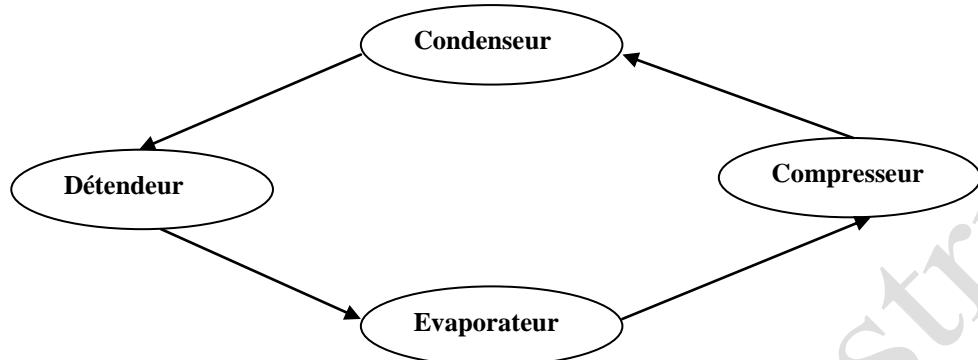
Donc remplaçons ceci dans l'équation (6), on obtient :

$$\Rightarrow \frac{W}{m} = (h_3 - h_2) - (P_3 v_3 - P_2 v_2) \quad (25)$$

L'application numérique donne :

## Exercice 2

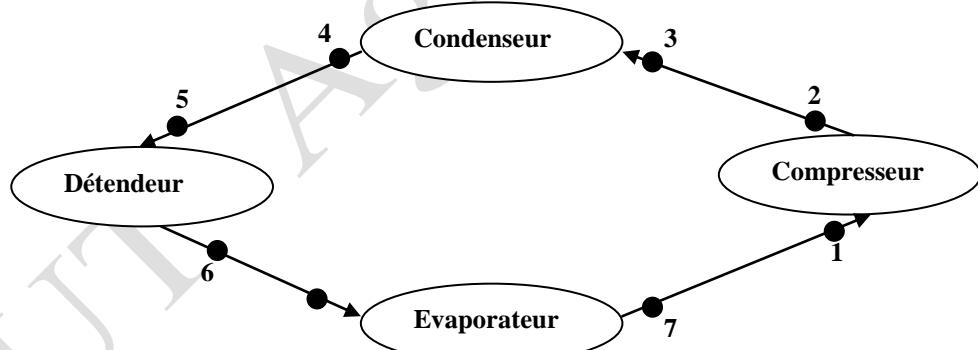
Avant de commencer à répondre aux questions, une analyse simple de l'installation montre que nous avons quatre éléments qui sont : le condenseur, le détendeur, l'évaporateur et le compresseur. Nous pouvons donc établir le schéma suivant :



Si on prend en compte la nomenclature suivante imposée par l'exercice :

- ✓ Etat (1) : l'entrée du compresseur
- ✓ Etat (2) : la sortie du compresseur
- ✓ Etat (3) : l'entrée du condenseur
- ✓ Etat (4) : la sortie du condenseur
- ✓ Etat (5) : l'entrée du détendeur
- ✓ Etat (6) : la sortie du détendeur
- ✓ Etat (7) : la sortie de l'évaporateur

Le schéma précédent devient :



On sait que la condensation est une transformation de phase qui se passe à température constante, et d'après le schéma de l'installation on a  $T_{cond} = 40^\circ C$  donc on peut écrire :

$$T_3 = T_4 = 40^\circ C$$

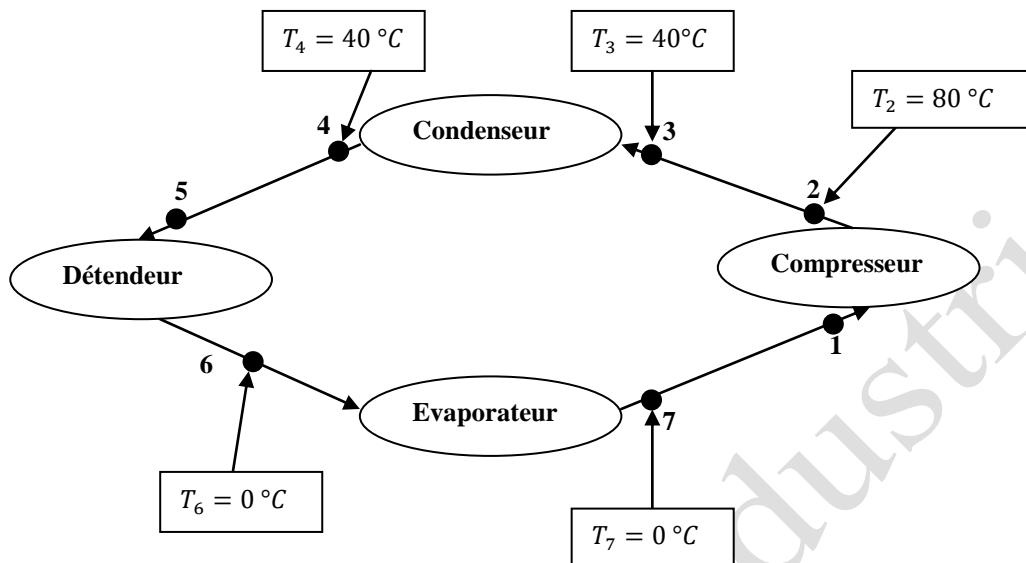
De même l'évaporation est une transformation de phase qui se passe à température constante, et d'après le schéma de l'installation on a  $T_{évac} = 0^\circ C$ ; et d'autre part d'après l'énoncé il n'y a aucune transformation entre la sortie du détendeur et l'entrée de l'évaporateur donc il y a un seul état entre ces deux éléments qui est l'état (6), on peut donc écrire :

$$T_6 = T_7 = 0^\circ C$$

D'après l'énoncé le fluide sort du compresseur avec une température de 80 °C, ce qui permet d'écrire :

$$T_2 = 80^\circ C$$

Si on reporte ces valeurs de température sur le schéma précédent, on obtient :



Concernant les pressions nous avons sur le schéma de l'installation, le fluide entre dans le compresseur avec une pression de 8 bars et sort avec une pression de 25 bars, donc :

$$\begin{aligned} P_1 &= 8 \text{ bars} \\ P_2 &= 25 \text{ bars} \end{aligned}$$

Et d'après les données, on a la pression reste constante durant la diminution de température entre la sortie du compresseur et l'entrée du condenseur, ce qui signifie :

$$P_3 = P_2 = 25 \text{ bars}$$

Et la condensation se passe à pression fixe, c'est-à-dire :

$$P_4 = P_3 = 25 \text{ bars}$$

Encore une fois, entre la sortie du condenseur et l'entrée du détendeur la pression reste constante durant le sous refroidissement ce qui permet d'écrire :

$$P_5 = P_4 = 25 \text{ bars}$$

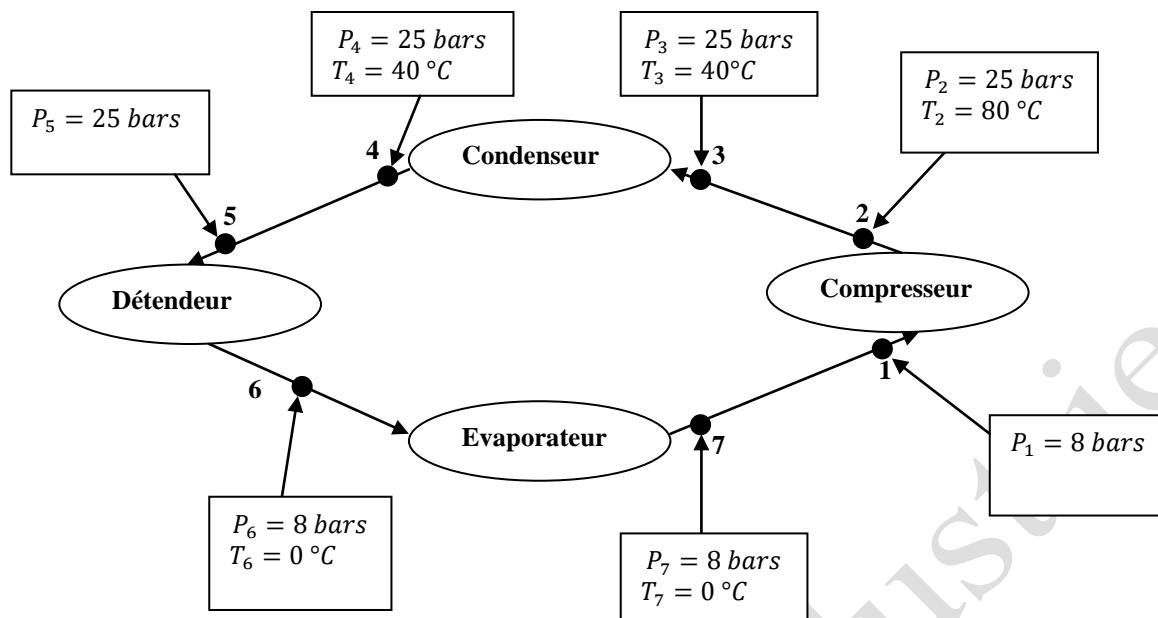
D'autre part, d'après les données, la pression ne change pas entre la sortie du l'évaporateur et l'entrée du compresseur, donc

$$P_7 = P_1 = 8 \text{ bars}$$

Et aussi, au sein de l'évaporateur la pression reste constante, ce qui donne :

$$P_6 = P_7 = 8 \text{ bars}$$

Si on reporte ces valeurs de pression sur le schéma précédent, on obtient :



1- le report de ces valeurs dans le tableau 1 donne :

	Etat (1)	Etat (2)	Etat (3)	Etat (4)	Etat (5)	Etat (6)	Etat (7)
Pression (Pa)	$8 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$	$25 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^5$
Température (°C)		80	40	40		0	0
Volume massique (m³/kg)				X	X		
Enthalpie massique (kJ.kg⁻¹)							
Entropie massique (kJ.kg⁻¹.K⁻¹)				X	X	X	

2-

Pour l'état (2), nous avons la pression est de 25 bars et la température est de 80 °C, si on croise ces deux valeurs sur le diagramme enthalpique, on obtient la position du point (2).

On sait que de (2) à (3) la transformation est une diminution de température à pression constante donc le passage de (2) à (3) est un segment horizontale, et ainsi on trouve la position de l'état (3).

Le passage de (3) à (4) est une condensation totale (qui se passe à pression constante), donc la position du point (4) est sur la courbe d'ébullition sur la même droite horizontale qui passe par (3).

De (4) à (5) la transformation est un sous refroidissement à pression constante donc le point (5) se trouve à gauche du point (4) sur la même horizontale, mais puisque nous n'avons pas d'autre information sur (5) nous ne pouvons pas pour l'instant donner la position exacte de (5).

D'autre part on a l'état (6) est caractérisé par une pression de 8 bars et une température de 0°C, ce qui nous donne que le point (6) se trouve sur un palier ; si on regarde les données nous avons au point (6) (la sortie du détendeur) le fluide contient 22% sous forme vapeur, le report de cette valeur sur le palier donne la position exacte de (6).

D'autre part la détente (passage (5) à (6)) est iso-enthalpique, donc le passage de (5) à (6) est un segment vertical, ce qui donne, si on remonte verticalement à partir de (6) on trouve la position de l'état (5) qui est l'intersection de cette verticale avec l'horizontale qui passe par la valeur de 25 bars.

Le passage de (6) à (7) est une vaporisation complète (qui se passe à pression constante) donc le point (7) se trouve sur la courbe de rosée.

L'état (1) est caractérisé par une pression de 8 bars, donc le point (1) se trouve sur la droite horizontale  $P=8 \text{ bars}$ .

D'autre part, la compression est adiabatique c'est-à-dire  $Q=0$  or les transformations sont supposées réversibles, on peut donc écrire :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Ce qui implique :

$$dS = 0 \Rightarrow S = C^{te}$$

C'est-à-dire que le passage de (1) à (2) est iso-entropique donc le point (1) se trouve sur la courbe iso-entropique qui passe par (2).

L'intersection de cette courbe iso-entropique avec la droite horizontale qui passe par la valeur de pression  $P=8\text{ bars}$  donne la position exacte de (1).

Le cycle est parcouru dans le sens croissant des numéros caractérisant les différents états.

Voir le cycle sur le diagramme enthalpique.

3- d'après le diagramme on trouve que le point (5) se trouve sur la courbe isotherme de  $30^{\circ}\text{C}$ , donc

$$T_5 = 30^{\circ}\text{C}$$

4- la lecture des valeurs sur le diagramme enthalpique permet de compléter le tableau 2 :

	Etat (1)	Etat (2)	Etat (3)	Etat (4)	Etat (5)	Etat (6)	Etat (7)
Pression (Pa)	<b><math>8 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>25 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>25 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>25 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>25 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>8 \cdot 10^5</math></b>	<b><math>8 \cdot 10^5</math></b>
Température ( $^{\circ}\text{C}$ )	<b>20</b>	<b>80</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
Volume massique ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )	<b>0,038</b>	<b>0,014</b>	<b>0,0105</b>			<b>0,0075</b>	<b>0,035</b>
Enthalpie massique ( $\text{KJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	<b>446</b>	<b>480</b>	<b>435</b>	<b>270</b>	<b>250</b>	<b>250</b>	<b>430</b>
Entropie massique ( $\text{KJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	<b>1,9</b>	<b>1,9</b>	<b>1,76</b>				<b>1,84</b>

5-

On sait que :

$$H = U + PV$$

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta U + \Delta(PV) \quad (1)$$

Et on a la compression est adiabatique c'est-à-dire  $Q=0$  ce qui donne d'après le premier principe :

$$\Delta U = W$$

Remplaçons ceci dans (1), on obtient :

$$\Delta H = W + \Delta(PV) \quad (2)$$

$$\Rightarrow W = \Delta H - \Delta(PV) \quad (3)$$

Afin d'obtenir le travail fourni par kilogramme, nous divisons cette dernière équation par la masse  $m$  :

$$\frac{W}{m} = \frac{\Delta H}{m} - \frac{\Delta(PV)}{m} \quad (4)$$

Ceci représente le travail par kilogramme que doit fournir le compresseur au cours de la compression c'est-à-dire entre l'état (1) et l'état (2). Donc on peut écrire l'équation (4) comme suit :

$$\frac{W}{m} = \frac{(H_2 - H_1)}{m} - \frac{(P_2 V_2 - P_1 V_1)}{m} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{W}{m} = \left( \frac{H_2}{m} - \frac{H_1}{m} \right) - \left( P_2 \frac{V_2}{m} - P_1 \frac{V_1}{m} \right) \quad (6)$$

D'autre part on a :

L'enthalpie massique  $h$  est :

$$h = \frac{H}{m}$$

et le volume massique  $v$  est :

$$v = \frac{V}{m}$$

Donc remplaçons ceci dans l'équation (6), on obtient :

$$\Rightarrow \frac{W}{m} = (h_2 - h_1) - (P_2 v_2 - P_1 v_1) \quad (6)$$

L'application numérique donne :

$$\Rightarrow \frac{W}{m} = 29\,400 \text{ J/kg}$$

6- Donc la puissance  $P_1$  que doit fournir le compresseur au fluide frigorigène est :

$$P_1 = \frac{W}{m} \times Q_m$$

A.N :

$$P_1 = 7350 \text{ W}$$

7- on a la condensation se passe à pression constante donc la quantité de chaleur échangée dans le condenseur est :

$$Q_P = \Delta H$$

Afin d'obtenir la quantité de chaleur par kilogramme, nous divisons cette dernière équation par la masse  $m$  :

$$\frac{Q_P}{m} = \frac{\Delta H}{m}$$

De même que la question précédente,  $h = \frac{H}{m}$  donc :

$$\frac{Q_P}{m} = \Delta h$$

Or la condensation est entre l'état (3) et l'état (4), donc :

$$\frac{Q_P}{m} = h_4 - h_3$$

A.N :

$$\frac{Q_P}{m} = -165\,000 \text{ J/kg}$$

Le fluide subit une condensation donc il perd de l'énergie d'où le signe négatif.

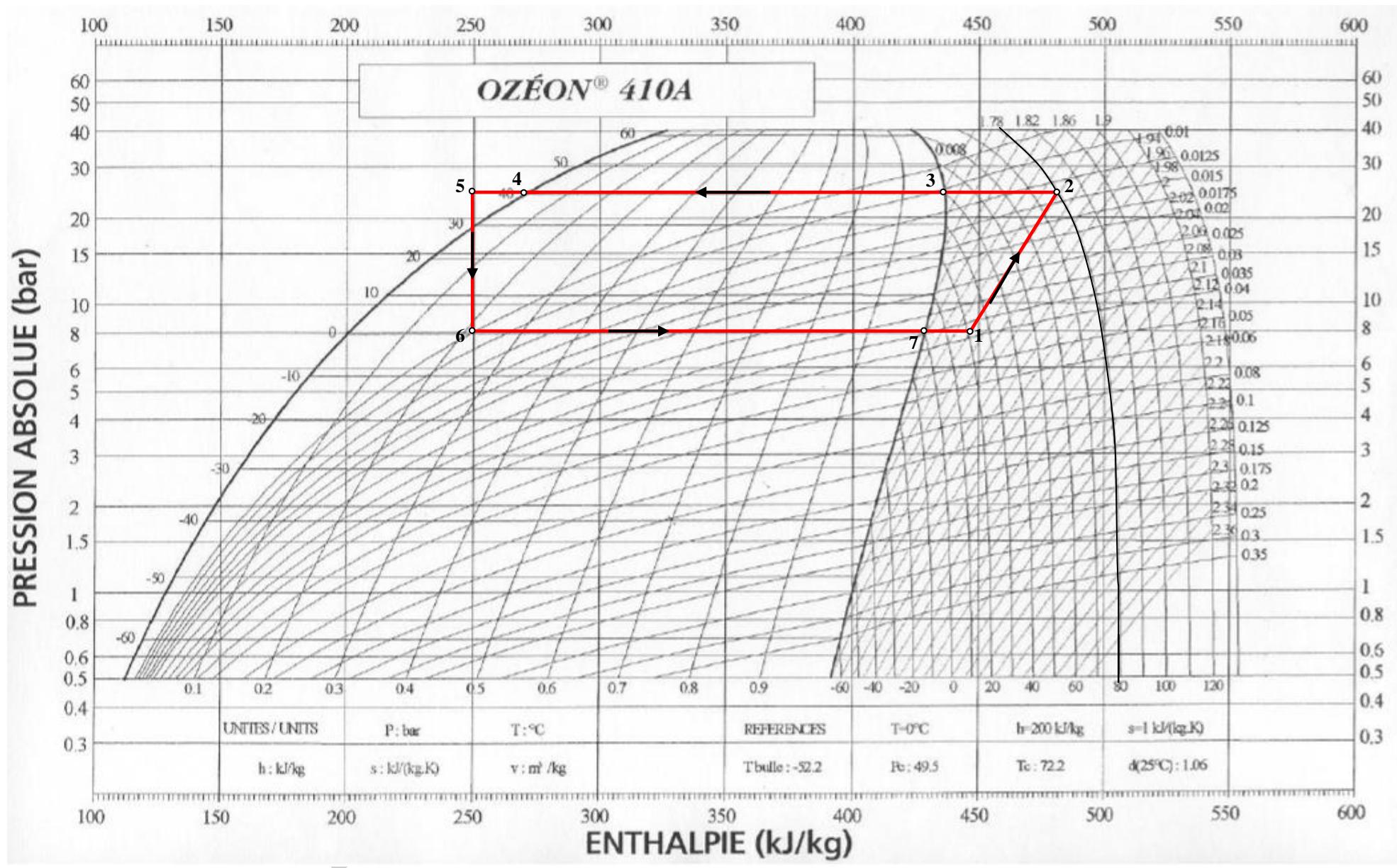
8- La puissance frigorifique  $P_2$  consommé par le condenseur est la suivante :

$$P_2 = \left| \frac{Q_p}{m} \right| \times Q_m$$

A.N :

$$P_2 = 41\,250\,W$$

DUT Agro-industrie





**Correction TD5 Thermodynamique**  
**DUT : Agro-Industrie**  
**Année Universitaire 2019/2020**

**Exercice 1 :** Utilisation du diagramme de l'air humide

**Q1 :** Dans un local, on relève au psychromètre :  $T_s = 22,2^\circ\text{C}$  et  $T_h = 17^\circ\text{C}$ ; Rechercher les caractéristiques de l'air du local considéré.

D'abord on trace une ligne verticale à partir de la valeur de température  $T_s = 22,2^\circ\text{C}$ , ensuite on trace une ligne verticale à partir de la température  $T_h = 17^\circ\text{C}$  jusqu'à atteindre la ligne de saturation ( $\varphi = 100\%$ ) et puis on va suivre la ligne incliné de température humide (la ligne en rouge sur le diagramme), (dans la vidéo du chapitre 6 je vous ai expliqué comment en différencier entre les lignes de température humide et les lignes de l'enthalpie spécifique lorsqu'on a un diagramme seulement en noir).

L'intersection des deux lignes tracées donne la position du point A représentatif de l'état de cet air (voir le diagramme dans l'annexe 1), ensuite on détermine les autres caractéristiques comme s'est expliqué dans le cours. On trouve :

$T_s$ ( $^\circ\text{C}$ )	<b>22,2</b>
$T_h$ ( $^\circ\text{C}$ )	<b>17</b>
$T_r$ ( $^\circ\text{C}$ )	<b>14</b>
$y$ ( $\text{g d'eau/kg. a.s}$ )	<b>10</b>
$y^{sat}$ ( $\text{g d'eau/kg. a.s}$ )	<b>17</b>
$\varphi$ (%)	<b>60 %</b>
$h_s$ ( $\text{kJ/kg. a.s}$ )	<b>48</b>
$v_s$ ( $\text{m}^3/\text{kg. a.s}$ )	<b>0,85</b>

**Q2 :** Même question avec  $T_s = 0^\circ\text{C}$  et  $\varphi = 80\%$

D'abord on trace une ligne verticale à partir de la valeur de température  $T_s = 0^\circ\text{C}$ , ensuite on repère la ligne de  $\varphi = 80\%$ .

L'intersection des deux lignes tracées donne la position du point B représentatif de l'état de cet air (voir le diagramme dans l'annexe 2), ensuite on détermine les autres caractéristiques comme s'est expliqué dans le cours.

On trouve :

$T_s$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	0
$T_h$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-1
$T_r$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	-3
$y$ ( $\text{g d' eau/kg.a.s}$ )	3
$y^{sat}$ ( $\text{g d' eau/kg.a.s}$ )	3,6
$\varphi$ (%)	80 %
$h_s$ ( $\text{kJ/kg.a.s}$ )	7,5
$v_s$ ( $\text{m}^3/\text{kg.a.s}$ )	0,778

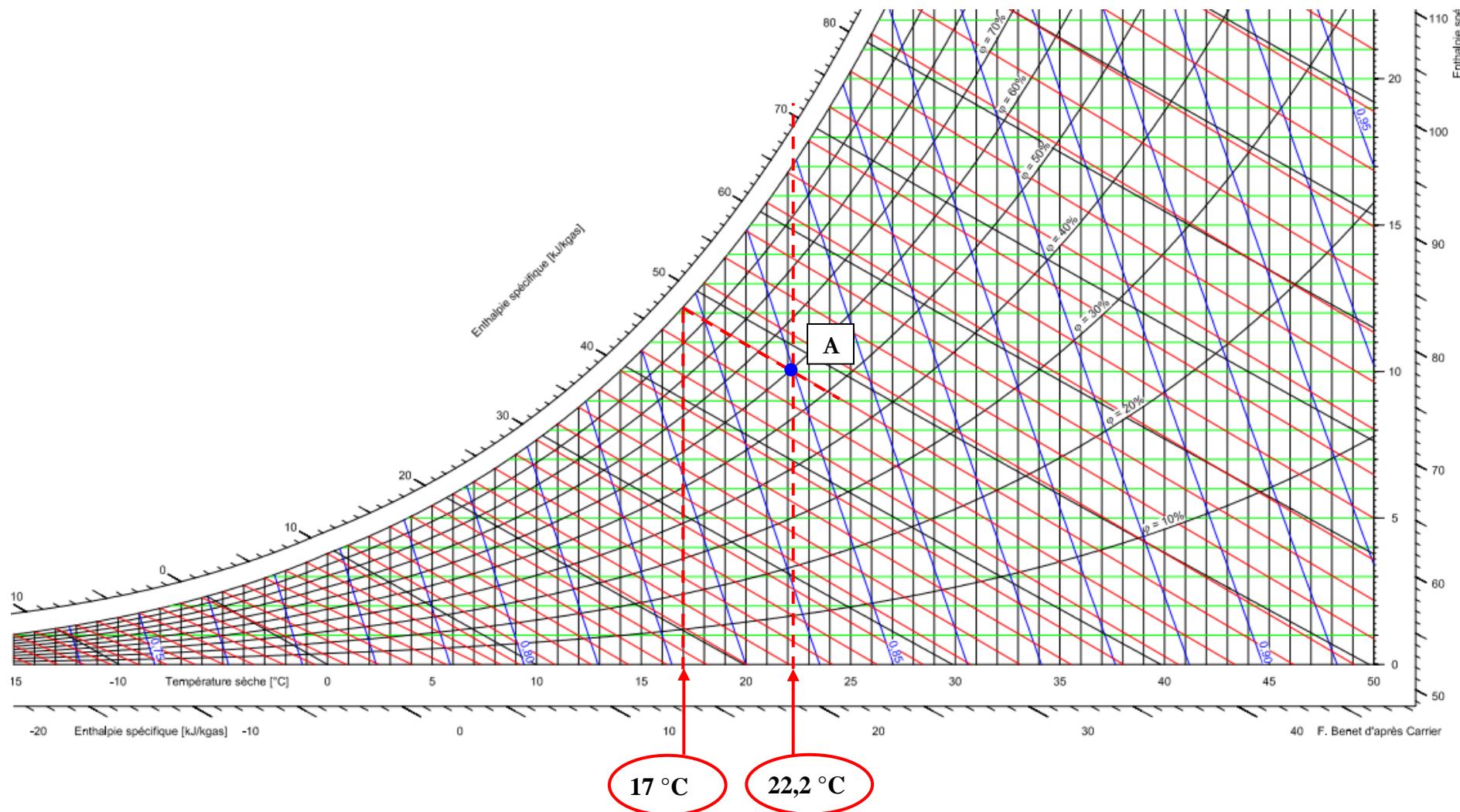
**Q3 :** Même question avec  $h_s = 62,7 \text{ kJ/kgas}$  et  $v_s = 0,86 \text{ m}^3/\text{kgas}$

On trace avec une règle une ligne qui passe par la valeur de l'enthalpie spécifique  $h_s = 62,7 \text{ kJ/kgas}$  sur les deux axes de  $h_s$  (l'axe interne et l'axe externe) (voir la figure à l'annexe 3) ensuite on repère la ligne du volume spécifique qui vaut  $v_s = 0,86 \text{ m}^3/\text{kgas}$ .

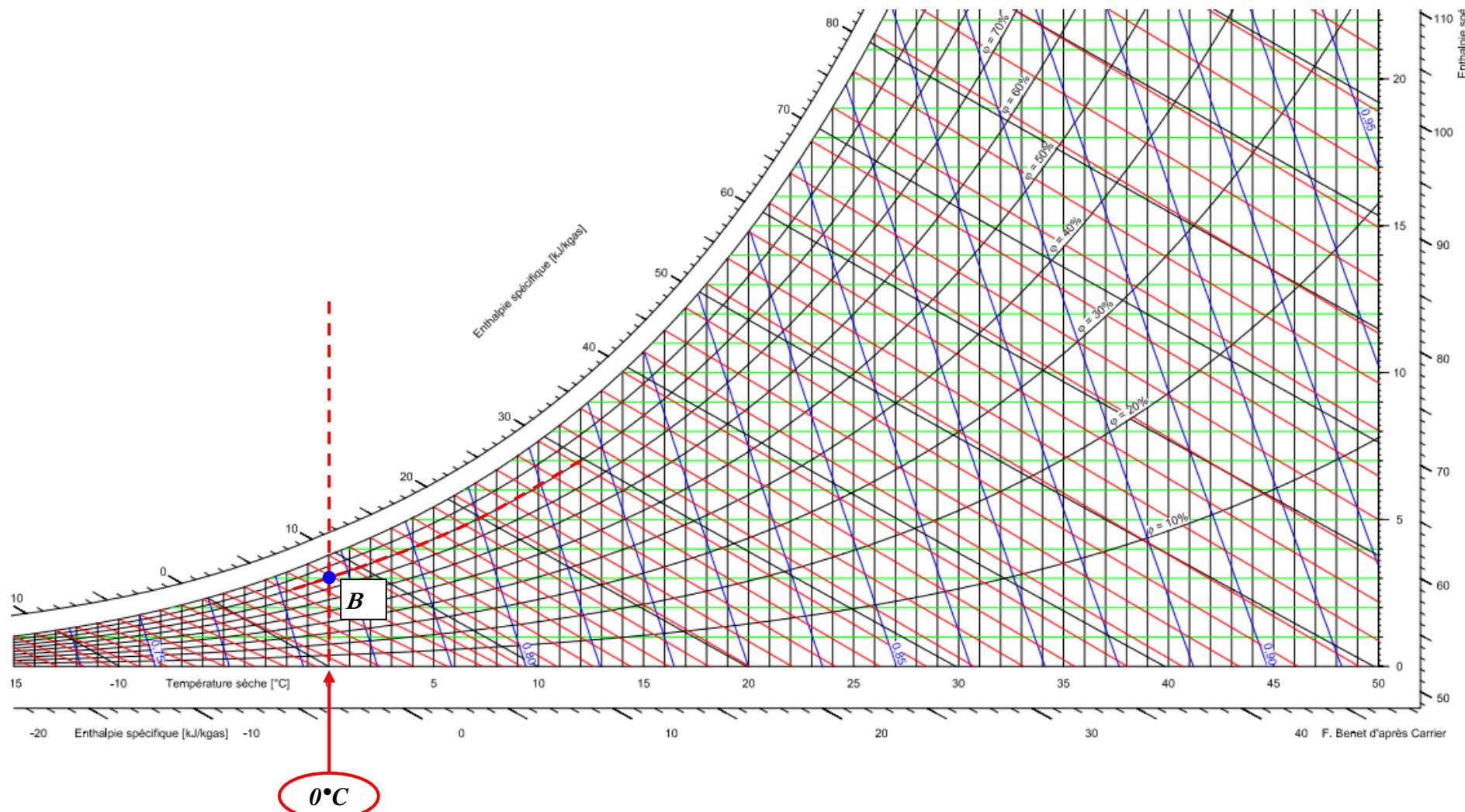
L'intersection de ces deux lignes tracé donne la position du point C représentatif de l'état de cet air.  
On trouve :

$T_s$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	23,2
$T_h$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	21,5
$T_r$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	20,8
$y$ ( $\text{g d' eau/kg.a.s}$ )	15,4
$y^{sat}$ ( $\text{g d' eau/kg.a.s}$ )	18,2
$\varphi$ (%)	85 %
$h_s$ ( $\text{kJ/kg.a.s}$ )	62,7
$v_s$ ( $\text{m}^3/\text{kg.a.s}$ )	0,86

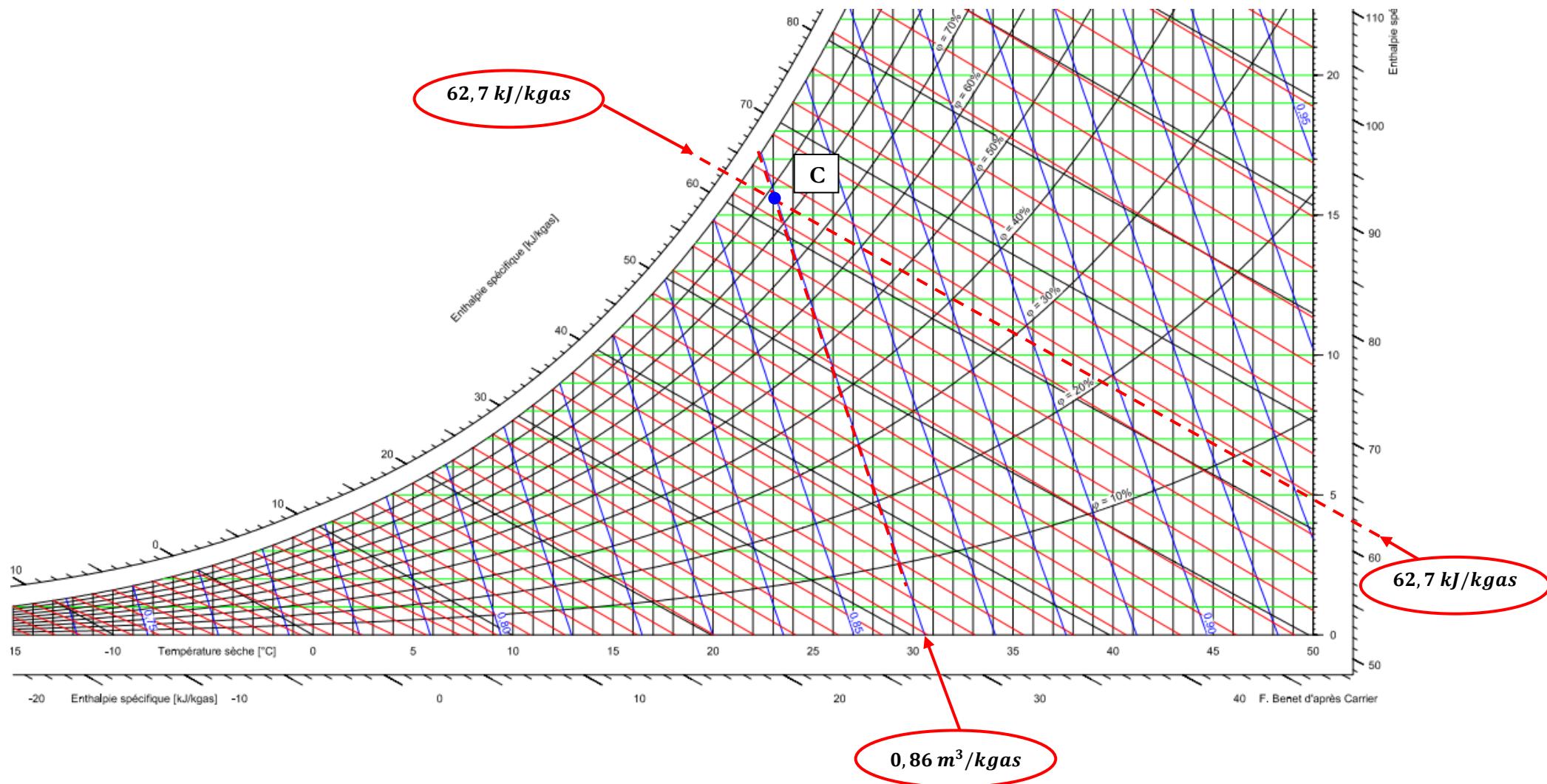
## Annexe 1 : Solution de Q1



## Annexe 2 : Solution de Q2

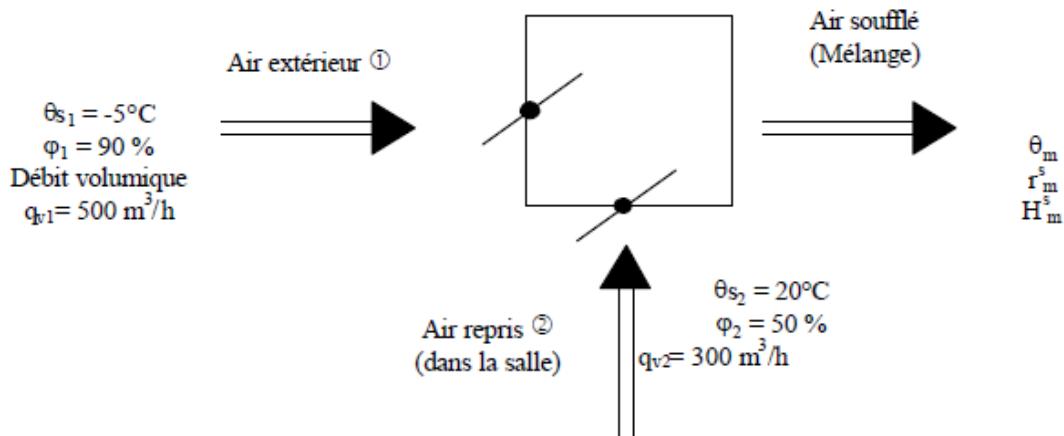


## Annexe 3 : Solution de Q3



**Exercice 2 : Mélange d'air**

Dans un procédé industriel de séchage, il est souvent nécessaire de conditionner l'air extérieur en le mélangeant avec l'air recyclé avant de le soufflé vers le sécheur. Le schéma traite un cas pratique de mélange de deux courants d'air.

**1- Déterminer les volumes spécifiques  $v_{s1}$  et  $v_{s2}$  ?**

Pour l'air extérieur, nous utilisons les données suivantes  $T_s = -5^\circ\text{C}$  et  $\varphi = 90\%$  et on suit la même démarche que la question Q2 de l'exercice 1, on trouve :

$$v_{s1} = 0,762 \text{ m}^3/\text{kgas}$$

De même pour l'air repris dans la salle, nous utilisons les données suivantes  $T_s = 20^\circ\text{C}$  et  $\varphi = 50\%$  et on suit la même démarche que la question Q2 de l'exercice 1, on trouve :

$$v_{s2} = 0,840 \text{ m}^3/\text{kgas}$$

**2- En déduire les débits massiques d'air sec ?**

D'après la définition du volume spécifique on a :

$$v_s = \frac{V_{\text{air humide}}}{m_{\text{air sec}}}$$

La division des deux termes de cette fraction par le temps donne :

$$\dot{v}_s = \frac{V_{\text{air humide}}}{m_{\text{air sec}}} = \frac{\dot{V}_{\text{air humide}}}{\dot{m}_{\text{air sec}}}$$

Avec :

$\dot{V}_{\text{air humide}}$  : le débit volumique de l'air humide

$\dot{m}_{\text{air sec}}$  : le débit massique de l'air sec

- Pour l'air extérieur (1) on a :

$$\dot{V}_{\text{air humide}} = q_{v1} = 500 \text{ m}^3/\text{h}$$

Donc

$$\dot{m}_{\text{air sec}1} = \frac{q_{v1}}{v_{s1}} = \frac{500 \text{ m}^3/\text{h}}{0,762 \text{ m}^3/\text{kgas}}$$

$\dot{m}_{\text{air sec}1} = 656,17 \text{ kgas/h}$

- Pour l'air repris dans la salle (2) on a :

$$\dot{V}_{\text{air humide}} = q_{v_2} = 300 \text{ m}^3/\text{h}$$

Donc

$$\dot{m}_{\text{air sec}_2} = \frac{q_{v_2}}{v_{s_2}} = \frac{300 \text{ m}^3/\text{h}}{0,840 \text{ m}^3/\text{kgas}}$$

$\dot{m}_{\text{air sec}_2} = 357,14 \text{ kgas/h}$

### 3- Déterminer les caractéristiques du mélange

Avant de parler des caractéristiques du mélange on doit d'abord déterminer les caractéristiques de chaque courant d'air (1) et (2).

A partir des points représentatifs de l'air extérieur (1) et de l'air repris dans la salle (2) que nous avons positionné sur le diagramme d'air humide à la première question, on détermine les autres caractéristiques pour chaque air. On trouve :

Caractéristique	l'air extérieur (1)	l'air repris dans la salle (2)
$T_s$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	—5	20
$T_h$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	—5,5	13,8
$T_r$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	—6	9,5
$y$ ( $\text{g d'eau/kg.a.s}$ )	2,2	7,4
$y^{sat}$ ( $\text{g d'eau/kg.a.s}$ )	2,5	14,8
$\varphi$ (%)	90 %	50 %
$h_s$ ( $\text{kJ/kg.a.s}$ )	0,05	38,5
$v_s$ ( $\text{m}^3/\text{kg.a.s}$ )	0,762	0,840
$\dot{V}_{\text{air humide}}$ ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	500	300
$\dot{m}_{\text{air sec}}$ ( $\text{kgas/h}$ )	656,17	357,14

**N.B :** J'ai ajouté dans le tableau les valeurs des débits volumiques d'air humide et les valeurs des débits massiques d'air sec pour les deux courants d'air (1) et (2).

Sachons que les deux grandeurs qui se conservent sont la masse et l'énergie.

Nous réalisons d'abord un bilan de matière sur l'air sec, on a :

$$\dot{m}_{\text{air sec}_m} = \dot{m}_{\text{air sec}_1} + \dot{m}_{\text{air sec}_2}$$

Ce qui veut dire que la quantité d'air sec qui se trouve à la sortie (mélange) n'est d'autre que la somme des celles des deux entrées.

On obtient :

$$\dot{m}_{\text{air sec}_m} = 1013,31 \text{ kgas/h}$$

Nous réalisons maintenant le bilan de matière sur l'eau sous forme vapeur :

$$\dot{m}_{\text{vapeur d'eau}_m} = \dot{m}_{\text{vapeur d'eau}_1} + \dot{m}_{\text{vapeur d'eau}_2}$$

Or d'après la définition de l'humidité spécifique on a :

$$y = \frac{m_{vapeur\ d'eau}}{m_{air\ sec}}$$

La division des deux termes de cette fraction par le temps donne :

$$y = \frac{m_{vapeur\ d'eau}}{m_{air\ sec}} = \frac{\dot{m}_{vapeur\ d'eau}}{\dot{m}_{air\ sec}}$$

Avec :

$\dot{m}_{vapeur\ d'eau}$  : le débit massique de la vapeur d'eau

$\dot{m}_{air\ sec}$  : le débit massique de l'air sec

Ce qui donne :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau} = y \times \dot{m}_{air\ sec}$$

- Pour l'air extérieur (1) on a :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_1} = y_1 \times \dot{m}_{air\ sec_1}$$

A.N :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_1} = 2,2\ g\ d'\ eau/kgas \times 656,17\ kgas/h$$

$\Rightarrow$

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_1} = 1443,574\ g\ d'\ eau/h$$

- Pour l'air repris dans la salle (2) on a :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_2} = y_2 \times \dot{m}_{air\ sec_2}$$

A.N :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_2} = 7,4\ g\ d'\ eau/kgas \times 357,14\ kgas/h$$

$\Rightarrow$

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_2} = 2642,836\ g\ d'\ eau/h$$

La substitution de ces deux valeurs dans le bilan de matière sur l'eau donne :

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_m} = 1443,574 + 2642,836$$

$\Rightarrow$

$$\dot{m}_{vapeur\ d'eau_m} = 4086,41\ g\ d'\ eau/h$$

Or d'après la définition de l'humidité spécifique on a :

$$y = \frac{m_{vapeur\ d'eau}}{m_{air\ sec}} = \frac{\dot{m}_{vapeur\ d'eau}}{\dot{m}_{air\ sec}}$$

$\Rightarrow$

$$y_m = \frac{\dot{m}_{vapeur\ d'eau_m}}{\dot{m}_{air\ sec_m}}$$

A.N :

$$y_m = \frac{4086,41 \text{ g d'eau/h}}{1013,31 \text{ kgas/h}}$$

$$y_m = 4,03 \text{ g d'eau/kgas}$$

Soit  $E$  la quantité de chaleur (sensible + latente) contenue dans un air humide.

L'enthalpie spécifique se définit comme suit :

$$h_s = \frac{E}{m_{air \ sec}}$$

La division des deux termes de cette fraction par le temps donne :

$$h_s = \frac{E}{m_{air \ sec}} = \frac{\dot{E}}{\dot{m}_{air \ sec}}$$

Avec :

$\dot{E}$  : le débit de chaleur (puissance) contenue dans un air humide

$\dot{m}_{air \ sec}$  : le débit massique de l'air sec

Le bilan d'énergie sur la chaleur donne :

$$\dot{E}_m = \dot{E}_1 + \dot{E}_2$$

- Pour l'air extérieur (1) on a :

$$\dot{E}_1 = h_{s_1} \times \dot{m}_{air \ sec_1}$$

A.N :

$$\dot{E}_1 = 0,05 \text{ kJ/kgas} \times 656,17 \text{ kgas/h}$$

$\Rightarrow$

$$\dot{E}_1 = 32,8085 \text{ kJ/h}$$

- Pour l'air repris dans la salle (2) on a :

$$\dot{E}_2 = h_{s_2} \times \dot{m}_{air \ sec_2}$$

A.N :

$$\dot{E}_2 = 38,5 \text{ kJ/kgas} \times 357,14 \text{ kgas/h}$$

$\Rightarrow$

$$\dot{E}_2 = 13\,749,89 \text{ kJ/h}$$

La substitution de ces deux valeurs dans le bilan de matière sur l'eau donne :

$$\dot{E}_m = 13\,782,6985 \text{ kJ/h}$$

Ce qui donne :

$$h_{s_m} = \frac{\dot{E}_m}{\dot{m}_{air \ sec_m}}$$

$\Rightarrow$

$$h_{s_m} = \frac{13\,782,6985 \text{ kJ/h}}{1013,31 \text{ kgas/h}}$$

$\Rightarrow$

$$h_{s_m} = 13,60 \text{ kJ/kgas}$$

A partir de ces deux valeurs de  $y_m$  et  $h_{S_m}$  on positionne le point  $M$  qui représente le mélange sur le diagramme d'air humide et on trouve :

Caractéristique	Le mélange)
$T_s$ ( $^{\circ}C$ )	<b>3,2</b>
$T_h$ ( $^{\circ}C$ )	<b>2</b>
$T_r$ ( $^{\circ}C$ )	<b>1</b>
$y$ ( $g \text{ d'eau/kg.a.s}$ )	<b>4,03</b>
$y^{sat}$ ( $g \text{ d'eau/kg.a.s}$ )	<b>4,8</b>
$\varphi$ (%)	<b>82 %</b>
$h_s$ ( $kJ/kg.a.s$ )	<b>13,60</b>
$v_s$ ( $m^3/kg.a.s$ )	<b>0,788</b>

./.