

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва. Вариант 39

Абдуллина Ляйсан Раисовна, НПИбд-01-21

Содержание

Цель работы	4
Задачи	5
Теоретическое введение	6
Выполнение лабораторной работы	7
Условие варианта 39	7
Julia	7
OpenModelica	9
Анализ и сравнение результатов	11
Выводы	12
Список литературы	13

Список иллюстраций

1	График численность хищников от численности жертв	8
2	График численности хищников и жертв от времени	8
3	Стационарное состояние	9
4	График численность хищников от численности жертв	10
5	График численности хищников и жертв от времени	10
6	Стационарное состояние	11

Цель работы

Решить задачу о модели хищник-жертва.

Задачи

1. Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Постройте графики изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях.
3. Найдите стационарное состояние системы.

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствие взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\begin{cases} dx/dt = ax(t) - bx(t)y(t) \\ dy/dt = -cy(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dx в правой части уравнения).

Выполнение лабораторной работы

Условие варианта 39

Для модели «хищник-жертва»:

$$\{ dx/dt = -0.67x(t) + 0.067x(t)y(t)$$

$$dy/dt = 0.66y(t) - 0.065x(t)y(t) \}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 9$, $y_0 = 19$. Найдите стационарное состояние системы.

Julia

Код для нестационарного состояния системы:

```
using DifferentialEquations using Plots
x0 = 9 y0 = 19
a = 0.67 b = 0.067 c = 0.66 d = 0.065
function ode_fn(du, u, p, t) x, y = u du[1] = -a*u[1] + b*u[1] * u[2] du[2] = c*u[2] - d*u[1]*
u[2] end
v0 = [x0, y0] tspan = (0.0, 60.0) prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan) sol = solve(prob,
dtmax=0.05) X = [u[1] for u in sol.u] Y = [u[2] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t]
plt = plot(dpi=300, legend = false) plot!(plt, X, Y, color=:blue) savefig(plt, "lab5_1_jl.png")
plt2 = plot(dpi=300, legend = true) plot!(plt2, T, X, label = "Численность жертв", color=:red)
plot!(plt2, T, Y, label = "Численность хищников", color=:green) savefig(plt, "lab5_2_jl.png")
```

Получим следующие графики (Рис.1-2):

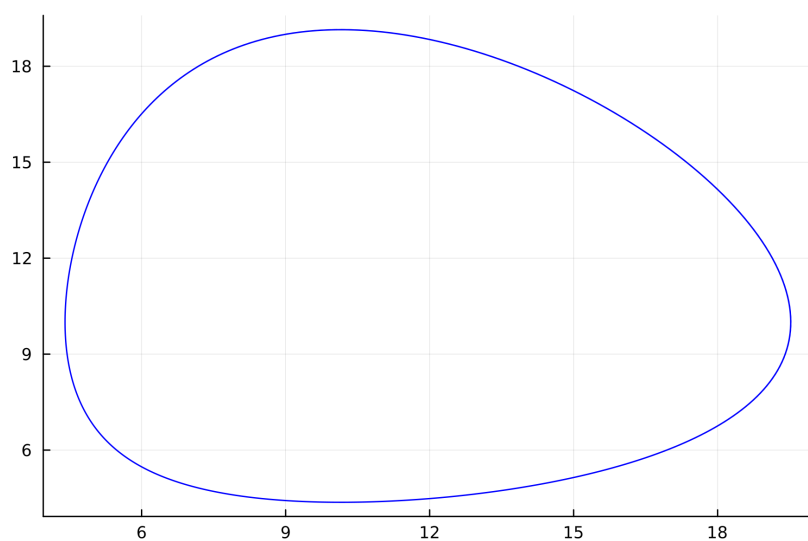


Рис. 1: График численность хищников от численности жертв

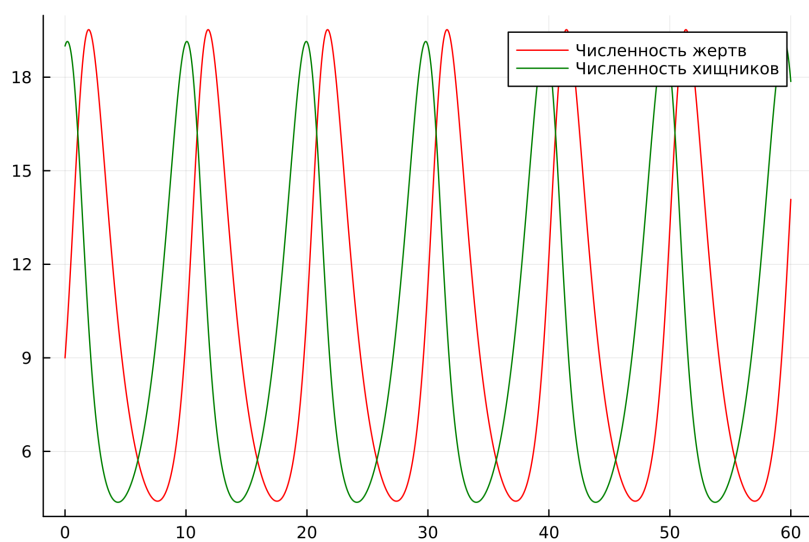


Рис. 2: График численности хищников и жертв от времени

Код для стационарного состояния системы:

using DifferentialEquations using Plots

$a = 0.67$ $b = 0.067$ $c = 0.66$ $d = 0.065$


```

x0 = c/d y0 = a/b
function ode_fn(du, u, p, t) x, y = u du[1] = -a*u[1] + b*u[1] * u[2] du[2] = c*u[2] - d*u[1]*
u[2] end
v0 = [x0, y0] tspan = (0.0, 60.0) prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan) sol = solve(prob,
dtmax=0.05) X = [u[1] for u in sol.u] Y = [u[2] for u in sol.u] T = [t for t in sol.t]
plt2 = plot(dpi=300, legend = true) plot!(plt2, T, X, label = "Численность жертв", color=:red)
plot!(plt2, T, Y, label = "Численность хищников", color=:green) savefig(plt2, "lab5_3_jl.png")

```

Для стационарного состояния $y(x) = \text{smthfunction}$ решение будет представлять из себя точку.

Получим следующие графики (Рис.3):

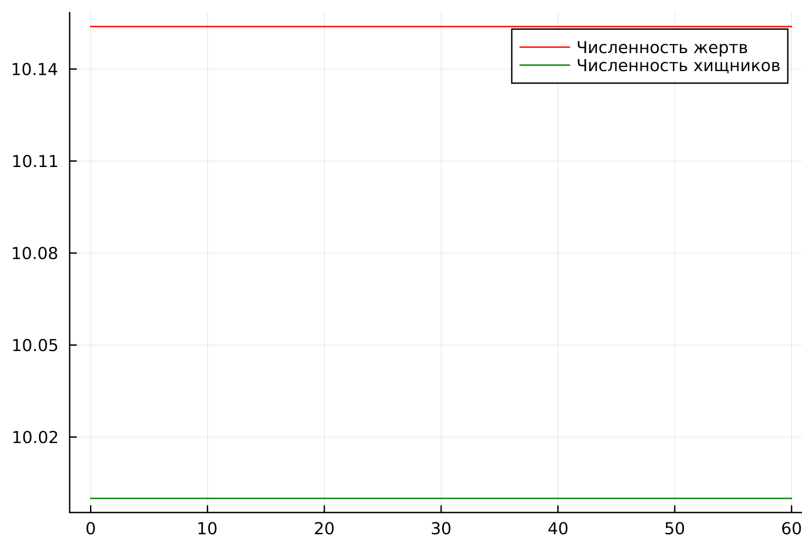


Рис. 3: Стационарное состояние

OpenModelica

Код для нестационарного состояния системы:

```

model lab5_1 Real a = 0.67; Real b = 0.067; Real c = 0.66; Real d = 0.065;
Real x; Real y;
initial equation x = 9; y = 19; equation

```

$\text{der}(x) = -ax + bxy$; $\text{der}(y) = cy - dxy$;

end lab5_1;

Получим следующие графики (Рис.4-5):

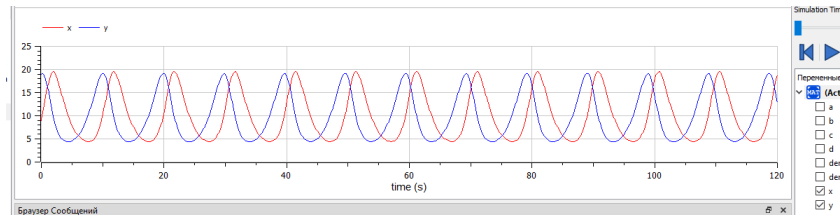


Рис. 4: График численность хищников от численности жертв

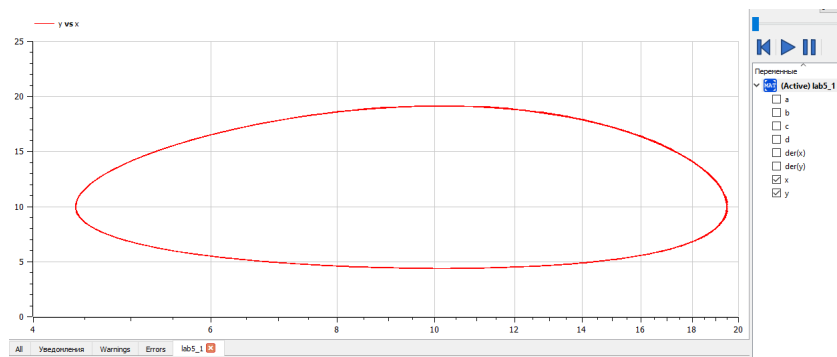


Рис. 5: График численности хищников и жертв от времени

Код для стационарного состояния системы:

model lab5_2 Real a = 0.67; Real b = 0.067; Real c = 0.66; Real d = 0.065;

Real x; Real y;

initial equation x = c/d; y = a/b; equation

$\text{der}(x) = -ax + bxy$; $\text{der}(y) = cy - dxy$;

end lab5_2;

Для стационарного состояния $y(x) = \text{smthfunction}$ решение будет представлять из себя точку.

Получим следующие графики (Рис.6):

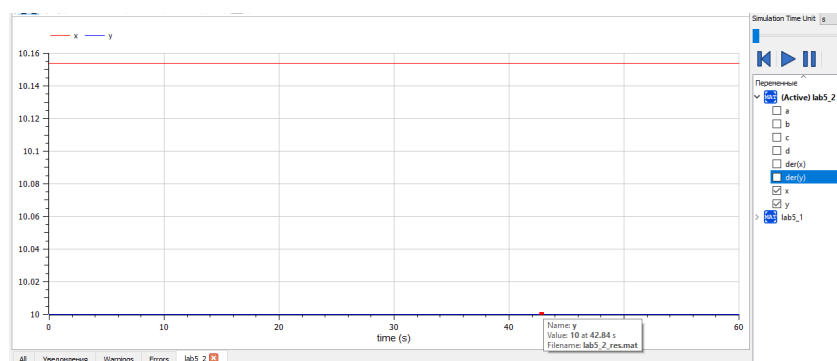


Рис. 6: Стационарное состояние

Анализ и сравнение результатов

В ходе выполнения лабораторной работы были построены графики зависимости численности хищников от численности жертв и изменения численности хищников и численности жертв при заданных начальных условиях, а также найдено стационарное состояние системы. на языках Julia и с помощью ПО Open Modelica. Результаты графиков совпадают (не учитывая разности в масштабах).

Выводы

Мы решили задачу о модели Хищник-Жертва и выполнили все поставленные перед нами задачи.

Список литературы

1. Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
2. Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
3. Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>