

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Ferhat Abbas Sétif 1**



# **Classification hybride (Hard et Soft) d'items éducatifs similaires avec ajustement bayésien des réponses en utilisant l'IRT**

**Présenté par :**  
**Abdou Abarchi Aboubacar**

**Sous la Direction de :**  
*M<sup>eme</sup>* **Harbouche Khadidja**

14 septembre 2021

# Table des matières

## 1. INTRODUCTION

- Contexte
- Problématique
- Objectif

## 2. APERÇU SUR L'ÉTAT DE L'ART

- Educational data minig
- Modèle de l'apprenant
- Analyse des items
- Inférence bayésienne

## 3. CONTRIBUTIONS

Approche proposée

Application de l'inférence  
bayésienne avec des modèles IRT  
Résultats des modèles IRT  
Regroupement des items à l'aide de  
la matrice de similarité  
Résultats des méthodes de  
clustering

## 4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion  
Perspective

## 1. INTRODUCTION

Contexte  
Problématique  
Objectif

## 2. APERÇU SUR L'ÉTAT DE L'ART

Educational data minig  
Modèle de l'apprenant  
Analyse des items  
Inférence bayésienne

## 3. CONTRIBUTIONS

Approche proposée

Application de l'inférence  
bayésienne avec des modèles IRT  
Résultats des modèles IRT  
Regroupement des items à l'aide de  
la matrice de similarité  
Résultats des méthodes de  
clustering

## 4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion  
Perspective

# Contexte

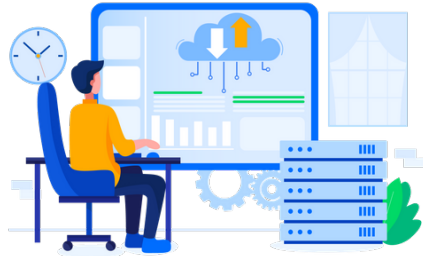


# Introduction

## Contexte

### Contexte(suite)

Les systèmes informatisés conservent des données détaillées des interactions utilisateur-système, plus précisément des interactions système-apprenant dans les systèmes éducatifs.



# Introduction

## Contexte

### Contexte(suite)

Ces données détaillées qui sont dans une grande base de données offrent des opportunités pour étudier ces données récolter.



# Introduction

## Problématique

### Problèmes

Cependant les données ne sont jamais aussi complètes et sans équivoque qu'elles garantissent la certitude.

Aussi, dans les systèmes éducatifs, beaucoup d'aptitudes ont une forte relation causale dans laquelle une aptitude doit être présentée avant une autre.

# Introduction

## Problématique

### Problèmes ► 1

Cependant les données ne sont jamais aussi complètes et sans équivoque qu'elles garantissent la certitude.

Is the sky blue?

Choose only ONE best answer.

A Yes



B No



C The sky is green.



# Introduction

## Problématique

### Problèmes ► 2

Aussi, dans les systèmes éducatifs, beaucoup d'aptitudes ont une forte relation causale dans laquelle une aptitude doit être présentée avant une autre.

#### 1. Question

What is  $10 / 2$  ?

<input type="radio"/>	8
<input checked="" type="radio"/>	5



#### 2. Question

What is  $2 + 2$  ?

<input checked="" type="radio"/>	4
<input type="radio"/>	5

# Introduction

## Problématique

### Problèmes ► 2

Aussi, dans les systèmes éducatifs, beaucoup d'aptitudes ont une forte relation causale dans laquelle une aptitude doit être présentée avant une autre.

#### 1. Question

What is  $2 + 2$  ?

<input checked="" type="radio"/>	4
<input type="radio"/>	5



#### 2. Question

What is  $10 / 2$  ?

<input type="radio"/>	8
<input checked="" type="radio"/>	5

# Objectif

## L'objectif principal

Analyse et évaluation du jeu de données en faisant un ajustement bayésien des réponses aux items avant de décider si oui ou non le jeu de données vaille le coup d'être utilisé.

Après la validation du jeu de données, les items sont regroupés en composante de connaissance en utilisant une approche basée sur la similarité qui utilise une matrice de similarité calculée selon quatre catégories : réponse correcte et incorrecte avec aide et sans aide.

# Introduction

## Objectif

### L'objectif principal

Après la validation du jeu de données, les items sont regroupés en composante de connaissance en utilisant une approche basée sur la similarité qui utilise une matrice de similarité calculée selon quatre catégories : réponse correcte et incorrecte avec aide et sans aide.

#### 1. Question

What is 2+2?

☒ 4

☐ 5

Correct

If you've got this right, good for you! Two and two is four. In fact two times two is four as well.

Incorrect

If you got this wrong you need to work on your addition skills. [Revising Lesson 2: Quick Addition](#), might help.

## 1. INTRODUCTION

Contexte  
Problématique  
Objectif

## 2. APERÇU SUR L'ÉTAT DE L'ART

Educational data minig  
Modèle de l'apprenant  
Analyse des items  
Inférence bayésienne

## 3. CONTRIBUTIONS

Approche proposée

Application de l'inférence  
bayésienne avec des modèles IRT  
Résultats des modèles IRT  
Regroupement des items à l'aide de  
la matrice de similarité  
Résultats des méthodes de  
clustering

## 4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion  
Perspective

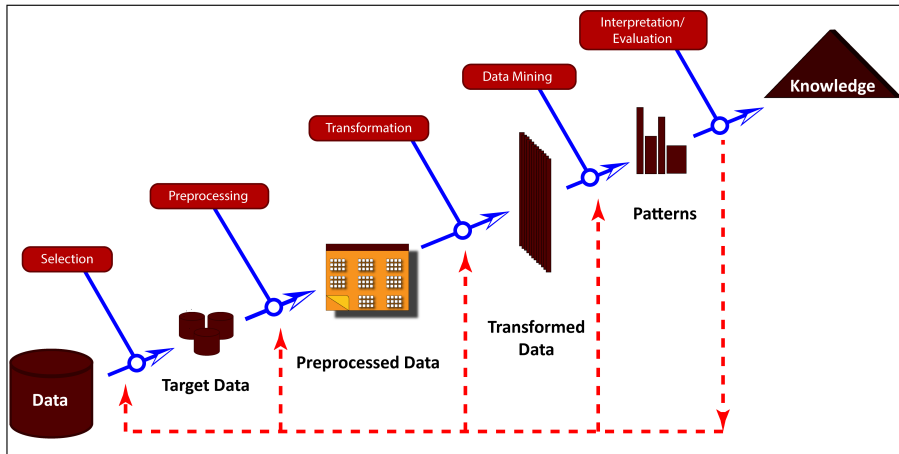
# Aperçu sur l'état de l'art

## Educational data minig

L'exploration de données est un processus visant à découvrir des modèles de données dans de grandes bases de données. Appliquer dans l'éducation, les données proviennent du milieu éducatif et le but principal est de comprendre le comportement des apprenants et l'environnement de leur apprentissage.

# Aperçu sur l'état de l'art

## Educational data minig



# Aperçu sur l'état de l'art

## Modèle de l'apprenant

### Définition

Le modèle de l'apprenant est une structure de données qui reflète l'état des connaissances supposées de l'apprenant sur un domaine cible.



# Aperçu sur l'état de l'art

## Modèle de l'apprenant

### Définition

Le modèle de l'apprenant est une structure de données qui reflète l'état des connaissances supposées de l'apprenant sur un domaine cible.

Quelque catégorie du modèle de l'apprenant :

- ▶ Modèle cognitif,
- ▶ Modèle d'inférence,
- ▶ Modèle émotionnel.

# Aperçu sur l'état de l'art

## Modèle de l'apprenant

### Le modèle cognitif

La modélisation cognitive est utilisée pour simuler ou prédire le comportement humain ou les performances sur des tâches similaires à celles modélisées et améliorer l'interaction homme-machine.

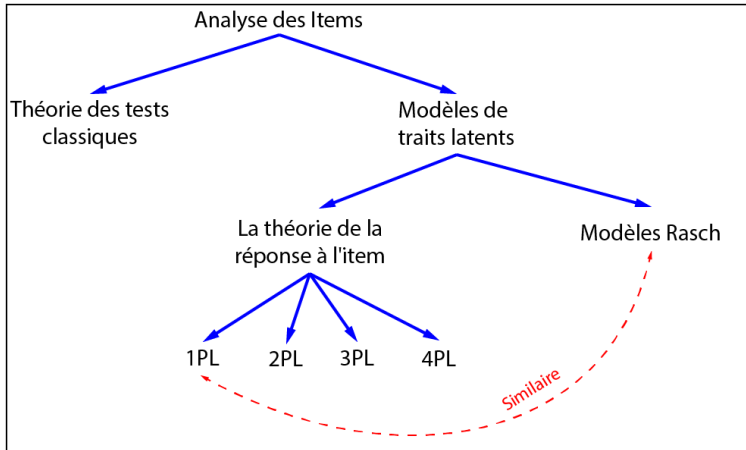
# Aperçu sur l'état de l'art

## Modèle de l'apprenant

### Le modèle d'inférence

Cette approche est une sorte de moteur d'inférence qui fonctionne pour ajuster le modèle de l'apprenant. Il contient des règles qui lui permettent de raisonner sur le modèle cognitif et sur le modèle psychologique pour inférer de nouvelles connaissances dans le modèle de l'apprenant.

# Analyse des items



# Analyse des items

## Modèles de traits latents

### Modèles de traits latents

- ▶ Ils visent à mesurer la capacité sous-jacente qui produit la performance du test plutôt que de mesurer la performance en soi.
- ▶ Cela les conduit à être sans échantillon. Comme les statistiques ne dépendent pas de la situation de test qui les a générées, elles peuvent être utilisées de manière plus flexible.

# Analyse des items

## Modèle de Rasch

### Modèle de Rasch

Le modèle de Rasch est une méthode d'analyse de données statistiques pour mesurer des éléments tels que les capacités, les attitudes ou des traits de personnalité de personnes répondant à des questionnaires.

# Analyse des items

Modèle de Rasch

## Structure de données typiques

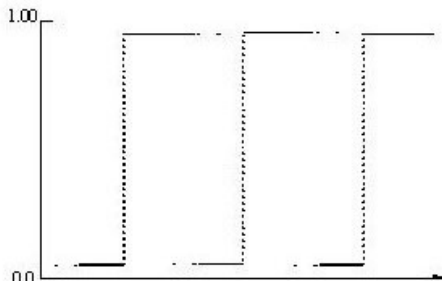
	I1	I2	I3	I4
S1	0	0	1	1
S2	0	1	1	1
S3	1	1	1	1
S4	0	0	0	0
S5	0	0	1	0

	I1	I2	I3	I4
S4	0	0	0	0
S5	1	0	0	0
S1	1	1	0	0
S2	1	1	1	0
S3	1	1	1	1

# Analyse des items

## Modèle de Rasch

### Modèle de Guttman





# Analyse des items

Le modèle probabiliste de Rasch

## La fonction logistique du modèle de Rasch

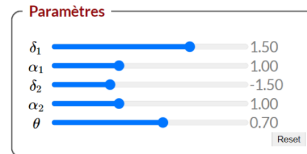
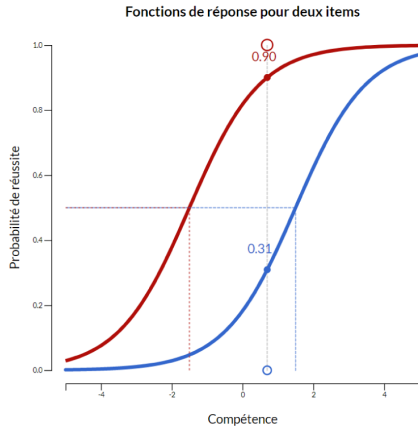
$$P(x_j|\theta, \beta_j) = \frac{\exp[\theta - \beta_j]}{1 + \exp[\theta - \beta_j]} \quad (1)$$

Où,

- ♦  $\theta$  la capacité, la compétence de l'apprenant
- ♦  $\beta$  difficulté de l'item

# Analyse des items

## Le modèle probabiliste de Rasch



# Analyse des items

## La Théorie de la réponse à l'item

### Modèle logistique à un paramètre

$$P_i(\theta_j | X = 1) = \frac{\exp [1.7\alpha_i(\theta_j - \beta_i)]}{1 + \exp [1.7\alpha_i(\theta_j - \beta_i)]} \quad (2)$$

Où,

- ◆  $\theta$  la capacité, la compétence de l'apprenant
- ◆  $\beta$  paramètre de difficulté de l'item
- ◆  $\alpha$  paramètre de discrimination de l'item (fixe)
- ◆ 1.7 facteur d'échelle

# Analyse des items

## La Théorie de la réponse à l'item

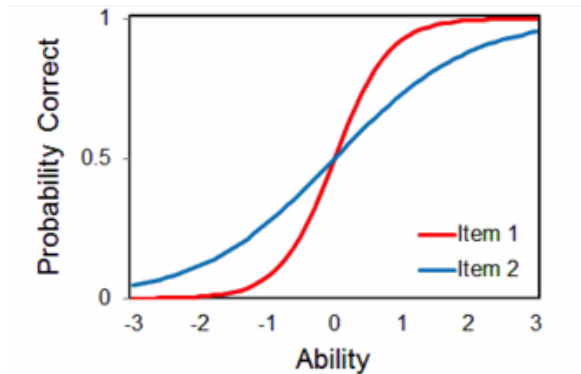
### Modèle logistique à deux paramètres

$$P_i(\theta_j | X = 1) = \frac{\exp[\alpha_i(\theta_j - \beta_i)]}{1 + \exp[\alpha_i(\theta_j - \beta_i)]} \quad (3)$$

Où,

- ◆  $\theta$  la capacité, la compétence de l'apprenant
- ◆  $\beta$  paramètre de difficulté de l'item
- ◆  $\alpha$  paramètre de discrimination de l'item (non fixe, peut changer par item)

# Analyse des items



# Analyse des items

## La Théorie de la réponse à l'item

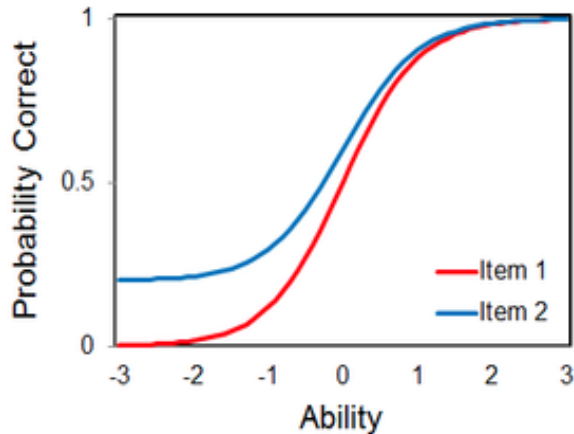
### Modèle logistique à trois paramètres

$$P_i(\theta_j) = c_i + \frac{1 - c_i}{1 + \exp[-\alpha_i(\theta_j - \beta_i)]} \quad (4)$$

Où,

- ◆  $\theta$  la capacité, la compétence de l'apprenant
- ◆  $\beta$  paramètre de difficulté de l'item
- ◆  $\alpha$  paramètre de discrimination de l'item (non fixe, peut changer par item)
- ◆  $c$  paramètre de devinette.

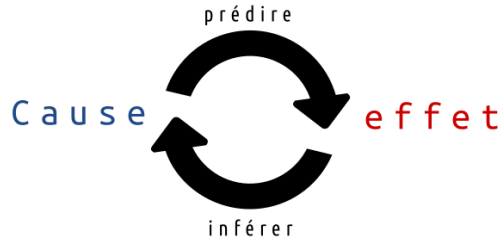
# Analyse des items



# Inférence bayésienne

## Définition

L'inférence bayésienne est une méthode d'apprentissage des valeurs des paramètres dans les modèles statistiques à partir de données.





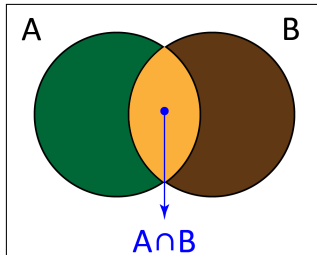
# Inférence bayésienne

## Probabilité conditionnelle

La probabilité conditionnelle est la probabilité d'un événement sachant qu'un autre événement a eu lieu.

Soit  $A$  et  $B$  deux événements avec  $P(A) \neq 0$ .

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad (5)$$



# Inférence bayésienne

## Théorème de bayes

Le théorème de Bayes , du nom du mathématicien britannique du XVIIIe siècle Thomas Bayes est défini par l'équation suivante :

$$Pr(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{Pr(A|B) * Pr(B)}{Pr(A)} \quad (6)$$

$$Pr(hypothesis|data) = \frac{Pr(data|hypothesis) * Pr(hypothesis)}{Pr(data)} \quad (7)$$

# Inférence bayésienne

## L'inférence bayésienne

L'inférence bayésienne utilise la règle de Bayes lorsqu'on interprète les variables de la règle de Bayes en tant que paramètres  $\theta$  d'un modèle et de données observées *data* :

# Inférence bayésienne

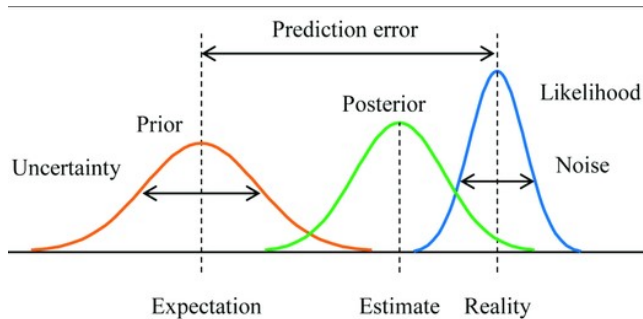
## L'inférence bayésienne

L'inférence bayésienne utilise la règle de Bayes lorsqu'on interprète les variables de la règle de Bayes en tant que paramètres  $\theta$  d'un modèle et de données observées *data* :

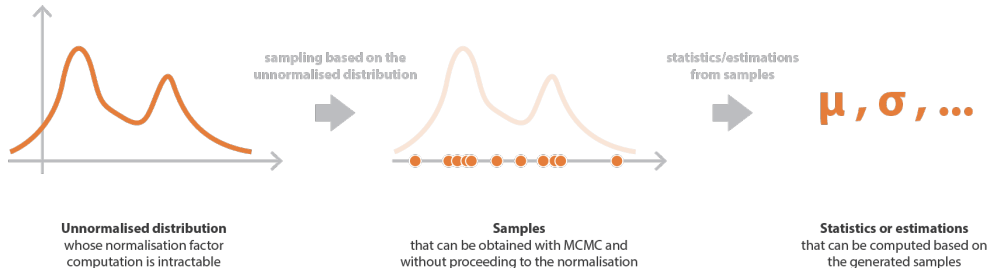
$$Pr(\theta|data) = \frac{Pr(data|\theta) * Pr(\theta)}{Pr(data) = \int L(data|\theta)Pr(\theta)d\theta} \quad (8)$$

# Inférence bayésienne

$Pr(\theta|data)$  : Posterior  
 $Pr(data|\theta)$  : Likelihood  
 $Pr(\theta)$  : Prior  
 $Pr(data)$  : Evidence



# Inférence bayésienne



## 1. INTRODUCTION

Contexte  
Problématique  
Objectif

## 2. APERÇU SUR L'ÉTAT DE L'ART

Educational data minig  
Modèle de l'apprenant  
Analyse des items  
Inférence bayésienne

## 3. CONTRIBUTIONS

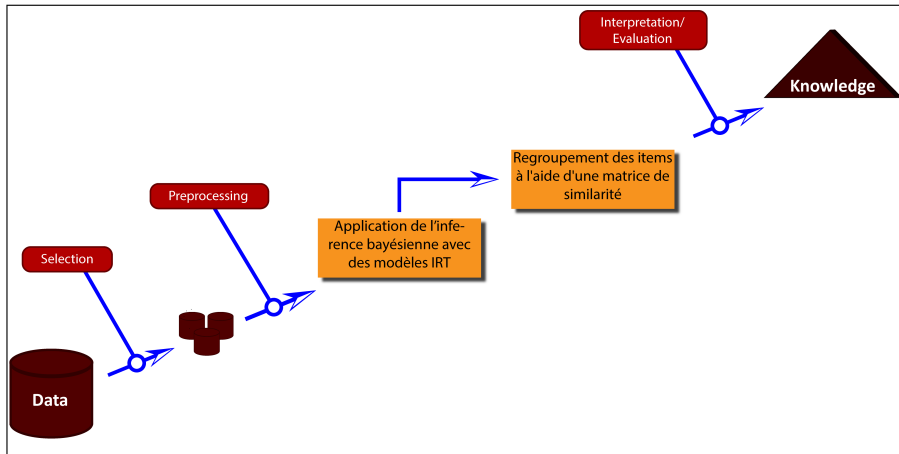
### Approche proposée

Application de l'inférence  
bayésienne avec des modèles IRT  
Résultats des modèles IRT  
Regroupement des items à l'aide de  
la matrice de similarité  
Résultats des méthodes de  
clustering

## 4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion  
Perspective

## Approche proposée





# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Spécification et construction des modèles

### le bloc de données

```
data {  
  int<lower=1> N;  
  int<lower=1> I;  
  int<lower=1> S;  
  int<lower=1,upper=I> item[N];  
  int<lower=1,upper=S> subject[N];  
};  
int<lower=0,upper=1> grade[N];
```

### Données dans un dictionnaire

```
{'I': 1084,  
'N': 809694,  
'S': 574,  
'grade': array([0,...,1]),  
'item': array([563,...,482]),  
'subject': array([72,...,395])}
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Spécification et construction des modèles

### bloc de paramètres

```
// parameters
real ability[S];           // alpha: ability of student
real difficulty[I];        // beta: difficulty of question
real delta;               // mean student ability
// end for Rasch model
vector<lower=0>[I] discrimination; // discrimination of question
// end for 2PL
vector<lower=0,upper=1>[I] guessing; //
// end for 3PL
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Spécification et construction des modèles

### bloc modèle (modèle de Rasch)

```
model {  
  ability ~ normal(0,1);  
  difficulty ~ normal(0,1);  
  delta ~ normal(0.75,1);  
  for(n in 1:N)  
    grade[n] ~ bernoulli_logit(ability[subject[n]] - difficulty[item[n]]  
      + delta);  
}
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Spécification et construction des modèles

### bloc modèle (modèle 2PL)

```
model {  
  ability ~ normal(0,1);  
  difficulty ~ normal(0,1);  
  discrimination ~ lognormal(0,1);  
  delta ~ normal(0.75,1);  
  grade ~ bernoulli_logit(discrimination[item] .* (ability[subject] - (  
    difficulty[item] + delta)));  
}
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Spécification et construction des modèles

### bloc modèle (modèle 3PL)

```
model {  
  ability ~ normal(0,1);  
  difficulty ~ normal(0,1);  
  discrimination ~ lognormal(0,1);  
  guessing ~ beta(5,17);  
  delta ~ normal(0.75,1);  
  grade ~ bernoulli(guessing[item] + ((1-guessing[item])*(inv_logit(  
    discrimination[item] .* (ability[subject] - (difficulty[item] +  
    delta))))));  
}
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Inférence

### Compilation

```
posteriori = stan.build(_1pl_model, data=train_data ,  
                        random_seed=2021)
```

### Échantillonnage

```
fit = posteriori.sample(num_chains=4, num_samples  
                        =2000,num_warmup=1000,num_thin=1)
```

# Approche proposée

Application de l'inférence bayésienne avec des modèles IRT

## ■ Diagnostic de convergence

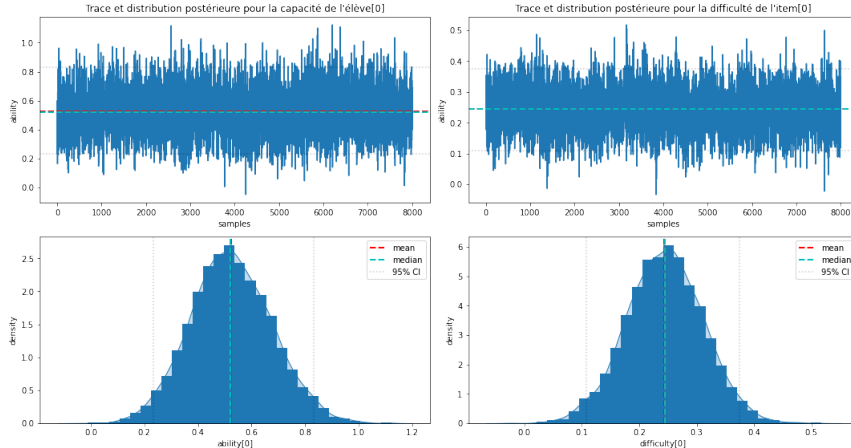
### Rhat

Rhat fait référence à la statistique de réduction d'échelle potentielle, également connue sous le nom de statistique de Gelman-Rubin.

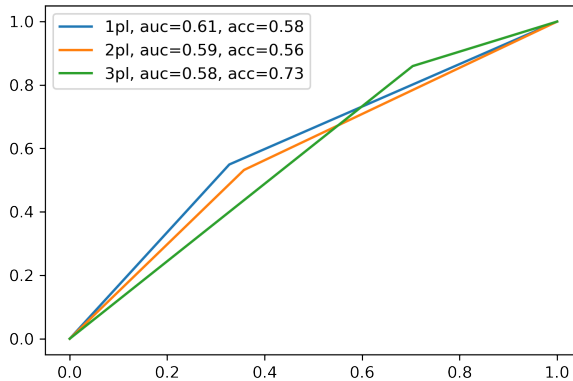
	mean	sd	hdi_3%	hdi_97%	mcse_mean	mcse_sd	ess_bulk	ess_tail	r_hat
ability[0]	0.010	0.051	-0.085	0.106	0.005	0.004	104.0	331.0	1.04
ability[1]	-0.217	0.125	-0.443	0.024	0.004	0.003	902.0	3828.0	1.00
ability[2]	0.001	0.108	-0.197	0.212	0.004	0.003	593.0	2261.0	1.01
ability[3]	-0.761	0.050	-0.859	-0.670	0.005	0.003	103.0	317.0	1.03
ability[4]	0.630	0.115	0.418	0.848	0.004	0.003	661.0	2626.0	1.01
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
difficulty[1080]	0.137	0.075	-0.000	0.282	0.002	0.002	934.0	3027.0	1.00
difficulty[1081]	-0.014	0.137	-0.276	0.237	0.002	0.002	4904.0	4949.0	1.00
difficulty[1082]	-0.189	0.152	-0.478	0.093	0.002	0.002	4880.0	4918.0	1.00
difficulty[1083]	-0.593	0.070	-0.723	-0.464	0.002	0.002	875.0	3064.0	1.01
delta	1.292	0.049	1.197	1.387	0.005	0.004	93.0	161.0	1.06



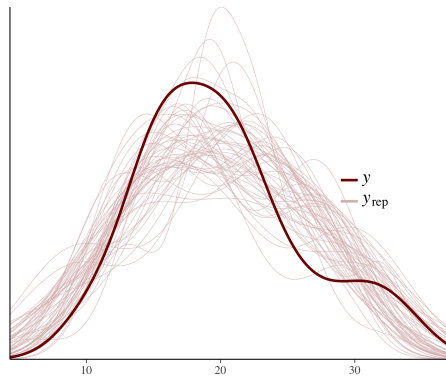
# Résultats des modèles IRT



# Résultats des modèles IRT



# Résultats des modèles IRT



# Résultats des modèles IRT

	rank	loo	p_loo	d_loo	weight	se	dse	warning	loo_scale
m1_idata_2	0	-4279.236221	28.501067	0.000000	1.000000e+00	54.218211	0.000000	False	log
m2_idata_2	1	-4285.972449	40.110303	6.736228	9.592327e-14	55.074199	3.392657	False	log

## Matrice Learners/Items

	Item1				Item2				Item3				...	Itemn			
Learner1	CH11	CS11	IH11	IS11	CH12	CS12	IH12	IS12	CH13	CS13	IH13	IS13	...	CH1n	CS1n	IH1n	IS1n
Learner2	CH21	CS21	IH21	IS21	CH22	CS22	IH22	IS22	CH23	CS23	IH23	IS23	...	CH2n	CS2n	IH2n	IS2n
.													...				
.																	
.																	
.																	
.																	
.																	
Learnerj	CHj1	CSj1	IHj1	ISj1	CHj2	CSj2	IHj2	ISj2	CHj3	CSj3	IHj3	ISj3	...	CHjn	CSjn	IHjn	ISjn
.													...				
.																	
.																	
.																	
.																	

# Approche proposée

Regroupement des items à l'aide de la matrice de similarité

Item-to-Item similarity

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	...	Item <i>i</i>	...
Item1								
Item2								
.								
.								
.								
.								
.								
.								
Item <i>j</i>								
.								
.								
.								
.								

Calcul de similarité

	Item <i>i</i>	Item <i>j</i>
CH		
CS		
IH		
IS		



Matrice Items/Sum\_answers

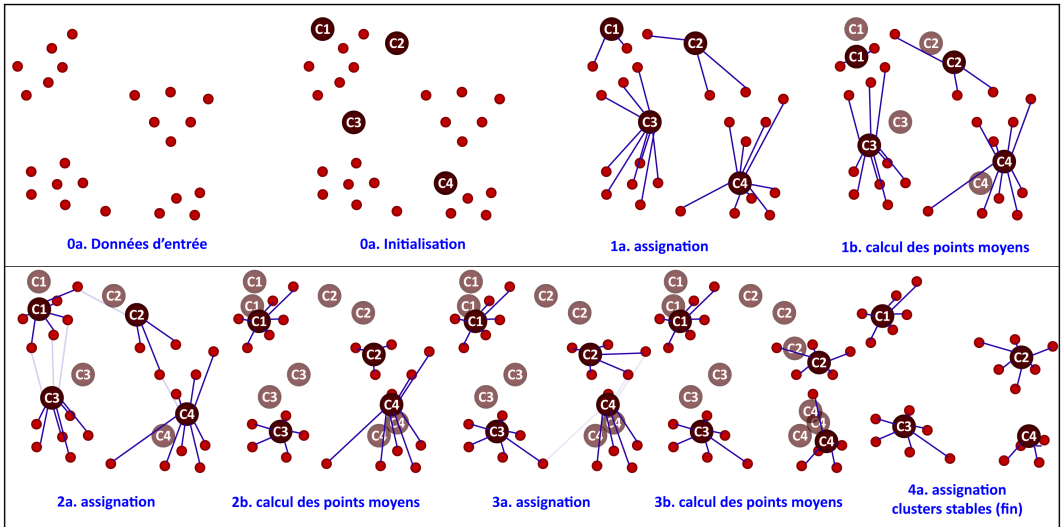
	Item1	Item2	Item3	...	Item <i>i</i>	...
CH						
CS						
IH						
IS						

# Approche proposée

Regroupement des items à l'aide de la matrice de similarité

## ■ Les méthodes de clustering utilisées :

### 1 : K-means clustering



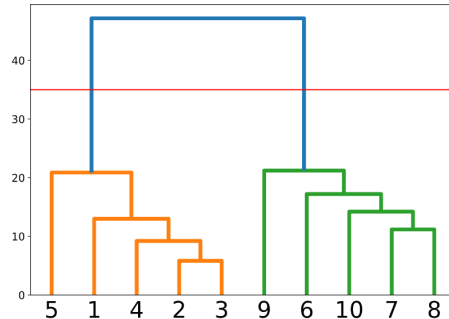
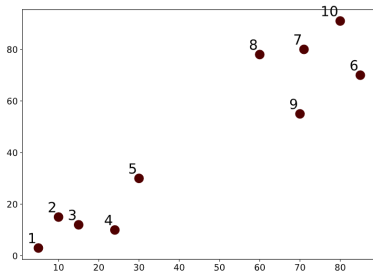


# Approche proposée

Regroupement des items à l'aide de la matrice de similarité

## ■ Les méthodes de clustering utilisées :

### 2 : Clustering hiérarchique agglomératif

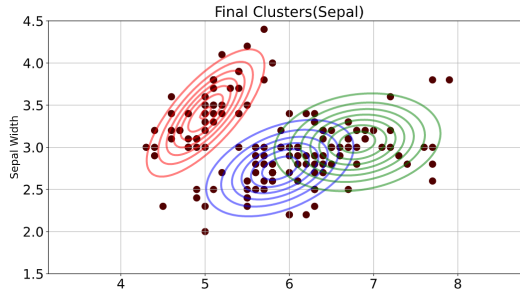
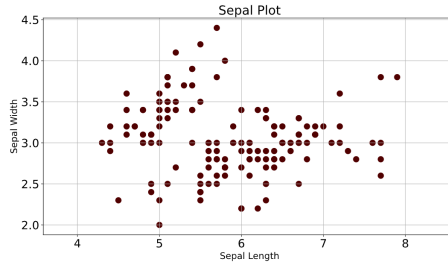


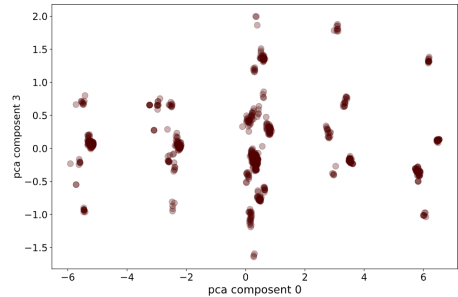
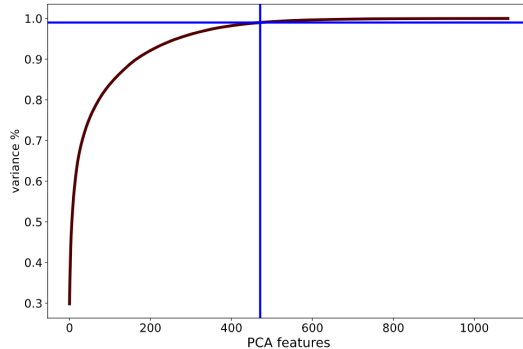
# Approche proposée

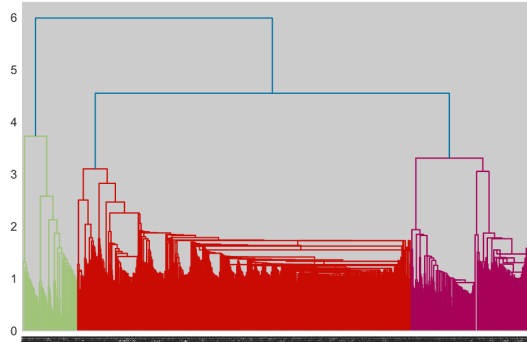
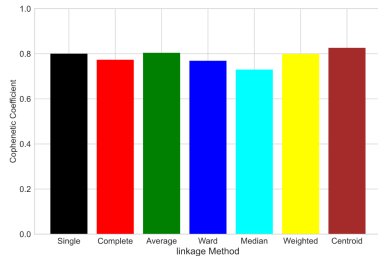
Regroupement des items à l'aide de la matrice de similarité

## ■ Les méthodes de clustering utilisées :

### 3 : Fuzzy clustering









## 1. INTRODUCTION

Contexte  
Problématique  
Objectif

## 2. APERÇU SUR L'ÉTAT DE L'ART

Educational data minig  
Modèle de l'apprenant  
Analyse des items  
Inférence bayésienne

## 3. CONTRIBUTIONS

Approche proposée

Application de l'inférence  
bayésienne avec des modèles IRT  
Résultats des modèles IRT  
Regroupement des items à l'aide de  
la matrice de similarité  
Résultats des méthodes de  
clustering

## 4. CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion  
Perspective



# Conclusion

## conclusion

En plus d'une méthode de regroupement des items en composante de connaissance, noter approche incluse dans les méthodes traditionnelles une étape d'analyse et d'évaluation des scores des apprenants.

# Perspective

- ▶ Extension des modèles IRT aux modèles à plusieurs niveaux,
- ▶ Appliquer d'autre coefficient de similarité et aussi le critère de calcul de similitude entre items.

Merci pour votre attention !