

# EKSAMEN

<b>Kursus:</b>	ETSMP - Stokastisk modellering og behandling
<b>Eksamensdato:</b>	8. juni 2020
<b>Eksamenerstermin:</b>	F20
<b>Praktiske informationer:</b>	
<b>Digital eksamen</b> Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.  Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn.  Husk at upload og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.  Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
<b>Hjælpemidler:</b> Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
<b>Særlige bemærkninger:</b> Alle delspørgsmål vægtes ens	
<b>Ansvarlig underviser:</b> Lars Mandrup, Gunvor Elisabeth Kirkelund	

## Opgave 1: Sandsynlighedsregning

Ved en automatiseret test af chip-set på mobil-telefoner, vil testen opdage en fejl, givet at chip-settet har en fejl, med en sandsynlighed på 34%. Givet at chip-settet ikke har en fejl, vil testen indikere at det har en fejl med en sandsynlighed på 8%.

Sandsynligheden for at der er en fejl på et givet chip-set er 2,5%.

- a) Hvad er sandsynligheden for at et chip-set både har en fejl og testen indikerer at det har en fejl?
- b) Hvad er sandsynligheden for at et chip-set ikke har en fejl?
- c) Hvis et tilfældigt chip-set bliver testet, hvad er sandsynligheden for at testen viser at det har en fejl (total sandsynlighed)?
- d) Hvis testen viser at chip-settet har en fejl, hvad er sandsynligheden for at chip-settet rent faktisk havde en fejl?

## Opgave 2: Stokastiske variable

Den simultane tæthedsfunktion (pmf) for de diskrete stokastiske variable  $X$  og  $Y$  er givet ved:

$f_{X,Y}(x,y)$	$X = 2$	$X = 4$	$X = 6$	$X = 8$	$X = 10$
$Y = -1$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$
$Y = 1$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$

- a) Bestem  $K$ , så  $f_{X,Y}(x,y)$  er en gyldig tæthedsfunktion.

Antag at  $K = 0,25$  ved de efterfølgende opgaver.

- b) Bestem og skitsér tæthedsfunktionen (pmf)  $f_X(x)$  for  $X$ .
- c) Find fordelingsfunktionen (cdf)  $F_X(x)$  for  $X$ .
- d) Opskriv formlerne til beregning af middelværdien og variansen af  $X$  og beregn disse.
- e) Opstil formlen for og find  $E[XY]$ .
- f) Bestem den betingede sandsynlighed  $Pr(Y = 1|X = 6)$ .

## Opgave 3: Stokastiske processer

En tids-diskret stokastisk proces  $X[n]$  er defineret som:

$$X[n] = -1,5 \cdot (Z[n] + 1)$$

hvor  $Z[n] \sim \mathcal{N}(1,10)$  er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt).

- a) Plot tre realisationer af processen  $X[n]$  for  $n = [1, \dots, 10]$ . Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (Matlab, Maple, Prime, Python el.lign.) hvordan realisationen er fremkommet. I Matlab kan `randn()` benyttes.
- b) Opstil formlen for og find den tidslige middel for én af de plottede realisationer.
- c) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen  $X[n]$ .
- d) Er processen  $X[n]$  WSS (stationær i den bredde forstand)? Svaret skal begrundes.

## Opgave 4: Statistik

Et barn's højde måles i faste intervaller til:

Højde (cm)	55	60	70	75	79	90	101	112	121	129	134	143
Alder (måneder)	1	3	6	9	12	24	36	48	60	72	84	96

- a) Opstil signal-modellen for data, under antagelse af at der er en lineær sammenhæng mellem data, med overlagt i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt) normalfordelt støj.
- b) Under antagelse af at der er en lineær sammenhæng mellem data, find den lineære regressions-linie, ved at udregne hældningen og skæringen.
- c) Opstil en hypotese og en alternativ hypotese, der tester om hældingen er 0.
- d) Kan nul-hypotesen afvises med et signifikans-niveau på 5%?
- e) Bestem 95% konfidens intervallet for hældningen? Hvad fortæller konfidens-intervallet?
- f) Plot residualerne (residualplottet) efter lineær regression. Ser det ud som om der er en lineær sammenhæng mellem alder og højde?