

EKSAMEN

Kursus:	ETSMP - Stokastisk modellering og behandling
Eksamensdato:	4. juni 2019, kl. 09.30 – 12.30 (FPT 09.30 – 13.30)
Eksamenstermin:	Sommer 2019
Ingeniørhøjskolen udleverer:	4 stk. hvidt papir
Praktiske informationer: Digital eksamen Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format. Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn. Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret. Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.	
Hjælpemidler: Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.	
Særlige bemærkninger: Alle delspørgsmål vægtes ens	
Ansvarlig underviser: Lars Mandrup, Gunvor Elisabeth Kirkelund	

Opgave 1: Sandsynlighedsregning

En butik har modtaget en kæmpe portion Smarties (chokolade-knapper). De er leveret i tre farver: rød, gul og blå, og med to smagsvarianter: chili og kaffe.

I leverancen er 12% røde, 63% gule og resten er blå. Det vides også, at sandsynligheden for at en Smartie har kaffe-smag givet at den er rød er 59%, og sandsynligheden for at den har chili-smag givet at den er blå er 32%. Og endelig vides også, at 15% af hele leverancen er både gule og har chili-smag.

- a) Hvis der tages en tilfældig Smartie fra leverancen, hvad er sandsynligheden for at den er blå?
- b) Hvor stor en procent-del af de røde har chili-smag?
- c) Hvor stor en procent-del af hele leverancen har chili-smag?
- d) Hvis der med tilbagelægning udtages 8 tilfældige Smarties fra leverancen, hvad er sandsynligheden for, at der præcis 2 gange udtages en rød Smartie med chili-smag.

Opgave 2: Stokastiske variable

En tæthedsfunktion $f_X(x)$ og den tilsvarende fordelingsfunktion $F_X(x)$ for en stokastisk variabel X er angivet som:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2,5 \\ \frac{1}{4}, & 5 \leq x < 6 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2,5 \\ \frac{3}{4}, & 2,5 \leq x < 5 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}, & 5 \leq x < 6 \\ 1, & 6 \leq x \end{cases}$$

- Find sandsynligheden $Pr(2 < X < 3)$. Vis hvordan resultatet er fremkommet.
- Vis, hvordan fordelingsfunktionen $F_X(x)$ for den stokastiske variabel X kan findes ud fra tæthedsfunktionen $f_X(x)$. Skitsér desuden grafen for fordelingsfunktionen $F_X(x)$.
- Find middelværdien og variansen for X . Vis med mellemregninger hvordan resultatet er fremkommet.
- Hvad er sandsynlighederne for $Pr(2)$ og $Pr(6)$. Argumentér ud fra enten tæthedsfunktionen eller fordelingsfunktionen.

Opgave 3: Stokastiske processer

En diskret-tids stokastisk proces $X[n]$ er defineret som:

$$x[n] = w[n] + z$$

hvor w er IID (uafhængigt og ens fordelt) og $w[n] \sim \mathcal{U}(1,7)$ og $z \sim \mathcal{N}(4,0)$.

- a) Plot én realisation af processen $X[n]$, hvor der medtages 10 samples af $x[n]$. Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (Matlab, Maple, Prime, Python el.lign.) hvordan realisationen er fremkommet. I Matlab kan `rand()` og `randn()` benyttes.
- b) Angiv hvad ensemble middelværdien og variansen for processen $X[n]$ er. Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultatet er fremkommet.
- c) Er processen $X[n]$ WSS (stationær i den bredde forstand) og er processen ergodisk? Svarerne skal begrundes.
- d) Angiv auto-kovariansen for processen $X[n]$ for tids-lag $\tau = 0$ og $\tau = 1$. Dvs. værdierne $C_{XX}[0]$ og $C_{XX}[1]$ skal beregnes. Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultaterne er fremkommet.

Opgave 4: Statistik

En automatisk fileteringsmaskine skal udskære kyllingefileter i stykker af 125 g. Ved en test udtages tilfældigt 14 stykker fileter, som kontrolvejes for at sikre, at den gennemsnitlige vægt er 125 g. som ønsket. Vægten (i gram) af de 14 kyllingefileter i testen er:

126.1 122.6 126.9 123.8 122.0 122.9 125.3 125.5 124.2 124.4 124.9 121.1 123.2 123.6

- a) Bestem sample middelværdien af vægten af kyllingefileterne.
- b) Bestem sample variansen af de målte vægte.
- c) Lav et Q-Q plot over de målte vægte. Er de målte data normalfordelte?
- d) Opstil en NULL hypotese og en alternativ hypotese for testen.
- e) Hvilken test-statistik skal bruges til testen? Svaret skal begrundes.
- f) Bestem p-værdien for testen. Med et signifikansniveau på 5% er fileteringsmaskinen så indstillet korrekt?
- g) Bestem 95% konfidensintervallet for indstillingen af fileteringsmaskinen.