Etudiant : Abdsalam/Abdelvetahe

Matricule : 24139

1. *Analyse du TP1 : Temps, Bruit et Convolution :*

1.1 *Génération et Échantillonnage :*

Pour passer du monde continu $x(t)$ au monde discret $x[n]$, nous utilisons le **Théorème de Shannon-Nyquist**. Ce théorème stipule que pour reconstruire fidèlement un signal, la fréquence d'échantillonnage f_s doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale du signal ($f_s > 2f_{max}$).

Dans notre cas :

- $f_0 = 10 \text{ Hz}$
- $f_s = 100 \text{ Hz}$

Le critère est respecté ($100 > 20$), évitant ainsi le phénomène de **repliement spectral** (aliasing). Le signal est généré sur un vecteur temps $t = n \cdot T_s$, où $T_s = 1/f_s$ est la période d'échantillonnage.

1.2 Impact du Bruit :

Le signal réel est modélisé par $y[n] = x[n] + b[n]$. Ici, nous utilisons un **Bruit Blanc Gaussien (BBG)**.

- **Blanc** : Signifie que sa densité spectrale de puissance est constante (toutes les fréquences sont présentes de manière égale).
- **Gaussien** : Ses amplitudes suivent une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

L'ajout de bruit diminue le **Rapport Signal sur Bruit (RSB)**, rendant la lecture temporelle du signal difficile, d'où l'intérêt de passer dans le domaine fréquentiel pour l'analyse.

1.3 Convolution et Signal Porte :

La convolution de deux fonctions porte (Rect) est un concept clé de la théorie des systèmes linéaires invariants (SLI).

- **Opération mathématique** : $(f * g)[n] = \sum_{m} f[m]g[n-m]$.
- **Résultat** : La convolution d'une porte avec elle-même donne un **signal triangulaire**.

D'un point de vue spectral, cela correspond au produit de deux fonctions sinus cardinal ($sinc$), ce qui donne un $sinc^2$.

2. Analyse du TP2 : Analyse Spectrale et Filtrage

2.1 La Transformée de Fourier Rapide (FFT) :

Pour analyser les fréquences $f_1 = 440 \text{ Hz}$ et $f_2 = 880 \text{ Hz}$, nous utilisons la **FFT**, un algorithme optimisé pour calculer la Transformée de Fourier Discrète (TFD).

Points d'attention théoriques :

- **Axe des fréquences** : La FFT renvoie des coefficients. Pour obtenir des Hertz, on crée un vecteur allant de 0 à f_s.
- **Symétrie** : Pour un signal réel, le spectre est symétrique par rapport à $f_s/2$ (Fréquence de Nyquist). On n'observe généralement que la première moitié.
- **Module** : Le résultat de la FFT étant complexe, on trace $|X[k]|$ pour visualiser l'amplitude des composantes fréquentielles.

2.2 Identification et Filtrage Fréquentiel :

L'ajout d'un bruit à $f_{bruit} = 5000 \text{ Hz}$ crée un pic distinct dans le spectre, car cette fréquence est très éloignée de nos signaux utiles (440 et 880 Hz).

Méthode du filtrage idéal par FFT :

1. **Passage en fréquence** : On calcule la FFT du signal bruité.
2. **Masquage** : On identifie l'indice correspondant à 5000 Hz et on force les coefficients à zéro. C'est un filtre **coupe-bande** idéal.
3. **Retour au temps** : On utilise la **IFFT** (Transformée de Fourier Inverse).

Note théorique : Bien que très efficace en simulation, ce type de filtrage "rectangulaire" dans le domaine fréquentiel peut provoquer des oscillations dans le domaine temporel (phénomène de Gibbs) si la zone de coupure est trop brutale.

Synthèse des résultats attendus :

Opération	Domaine Temporel	Domaine Fréquentiel
Sinusoïde	Courbe oscillante lisse	Deux pics (Dirac) à $\pm f_0$
Bruit Blanc	Fluctuations aléatoires	Spectre plat (bruit de fond)
Porte * Porte	Triangle	Fonction $sinc^2$
Filtrage	Signal "lissé"	Suppression de pics spécifiques