Deuxièmes bac sciences
PC/SVT/ST

Résumé : Produit scalaire dans l'espace

Deuxièmes bac sciences PC/SVT/ST

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série corrigée

admin

Prof fayssal 0681399067 www.elboutkhili.jimdofree.com

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace

Condition de colinéarité de deux vecteurs

Soient $\vec{U}(x;y;z)$ et $\vec{V}(x';y';z')$ deux vecteurs
$\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires si ; ... $\in IR$: $\vec{U} = \alpha\vec{V}$

- $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires ...

$\Delta_x = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}$; $\Delta_y = \begin{vmatrix} x & x ... \\ z & ... \end{vmatrix}$

Vecteurs co...

$\vec{U}(x;y;z)$; $\vec{V}(x';y';z')$ e...
vecteurs $\vec{U}$; $\vec{V}$ et $\vec{W}$ so...
ssi $\exists(\alpha;\beta) \in IR^2$: $\vec{W}$ ...

- Les vecteurs $\vec{U}$; $\vec{V}$ ...
ssi $det(\vec{U};\vec{V};\vec{W})$ ...

$\det(\vec{u};\vec{v};\vec{w}) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix}$ ...

Norme d'un vecte...
points $A(x_A;y_A;$ ...

- Soit $\vec{U}(x;y;z)$ ...
$\|\vec{U}$ ...
- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A$ ...
$AB = \sqrt{(x_B -}$ ...
- Coordonné...
$I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y}{}\right.$ ...

Formule trigonom...

Soient $\vec{U}$ et $\vec{V}$ deux vecteurs non ...
l'espace donc : $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{V} = \overrightarrow{AC}$
Le produit scalaire de $\vec{U}$ et $\vec{V}$ dans l'espace est le nombre réel noté $\vec{U}.\vec{V}$ et définit par :

- $\vec{U}.\vec{V} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times cos(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$
- $\vec{U}.\vec{V} = \|\vec{U}\| \times \|\vec{V}\| \times cos(\overline{\vec{U};\vec{V}})$

Formule analytique de produit scalaire

Soient $\vec{U}(x;y;z)$ et $\vec{V}(x';y';z')$ on a :

- $\vec{U}.\vec{V} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = xx' + yy' + zz'$
- $\vec{U} \perp \vec{V} \Leftrightarrow \vec{U}.\vec{V} = 0$

...DROITE DANS L'ESPACE

...passant par le point

...ux

...e

...on est
...pelle

...sienne
... $+ d = 0$
...cteur
normal au plan ... $z + d = 0$

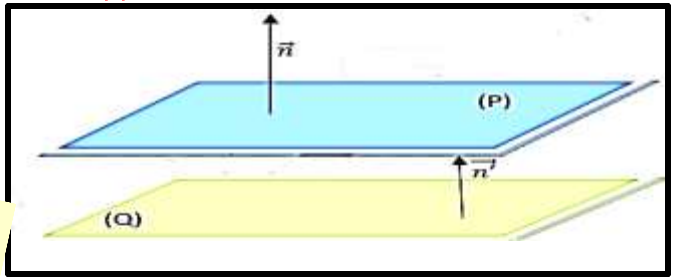
- A un point et $\vec{n}$ un vecte... l'espace

L'ensemble des points $M(x;y;z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$ est un plan (P) passant par A et de vecteur normale $\vec{n}$

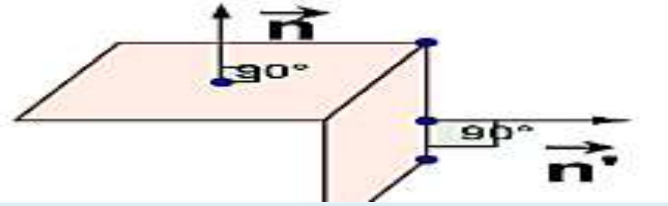
Position relative de deux plans

Soient (P) Un plan de vecteur normale $\vec{n}$ et (Q) un plan de vecteur normale $\vec{n'}$

- $(P)//(Q)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ sont colinéaire



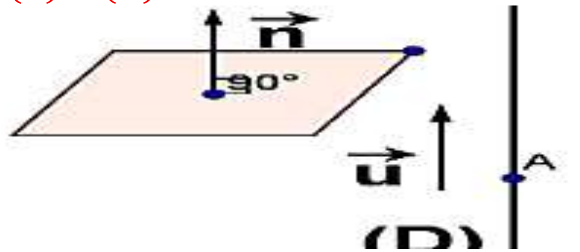
- $(P) \perp (Q)$ ssi $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux



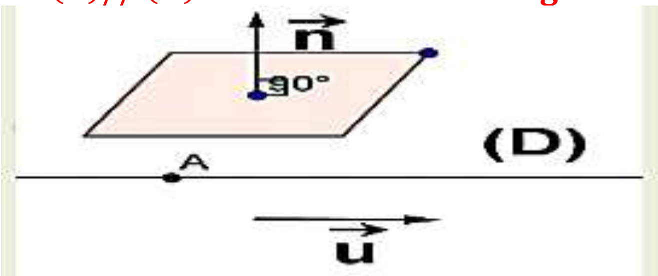
Position relative d'un plan et une droite

(D) une droite de vecteur directeur $\vec{U}$ et (P) Un plan de vecteur normale $\vec{n}$

- $(P) \perp (D)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{U}$ sont colinéaires

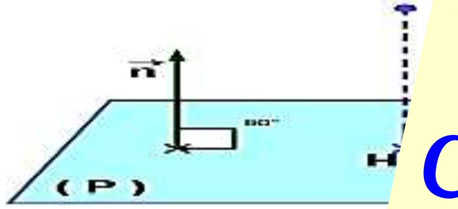


- $(P)//(D)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{U}$ sont orthogonaux



DISTANCE D'UN POINT à UN PLAN

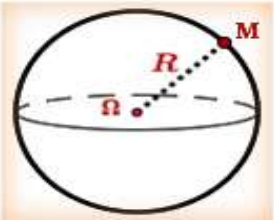
Soient $(P) : ax + by + cz + d = ($ … lan et $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de l'espac … projection orthogonale de A su …



La distance de point A au pl …

$d(A;(P)) = AH = \frac{|ax_A + \ldots}{\sqrt{\ldots}}$

Sphère dans l' …



Soit (S) la sphère de c … rayon r l'équation ca …

$(x-a)^2 + (y - \ldots$

➢ L'équation carté… définit par son diar …

$M(x; y; z) \in (S) \Leftrightarrow AM \ldots$

Proposition : l'ensemble des points M

L'ensemble des points $M(x; y; z)$ de l'espace tel que :

$(S) : x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

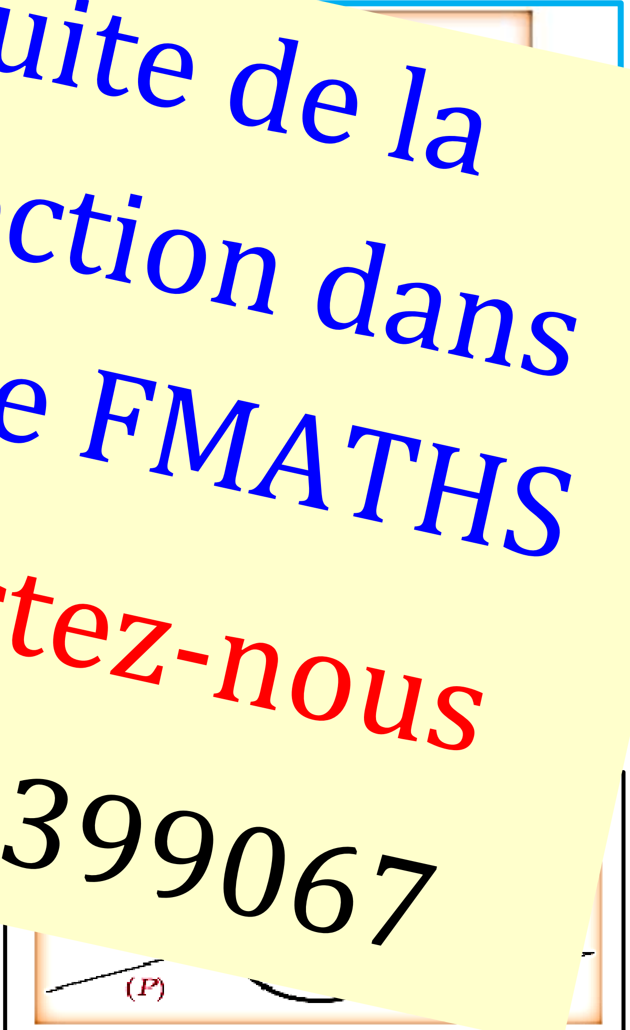
est un sphère si $D = a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$

➢ Son centre est le point $\Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$

➢ Son rayon est $r = \frac{\sqrt{D}}{2}$

Position relative d'une sphère et un plan

Soit (S) une sphère de centre Ω et de rayon … (P) un plan et d la distance entre le … plan (P) : $d = d(\Omega;(P))$



Suivant un cercle (C) de centre H et de rayon r tel que : $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

➢ Pour déterminer les cordonnées de H on résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} (\Omega H): \begin{cases} x = x_\Omega + at \\ y = y_\Omega + bt \\ z = z_\Omega + ct \end{cases} ; (t \in IR) \\ (P) : ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$

…tion relative d'une sphère et une droite

… (S) une sphère de centre Ω et d rayon R … (Δ) la droite passant par le point A et de …cteur directeur $\vec{U}(\alpha; \beta; \gamma)$

…our déterminer les cordonnées des points … intersections de sphère (S) et la droite (Δ) …n résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} (\Delta): \begin{cases} x = x_A + \alpha t \\ y = y_A + \beta t \\ z = z_A + \gamma t \end{cases} ; (t \in IR) \\ (S) : (x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 + (z - z_\Omega)^2 = R^2 \end{cases}$$