

EKSAMEN

Kursus:	ETSMP - Stokastisk modellering og behandling
Eksamensdato:	8. juni 2020
Eksamenstermin:	F20
Praktiske informationer:	<p>Digital eksamen Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.</p> <p>Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn.</p> <p>Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.</p> <p>Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.</p>
Hjælpemidler:	Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.
Særlige bemærkninger:	Alle delspørgsmål vægtes ens
Ansvarlig underviser:	Lars Mandrup, Gunvor Elisabeth Kirkelund

Opgave 1: Sandsynlighedsregning

Ved en automatiseret test af chip-set på mobil-telefoner, vil testen opdage en fejl, givet at chip-settet har en fejl, med en sandsynlighed på 34%. Givet at chip-settet ikke har en fejl, vil testen indikere at det har en fejl med en sandsynlighed på 8%.

Sandsynligheden for at der er en fejl på et givet chip-set er 2,5%.

- a) Hvad er sandsynligheden for at et chip-set både har en fejl og testen indikerer at det har en fejl?
- b) Hvad er sandsynligheden for at et chip-set ikke har en fejl?
- c) Hvis et tilfældigt chip-set bliver testet, hvad er sandsynligheden for at testen viser at det har en fejl (total sandsynlighed)?
- d) Hvis testen viser at chip-settet har en fejl, hvad er sandsynligheden for at chip-settet rent faktisk havde en fejl?

Opgave 2: Stokastiske variable

Den simultane tæthedsfunktion (pmf) for de diskrete stokastiske variable X og Y er givet ved:

$f_{X,Y}(x, y)$	$X = 2$	$X = 4$	$X = 6$	$X = 8$	$X = 10$
$Y = -1$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$
$Y = 1$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{4}$	$\frac{K}{2}$

a) Bestem K , så $f_{X,Y}(x, y)$ er en gyldig tæthedsfunktion.

Antag at $K = 0,25$ ved de efterfølgende opgaver.

b) Bestem og skitsér tæthedsfunktionen (pmf) $f_X(x)$ for X .

c) Find fordelingsfunktionen (cdf) $F_X(x)$ for X .

d) Opskriv formlerne til beregning af middelværdien og variansen af X og beregn disse.

e) Opstil formelen for og find $E[XY]$.

f) Bestem den betingede sandsynlighed $Pr(Y = 1|X = 6)$.

Opgave 3: Stokastiske processer

En tids-diskret stokastisk proces $X[n]$ er defineret som:

$$X[n] = -1,5 \cdot (Z[n] + 1)$$

hvor $Z[n] \sim \mathcal{N}(1,10)$ er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt).

- a) Plot tre realisationer af processen $X[n]$ for $n = [1, \dots, 10]$. Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (Matlab, Maple, Prime, Python el.lign.) hvordan realisationen er fremkommet. I Matlab kan `randn()` benyttes.
- b) Opstil formelen for og find den tidslige middelværdi for én af de plottede realisationer.
- c) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen $X[n]$.
- d) Er processen $X[n]$ WSS (stationær i den brede forstand)? Svaret skal begrundes.

Opgave 4: Statistik

Et barn's højde måles i faste intervaller til:

Højde (cm)	55	60	70	75	79	90	101	112	121	129	134	143
Alder (måneder)	1	3	6	9	12	24	36	48	60	72	84	96

- Opstil signal-modellen for data, under antagelse af at der er en lineær sammenhæng mellem data, med overlagt i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt) normalfordelt støj.
- Under antagelse af at der er en lineær sammenhæng mellem data, find den lineære regressions-linie, ved at udregne hældningen og skæringen.
- Opstil en hypotese og en alternativ hypotese, der tester om hældningen er 0.
- Kan nul-hypotesen afvises med et signifikans-niveau på 5%?
- Bestem 95% konfidens intervallet for hældningen? Hvad fortæller konfidens-intervallet?
- Plot residualerne (residualplottet) efter lineær regression. Ser det ud som om der er en lineær sammenhæng mellem alder og højde?