Deuxièmes bac sciences PC/SVT/ST

Résumé : Produit vectoriel et produit scalaire dans l'espace

Deuxièmes bac sciences PC/SVT/ST

- Cours détaillé
- Résumé de cours
- Série corrigée

admin

Prof fayssal 0681399067 www.elboutkhili.jimdofree.com

$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ un repère orthonormé de l'espace

Condition de colinéarité de deux vecteurs

Soient $\vec{U}(x;y;z)$ et $\vec{V}(x';y';z$ … teurs

$\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires si ; ∃ …

➢ $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires s…

$\Delta_x = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix}$; $\Delta_y = \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix}$ …

Vecteurs copl…

$\vec{U}(x;y;z)$; $\vec{V}(x';y';z')$ et …

vecteurs $\vec{U}$; $\vec{V}$ et $\vec{W}$ sont …

ssi $\exists(\alpha;\beta) \in IR^2$: $\vec{W} =$ …

➢ Les vecteurs $\vec{U}$; $\vec{V}$ e…

ssi $det(\vec{U};\vec{V};\vec{W}) =$ …

$\det(\vec{u};\vec{v};\vec{w}) = \begin{vmatrix} x & x' & x'' \\ y & y' & y'' \\ z & z' & z'' \end{vmatrix} =$ …

Norme d'un vecteur …

points $A(x_A;y_A;z_A$ …

➢ Soit $\vec{U}(x;y;z)$ u…

$\|\vec{U}\|$ …

➢ $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y$ …

$AB = \sqrt{(x_B - x}$ …

➢ Coordonnées …

$I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$

Formule trigonométrique du produit scalaire

Soient $\vec{U}$ et $\vec{V}$ deux vecteurs non nuls dans l'espace donc : $\vec{U} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{V} = \overrightarrow{AC}$

Le produit scalaire de $\vec{U}$ et $\vec{V}$ dans l'espace est le nombre réel noté $\vec{U}.\vec{V}$ et définit par :

➢ $\vec{U}.\vec{V} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times cos(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$

➢ $\vec{U}.\vec{V} = \|\vec{U}\| \times \|\vec{V}\| \times cos(\overline{\vec{U};\vec{V}})$

Formule analytique de produit scalaire

Soient $\vec{U}(x;y;z)$ et $\vec{V}(x';y';z')$ on a :

➢ $\vec{U}.\vec{V} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = xx' + yy' + zz'$

… x

… n est

… elle

… enne

de la forme : … $d = 0$

➢ Le Vecteur $\vec{n}(a;b;c)$ est … eur normal au plan $(P) : ax + by + cz + d = 0$

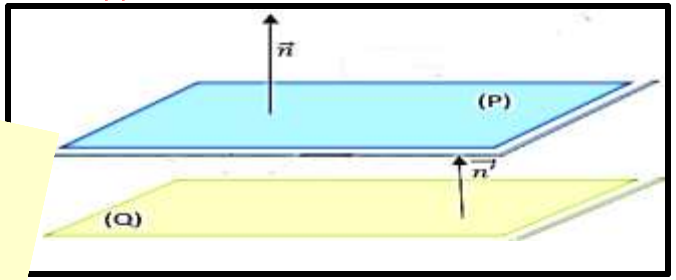
➢ A un point et $\vec{n}$ un vecteur de l'espace

L'ensemble des points $M(x;y;z)$ de l'espace tel que $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$ est un plan (P) passant par A et de vecteur normale $\vec{n}$

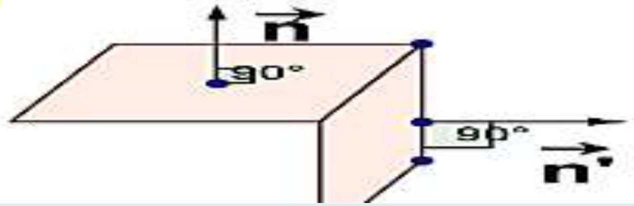
Position relative de deux plans

Soient (P) Un plan de vecteur normale $\vec{n}$ et (Q) un plan de vecteur normale $\vec{n'}$

➢ $(P)//(Q)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ sont colinéaire



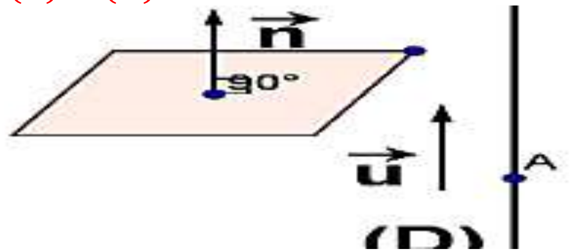
➢ $(P) \perp (Q)$ ssi $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont orthogonaux



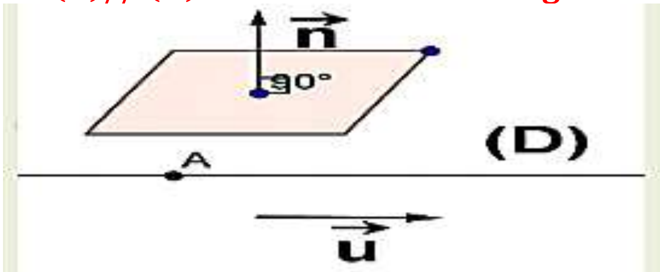
Position relative d'un plan et une droite

(D) une droite de vecteur directeur $\vec{U}$ et (P) Un plan de vecteur normale $\vec{n}$

- $(P) \perp (D)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{U}$ sont colinéaires

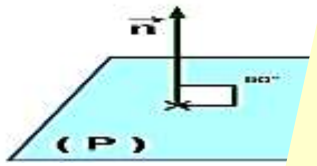


- $(P)//(D)$ ssi $\vec{n}$ et $\vec{U}$ sont orthogonaux



DISTANCE D'UN POINT à UN PLAN

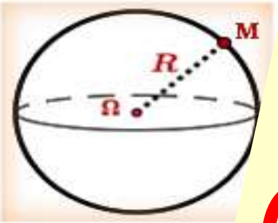
Soient $(P) : ax + by + cz + d = 0$ un plan et $A(x_A; y_A; z_A)$ un point de l'espace et H la projection orthogonale ... sur le plan (P)



La distance de point ...

$d(A; (P)) = AH = ...$

Sphère ...



Soit (S) la sphè... rayon r l'équat...

$(x-a)^2 ...$

- L'équation ... définit par s...

M(x; ...

Proposit...

L'ensemble des points M... l'espace tel que :

$(S) : x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

est un sphère si $D = a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$

- Son centre est le point $\Omega\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$
- Son rayon est $r = \frac{\sqrt{D}}{2}$

Position relative d'une sphère et un plan

Soit (S) une sphère de centre Ω et de rayon R (P) un plan et d la distance entre le centre Ω est le plan (P) : $d = d(\Omega; (P))$

... la

... sphère

... e H et de

... $- d^2$

- Pou... ...nées de H on résoudre ... ...uivants :

$$\begin{cases} (\Omega H) : \begin{cases} x = x_\Omega + at \\ y = y_\Omega + bt \\ z = z_\Omega + ct \end{cases} ; \ (t \in IR) \\ (P) : ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$

Position relative d'une sphère et une droite

Soit (S) une sphère de centre Ω et d rayon R et (Δ) la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{U}(\alpha; \beta; \gamma)$

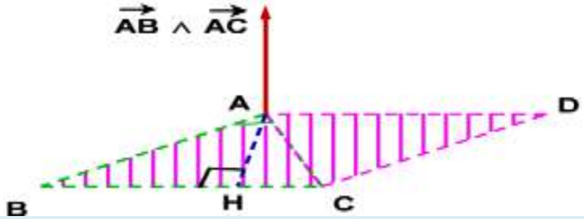
Pour déterminer les cordonnées des points d'intersections de sphère (S) et la droite (Δ) on résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} (\Delta) : \begin{cases} x = x_A + \alpha t \\ y = y_A + \beta t \\ z = z_A + \gamma t \end{cases} ; \ (t \in IR) \\ (S) : (x - x_\Omega)^2 + (y - y_\Omega)^2 + (z - z_\Omega)^2 = R^2 \end{cases}$$

Expression analytique du produit vectoriel

$$\vec{U} \wedge \vec{V} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} \vec{k}$$

- $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires ssi $\vec{U} \wedge \vec{V} = \vec{0}$
- A ; B et C sont alignés ssi $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{0}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (ABC)



Distance d'un point Ω à une droite (D)

(D) la droite qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{U}$ et Ω un point de l'espace

Alors $d(\Omega; (D)) = \frac{\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{U}\|}{\|\vec{U}\|}$

Aire d'un triangle ABC

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC \times \sin \hat{A}}{2} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\|$$