Deuxièmes bac sciences
PC/SVT/ST

Résumé : Calcul de probabilités

Deuxièmes bac sciences PC/SVT/ST

- **Cours détaillé**
- **Résumé de cours**
- **Série corrigée**

admin

Prof fayssal 0681399067 www.elboutkhili.jimdofree.com

A) Dénombrement.

1) Cardinal d'un ensemble fini

Soit E un ensemble fini de n éléments distincts $E = \{x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n\}$
Le nombre d'éléments n est appelé le cardinal de E , noté $\mathrm{Card}(E)$

2) Principe fondamentale de dénombrement

Soit E une expérience dont les résultats nécessitent k choix,
Si le premier choix se fait de n_1 façons différentes
Le deuxième choix se fait de n_2 façons différentes, ...,
....
Le $k^{ième}$ choix se fait de n_k façons différentes,
Alors le nombre de résultats possibles est donné par le produit :

$$n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$$

3) Arrangements.

a) Arrangements sans répétition.

Soient n et p deux entiers naturels non nuls.

- ✓ Le nombre d'arrangements sans répétition de p éléments pris parmi par n est noté A_n^p, et on a : $(1 \leq p \leq n)$

$$A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-p+1).$$

Remarques : On pose par convention $0! = 1$.

- ✓ Soient n et p deux entiers naturels non nuls tels que : $p \leq n$,

On a : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$; $A_n^n = n!$; $A_n^1 = n$.

Cas particulier : Permutations.

Soit n un entier naturel non nul.

- ✓ Tout arrangement sans répétition de n éléments est appelé permutation n éléments.
- ✓ Le nombre permutations de n éléments est noté $n!$, se lit factorielle n, et on a : $n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$.

b) Arrangements avec répétition.

- ✓ Le nombre d'arrangements avec répétition de p éléments pris parmi par n est noté n^p

4) Combinaisons.

Soit n un entier naturel, et soit E un ensemble de cardinal n

- ✓ Le nombre de combinaison de p éléments de E pris parmi n éléments est noté C_n^p, et on a : $C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p! \times (n-p)!}$

Remarques : $C_n^1 = C_n^{n-1} = n$; $C_n^n = C_n^0 = 1$ et $C_n^p = C_n^{n-p}$

5) Type de tirage et importance d'ordre .

Type de tirage	Nombre de tirages possibles	Importance de l'ordre
Avec remise	n^p	Important
Sans remise	A_n^p	Important
Simultané	C_n^p	*Sans importance*

Nombre de possibilité d'arranger p éléments (Coefficient d'ordre)

Si on a p_1 éléments de type A et p_2 éléments de type B et p_3 éléments de type C tel que $p_1 + p_2 + p_3 = p$
Alors le nombre de possibilité d'arranger les p éléments est :

$$\frac{p!}{p_1! \times p_2! \times p_3!}$$

B) Probabilité d'un évènement.

1) Propriétés :

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire, on a :

- ➢ $P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$.
- ➢ Pour tout événement A de Ω, on a : $0 \leq P(A) \leq 1$.
- ➢ Pour tout événement A de Ω, on a : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- ➢ Si A et B deux événements de Ω, on a :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- ➢ Si A et B deux événements incompatibles de Ω ; $(A \cap B = \emptyset)$, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

2) Hypothèse d'équiprobabilité.

Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire, la probabilité de l'événement A de Ω est : $P(A) = \frac{\mathrm{Card}(A)}{\mathrm{Card}(\Omega)}$

3) Probabilité conditionnelle.

Soient A et B deux événements associés à une même expérience aléatoire tes que : $P(A) \neq 0$.

La probabilité de l'événement B sachant que de l'év … nt A est réalisé est noté $P_A(B)$ ou $P(B/A)$ défini par : $P_A(B)$ …

Remarques : On a : $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

Donc $P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)$

Cette relation est appelée loi des probabilités to …

4) Indépendance de deux événements.

Soient A et B deux événements associés à une n …

- On dit que les événements A et B sont indép …

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B \ldots$$

- Les événements A et B sont indépendants … $P_A(B) = P(B)$; avec $P(A) \neq 0$

5) Epreuves répétées.

Soit A un événement associé à une expérien …

On répète l'expérience n fois dans les mêm …

Alors la probabilité de réaliser exactemen …

est : $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, pour tout $k \in \{0, 1, 2$ …

C) Variable aléatoire-Loi de probabilité d …

1) Définitions :

- ✓ Toute fonction définie sur l'univers …
  appelée variable aléatoire, notée X …
- ✓ Les valeurs prises par la variable al …
- ✓ Soit X une variable aléatoire définie sur un unive …
  une expérience aléatoire telle que : $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X,
C'est calculer la probabilité de chacun des événements $\{X = x_i\}$ où $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

- ✓ On résume la loi de probabilité de X par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	…	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	…	p_n

2) Espérance mathématique-Variance et écart-type.

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω associé

- ✓ L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est le nombre réel noté E(X) définie par :

$$E(X) = \sum^{i=n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n$$

… ire X est le nombre réel noté

… n

… répétition n fois de

… e à deux issues sont :

… obabilité $q = 1 - p$

… re de fois que le succès

… la loi binomiale de

… éatoire X est appelée loi

… loi binomiale de

… léatoire X sont : $\{0, 1, 2, \ldots, n\}$

- ✓ $(\forall k \in \{0,$ … $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$.
- ✓ L'espérance de la var … oire X est : $E(X) = np$.
- ✓ La variance de la variable aléatoire X est :

$$V(X) = npq = np(1-p) = E(X).(1-p)$$

- ✓ L'écart-type de X est : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{np(1-p)}$

LA suite de la correction dans le livre FMATHS
Contactez-nous
0681399067