

## Opgave 3: Stokastiske processer

En WSS (stationær) og ergodisk diskret-tids stokastisk proces  $Y[n]$  er defineret som:

$$Y[n] = 3 \cdot X[n] + W[n]$$

hvor  $X[n] \sim U(1,3)$  er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt) og  $W[n] \sim N(0,0.5)$  er i.i.d. Desuden er  $X[n]$  og  $W[n]$  indbyrdes uafhængige

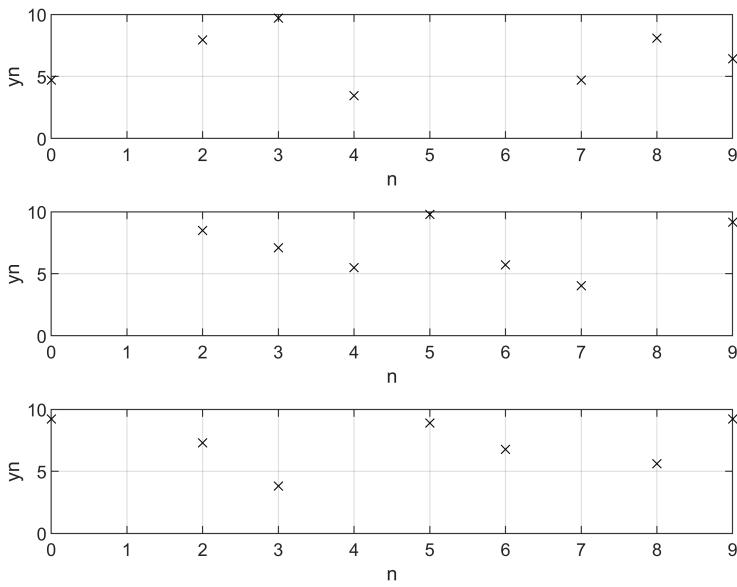
a) Plot tre realisationer af processen  $Y[n]$ , hvor der medtages 10 samples af  $Y[n]$ . Brug en tilfældighedsgenerator og vis med kode (Matlab, Maple, Prime, Python el.lign.) hvordan realisationen er fremkommet. I Matlab kan `rand()` og `randn()` benyttes.

```
for i=1:3
wn_Sigma = sqrt(0.5);
wn_mu=0;
wn=(rand(1,10)*wn_Sigma)+wn_mu;

xn_Sigma = 3;
xn_mu=1;
xn=(rand(1,10)*xn_Sigma)+xn_mu;

yn=3*xn+wn;

figure(1)
ax=subplot(3,1,i);
n=0:9;
plot(ax,n,yn, 'kx')
grid
axis([0,9,0,10])
xlabel(ax, 'n')
ylabel(ax, 'yn')
end
```



**b) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen  $Y[n]$ . Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultatet er fremkommet.**

Ved at tage middelværdien for de individuelle dele og lægge dem sammen findes Ensemble middelværdien for  $Y_n$ .

```
EXn=(1+3)/2;%kontinueret uniform fordeling (a+b)/2
EWn=0;%Gausisk normalfordeling (mu)
EYn=3*EXn+EWn
```

EYn = 6

Det samme gør sig gældene for variansen

```
VarXn=((3-1)^2)/12;%kontinueret uniform fordeling ((b-a)^2)/12
VarWn=0.5;%Gausisk normalfordeling (sigma^2)
VarYn=(3^2)*VarXn+VarWn
```

VarYn = 3.5000

**c) Bestem auto-korrelationen  $RYY(\Tau)$  for processen  $Y[n]$  for tids-lag  $\Tau = 0, 1, 2,$  og  $3$ . Dvs. værdierne  $RYY(0), RYY(1), RYY(2)$  og  $RYY(3)$  skal beregnes. Vis desuden med mellemregninger, hvordan resultaterne er fremkommet.**

I den stokastiske process  $Y[n]$  er der ingen aspekt af tid og den er i.i.d. Derfor kan  $\Tau$  blive set som 0. udregningen for auto-korrelation, således at

$RYY(\Tau)$ , hvor  $\Tau \neq 0$ , er:

$$RYY(\Tau) = E(Y[n]) * E(Y[n+\Tau])$$

```
RYY_TAU=EYn*(EYn+0)
```

RYY\_TAU = 36

I det tilfælde at TAU er 0 skal autokorrelationen udregnes på en anderledes måde.

$$RYY(TAU=0) = \text{Var}(Y[n]) + E(Y[n])^2$$

$$RYY\_TAU\_ZERO = \text{Var}Y_n + (EY_n)^2$$

$$RYY\_TAU\_ZERO = 39.5000$$

**Auto-korelation for Tau ≠ 0 er 36**

**Auto-korelation for Tau = 0 er 39.5**