Régulation Industrielle

TD série N° : 1

Exercice 1 :

Déterminer les transformées de Laplace des fonctions suivantes :

$f(t) = (2e^{-7t} - 4e^{t})\,u(t)$, $g(t) = \sin(t)\,u(t)$ et $g(t) = \cos(t)\,e^{-t}\,u(t)$

Exercice 2 :

Déterminer la transformée inverse de Laplace de des fonctions suivante:

$$F(p) = \frac{10}{p(1+5p)} \qquad G(p) = \frac{4}{p+2} \qquad H(p) = \frac{2}{p} - \frac{2e^{-3p}}{p}.$$

Exercice 3 :

Trouver la transformée inverse de Laplace de des fonctions suivantes :

$$H(p) = \frac{5p+10}{p^2+3p-4}\ , \qquad G(p) = \frac{1}{(p+3)(p^2+3p+2)}$$

Exercice 4 :

Utiliser le tableau et les propriétés de la transformée de Laplace pour résoudre les équations différentielles ci-dessous :

(a) $\dfrac{d^2s(t)}{dt^2} + \dfrac{ds(t)}{dt} = u(t)$ (conditions initiales s(t) =0 et s’(t)=0)

(b) $\dfrac{d^2s(t)}{dt^2} + 4s(t) = 2u(t)$ (conditions initiales s(t) =0 et s’(t)=1)

(c) $\dfrac{d^2s(t)}{dt^2} + 5\dfrac{ds(t)}{dt} + 4s(t) = e^{-2t}u(t)$ (conditions initiales s(t) = 1 et s’(t)=0)

EST-Béni Mellal | **Filière : DUT Agro-Ind S2**

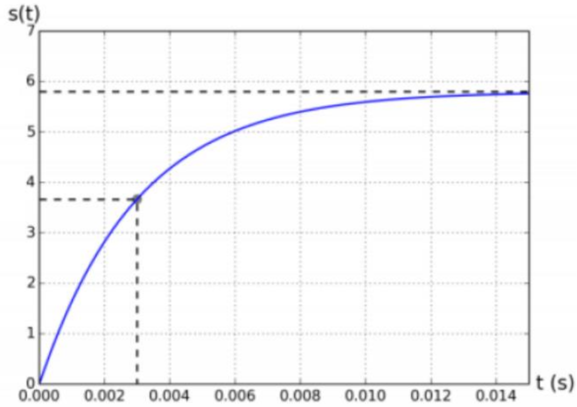
USMS-Béni Mellal | **Année Universitaire : 2021/2022**

Régulation Industrielle

TD série N° : 2

Exercice 1:

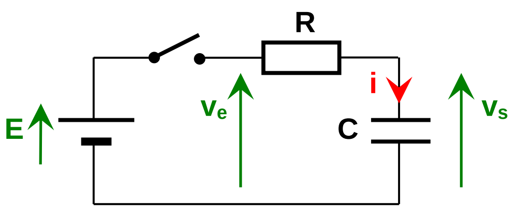
Considérons un système dont la fonction de transfert est inconnue et dont la réponse à un échelon d'amplitude $E_0 = 2$ obtenue expérimentalement, est donnée ci-contre. Elle s'apparente à la réponse d'un système du 1 er ordre,

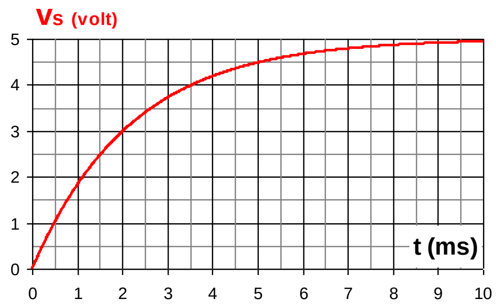


Identifier les valeurs les paramètres du modèle de ce système : Le gain statique K, La constante de temps t, en déduire l'expression de sa fonction du transfert

Exercice 2:

Soit le circuit réalisant un filtre passe-bas du 1er ordre dont on déterminer la valeur de C :





On ferme l'interrupteur K à t = 0; $\mathbf{v_e(t)}$ est donc un échelon $\mathbf{E.\Gamma(t)}$ d'amplitude **E**.
La sortie du système sera la tension $\mathbf{v_s}$ aux bornes du condensateur C (sortie du filtre).

✍ **1)** Ecrire l'équation différentielle du système (entrée constante **E** et sortie $\mathbf{v_s(t)}$).

✍ **2)** Exprimer la constante de temps τ en fonction de R et C.

✍ **3)** On donne R = 220Ω ; déterminer la valeur de C en effectuant une mesure sur le graphe $v_s(t)$.

Exercice 3:

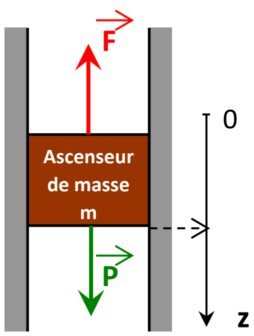
Soit le dispositif utilisé pour le freinage d'urgence d'un ascenseur.

Le système est constitué de l'ascenseur (déplacement vertical).

L'entrée du système est la force **P** de pesanteur (P = mg).

La sortie du système est la vitesse verticale **v** de descente.

Les forces appliquées au système sont :



la pesanteur $P = m.g$ ($g \approx 10N/kg$)

le frottement $F = -f.v$ (f = constante de frottement).

La relation fondamentale de la dynamique est : $\sum Forces = ma = m\dfrac{dv}{dt}$.

1) Ecrire l'équation différentielle relative au système (entrée P(t) et sortie v(t)).

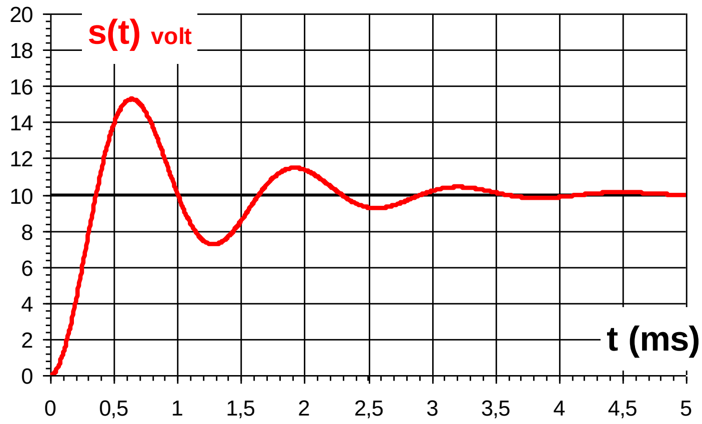
2) Déterminer la transmittance $T(p) = \dfrac{V(p)}{P(p)} = \dfrac{T_0}{1+\tau p}$ du système en exprimant τ et T_0 en fonction de m et f. *On précise qu'à l'instant t=0 on a v = 0.*

3) Déterminer l'expression de V(p) pour une entrée P(p) échelon d'amplitude P.

4) Trouver l'expression de v(t).

<u>Exercice 4 :</u>

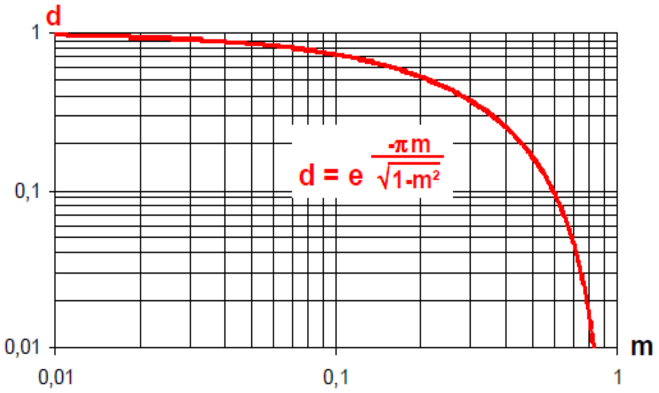
Le graphe ci-dessous représente la sortie **s(t)** d'un système du 2ème ordre **avec m = 0,2** et **$\omega_0 = 5.10^3$ rad/s** :

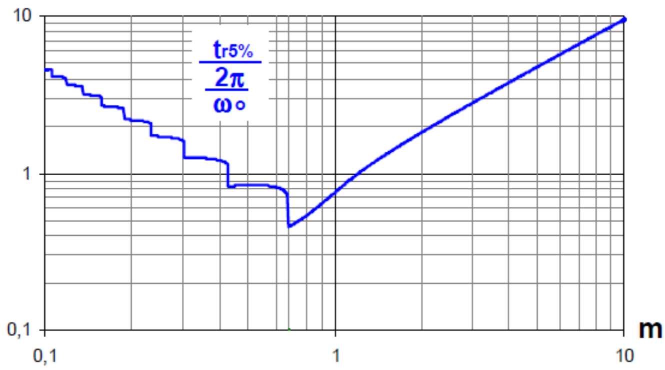


✍ **1)** Mesurer, sur le graphe : **S_∞**, le dépassement **d** et le temps de réponse à 5% (**$t_{r5\%}$**).

✍ **2)** Retrouver, sur le graphe, une valeur approchée de la pulsation propre **ω_0**.

✍ **3)** Retrouver les valeurs du dépassement **d** et du temps de réponse à 5% **$t_{r5\%}$** en utilisant les abaques.

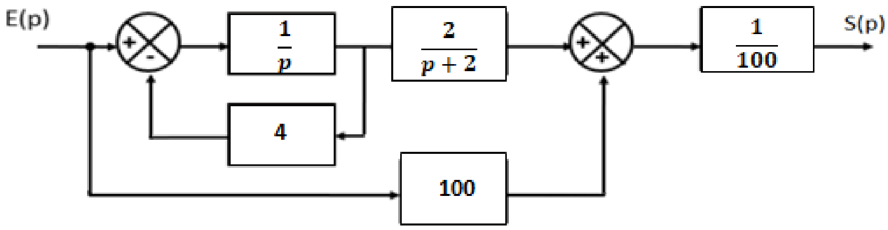




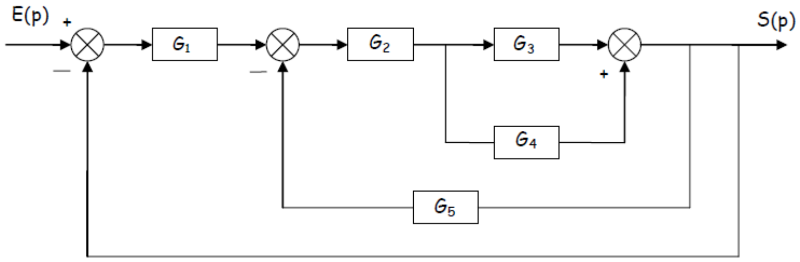
Régulation Industrielle

TD série N° : 3

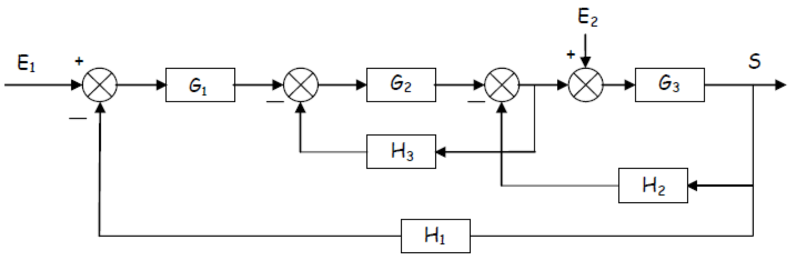
Exercice 1 : Déterminer la fonction de transfert d'un système représentée par le schéma-bloc ci-dessous :



Exercice 2: Trouvez la fonction de transfert équivalente pour le système asservis suivant :

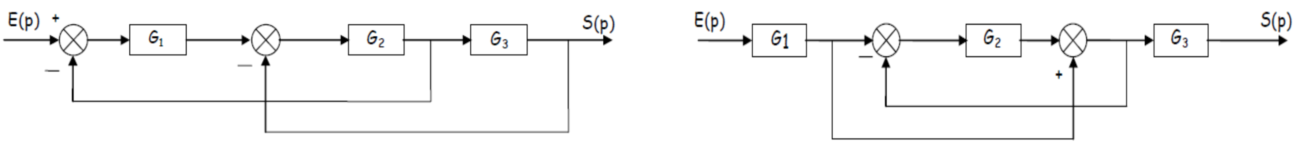


Exercice 3: Soit le système défini par le schéma bloc suivant :

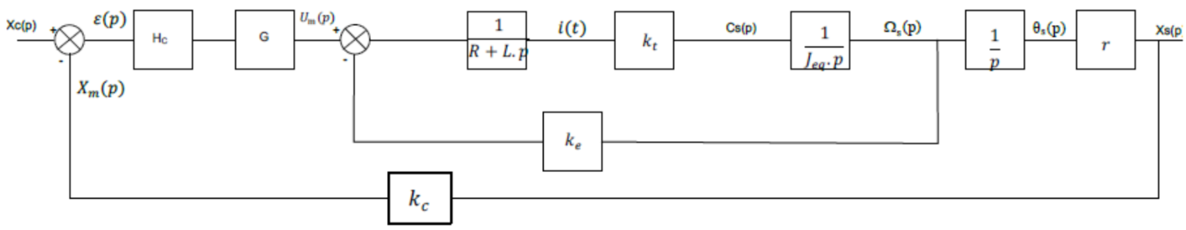


1) Calculer l'expression des deux fonctions de transfert : $H_1(p) = S(p)/E_1(p)$ et $H_2(p) = S(p)/E_2(p)$
2) A l'aide du théorème de superposition, déduire l'expression de $S(p)= f(E_1(p), E_2(p))$

Exercice 4: Déterminer S(p)/E(p) par réduction du schéma bloc.



Exercice 5:



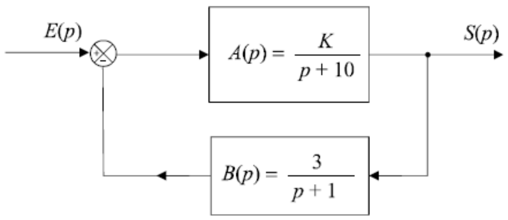
Déterminer par simplification du schéma bloc, la fonction de transfert du moteur $H_m = \dfrac{\Omega_S(p)}{U_m(p)}$,

$$FTBO = \frac{X_m(p)}{\varepsilon(p)} \quad \text{et} \quad FTBF = \frac{X_S(p)}{X_c(p)}$$

Régulation Industrielle

TD série N° : 4

Exercice 1: On considère la boucle de régulation représentée sur la figure. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte de ce système et sa fonction de transfert en boucle fermée.



Exercice 2: Etudier la stabilité du système de transfert en boucle ouverte H(p) définie par :

$$\mathrm{H}(p)=\frac{3}{p(p^2-3p+5)}$$

Exercice 3: On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte G(p) définie par :

$$G(p)=\frac{K}{p(p^2+p+3)}$$

Déterminer à l'aide du critère de Routh les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée lorsqu'il est placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire.

Exercice 4

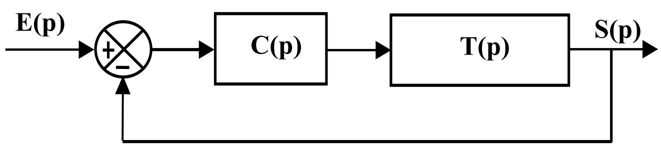
Soit une chaîne d'asservissement à **retour unitaire** dont la transmittance en boucle ouverte est $T(p)$:

$$T(p)=\frac{1}{p^2+1.4\,p+2}$$

1- a. Calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** d'amplitude 5V

b. Calculer l'erreur statique pour une entrée **échelon de vitesse** d'amplitude 5V.

On intercale dans la chaîne directe un correcteur de fonction de transfert $C(p)$. Le schéma fonctionnel du système est donné par la figure suivante:



2- Soit $C(p)=k$

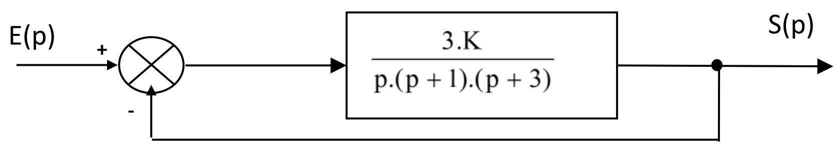
a. Etablir la fonction de transfert en boucle fermée du système, et étudier sa stabilité en fonction de k.

c. Exprimer l'erreur statique pour une entrée **échelon de position** de 5V en fonction de k.

d. Déduire la valeur de k permettant d'assurer une erreur de position de 1%.

Exercice 5

Soit le système suivant :



1. Trouver la condition sur k pour que le système soit stable.

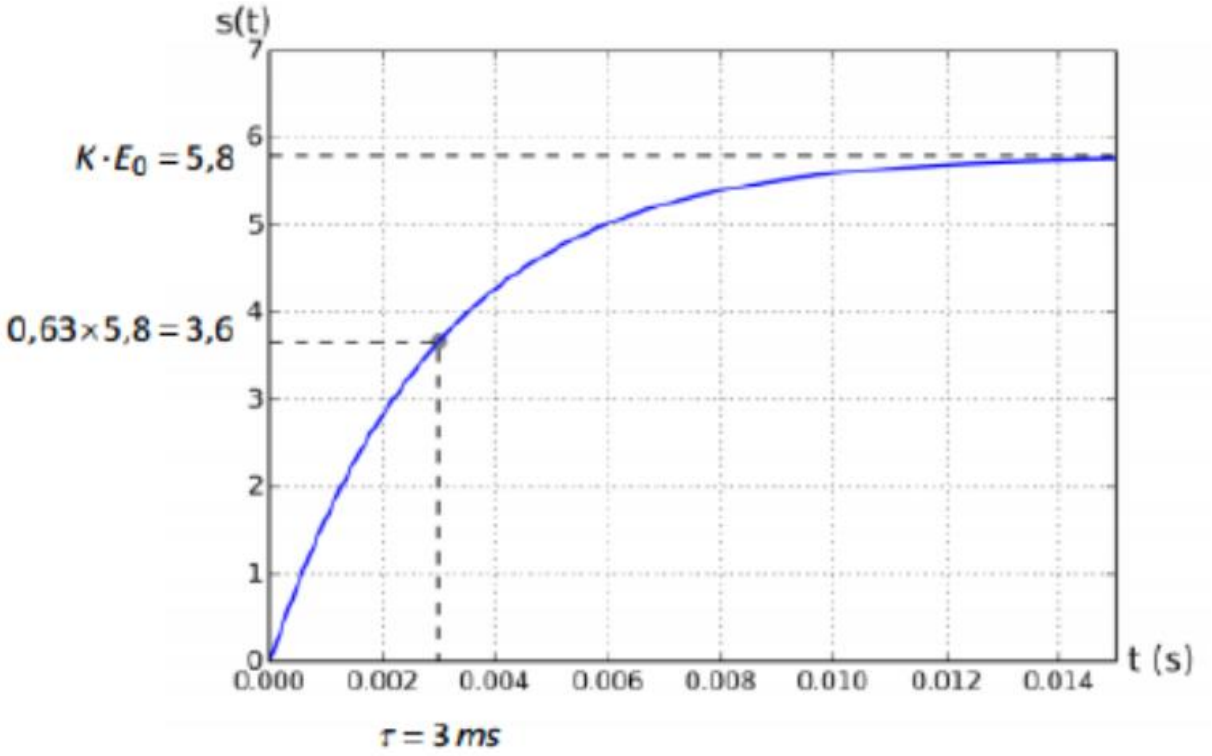
2. Calculer en fonction de K l'erreur statique de position et l'erreur statique de traînage.

3. Calculer k pour avoir une erreur statique de vitesse de 10%.

TD série 2 (Correction)

Exercice 1:

A partir de la réponse expérimentale à un échelon d'amplitude 2, identifier les paramètres du système modélisé par une fonction du transfert de 1^er ordre



1) Identification de la valeur de :

La valeur finale vérifie : $s(+\infty) = KE_0$

d'ou K=5,8/2=2,9

2) Identification de la valeur du gain statique K:

$0{,}63 \times s(+\infty) = 3{,}6$, correspondant à un temps de 3 ms.

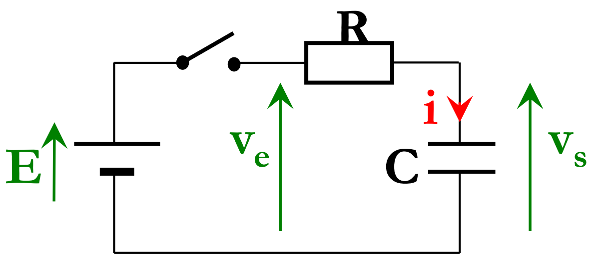
3) En déduire la fonction de transfert

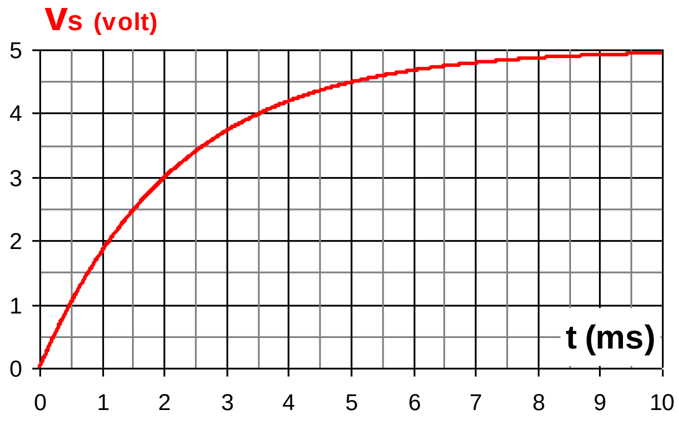
$$H(p) = \frac{2{,}9}{1 + 3.10^{-3}\,p}$$

TD série 2 (Correction)

Exercice 2:

Soit le circuit réalisant un filtre passe-bas du 1er ordre dont on déterminer la valeur de C :

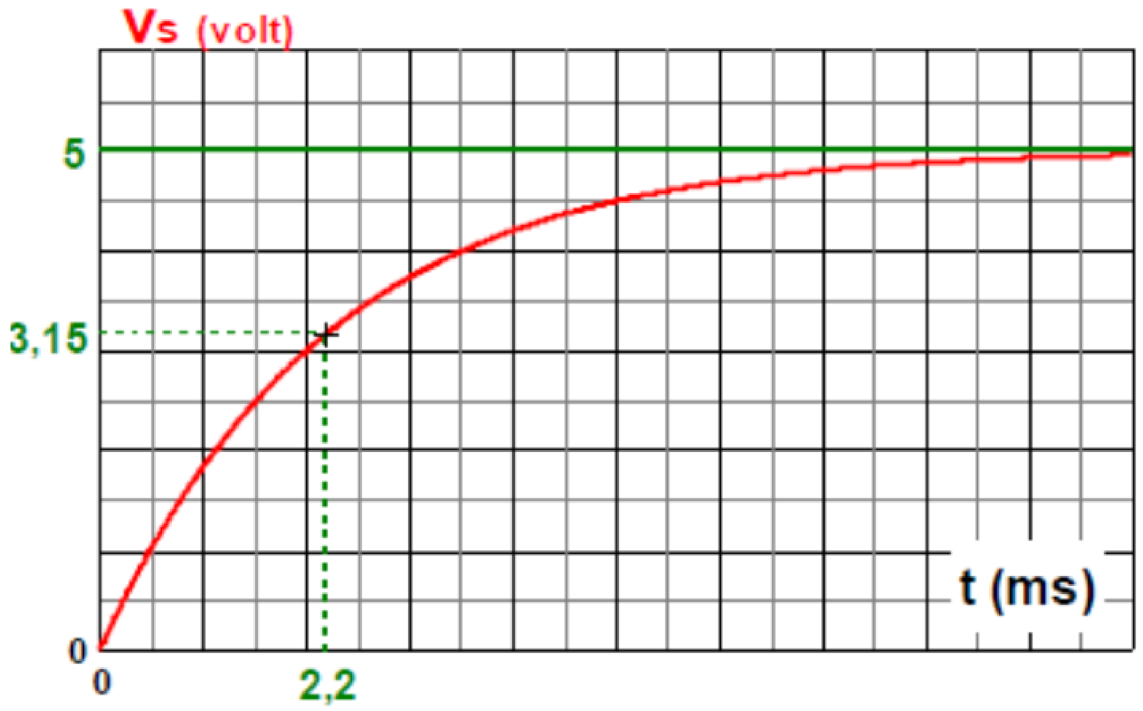




① $E = Ri + v_s$ avec $i = C\dfrac{dv_s}{dt}$ $\Rightarrow$ $RC\dfrac{dv_s}{dt} + v_s = E$

② Equation normalisée 1° ordre : $\tau\dfrac{dv_s}{dt} + v_s = E$ $\Rightarrow$ $\boxed{\tau = RC}$

Déterminons, sur le graphe, la valeur de t qui correspond à 63% de 5V soit 3,15V.



On trouve alors $t = \tau \approx 2{,}2\text{ms}$

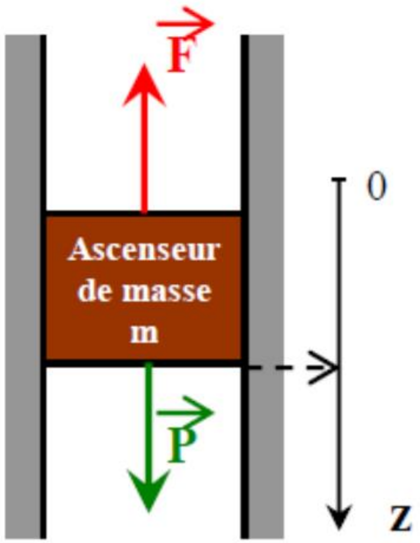
On a : $RC \approx 2{,}2.10^{-3}$

$$\Rightarrow C \approx \frac{2{,}2.10^{-3}}{R} = \frac{2{,}2.10^{-3}}{220}$$

$$\Rightarrow \boxed{C \approx 10.10^{-6}F}$$

TD série 2 (Correction)

Exercice 3:



① $\sum \text{Forces} = m\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow P(t) - f.v(t) = m\dfrac{dv(t)}{dt}$

2) Transformée de Laplace de l'équation différentielle:

$$P(p) - fV(p) = mpV(p)$$

$$\Rightarrow P(p) = (f + mp)V(p)$$

$$\Rightarrow T(p) = \frac{V(p)}{P(p)} = \frac{1}{f+mp} = \frac{1/f}{1+\dfrac{m}{f}}$$

$$\Rightarrow T(p) = \frac{V(p)}{P(p)} = \frac{T_0}{1+\tau p}$$

$$\text{avec } T_0 = \frac{1}{f} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{m}{f}$$

③ $V(p) = P(p).T(p) = \dfrac{P}{p}\dfrac{T_0}{1+\tau p} = \dfrac{PT_0}{p(1+\tau p)}$

$\left(P(p) = \dfrac{P}{p}\right.$ car $P(t)$ échelon d'amplitude P)

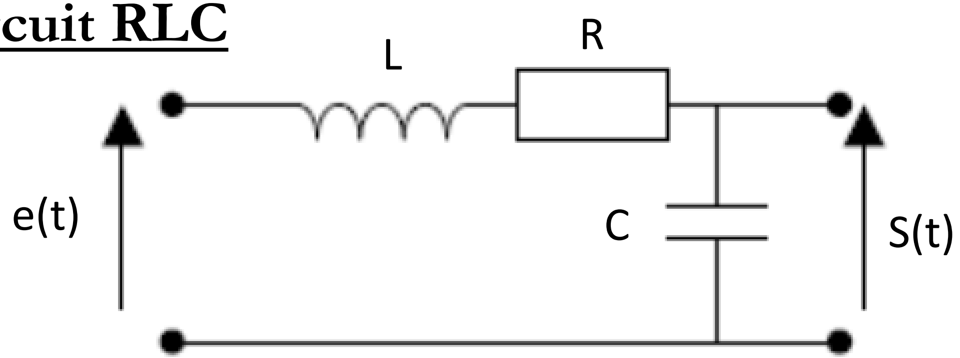
4) Le tableau des transformées nous donne :

$$v(t) = PT_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

<u>TD série 2 (Correction)</u>

<u>Exercices supplémentaires:</u>

<u>Circuit RLC</u>



$$v_e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + v_s(t)$$

avec $i(t) = C\dfrac{dv_s(t)}{dt}$

Soit $v_e(t) = RC\dfrac{dv_s(t)}{dt} + LC\dfrac{d^2v_s(t)}{dt^2} + v_s(t)$

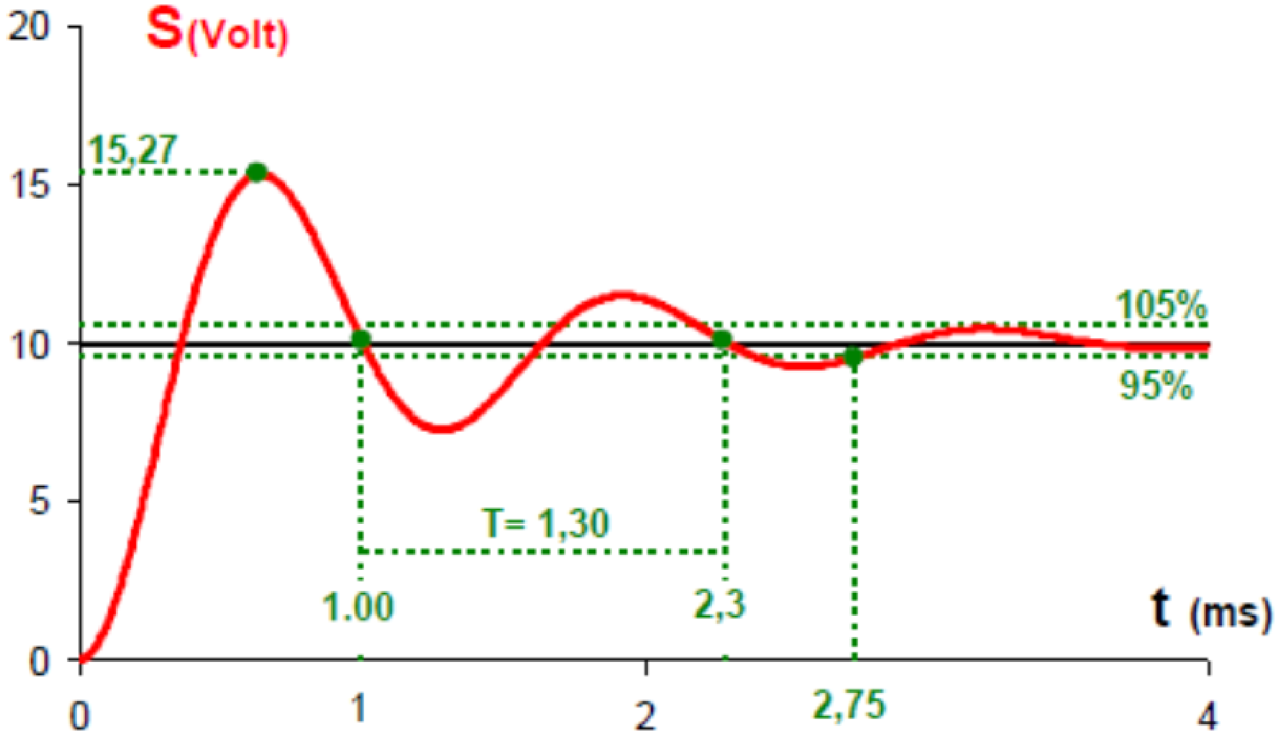
Si s'(0)= s(0)=0

Alors $\mathrm{V}_e(\mathrm{p}) = (RCp + LCp^2 + 1).V_s(\mathrm{p})$

$\mathrm{H(p)} = \dfrac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$ $\quad$ $\mathrm{w}_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ $\quad$ $m = \dfrac{R}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ $\quad$ $K = 1$

TD série 2 (Correction)

Exercice 4:



1) **Sur le graphe, on trouve :**

$$d = \frac{15,27-10}{10} \approx 0,53$$

$$t_{r5\%} \approx 2,75 \text{ ms}$$

2)

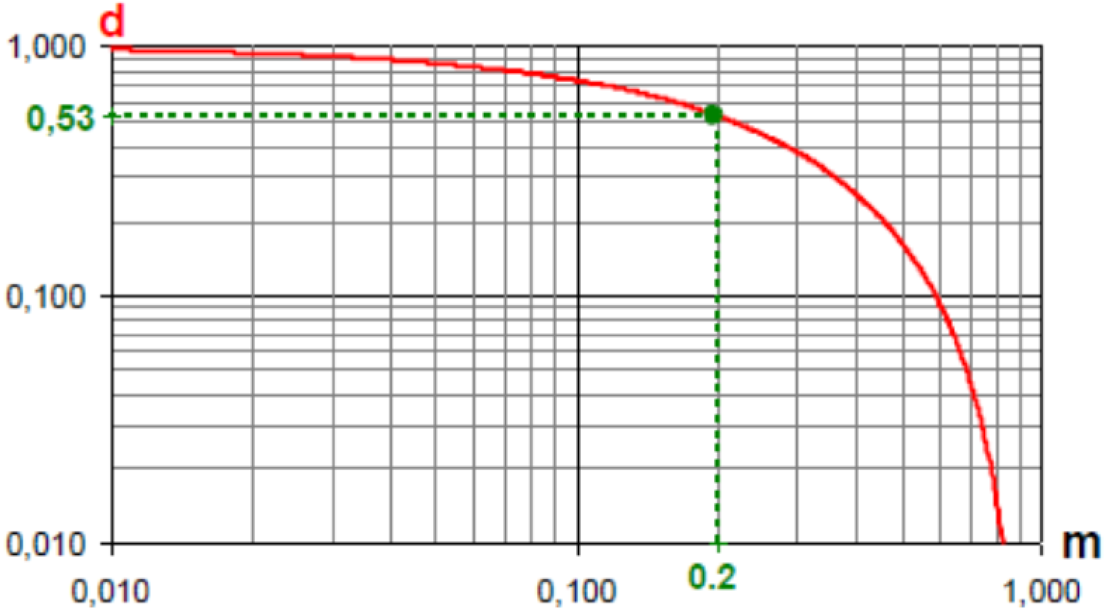
Sur le graphe, on mesure T = 1,30 ms

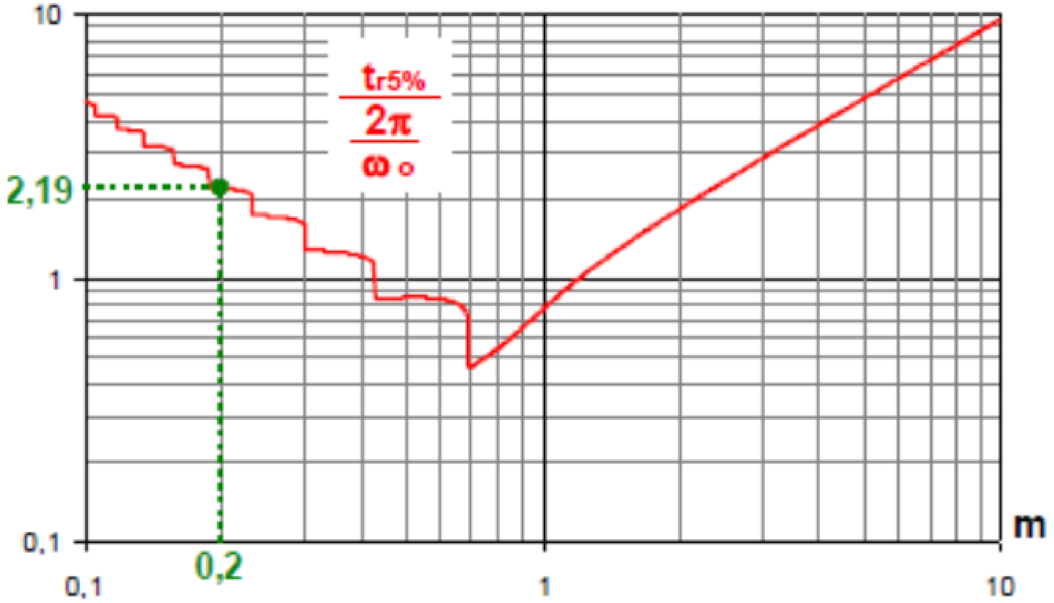
$$\Rightarrow \omega_0 \approx \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,30}$$

$$\text{soit } \omega_0 \approx 4,83.10^3 \text{ rad/s}$$

TD série 2 (Correction)

Exercice 4 (suite):





3)

A partir de $m \approx 0{,}2$ on détermine $d = 0{,}53$

A partir de $m = 0{,}2$ et $\omega_0 \approx 5.10^3$ rad / s on trouve:

$$\frac{t_{r5\%}}{\frac{2\pi}{\omega_0}} = 2{,}19$$

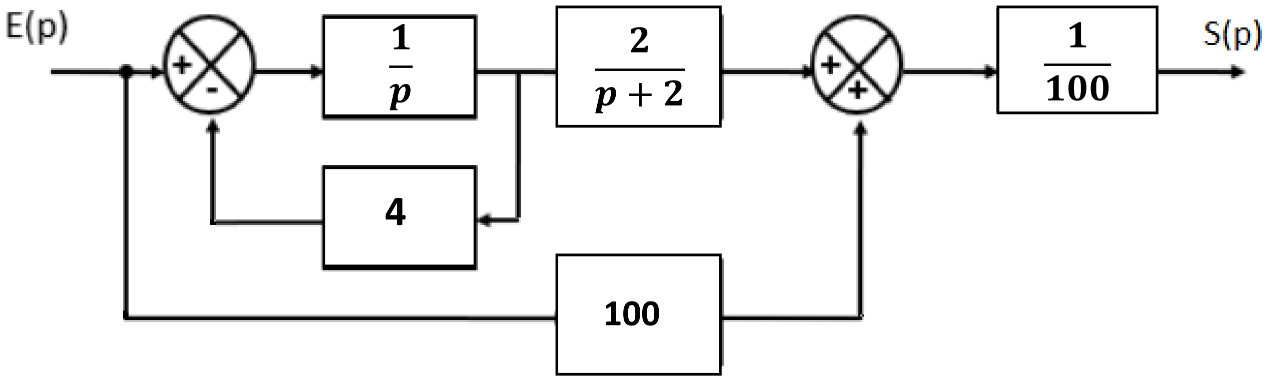
$$\Rightarrow \quad t_{r5\%} = \frac{2\pi}{\omega_0} \times 2{,}19$$

Soit: $\quad t_{r5\%} = 2{,}75$ ms

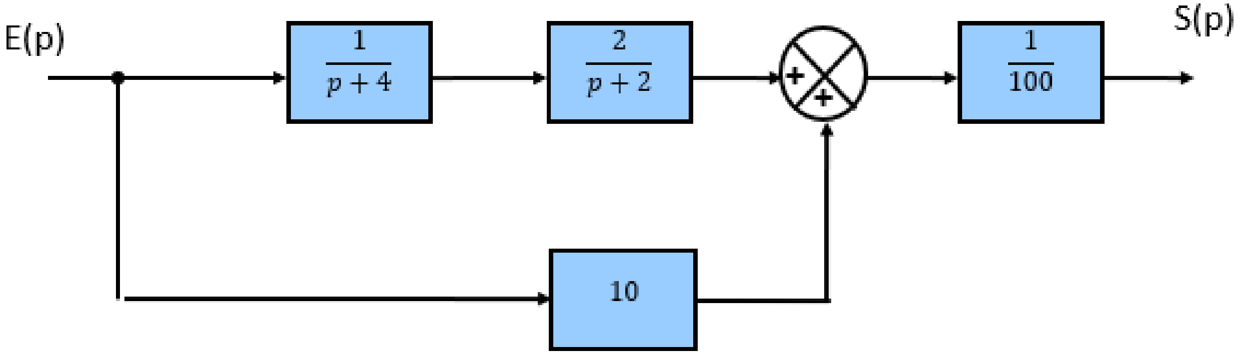
TD série 3 (Correction)

Exercice 1:

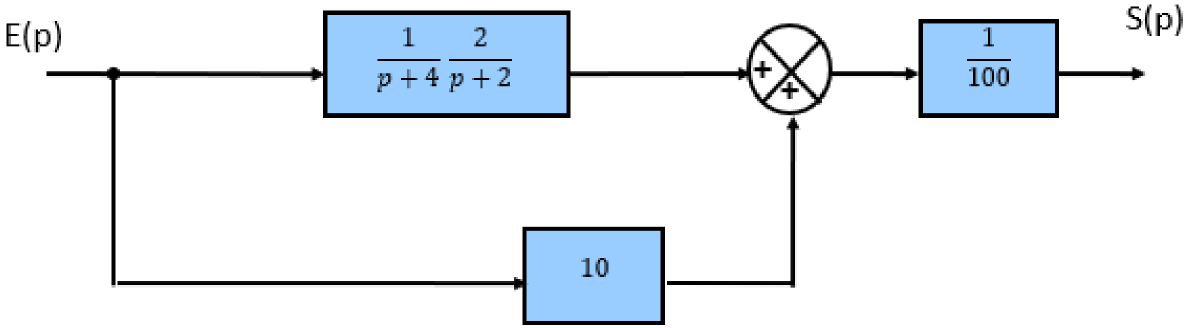
Déterminer la fonction de transfert d'un système représentée par le schéma-bloc ci-dessous :



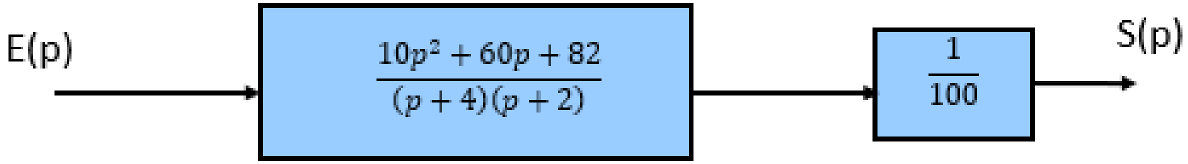
❖ Simplification 1 – boucle fermée :



❖ Simplification 2 – simplification blocs en série :



❖ Simplification 3 – simplification blocs en parallèle :

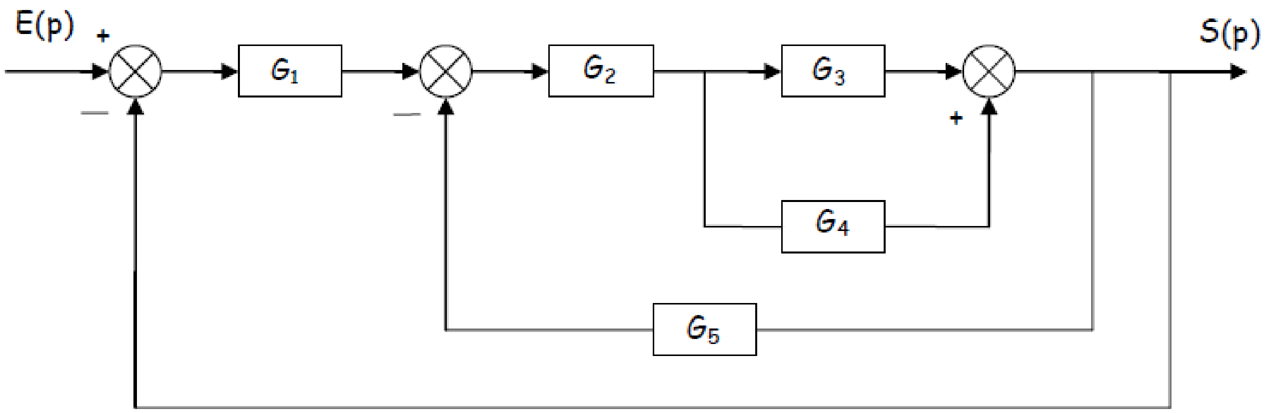


❖ Simplification 4– simplification blocs en série :

$$H(p) = \frac{1}{100}\,\frac{10p^2 + 60p + 82}{(p+4)(p+2)}$$

TD série 3 (Correction)

Exercice 1:



On commence par les boucles les plus internes,

on pose H_1, H_2 H_3 et H_4 telles que:

$$H_1 = G_3 + G_4$$

$$H_2 = G_2.H_1 = G_2.(G_3+G_4)$$

$$H_3 = \frac{H_2}{1+H_2.G_5} = \frac{G_2.(G_3+G_4)}{1+G_2.(G_3+G_4).G_5}$$

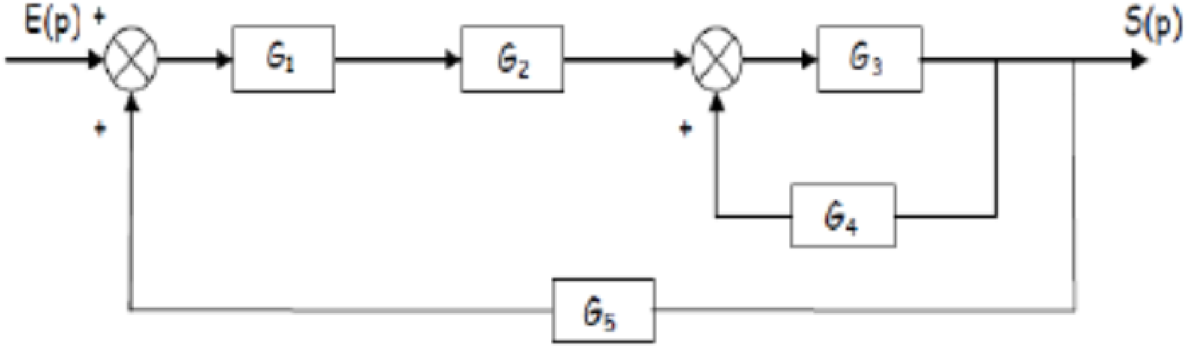
$$H_4 = G_1.H_3 = \frac{G_1.G_2.(G_3+G_4)}{1+G_2.(G_3+G_4).G_5}$$

$$et\ :\ \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_4}{1+H_4} = \frac{\dfrac{G_1.G_2.(G_3+G_4)}{1+G_2.(G_3+G_4).G_5}}{1+\dfrac{G_1.G_2.(G_3+G_4)}{1+G_2.(G_3+G_4).G_5}}$$

$$d'ou : \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1.G_2.(G_3+G_4)}{1+G_2.(G_3+G_4).G_5+G_1.G_2.(G_3+G_4)}$$

TD série 3 (Correction)

Exercice 2':



On commence par les boucles les plus internes, on pose H_1 et H_2 telles que:

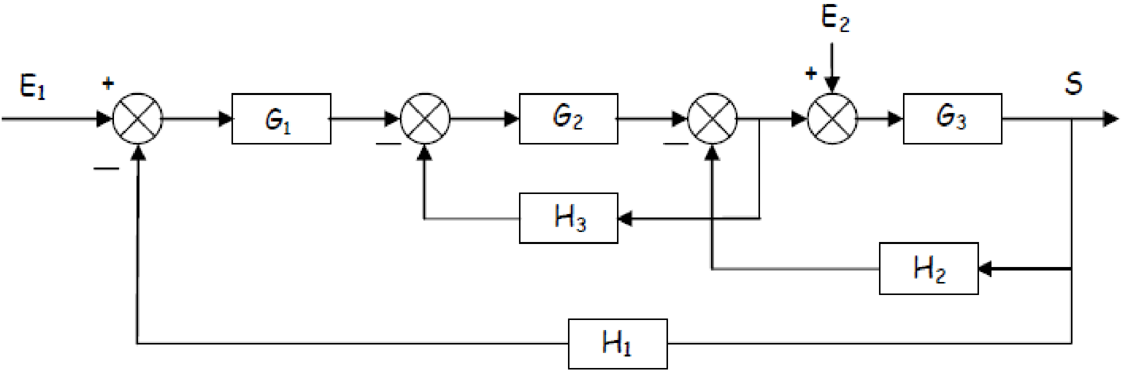
$$H_1 = \frac{G_3}{1-G_3.G_4}$$

$$H_2 = G_1.G_2.H_1 = \frac{G_1.G_2.G_3}{1-G_3.G_4}$$

$$et\ \text{soit:}\ \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_2}{1-H_2.G_5} = \frac{\dfrac{G_1.G_2.G_3}{1-G_3.G_4}}{1-\dfrac{G_1.G_2.G_3}{1-G_3.G_4}.G_5}$$

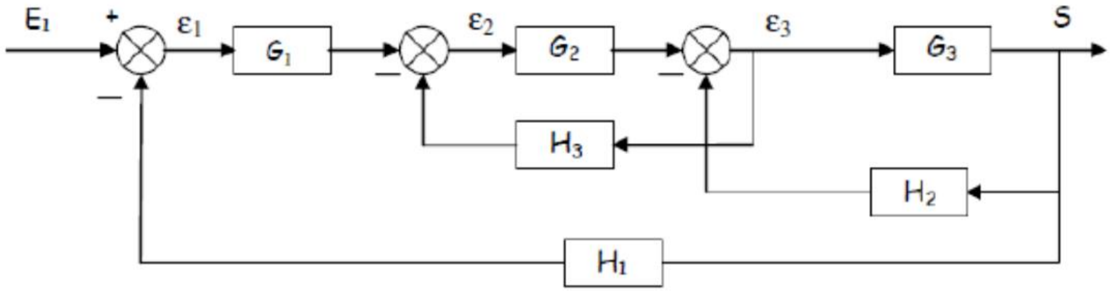
$$d'ou: \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1.G_2.G_3}{1-G_3.G_4-G_1.G_2.G_3.G_5}$$

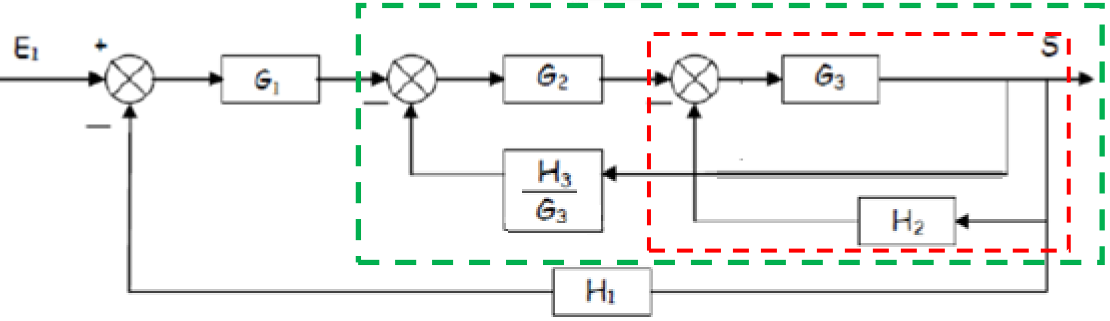
Exercice 3: TD série 3 (Correction)



Par application de principe de superposition :

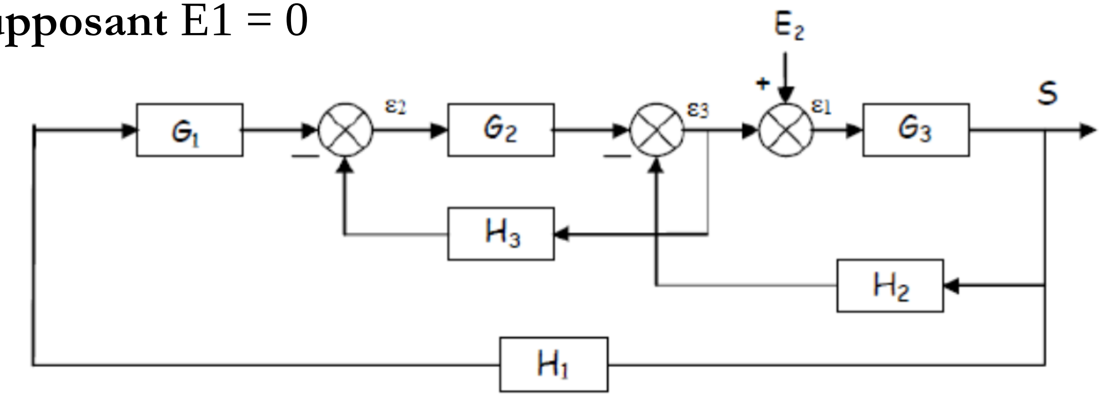
En supposant que $E_2 = 0$:

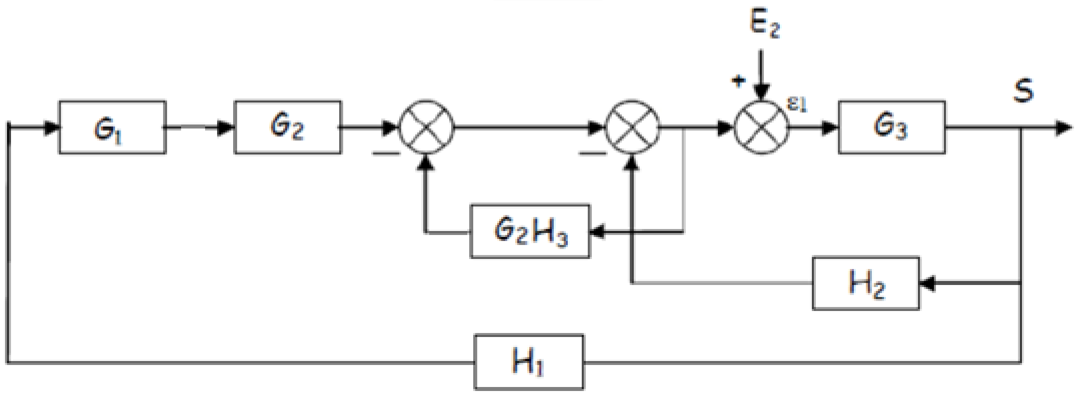


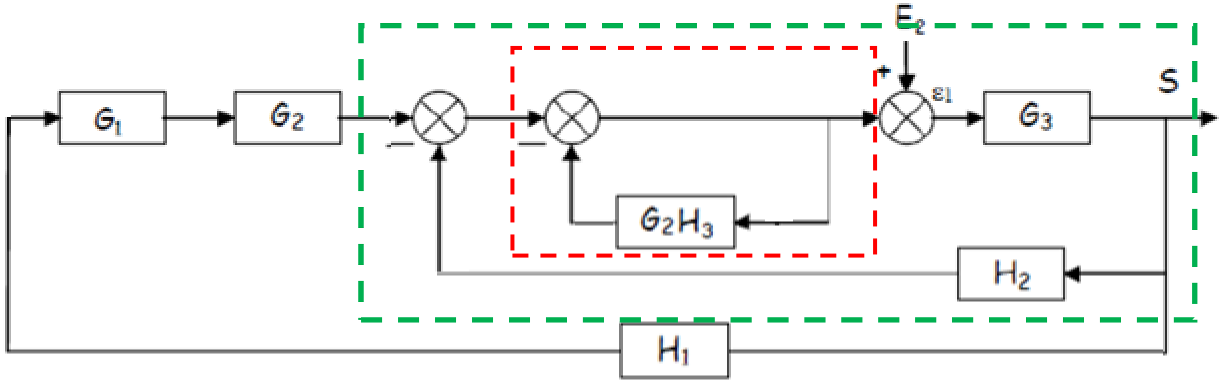


$$S = \frac{G_3.G_2.G_1}{1+G_3.G_2.G_1.H_1+H_3+H_2.G_3}E_1$$

En supposant E1 = 0







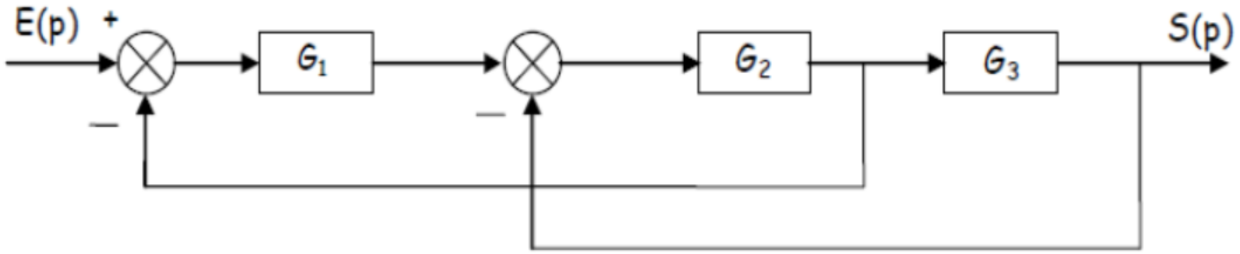
$$S = \frac{G_3+G_3.G_2.G_1}{1-G_3.G_2.G_1.H_1+G_2H_3+H_2.G_3}E_2$$

Donc :

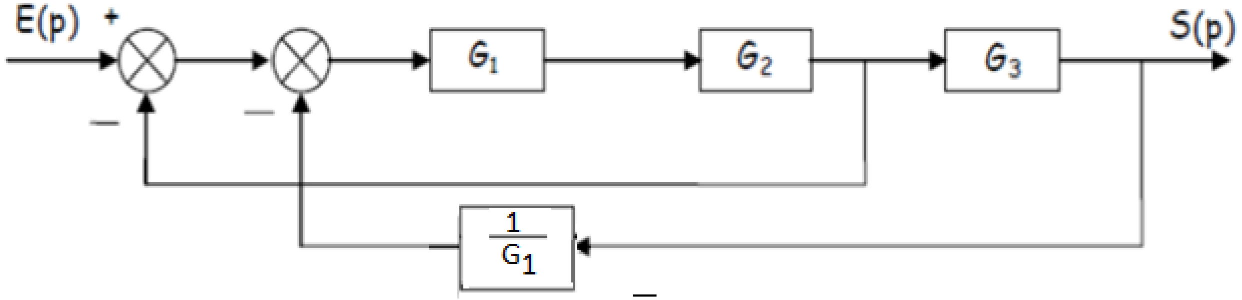
$$S = \frac{G_3.G_2.G_1}{1+G_3.G_2.G_1.H_1+H_3+H_2.G_3}E_1 + \frac{G_3+G_3.G_2.G_1}{1-G_3.G_2.G_1.H_1+G_2H_3+H_2.G_3}E_2$$

TD série 3 (Correction)

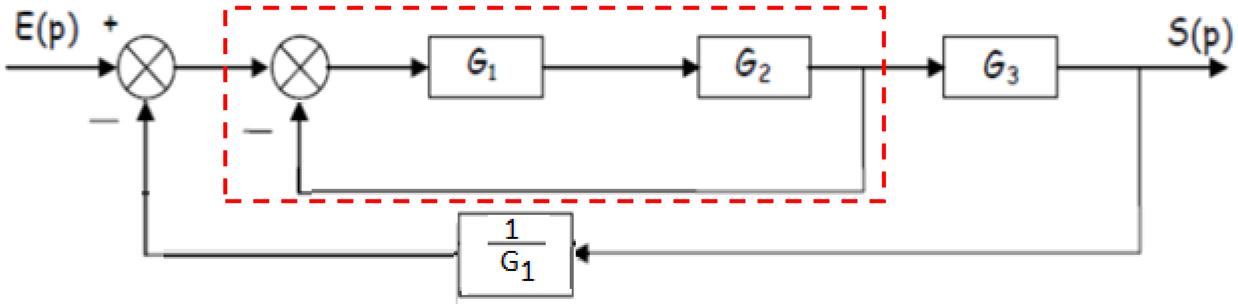
Exercice 4:



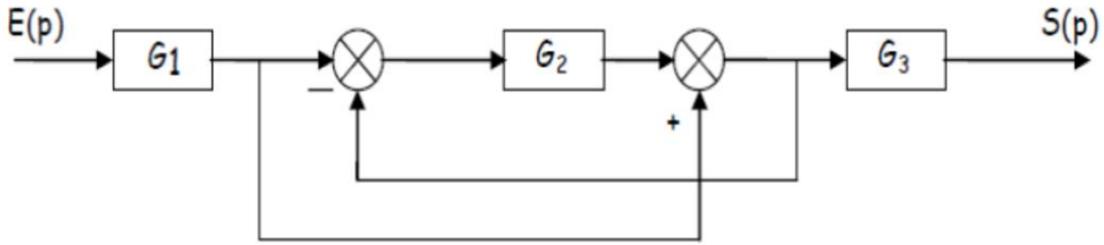
≡



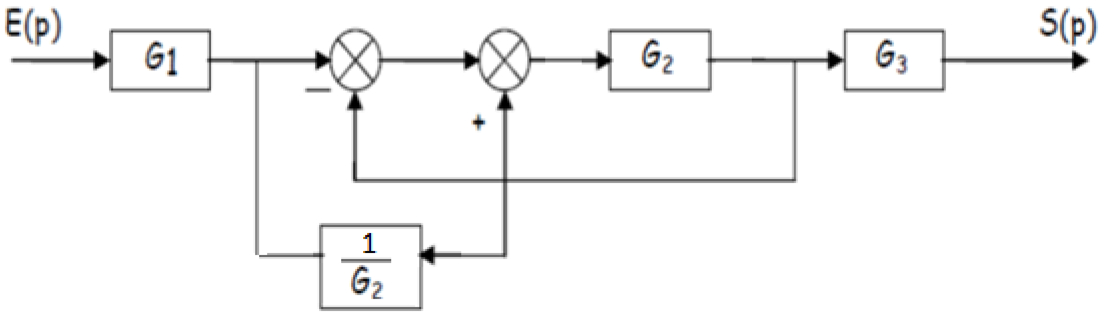
≡



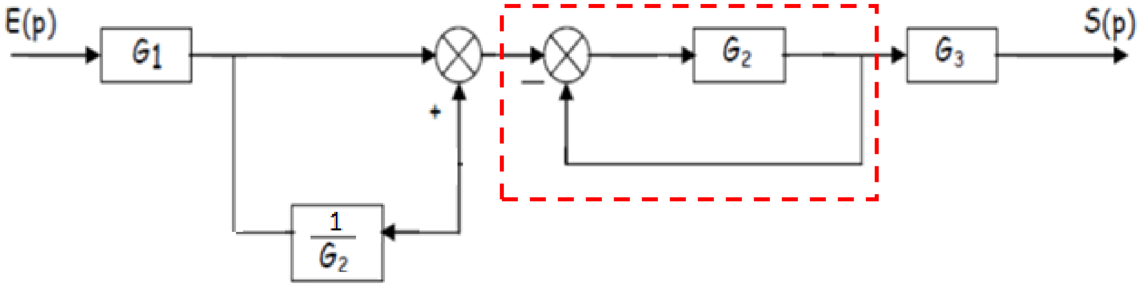
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2+G_2G_3}$$



≡



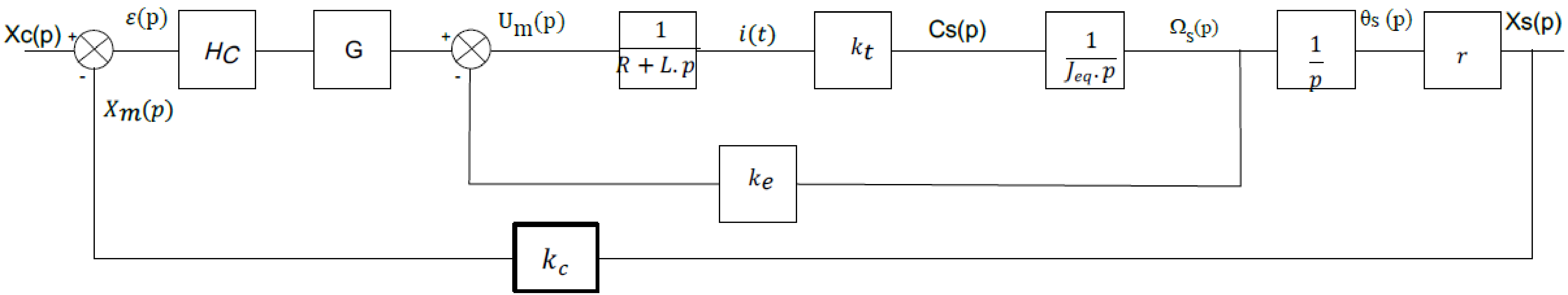
≡



$$\frac{S(p)}{E(p)} = G_1\left(1+\frac{1}{G_2}\right).\frac{G_2}{1+G_2}.G_3 = \frac{G_1(1+G_2)}{G_2}\,\frac{G_2G_3}{1+G_2} = G_1G_3$$

TD série 3 (Correction)

Exercice 5:



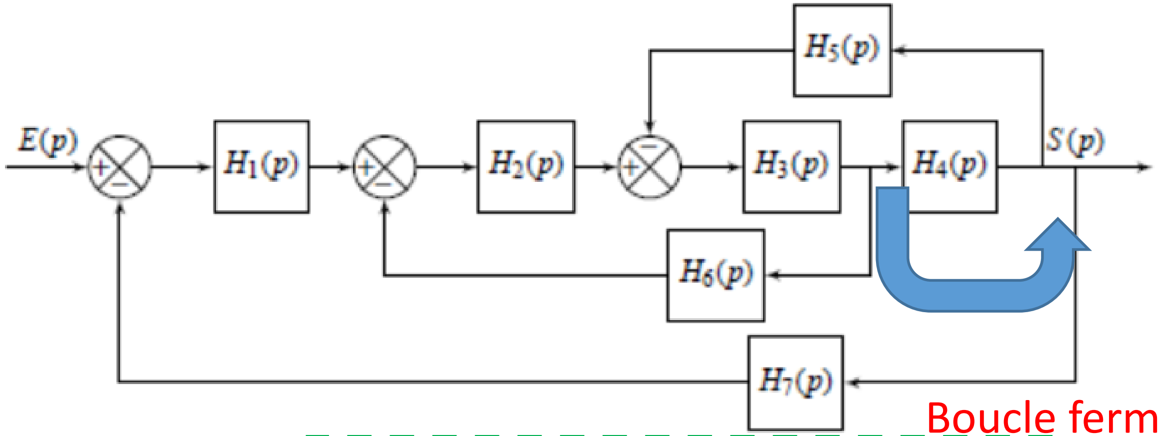
$$\frac{\Omega_s(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{J_{eq}} k_t \frac{1}{R+L.p}}{1+(\frac{1}{J_{eq}} k_t \frac{1}{R+L.p}).k_e} = \frac{\frac{k_t}{J_{eq}(R+L.p)}}{1+\frac{k_t}{J_{eq}(R+L.p)}k_e} = \frac{k_t}{J_{eq}(R+L.p)+k_t\,k_e}$$

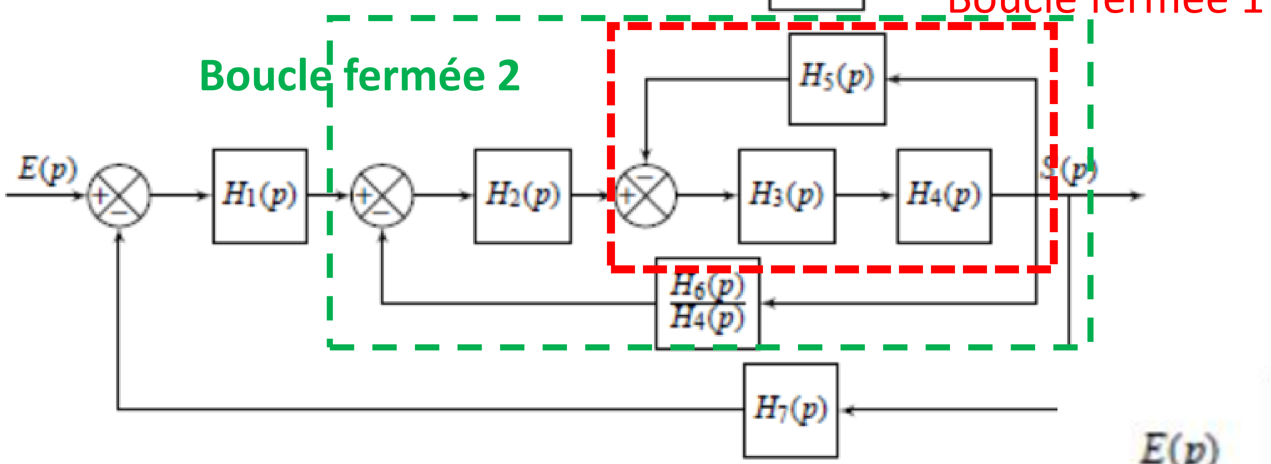
$$FTBO = \frac{X_m}{\varepsilon(p)} = H_m.H_C.G.\frac{1}{p}.r.K_c = \frac{k_t H_C.G.r.K_c}{p(J_{eq}(R+L.p)+k_t\,k_e)}$$

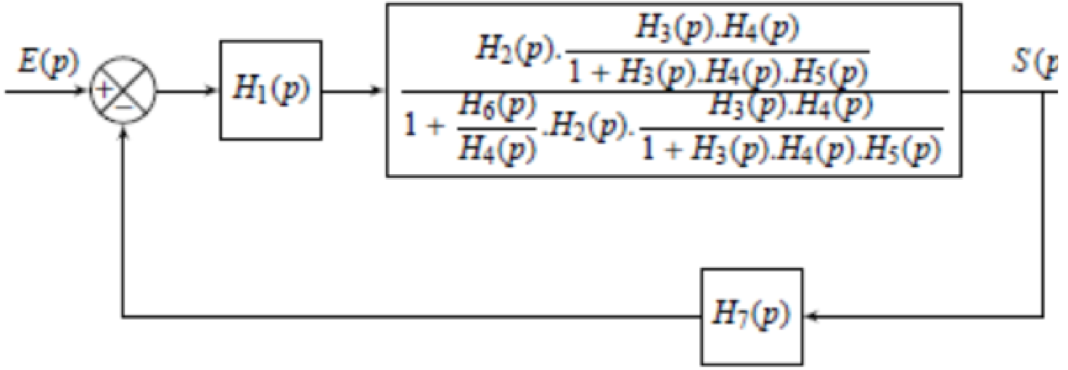
$$FTBF = \frac{X_S}{X_C(p)} = \frac{FTCD}{1+FTCD.FTCR} = \frac{\frac{k_t H_C.G.r}{p(J_{eq}(R+L.p)+k_t\,k_e)}}{1+Kc.\frac{k_t H_C.G.r}{p(J_{eq}(R+L.p)+k_t\,k_e)}} = \frac{k_t H_C.G.r}{p(J_{eq}(R+L.p)+k_t\,k_e)+Kc.k_t H_C.G.r}$$

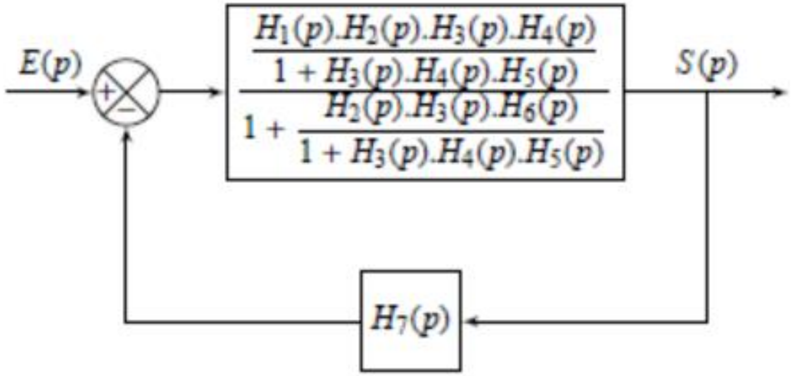
TD série 3 (Correction)

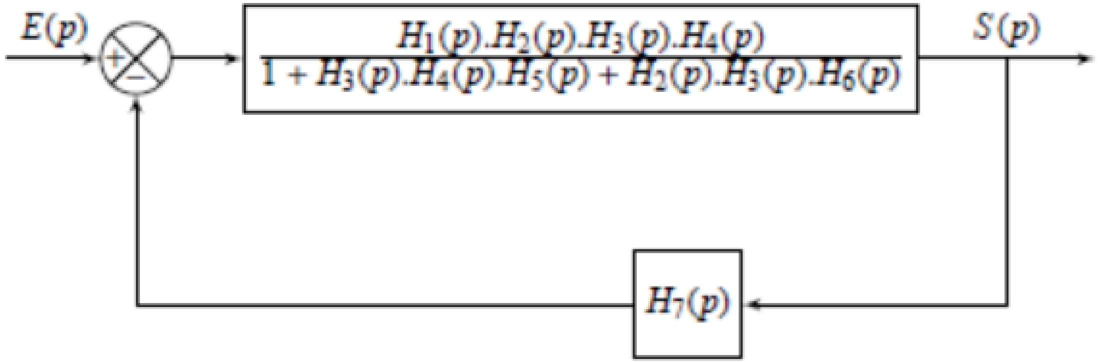
Exercice supp:

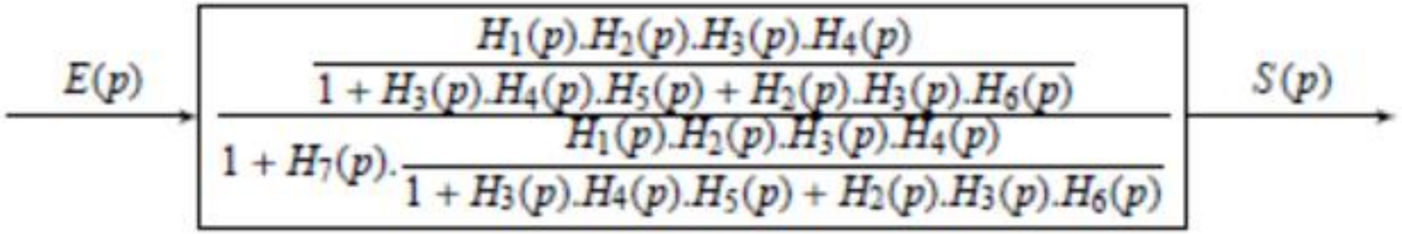


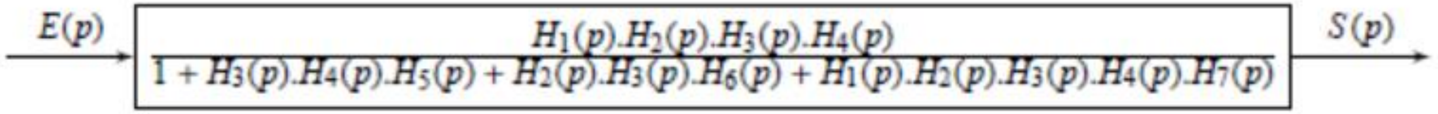






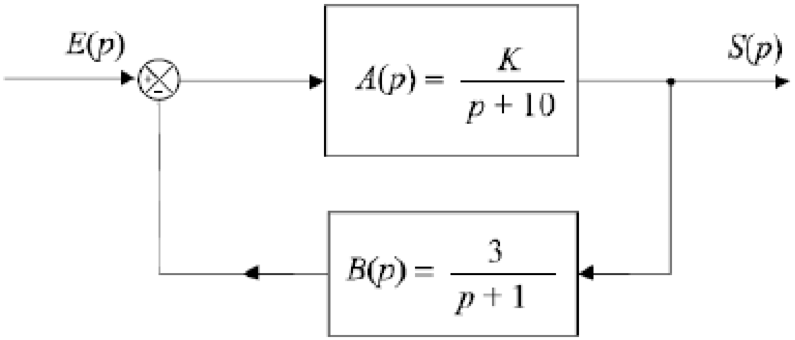






TD série 4 (Correction)

Exercice 1:



Il suffit d'appliquer les définitions des fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée :

En boucle ouverte : $$G(p) = A(p)B(p) = \frac{3K}{(p+10)\,(p+1)}$$

En boucle fermée : $$H(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p)B(p)} = \frac{\dfrac{K}{(p+10)}}{1 + \dfrac{3K}{(p+10)\,(p+1)}}$$

soit : $$H(p) = \frac{K\,(p+1)}{K\,(p+1)\,(p+10) + 3K}$$

Exercice 2:

Etudier la stabilité du système

en boucle ouverte: $$\mathrm{H}(p) = \frac{3}{p(p^2 - 3p + 5)}$$

les pôles de cette FTBO sont les racines de l'équation caractéristique D(p) = p(p^2-3p+5) le système est instable car il admet deux pôles à partie réelle positive.

TD série 4 (Correction)

Exercice 3:

$$G(p) = \frac{K}{p(p^2 + p + 3)}$$

Calculons sa fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)} = \frac{\frac{K}{p(p^2 + p + 3)}}{1 + \frac{K}{p(p^2 + p + 3)}} = \frac{K}{p(p^2 + p + 3) + K}$$

Le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$D(p) = p(p^2 + p + 3) + K = p^3 + p^2 + 3p + K$$

Appliquons le critère de Routh en construisant le tableau suivant :

1	3
1	K
$3 - K$	0
K	0

Pour que le système soit stable, il faut qu'il n'y ait aucun changement de signe dans la première colonne,
donc que $3 - K > 0$.
Le système est donc stable si $K < 3$.

TD série 4 (Correction)

Exercice 4:

$$T(p) = \frac{1}{p^2 + 1.4p + 2}$$

1. Soit H(p) la fonction de transfert en boucle fermée.

$$H(p) = \frac{1}{p^2 + 1{,}4.p + 3}$$

L'équation caractéristique est: $D(p) = p^2 + 1{,}4.p + 3$

<u>1ère condition</u> : vérifiée

<u>2ème condition :</u>

p^2	1	3
p^1	1,4	0
p^0	1,4	0

a. ***Erreur statique de position:*** ➔ $E(p) = \frac{E}{p}$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\,(E(p) - S(p)) = \lim_{p\to 0} p.\,E(p)\,(1 - H(p))$$

$$= \lim_{p\to 0} p.\,\frac{5}{p}\,\left(1 - \frac{1}{p^2 + 1{,}4.p + 3}\right)$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_\infty = 5\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{10}{3}$$

.b ***Erreur statique de vitesse:*** ➔ $E(p) = \frac{E}{p^2}$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\,(E(p) - S(p)) = \lim_{p\to 0} p.\,E(p)\,(1 - H(p))$$

$$= \lim_{p\to 0} p.\,\frac{5}{p^2}\,\left(1 - \frac{1}{p^2 + 1{,}4.p + 3}\right)$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_\infty = \infty$$

TD série 4 (Correction)

Exercice 4 (suite):

2. Soit H(p) la fonction de transfert en boucle fermée.

$$H(p) = \frac{k}{p^2 + 1{,}4.p + 2 + k}$$

L'équation caractéristique est: $D(p) = p^2 + 1{,}4\,p + 2 + k$

1ère condition : vérifiée si et seulement si: **2 + k>0 (avec k>0)**

2ème condition :

p^2	1	2+k
p^1	1,4	0
p^0	2+ k	0

Le système est donc stable si K>0

Erreur statique de position: → $E(p) = \frac{E}{p}$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\,(E(p) - S(p)) = \lim_{p\to 0} p.\,E(p)\,(1 - H(p))$$

$$= \lim_{p\to 0} p.\frac{5}{p}\left(1 - \frac{k}{p^2 + 1{,}4.p + 2 + k}\right)$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_\infty = 5\left(1 - \frac{k}{2+k}\right) = \frac{10}{2+k}$$

Erreur statique de vitesse: → $E(p) = \frac{E}{p^2}$

$$\varepsilon_\infty = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p.\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p.\,(E(p) - S(p)) = \lim_{p\to 0} p.\,E(p)\,(1 - H(p))$$

$$= \lim_{p\to 0} p.\frac{5}{p^2}\left(1 - \frac{1}{p^2 + 1{,}4.p + k + 2}\right)$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_\infty = \infty$$

c. $\varepsilon_\infty = 0{,}1 \Leftrightarrow \quad \frac{10}{2+k} = 0{,}1 \Leftrightarrow \quad k = 98$