

Opgave 3: Stokastiske processer

En WSS (stationær) og ergodisk diskret-tids stokastisk proces $Y[n]$ er defineret som:

$$Y[n] = 3 \cdot X[n] + W[n]$$

hvor $X[n] \sim U(1,3)$ er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt) og $W[n] \sim N(0,0.5)$ er i.i.d. Desuden er $X[n]$ og $W[n]$ indbyrdes uafhængige

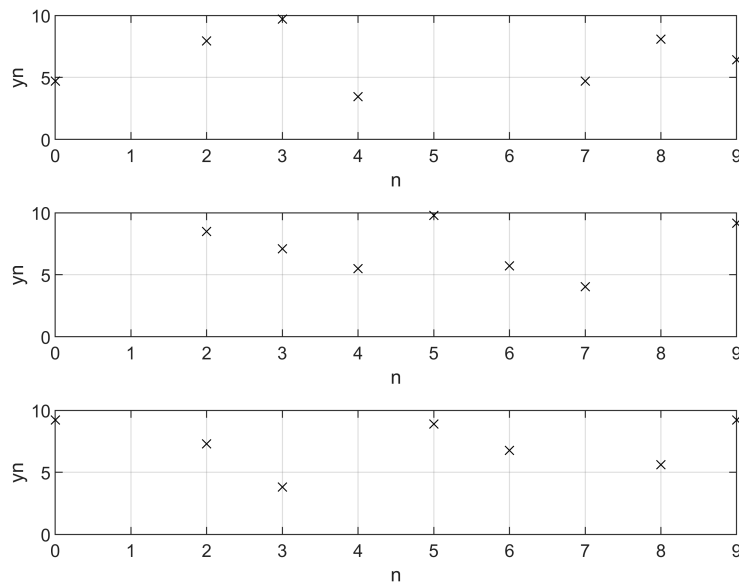
a) Plot tre realisationer af processen $Y[n]$, hvor der medtages 10 samples af $Y[n]$. Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (Matlab, Maple, Prime, Python el.lign.) hvordan realisationen er fremkommet. I Matlab kan `rand()` og `randn()` benyttes.

```
for i=1:3
    wn_Sigma = sqrt(0.5);
    wn_mu=0;
    wn=(rand(1,10)*wn_Sigma)+wn_mu;

    xn_Sigma = 3;
    xn_mu=1;
    xn=(rand(1,10)*xn_Sigma)+xn_mu;

    yn=3*xn+wn;

    figure(1)
    ax=subplot(3,1,i);
    n=0:9;
    plot(ax,n,yn, 'kx')
    grid
    axis([0,9,0,10])
    xlabel(ax, 'n')
    ylabel(ax, 'yn')
end
```



b) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen $Y[n]$. Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultatet er fremkommet.

Ved at tage middelværdien for de individuelle dele og lægge dem sammen findes Ensemble middelværdien for Y_n .

```
EXn=(1+3)/2;%kontinueret uniform fordeling (a+b)/2
EWn=0;%Gausisk normalfordeling (mu)
EYn=3*EXn+EWn
```

EYn = 6

Det samme gør sig gældene for variansen

```
VarXn=((3-1)^2)/12;%kontinueret uniform fordeling ((b-a)^2)/12
VarWn=0.5;%Gausisk normalfordeling (sigma^2)
VarYn=(3^2)*VarXn+VarWn
```

VarYn = 3.5000

c) Bestem auto-korrelationen $R_{YY}(\text{Tau})$ for processen $Y[n]$ for tids-lag $\text{Tau} = 0, 1, 2$, og 3 . Dvs. værdierne $R_{YY}(0)$, $R_{YY}(1)$, $R_{YY}(2)$ og $R_{YY}(3)$ skal beregnes. Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultaterne er fremkommet.

I den stokastiske process $Y[n]$ er der ingen aspekt af tid og den er i.i.d. Derfor kan Tau blive set som 0 . udregningen for auto-korrelation, således at

$R_{YY}(\text{Tau})$, hvor $\text{Tau} \neq 0$, er:

$$R_{YY}(\text{Tau}) = E(Y[n]) \cdot E(Y[n+\text{Tau}])$$

```
RYY_TAU=EYn*(EYn+0)
```

$$RYY_TAU = 36$$

I det tilfælde at TAU er 0 skal autokorrelationen udregnes på en anderledes måde.

$$RYY(TAU=0) = \text{Var}(Y[n]) + E(Y[n])^2$$

$$RYY_TAU_ZERO = \text{Var}Y_n + (EY_n^2)$$

$$RYY_TAU_ZERO = 39.5000$$

Auto-korelation for $Tau \neq 0$ er 36

Auto-korelation for $Tau = 0$ er 39.5