

## Indhold

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| Sandsynlighed.....          | 1  |
| Stokastiske Processer ..... | 5  |
| Stokastiske Variabler ..... | 11 |
| Statistik .....             | 16 |

## Sandsynlighed

Laktoseintolerans er tilstede hos 20% af den finske befolkning. Hvis en finne har laktoseintolerans, vil en test give en positiv test i 90% af tilfældene. Hvis finnen ikke har sygdommen, vil testen give en positiv test i 30% af tilfældene.

Figur 1 EXAM FALL 2015

En æggeproducent producere tre typer æg: Buræg, Skrabeæg og Økoæg. Alle æggene sorteres i fire forskellige størrelser: Størrelse 1, 2, 3 og 4. En undersøgelse af æggene fra producenten viser følgende fordeling:

| Æg       | Størrelse |      |      |      |
|----------|-----------|------|------|------|
|          | 1         | 2    | 3    | 4    |
| Buræg    | 2/25      | 2/25 | 1/25 | 1/25 |
| Skrabeæg | 2/25      | 3/25 | 3/25 | 2/25 |
| Økoæg    | 1/25      | 2/25 | 3/25 | ?    |

Ved en kontrol udtages tilfældige æg fra producenten.

Figur 2 EXAM FALL 2017

En HIV test baseret på spyt er positiv i 92% af tilfældene, givet at man er HIV smittet. Den samme test er negativ i 98% af tilfældene, givet at man er ikke er HIV smittet. Af hele befolkningen er 0,1% smittet med HIV.

Figur 3 Exam FALL 2016

Røgalarmer skal være så følsomme, at man er ret sikker på, at de giver alarm, når der er røgudvikling i lokalet. Ulempen ved dette er, at de også nogle gange giver alarm selvom, der ikke er røgudvikling.

For at undersøge pålideligheden af en ny type røgalarmer laves en omfattende, kontrolleret testundersøgelse med situationer med og uden røgudvikling. Der var røgudvikling i 1/3 af testsituationerne. Resultatet af denne undersøgelse viser, at i 32% af situationerne var der både røgudvikling og alarm, mens der i 7% af situationerne var alarm, selvom der ikke var røgudvikling.

Figur 4 EXAM FALL 2018

En virksomhed producerer et elektrisk apparat. Inden apparaterne forlader fabrikken kvalitetstjekkes de. Ved kvalitetskontrollen godkendes 86% af apparaterne.

De ikke-godkendte apparater kan have to typer fejl: Fejl A og fejl B. En opgørelse viser, at 42% af de ikke-godkendte apparater har fejl A og 72% har fejl B.

Figur 5 Exam Fall 2019

Hændelse A er, at en gravid fødte en pige i 2012.

Hændelse B er, at hun fødte en dreng.

Hændelse C er, at hun fødte et barn, der vejer over 4000g.

20,2% af alle nyfødte drenge vejede i 2012 over 4000g. 12,8% af nyfødte piger vejede i 2012 over 4000g.

Figur 6 EXAM SPRING 2016

I juni måned (30 dage) regner det i gennemsnit 20% af dagene i den første halvdel af måneden og 30% af dagene i den sidste halvdel af måneden.

*Figur 7 Exam Spring 2017*

Et system er udviklet til at registrere om RFID tags er defekte. En undersøgelse viser, at givet et RFID tag ikke er defekt, er sandsynligheden for, at systemet registrerer, at det ikke er defekt, lig med 0,4. Og givet et RFID tag er defekt, er sandsynligheden for, at systemet registrerer, at det er defekt, lig med 0,999.

Vi ved at 1 ud af 100 RFID tags er defekte.

*Figur 8 EXAM SPRING 18*

En butik har modtaget en kæmpe portion Smarties (chokolade-knapper). De er leveret i tre farver: rød, gul og blå, og med to smagsvarianter: chili og kaffe.

I leverancen er 12% røde, 63% gule og resten er blå. Det vides også, at sandsynligheden for at en Smartie har kaffe-smag givet at den er rød er 59%, og sandsynligheden for at den har chili-smag givet at den er blå er 32%. Og endelig vides også, at 15% af hele leverancen er både gule og har chili-smag.

*Figur 9 EXAM SPRING 2019*

Ved en automatiseret test af chip-set på mobil-telefoner, vil testen opdage en fejl, givet at chip-settet har en fejl, med en sandsynlighed på 34%. Givet at chip-settet ikke har en fejl, vil testen indikere at det har en fejl med en sandsynlighed på 8%.

Sandsynligheden for at der er en fejl på et givet chip-set er 2,5%.

*Figur 10 Exam Spring 2020*

Du spiller kort i et kasino. Der er et sæt af 52 kort i et spil. Du trækker syv kort.

*Figur 11 Reexam Fall 2015*

I et toget angives forsinkelser til at kunne skyldes blade på skinnerne, signalfejl eller personalemangel. Hændelserne er uafhængige og er ikke disjunkte.

Hvis der opstår en forsinkelse, vil der være blade på skinnerne  $\frac{1}{4}$  af gangene, der vil være signalfejl  $\frac{1}{2}$  af gangene, og der vil være personalemangel  $\frac{1}{4}$  af gangene.

*Figur 12 ReexamFall2016*

Et studie viser at hvis et barn på 14 er flyttet mere end én gang på et år, vil barnet med en sandsynlighed på 0,06 begå alvorlig kriminalitet indenfor de næste 10 år. For børn, der flyttede én eller færre gange på et år, var sandsynligheden 0,03.

31% af børnene i studiet tilhørte gruppen, der var flyttet mere end en gang.

*Figur 13 Reexam spring 2016*

En leverance af modstande indeholder:

1000 stk. 1 k $\Omega$ ;    800 stk. 10 k $\Omega$ ;    400 stk. 100 k $\Omega$

Modstandene leveres både som 5% modstande og 1% modstande.

1% modstandene udgør  $\frac{1}{4}$  af 1 k $\Omega$ ,  $\frac{1}{2}$  af 10 k $\Omega$  og  $\frac{3}{4}$  af 100 k $\Omega$  modstandene.

Modstandene er desværre blevet blandet sammen og leveres i én blandet pose.

En modstand udtages tilfældigt fra leverancen.

*Figur 14 Rexam spring 2017*

En producent af spændingsforsyninger tester de færdige apparater inden de forlader fabrikken. Til testen er udviklet en automatisk test.

Testen er imidlertid ikke helt fejlfri. Hvis et apparat testes positiv (godkendes), vil det kun i 90% af tilfældene faktisk overholde specifikationerne. Og hvis et apparat testes negativ (ikke godkendes), vil det kun være i 80% af tilfældene, at det ikke overholder specifikationerne. Samlet set godkendes 85% af alle apparaterne ved testen.

*Figur 15 Reexam spring 2018*

Vi ønsker at finde tilstedeværelsen af parasitter ved at indsamle afføringsprøver fra råvildt. Den test vi anvender, har sandsynligheden 0,51 for at dyret har parasitten, givet at testen er positiv. Givet at testen er negativ, er der en sandsynlighed på 0,56 for at dyret ikke har parasitten. Sandsynligheden for en positiv test er 0,4.

*Figur 16 Reexam spring 2019*

## Stokastiske Processer

### Opgave 2: Stokastiske Processer

En diskret stokastisk process er givet ved:

$$X(n) = w(n),$$

$w(n)$  angives desuden til at være i.i.d. efter en uniform fordeling med  $w(n) \sim \mathcal{U}(0,10)$ .

*Figur 17 EXAM FALL 2015*

En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w(t)$$

Hvor  $w(t)$  er i.i.d uniformt fordelt efter  $w(t) \sim U(-2, -1)$ .

*Figur 18 Exam FALL 2016*

En stokastisk proces er givet ved:

$$X(t) = \alpha \cdot t \text{ for } t \geq 0 \text{ og hvor } \alpha \sim \mathcal{N}(1, \frac{1}{4})$$

- a) Skitser tre realisationer af den stokastiske proces  $X(t)$  i intervallet  $t = [0; 10]$ .
- b) Bestem ensemble middelværdi og varians af den stokastiske proces  $X(t)$ .
- c) Er den stokastiske proces  $X(t)$  WSS (Wide Sense Stationary)? Er den ergodisk? Svarene skal begrundes.

Figur 19 EXAM FALL 2017

En diskret stokastisk proces  $X[n]$  er givet ved:

$$X[n] = 2 \cdot Y[n] + W$$

hvor

$$Y[n] \sim \mathcal{N}(5, 2) \quad \text{og} \quad W \sim \mathcal{U}(-2, +2) \text{ (kontinuert uniform fordeling)}$$

Det antages, at Y og W er uafhængige.

Figur 20 EXAM FALL 2018

En WSS (stationær) og ergodisk diskret-tids stokastisk proces  $Y[n]$  er defineret som:

$$Y[n] = 3 \cdot X[n] + W[n]$$

hvor  $X[n] \sim \mathcal{U}(1, 3)$  er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt) og  $W[n] \sim \mathcal{N}(0, 0.5)$  er i.i.d. Desuden er  $X[n]$  og  $W[n]$  indbyrdes uafhængige.

Figur 21 Exam Fall 2019

En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w + 4$$

Hvor  $w$  er normalfordelt efter  $w \sim N(5,1)$ .

Figur 22 EXAM SPRING 2016

En kontinuert stokastisk proces  $X(t)$  er givet ved:

$$X(t) = (-1)^n + W$$

hvor  $W$  er i.i.d. Gaussisk fordelte stokastiske variable  $W \sim \mathcal{N}(0; 0,25)$ , og  $n$  uafhængigt kan antage værdierne 0 og 1 med lige stor sandsynlighed.

Figur 23 Exam Spring 2017

En kontinuert stokastisk proces er givet ved:

$$y(t) = x(t) + w$$

hvor  $x(t) \sim \mathcal{N}(0, t^2)$  og  $w \sim \mathcal{N}(3,1)$ , og  $x$  og  $w$  er uafhængige.

Figur 24 EXAM SPRING 18

En diskret-tids stokastisk proces  $X[n]$  er defineret som:

$$x[n] = w[n] + z$$

hvor  $w$  er IID (uafhængigt og ens fordelt) og  $w[n] \sim \mathcal{U}(1,7)$  og  $z \sim \mathcal{N}(4,0)$ .

Figur 25 EXAM SPRING 2019

En tids-diskret stokastisk proces  $X[n]$  er defineret som:

$$X[n] = -1,5 \cdot (Z[n] + 1)$$

hvor  $Z[n] \sim \mathcal{N}(1,10)$  er i.i.d. (uafhængigt og ens fordelt).

*Figur 26 Exam Spring 2020*

En diskret stokastisk process er givet ved:

$$X(n) = w(n) + 4$$

Hvor hver sample  $n$  af  $w$  er i.i.d Gaussisk fordelte stokastiske variable  $w(n) \sim N(0,1)$ .

*Figur 27 Reexam Fall 2015*

En diskret stokastisk process er givet for den  $n$ 'te sample ved:

$$X(n) = W(n) + 0,7$$

hvor  $W(n)$  er i.i.d. fordelte efter:

|                  |               |               |               |
|------------------|---------------|---------------|---------------|
| $w(n)$           | -1            | 0             | 1             |
| $f_{W(n)}(w(n))$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

*Figur 28 Reexam Fall 2016*



En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w(t)$$

Hvor  $w(t)$  er i.i.d. (uafhængig og ens fordelt) og normalfordelt efter  $w(t) \sim N(t, 1)$ .

Figur 29 Reexam spring 2016

En diskret stokastisk proces  $X(n)$  er givet ved:

$$X(n) = 2 \cdot W(n) - 1$$

hvor  $W(n)$  er i.i.d. fordelte efter:

|                  |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|
| $w(n)$           | 0   | 1   | 2   | 3   |
| $f_{w(n)}(w(n))$ | 1/4 | 1/4 | 1/4 | 1/4 |

Figur 30 Reexam spring 2017

En stokastisk proces er givet ved:

$$X(t) = A \cdot \cos(2\pi t) \quad \text{hvor } A \sim \mathcal{U}(0; 2)$$

Figur 31 Reexam spring 2018

En diskret stokastisk proces  $X[n]$  er givet ved:

$$X[n] = -Y + W[n]$$

Hvor  $Y$  er binomial fordelt og  $W[n]$  er normalfordelt:

$$Y \sim B(n = 2, p = 0.2) \quad W[n] \sim \mathcal{N}(0, 2)$$

Desuden er  $Y$  og  $W[n]$  uafhængige.

## Stokastiske Variabler

Lad den simultane tæthedsfunktion for to discrete stokastiske variable  $X$  og  $Y$  være angivet som tabellen:

| $y \backslash x$ | 1              | 2              | 3              |
|------------------|----------------|----------------|----------------|
| 5                | 0              | $\frac{1}{12}$ | 0              |
| 6                | $\frac{2}{12}$ | 0              | $\frac{2}{12}$ |
| 7                | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |
| 8                | 0              | $\frac{2}{12}$ | 0              |

1) Vis at de marginale tæthedsfunktioner for  $X$  og  $Y$  er givet ved

| $y$      | 5              | 6              | 7              | 8              |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $f_Y(y)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |

| $x$      | 1              | 2              | 3              |
|----------|----------------|----------------|----------------|
| $f_X(x)$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{4}{12}$ |

En diskret stokastisk variabel  $X$  har følgende tæthedssfunktion (pmf):

| $x$      | -1  | 1             | 7             |
|----------|-----|---------------|---------------|
| $f_X(x)$ | $k$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{8}$ |

Figur 34 Exam FALL 2016

En diskret stokastisk variabel  $X$  kan antage værdierne:  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  med følgende sandsynligheder:

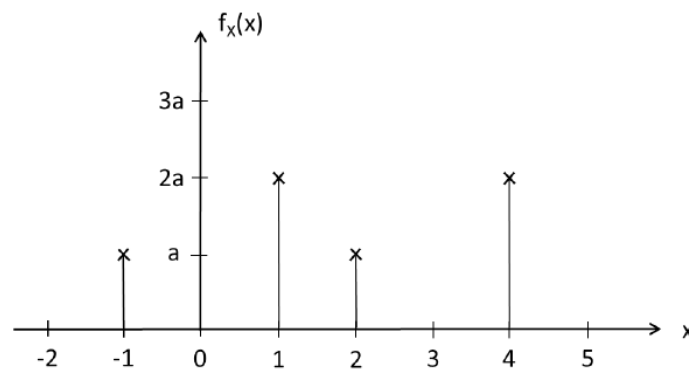
$$Pr(X=1) = Pr(X=2) = Pr(X=3) = 0,15$$

$$Pr(X=4) = 0,25$$

$$Pr(X=5) = 0,10$$

Figur 35 EXAM FALL 2017

En diskret stokastisk variabel  $X$  har en tæthedsfunktion/probability mass function (pmf)  $f_X(x)$ , som vist på nedenstående figur:



Figur 36 EXAM FALL 2018

To stokastiske variable  $X$  og  $Y$  med værdimængderne  $R_X = \{-1, 0, 1\}$  og  $R_Y = \{1, 2, 3, 4\}$  har følgende simultane pmf (probability mass function)  $f_{X,Y}(x, y)$ :

| $X \setminus Y$ | 1    | 2    | 3    | 4    |
|-----------------|------|------|------|------|
| -1              | 1/20 | 3/20 | 2/20 | 0    |
| 0               | 0    | 2/20 | ?    | 1/20 |
| 1               | 4/20 | 1/20 | 1/20 | 2/20 |

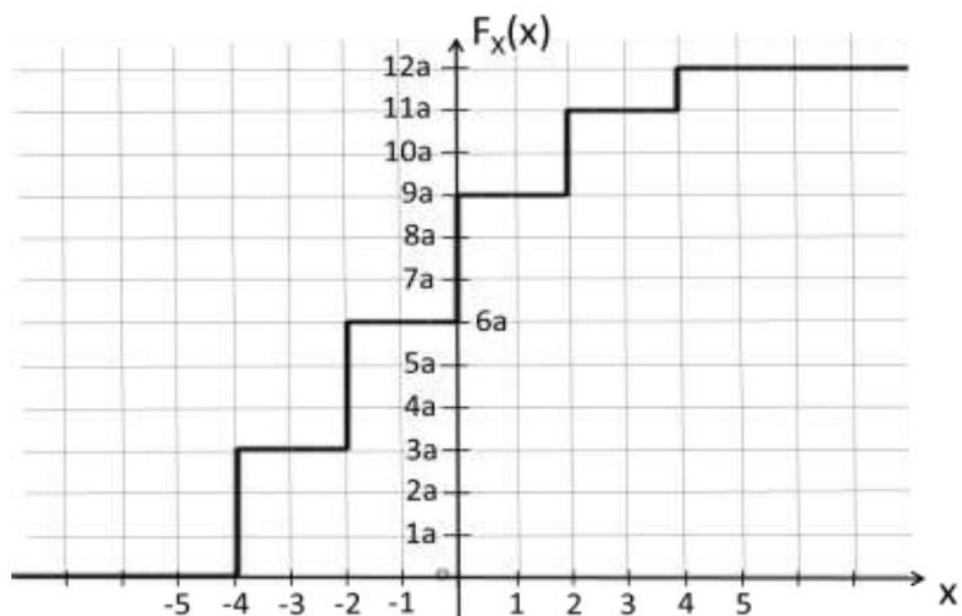
Figur 37 Exam Fall 2019

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har følgende fordelingsfunktion (cdf):

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & 2 \geq x \\ k \cdot x - \frac{2}{3}, & 2 < x \leq 5 \\ 1, & 5 < x \end{cases}$$

Figur 38 EXAM SPRING 2016

En diskret stokastisk variabel  $X$  har følgende fordelingsfunktion (cdf)  $F_X(x)$ :



Figur 39 Exam Spring 2017

En tæthedsfunktion (pdf) for en stokastisk variabel er defineret til at være:

$$f_X(x) = \begin{cases} K \cdot (x^2 + 7) & \text{if } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Figur 40 EXAM SPRING 18

En tæthedsfunktion  $f_X(x)$  og den tilsvarende fordelingsfunktion  $F_X(x)$  for en stokastisk variabel  $X$  er angivet som:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2,5 \\ \frac{1}{4}, & 5 \leq x < 6 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2,5 \\ \frac{3}{4}, & 2,5 \leq x < 5 \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}, & 5 \leq x < 6 \\ 1, & 6 \leq x \end{cases}$$

Figur 41 EXAM SPRING 2019

Den simultane tæthedsfunktion (pmf) for de diskrete stokastiske variable  $X$  og  $Y$  er givet ved:

| $f_{X,Y}(x, y)$ | $X = 2$       | $X = 4$       | $X = 6$       | $X = 8$       | $X = 10$      |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $Y = -1$        | $\frac{K}{2}$ | $\frac{K}{4}$ | $\frac{K}{2}$ | $\frac{K}{2}$ | $\frac{K}{4}$ |
| $Y = 1$         | $\frac{K}{4}$ | $\frac{K}{2}$ | $\frac{K}{2}$ | $\frac{K}{4}$ | $\frac{K}{2}$ |

Figur 42 Exam Spring 2020

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har følgende fordelingsfunktion (cdf):

$$F_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^x, & -\infty < x \leq 1 \\ 1, & 1 < x \end{cases}$$

Figur 43 Reexam Fall 2015

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har følgende tæthedsfunktion (pdf):

$$f_X(x) = \begin{cases} A \cdot x + B & -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Figur 44 Reexam Fall 2016

En diskret stokastisk variabel  $X$  har følgende tæthedsfunktion (pmf):

|          |     |     |     |     |     |     |     |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $x$      | -3  | 0   | 2   | 4   | 7   | 10  | 12  |
| $f_X(x)$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ |

Figur 45 Reexam spring 2016

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har følgende fordelingsfunktion (cdf)  $F_X(x)$ :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ a \cdot x^2 & \text{for } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & \text{for } x > 2 \end{cases}$$

Figur 46 Reexam spring 2017

En kontinuert stokastisk variabel  $X$  har følgende cdf:  $F_X(x) = \begin{cases} k \cdot (2 - 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}x}) & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Figur 47 Reexam spring 2018

En kontinuert stokastisk variabel  $X$ , har en cdf  $F_X(x)$  givet som:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq -4 \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x-6}{10} + \frac{1}{\pi} \sin \left( \frac{\pi(x-6)}{10} \right) \right) & \text{for } -4 < x < 16 \\ 1 & \text{for } 16 \leq x \end{cases}$$

Figur 48 Reexam spring 2019

## Statistik

**Antal:** er dødelighed af drenge under 1 år i Danmark fra 1901 til 1991. Det er angivet i tabellen<sup>1</sup>:

|               |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <b>Antal:</b> | 5562 | 4357 | 3471 | 3078 | 2309 | 1285 | 969  | 602  | 238  | 268  |
| <b>År:</b>    | 1901 | 1911 | 1921 | 1931 | 1941 | 1951 | 1961 | 1971 | 1981 | 1991 |

1) Plot data fra tabellen, og optegn den bedste rette linie gennem punkterne ved at bestemme skæringen med y-aksen og hældningen af den lineære model. Angiv hvilken metode, der er anvendt til at finde den lineære model.

Figur 49 EXAM FALL 2015



Antal patienter døde af AIDS i DK mellem 1985 - 1994 er angivet ved tabellen. Antal døde er angivet ved "Antal" og årstallet er angivet ved "År"<sup>1</sup>.

|               |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <b>Antal:</b> | 28   | 46   | 44   | 63   | 104  | 148  | 172  | 187  | 223  | 236  |
| <b>År:</b>    | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |

1) Hvad er den empiriske middelværdi og den empiriske varians for antallet af døde AIDS patienter?

*Figur 50 Exam FALL 2016*

En nyåbnet webshop forventer, at antallet af ordrer vil være poissonfordelt med et gennemsnit på 25 ordrer i timen. Tidspunkterne for de enkelte ordrer antages at være uafhængige af hinanden.

Over en periode på 24 timer registreres 653 ordrer på webshoppen.

*Figur 51 EXAM FALL 2017*

Et firma har udviklet noget nyt software til processering og analyse billeder fra et stjerne-kamera. Firmaet påstår, at det nye software gør processen 2 minutter hurtigere end det gamle software.

For at undersøge dette, laves en test på 12 forskellige stjernebilleder, hvor tiden for processen med både det gamle og det nye software noteres.

Test-data: Tid i sekunder

|             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Billede nr. | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  |
| Gl. SW      | 253 | 302 | 241 | 187 | 265 | 313 | 468 | 192 | 226 | 316 | 225 | 172 |
| Ny SW       | 189 | 165 | 254 | 187 | 132 | 190 | 343 | 105 | 203 | 188 | 105 | 99  |

*Figur 52 EXAM FALL 2018*

En flødebolle-producent laver flødeboller, som skal veje 30.0 gram. Producenten får besøg af fødevarekontrollen, som tilfældigt udtager 12 flødeboller til kontrolvejning. De 12 flødeboller vejer:

| Måling   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Vægt [g] | 30.09 | 28.78 | 31.01 | 27.02 | 30.11 | 29.35 | 28.37 | 29.65 | 27.71 | 30.58 | 28.06 | 29.04 |

Figur 53 Exam Fall 2019

Vi måler højden på studerende i en klasse, der består af 19 kvinder og 35 mænd. Højderne antages at være normalfordelt. Middelværdien for kvinder i klassen er  $\widehat{\mu}_1 = 1,68m$ , med en estimeret varians på  $s_1^2 = 0,10$ . Middelværdien for mænd i klassen er  $\widehat{\mu}_2 = 1,78m$ , med en estimeret varians på  $s_2^2 = 0,20$ .

Figur 54EXAM SPRING 2016

En kvalitetskontrol måler præcisionen af to forskellige typer gps'er. For begge typer blev målt afvigelsen mellem deres faktiske position ( $d_{faktisk}$ ) og gps'ens angivelse ( $d_{gps}$ ):

$$d_i = |d_{i,gps} - d_{i,faktisk}|$$

Det kan antages at afvigelserne er normalfordelte.

Der er testet 10 gps'er af type 1 og 12 gps'er af type 2.

For type 1 var middelafrigelsen  $\widehat{\mu}_1 = 5,21 m$  med en estimeret varians  $s_1^2 = 1,33 m^2$ .

For type 2 var middelafrigelsen  $\widehat{\mu}_2 = 4,18 m$  med en estimeret varians  $s_2^2 = 0,89 m^2$ .

Figur 55 Exam Spring 2017

Til kvalitetssikring af en produktion er udviklet et automatisk overvågningssystem, der skal registrere om en komponent er monteret korrekt. Overvågningssystemet skal i 95% af tilfældene registrere komponenterne korrekt, dvs. fejl-monterede komponenter registreres som fejl og korrekt-monterede komponenter registreres som korrekte.

For at undersøge om systemet overholder dette krav laves en række måleserier på et produkt A, hvor der testes om overvågningssystemets succesrate er præcis 95%. Testen består af i alt 15 måleserier. Hver serie består af 100 enheder, hvor antallet af korrekte registreringer (successer) noteres.

Testdata:

|                               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Måleserie A                   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Antal korrekte registreringer | 98 | 98 | 93 | 96 | 95 | 92 | 99 | 95 | 95 | 94 | 98 | 93 | 99 | 94 | 98 |

For at undersøge om der er forskel på overvågningssystemets succesrate ved forskellige typer produkter, laves en tilsvarende test på et andet produkt B. Her laves en test med 12 måleserier på hver 100 enheder. Det kan antages, at målinger på produkt A og B har samme varians.

Testdata:

|                               |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Måleserie B                   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
| Antal korrekte registreringer | 99 | 94 | 89 | 92 | 90 | 91 | 92 | 96 | 92 | 90 | 90 | 95 |

Figur 56 EXAM SPRING 18

En automatisk fileteringsmaskine skal udskære kyllingefileter i stykker af 125 g. Ved en test udtages tilfældigt 14 stykker fileter, som kontrolvejes for at sikre, at den gennemsnitlige vægt er 125 g. som ønsket. Vægten (i gram) af de 14 kyllingefileter i testen er:

126.1 122.6 126.9 123.8 122.0 122.9 125.3 125.5 124.2 124.4 124.9 121.1 123.2 123.6

Figur 57 EXAM SPRING 2019

Et barn's højde måles i faste intervaller til:

|                 |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |     |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Højde (cm)      | 55 | 60 | 70 | 75 | 79 | 90 | 101 | 112 | 121 | 129 | 134 | 143 |
| Alder (måneder) | 1  | 3  | 6  | 9  | 12 | 24 | 36  | 48  | 60  | 72  | 84  | 96  |

Figur 58 Exam Spring 2020

Den gennemsnitlige alder for 1. gangs viiede mænd i Danmark er angivet ved følgende tabel:

|               |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <b>Alder:</b> | 25,2 | 26,5 | 27,9 | 29,2 | 30,2 | 31,7 | 32,8 | 34,0 | 34,3 |
| <b>År:</b>    | 1971 | 1976 | 1981 | 1986 | 1991 | 1996 | 2001 | 2006 | 2011 |

Alder er den gennemsnitlige af mænd, der bliver gift for første gang i årstalet angivet ved År<sup>1</sup>:

Figur 59 Reexam Fall 2015

I et studie af en anerkendt metode til vægttab undersøges 10 patienter før behandling, og ét år efter behandling.

| Patient nr. | Vægt før (kg) | Vægt efter (kg) |
|-------------|---------------|-----------------|
| 1           | 140           | 130             |
| 2           | 138           | 121             |
| 3           | 110           | 127             |
| 4           | 154           | 101             |
| 5           | 125           | 92              |
| 6           | 169           | 170             |
| 7           | 142           | 143             |
| 8           | 162           | 170             |
| 9           | 131           | 134             |
| 10          | 122           | 85              |

Figur 60 Reexam Fall 2016

I et studie af tandhvalers forventede levetid, registrerede man dødsalderen på individuelle tandhvaler. Der blev i studiet registreret 10 hvaler, der var døde i fangenskab, og 10 hvaler, der var døde i det fri.

| Død i det fri (alder i år) | Død i Fangenskab (alder i år) |
|----------------------------|-------------------------------|
| 50                         | 7                             |
| 43                         | 2                             |
| 11                         | 1                             |
| 35                         | 3                             |
| 7                          | 15                            |
| 62                         | 6                             |
| 70                         | 14                            |
| 67                         | 1                             |
| 25                         | 5                             |
| 1                          | 9                             |

Figur 61 Reexam spring 2016

For en bestemt type batterier angives i specifikationen fra leverandøren, at levetiden  $T$  for batterierne er normalfordelt med en middellevetid på 3000 timer med en standard afvigelse på 100 timer:  $T \sim \mathcal{N}(3000 \text{ timer}; (100 \text{ timer})^2)$ .

Der udtages tilfældigt 12 batterier af pågældende type. Ved en test måles levetiden af disse til:

| Batteri nr.         | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Levetid $T$ (timer) | 3148 | 2956 | 2803 | 2933 | 2869 | 3111 | 2789 | 2995 | 2909 | 2929 | 3148 | 2867 |

Figur 62 Rexam spring 2017

Til kalibrering af en elektronisk vægt er der udført en række målinger af udgangsspændingen af transduceren ved forskellige vægtbelastninger. Målingerne er angivet i tabellen.

|               |      |      |      |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Vægt [kg]     | 10   | 20   | 30   | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   |
| Spænding [mV] | 3,11 | 5,68 | 9,41 | 11,58 | 15,42 | 18,18 | 20,87 | 24,25 | 26,58 | 30,42 |

Der forventes en lineær sammenhæng mellem de målte spændinger og vægtbelastningen.

Figur 63 Reexam spring 2018

En artikel påstår, at antallet af cigaretter solgt om året pr. indbygger i Danmark mellem 1955-1970 var lineært stigende. Dette ønsker vi nu at eftervise. Antallet af cigaretter er givet ved "Antal" i tabellen, og årstallet er givet ved "År":

|       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| År    | 1955 | 1956 | 1957 | 1958 | 1959 | 1960 | 1961 | 1962 | 1963 | 1964 | 1965 | 1966 | 1967 | 1968 | 1969 | 1970 |
| Antal | 856  | 872  | 895  | 966  | 1038 | 1093 | 1111 | 1149 | 1212 | 1120 | 1165 | 1207 | 1149 | 1219 | 1308 | 1322 |

Figur 64 Reexam spring 2019