

MAPS:

Multiresolution Adaptive Parameterization of Surfaces

Ourkia Abdelhakim Sarhane Abdelmouhaimen Azdad Bilal
El heyba El heyba

February 9, 2025



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Compression
 - Suppression des sommets
 - Projection et retriangulation
 - Paramétrisation
 - Arêtes et Sommets caractéristiques
- 3 Remeshing
 - Remeshing uniforme
 - Remeshing adaptatif
- 4 Résultats
- 5 Conclusions

Introduction

Introduction

- **Problématique :**

- Les maillages triangulaires denses issus de scanners 3D ou d'IRM sont complexes à manipuler (taille, structure).
- Problèmes dans le stockage, la transmission et l'édition des surfaces.

- **Objectifs de MAPS :**

- Générer des paramétrisations lisses de surfaces complexes.
- Produire un remeshing efficace, adaptatif et contrôlé.

- **Applications :**

- Compression, texturage, morphing.
- Édition multirésolution.

Compression

Suppression des sommets

- La hiérarchie est construite par suppression progressive des sommets.
- Les sommets sont supprimés par groupes indépendants pour simplifier le maillage tout en conservant sa topologie.
- Critères de suppression des sommets :
 - Degré de connectivité faible ($outdegree < 12$).
 - Critères géométriques (aire et courbure locale) via une file de priorité.
 - Priorité $w(\lambda, i)$ pour un sommet i :

$$w(\lambda, i) = \lambda \frac{a(i)}{\max_{p_j \in P^l} a(j)} + (1 - \lambda) \frac{\kappa(i)}{\max_{p_j \in P^l} \kappa(j)}$$

- $a(i)$: aire du 1-voisinage,
- $\kappa(i) = |\kappa_1| + |\kappa_2|$: courbure au sommet,
- $\lambda \in [0, 1]$: facteur de pondération (typiquement $\lambda = 0.5$).
- Complexité globale : $\mathcal{O}(N \log N)$ grâce à la sélection prioritaire.

Projection et retriangulation

- Les sommets du 1-voisinage sont rangés de manière cyclique.
- Projection des 1-voisinages supprimés dans le plan à l'aide de cartes conformes μ_i :

$$\mu_i(p_j) = r_k e^{i\theta_k a}, \quad r_k = \|p_i - p_j\|, \quad \theta_k = \sum_{l=1}^k \angle(p_{j_{l-1}}, p_i, p_{j_l}).$$

et $a = \frac{2\pi}{\theta_{K_I}}$

- Lorsque le sommet à supprimé est un sommet de frontière, nous mappons un à demi-disque en définissant $a = \frac{\pi}{\theta_{K_I}}$
- Le sommet central p_i est projeté à l'origine du plan, soit $\mu_i(p_i) = 0$.
- Retriangulation du trou avec un algorithme de Delaunay contraint.
- Assure une paramétrisation globale sans chevauchement de triangles.

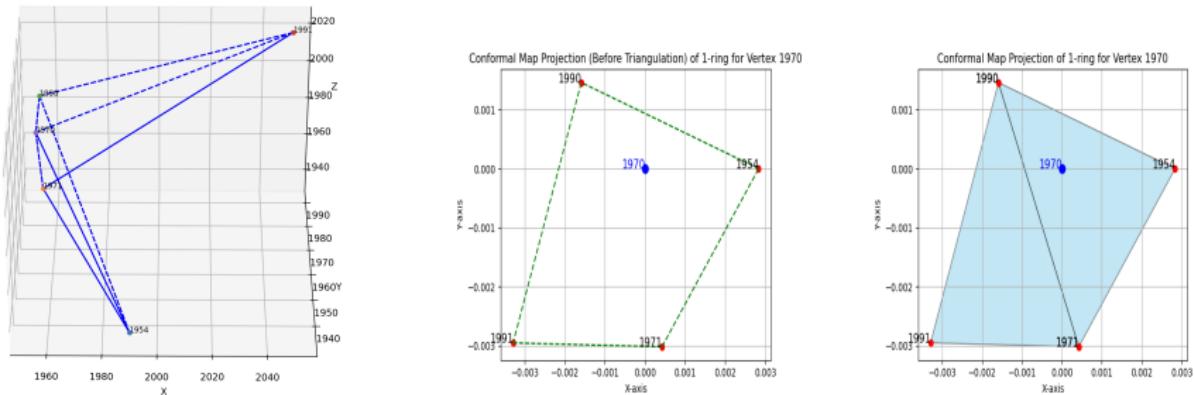


Figure: Pour supprimer un sommet p_i , son étoile ($\text{star}(i)$) est projetée de l'espace 3D vers un plan à l'aide de la carte z . Dans le plan, le sommet central est supprimé et le trou résultant est rétriangulé.

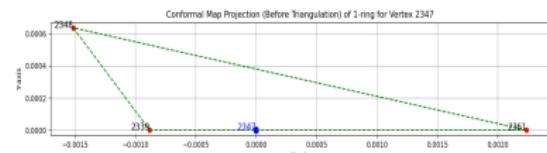
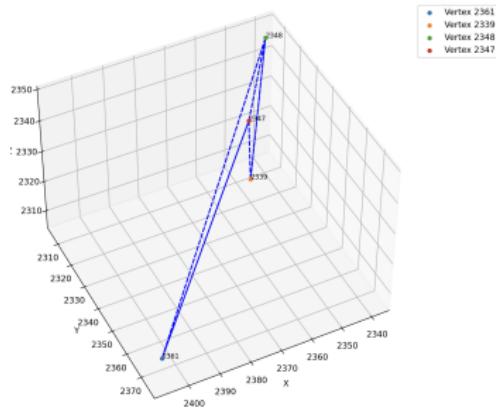


Figure: Dans le cas où le sommet p_i à supprimer est un sommet de frontière, son étoile ($\text{star}(i)$) est projetée sur un demi-disque.

Paramétrisation Initiale - Bijection Π

- Pour trouver une paramétrisation, nous commençons par construire une bijection Π de $\varphi(|K_L|)$ vers $\varphi(|K_0|)$.
- La paramétrisation du maillage original sur le domaine de base est donnée par $\Pi^{-1}(\varphi(|K_0|))$.
- Le mappage d'un point $p \in \varphi(|K_L|)$ à travers Π est un point $p_0 = \Pi(v) \in \varphi(|K_0|)$, ce qui peut être écrit sous la forme :

$$p_0 = \alpha p_i + \beta p_j + \gamma p_k, \quad \text{où } \{i, j, k\} \in K_0$$

est un triangle du domaine de base et $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

Calcul de Π_l pour les Sommets

- Le mappage peut être calculé simultanément avec la construction de la hiérarchie.
- L'idée de base est de calculer successivement des bijections linéaires par morceaux Π_l entre $\varphi(|K_L|)$ et $\varphi(|K_l|)$, en commençant par Π_L qui est l'identité, et en finissant par $\Pi_0 = \Pi$.

Calcul de Π_{l-1}

- Supposons que nous ayons Π_l et que nous voulions calculer Π_{l-1} . Chaque sommet $\{i\} \in K_l$ tombe dans l'une des catégories suivantes :
 - Si $\{i\} \in K_{l-1}$, le sommet n'est pas supprimé au niveau l et survit au niveau $l - 1$. Dans ce cas, rien ne doit être fait :

$$\Pi_{l-1}(p_i) = \Pi_l(p_i) = p_i.$$

- Si $\{i\} \in K_l \setminus K_{l-1}$, le sommet est supprimé lors du passage de l à $l - 1$. Considérez la projection du 1-voisinage autour de p_i . Après la retriangulation, l'origine se trouve dans un triangle $t = \{j, k, m\} \in K_{l-1}$, et nous avons :

$$\Pi_{l-1}(p_i) = \alpha \mu_i(p_j) + \beta \mu_i(p_k) + \gamma \mu_i(p_m),$$

où α, β, γ sont les coordonnées barycentriques.

Calcul de Π_{l-1}

- ③ Si $\{i\} \in K_L \setminus K_l$, le sommet a été supprimé plus tôt. Dans ce cas, nous avons :

$$\Pi_l(p_i) = \alpha_0 p_{j_0} + \beta_0 p_{k_0} + \gamma_0 p_{m_0}, \quad t_0 = \{j_0, k_0, m_0\} \in K_l.$$

Si $t_0 \in K_{l-1}$, rien ne doit être fait. Sinon, un seul sommet de t_0 a été supprimé, disons $\{j_0\}$. Considérez la carte conforme μ_{j_0} . Après la retriangulation, nous avons :

$$\Pi_{l-1}(p_i) = \alpha p_j + \beta p_k + \gamma p_m,$$

où $t = \{j, k, m\} \in K_{l-1}$.

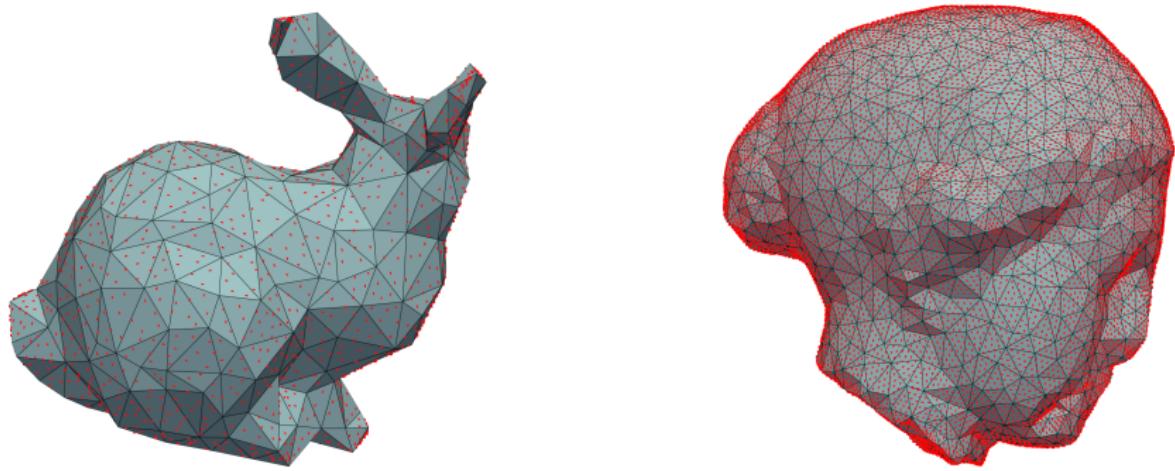


Figure: Domaine de base $\varphi(|K_0|)$. Pour chaque point p_i du maillage original, son mappage $\Pi(p_i)$ est montré par un point rouge sur le domaine de base.

Arêtes et Sommets caractéristiques

- **Marquage automatique ou manuel :**

- Arêtes avec des angles diédraux faibles. (e.g., $< 75^\circ$).
- Sommets avec forte courbure locale.

- Les lignes caractéristiques sont préservées en :

- Fixant les points d'extrémité dans le domaine simplifié.
- Connectant les voisins pour garantir la continuité.

Arêtes et Sommets caractéristiques

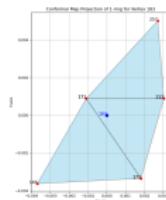
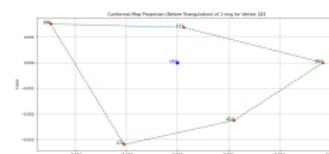
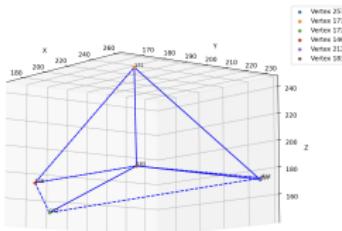


Figure: Lorsqu'un sommet avec deux arêtes caractéristiques incidentes est supprimé, nous voulons nous assurer que la retriangulation ultérieure ajoute une nouvelle arête caractéristique pour remplacer les deux anciennes pour conserver le même chemin.

Remeshing

Remeshing uniforme

- Le domaine de base est subdivisé uniformément via un schéma de midpoint subdivision.
- Chaque point subdivisé est mappé sur la surface originale via Π^{-1} :
$$q = \alpha\Pi(p_i) + \beta\Pi(p_j) + \gamma\Pi(p_k), \quad \Pi^{-1}(q) = \alpha p_i + \beta p_j + \gamma p_k.$$
- Garantit une connectivité régulière et une reconstruction fidèle.

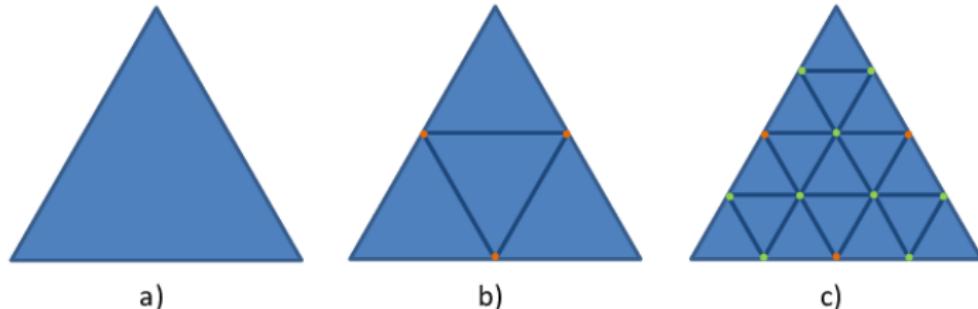


Figure: schéma de midpoint subdivision.

Remeshing adaptatif

- Objectif : éviter la subdivision uniforme coûteuse pour capturer les détails localisés.
- Approche guidée par la hiérarchie DK :

$$E(t) = \max_{p_i \in P^L \cup \{p_i\} \in t} \text{dist}(p_i, t), \quad \text{avec seuil } \varepsilon.$$

- Les triangles avec erreur $\frac{E(t)}{B} > \varepsilon$ sont subdivisés avec B est le plus grand côté de la boîte englobante.

Résultats

Résultats de compression

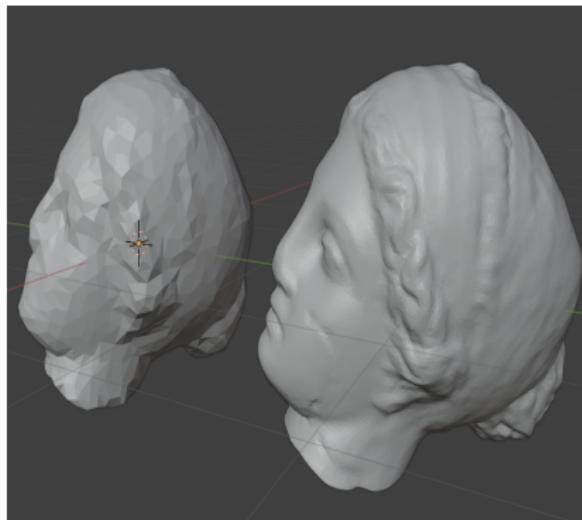


Figure: Résultats de compression après 7 niveaux de compression.

Résultats de compression

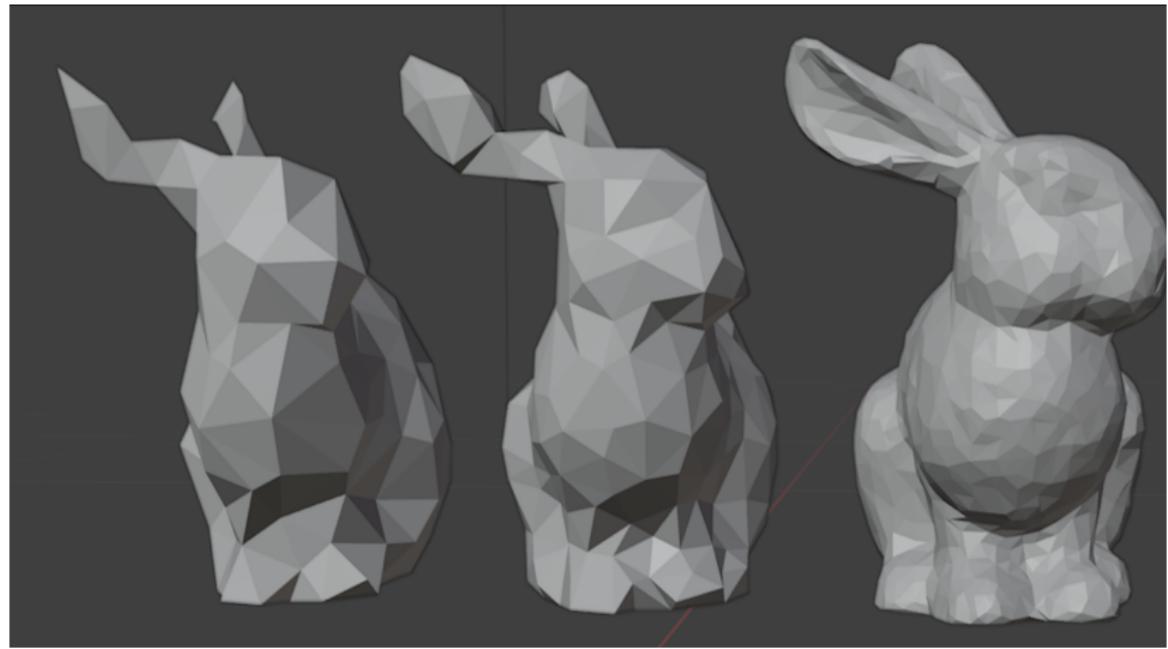


Figure: Résultats de 3 niveaux de compression différents. L'image montre le modèle après chaque niveau de compression appliqué.

Résultats du remeshing

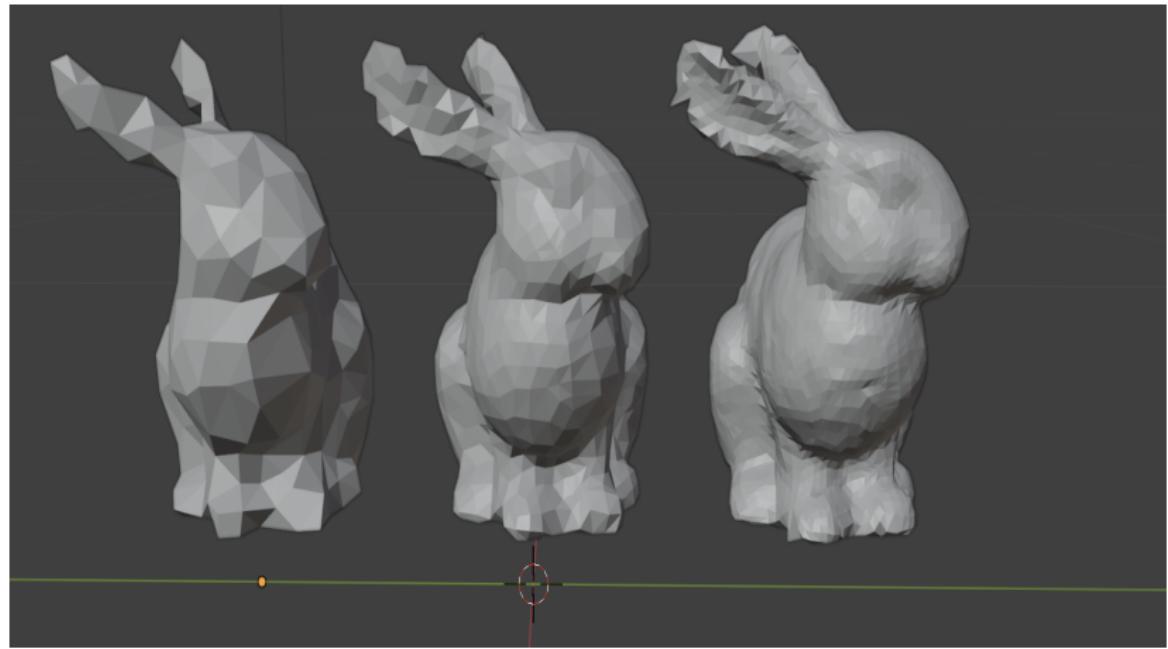


Figure: De gauche à droite : 1) Modèle de base, 2) Modèle après un seul niveau de remeshing, 3) Modèle après deux niveaux de remeshing uniforme.

Conclusions

Conclusions et perspectives

- **MAPS** : méthode robuste pour la paramétrisation et le remeshing de surfaces complexes.
- Points forts :
 - Hiérarchie logarithmique efficace ($\mathcal{O}(N \log N)$).
 - Alignement des lignes iso-paramètres avec les caractéristiques.

Lien du git:
https://github.com/Abdelmouhaimen/CSI_3D_MAPS_N7

Merci pour votre attention !