**Тригонометрик нивелирлаш**

**Умумий маълумотлар**

Текис ва қисман нотекис жойлардаги геодезик пунктларнинг баландлиги геометрик нивелирлашдан аниқланади. Тоғ ва тоғ олди ҳудудларда эса тригонометрик нивелирлаш кенг қўлланади; бунда пунктлар баландликларининг фарқи улар орасидаги масофалар ва ўлчанган зенит масофалар  ёки оғиш бурчаклари *v=90º-Z* дан фойланиб ҳисобланади.

Тригонометрик нивелирлаш усули кўп вақтлардан буён маълум. Бу усул меҳнат унумдорлиги бўйича устун ҳисобланади. Лекин ўлчашлар натижаларининг аниқлиги бўйича геометрик нивелирлашдан пастда туради. Аниқлик бўйича бу усулни салбий томони, унга вертикал рефракция ҳамда геодезик пунктларда шовун чизиғнинг оғиши хатоларини таъсиридадир, улар айниқса тоғли ҳудудларда катта қийматларга эга бўлади. Пунктлар орасидаги масофалар қанча катта бўлса рефракциянинг таъсири шунча ошиб боради; шуни ҳисобга олиб қониқарли натижаларни олиш учун нисбий баландликларни мумкин қадар калтароқ томонлар бўйича аниқлаш тавсия этилади *( км).*

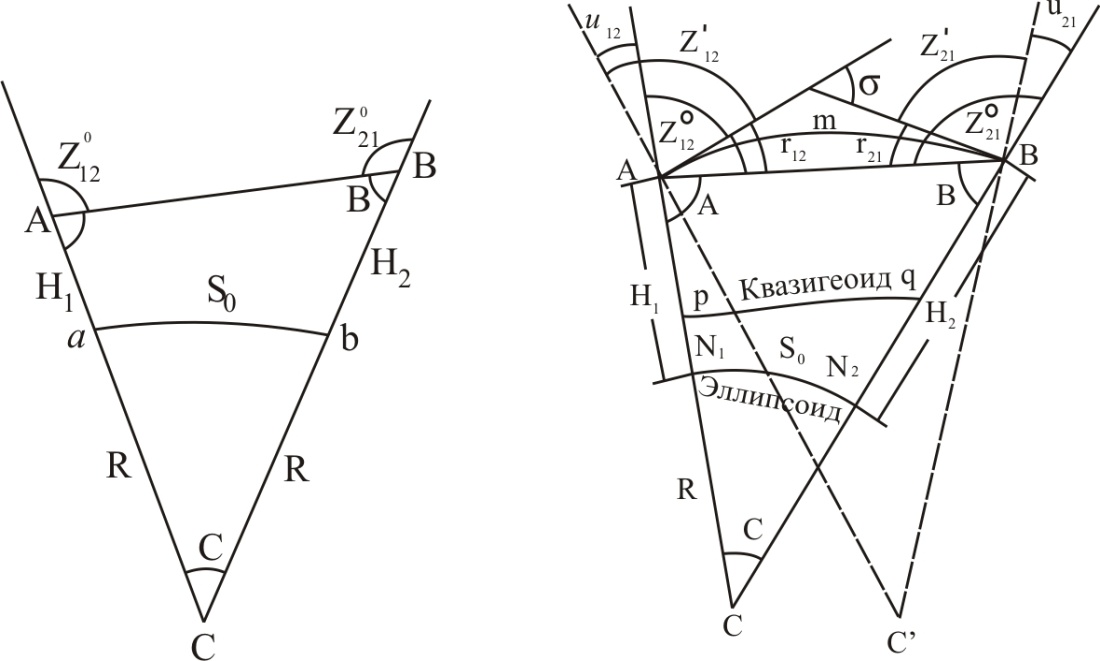
Пунктларнинг геодезик баландликлари айирмасини ҳисоблаш учун рефракция ва шовун чизиғининг оғиши таъсирини нолга тенг деб қабул қилиб дастлабки формулаларни топамиз.

Қуйидаги белгиларни киритамиз:  ва  эллипсоиди сиртидан  ва  нормаллар бўйича ҳисобланадиган  ва  нуқталарнинг геодезик баландлиги (16.1-шакл);

 -  нуқтада эллипсоид  нормал қирқимининг ёй узунлиги;  - ушбу қирқимнинг эгрилик радиуси;  ва  -  нуқтасидаги  ва  нуқтасидаги  нормалларга тегишли  ва  нуқталарининг назарий (геодезик) зенит масофалари.

 учбурчагининг бурчакларини , ,  билан белгилаб тангенслар теоремасига асосан ёзамиз

. (16.1)



16.1-шакл. Пунктларнинг геодезик баландликлари ва ўзаро тескари назарий зенит масофалар

16.2-шакл. Шовун чизиғининг оғиши рефракция ва квазигеоид нисбий баландлиги таъсирини ҳисобга олган ҳолда икки томонлама тригонометрик нивелирлаш схемаси

Масофа км бўлганда  нормал қирқим ёй узунлигини катта аниқлик билан ўрта радиуси  бўлган айлана ёй узунлигига тенг деб қабул қилиш мумкин. Шунда қуйидагиларни ёзиш мумкин

; ;

; .

Бу қийматларни (16.1) формулага қўйиб топамиз



бундан

. (16.2)

Эллипсоид қирқими  ни  радиусга эга айлана ёйи билан аппроксимация қилиб эллипсоид нормаллари орасидаги марказий бурчакни топамиз

(16.3)

 бурчаги кичиклигини ҳисобга олиб қуйидагини ёзиш мумкин

Бунда км бўлса юқоридаги ҳадни кичик бўлганлиги учун ҳисобга олмаслик мумкин ва шунда

(16.4)

(16.4) ифодани (16.2) формулага қуйиб км учун нуқталар геодезик баландликлари фарқи учун бошланғич формулаларни оламиз

ёки

(16.5)

бу ерда

(16.6)

Юқоридаги (16.5) формулада s - *А* ва *В* нуқталар орасидаги эллипсоид сиртидан ўртача баландликка келтирилган масофа.

*А* ва *В* бурчакларни ҳам геодезик (назарий) зенит масофалар  ва  сингари ўлчаш имкони йўқ. Шу сабабли уларни бевосита жойда ўлчанган зенит масофа  орқали ифодалаш керак бўлади. Бунда иккита муҳим ҳолат эътиборга олиниши керак. Биринчидан, жойда зенит масофаларни ўлчашда теодолит вертикал ўқи  (*ВС*) эллипсоид сиртига нормал чизиқ билан эмас, балким шовун чизиғи *АС΄* () билан туташади (16.2-шакл). Келтирилган (16.5) формулага асосан теодолит ўқи нормал чизиқ  (*ВС*) билан туташган бўлиши керак. Иккинчидан, *А* ва *В* нуқталари орасидаги ёруғлик нури атмосфера зичлигини ҳар хил бўлишидан *АВ* тўғри чизиқ бўйича эмас, балким мураккаб эгри  бўйича ўтиб, ушбу нуқталарда ватар  ва унга ўринмалар орасидаги вертикал рефракция бурчаклари  ва  ни ҳосил қилади.

Ихтиёрий *А* ва *В* нуқталари орасидаги нисбий баландликни аниқлашда бир томонли ёки икки томонли тригонометрик нивелирлаш қўлланади. Биринчисида зенит масофа  томонни (чизиқни) фақат бир учида ўлчанади, яъни *А* ёки *В* нуқтасида; иккинчисида *А* ва *В* нуқталарида бир-бирига тескари зенит масофалар  ва  ўлчанади, бунда улар одатда турли кунларда ўлчанади.

Қуйидаги белгиларни қабул қиламиз:  ва  - *А* ва *В* нуқталаридан ўтувчи вертикал текисликда ётувчи ва шу нуқталардаги шовун чизиғини оғиши;  ва  - пунктлар марказига келтирилган *А* ва *В* нуқталардаги ёруғлик нурига ўринмалар ва шовун чизиқлари орсидаги тўғри ва тескари зенит масофалар;  ва  - ушбу нуқталардаги вертикал рефракция бурчаклари.

Шовун чизиғининг  йўналишидаги оғиш қиймати қуйидаги формула бўйича аниқланади

, (16.7)

бу ерда  ва  - пунктдаги меридиан текислиги ва биринчи вертикалдаги шовун чизиғи оғишини тўла қиймати ;  -  йўналиши азимути.

Вертикал рефракция бурчакларининг тақрибий қиймати қуйидаги формуладан топилади

, (16.8)

бу ерда *С* – *А* ва *В* нуқталардаги эллипсоидга нормалар орасидаги бурчак;  - ернинг синдириш коэффициенти бўлиб, уни ер эллипсоиди радиуси  ни ёруғлик нурининг эгрилик радиуси  га нисбати деб тушинилади, бунда нурнинг вертикал текисликдаги траекторияси айлана ёйи деб олинади (тақрибий).

**Бир томонлама тригонометрик нивелирлашда**

**геодезик баландликлар фарқини ҳисоблаш**

Масалан, зенит масофа  фақат *А* пунктида ўлчанган бўлсин, *В* пунктда эса ўлчанмаган бўлсин (16.2-шакл). Шаклга асосан *АВС* учбурчакдан геодезик баландликлар айирмасини ҳисоблаш формуласи учун ёзамиз

бу ерда

****. (16.10)

Зенит масофа  ни ўлчашда теодолит вертикал доирасининг маркази *А* пунктининг марказидан “асбоб баландлиги”да () жойлашади, қараш трубаси эса *В* пунктига, уни марказидан  баландликда жойлашган нишонга қаратилади. Шунинг учун пункт марказига келтирилган зенит масофа қуйидагига тенг бўлади

(16.11)

бу ерда  - бевосита ўлчанган зенит масофа; *s* – *А* ва *В* пунктлари орасидаги масофа; .

Юқориаги (16.10) ифодани (16.3), (16.8) ва (16.11) формуларни ҳисобга олиб қуйидагича ёзамиз

(16.12)

Навбатда (16.12) формулани (16.9) формулаларга қўйиб ва (16.3) формулани ҳисобга олиб топамиз

(16.13)

(16.3) формуладаги *s0=s* деб қабул қилинса, бунда ҳатто  км ва s=10 км бўлганда ҳам, *В* бурчагини ҳисоблаш хатоси 0,10˝ дан ошмайди. Бундай кичик қийматни ҳисобга олмай (16.3) формулалар асосида ёзамиз

(16.14)

бундан топамиз

(16.15)

Бу формуладаги тузатмалар ҳадларини жуда кичиклигини ҳисобга олиб ёзамиз

(16.16)

бу формулани s га кўпайтириб геодезик баландликлар фарқини ҳисоблаш формуласини оламиз

(16.17)

Геодезик тармоқларда зенит масофалар 90˚ дан анчага фарқ қилади. Агар  бўлса етарли аниқликда  га деб қабул қилиб бу ҳол учун юқоридаги формуладан ёзамиз

(16.18)

Бу формуладаги иккинчи ҳадни қуйидагича белгилаймиз

(16.19)

бу нисбий баландликка йиғма тузатма бўлиб Ер эгрилиги учун

(16.20)

ва рефракция учун

(16.21)

Юқоридаги (16.18) формуладаги учунчи ҳадни

(16.22)

билан белгилаймиз ва у *А* пунктидаги шовун чизиғи оғиши учун тузатмани ифодалайди.

Тескари нисбий баландлик, яъни баландликлар фарқи  қуйидаги формула бўйича топилади

(16.23)

Визир нурининг баландлиги 6 м ва ундан юқори бўлганда ернинг синдириш коэффициенти қиймати ёзда, масалан, ўртача ; эрталабки ва кечқурунги ҳаво изотермиясида уни ўртача қиймати  ни ташкил қилганда нисбий баландликка ер эгрилиги ва рефракция учун тузатмалар ва қийматлари турли масофалар учун қуйидаги 33-жадвалда келтирилган

33-жадвал

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тузатмалар, м | Томонлар узунлиги *s* , км | | | | | |
| 1 | 3 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| да  да | 0,08  0,01  0,02 | 0,71  0,09  0,15 | 1,96  0,25  0,42 | 7,8  1,0  1,7 | 17,6  2,3  3,9 | 31,4  4,1  6,9 |

Тригонометрик нивелирлашга пунктлардаги шовун чизиғи оғиш бурчагининг ўзгариши ҳам катта таъсир этади. Бир томонга нивелирлашда бундай хатоликларни турли масофалар учун қиймати қуйидаги 34-жадвалда берилган

34-жадвал

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тузатмалар,  Оғиш, u м | Томонлар узунлиги, км | | | | | |
| 1 | 3 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| 3˝  5  15  30 | 0,01  0,02  0,07  0,15 | 0,04  0,07  0,22  0,44 | 0,07  0,12  0,36  0,73 | 0,15  0,24  0,73  1,45 | 0,22  0,36  1,09  2,18 | 0,29  0,48  1,45  2,91 |

Юқоридаги жадваллар маълумотларидан кўринишича ер эгрилиги, рефракция ва шовун чизиғининг оғиши тригонометрик нивелирлаш аниқлигига жиддий таъсир этади. Шуни ҳисобга олиб аниқ тригонометрик нивелирлашда, айниқса томон узунлиги s катта бўлганда, рефракция ва шовун чизиғини оғиши синчиклаб аниқланиши ва улар ҳисобга олиниши зарур.

**Бир томонлама тригонометрик нивелирлашда нормал баландликлар фарқини ҳисоблаш**

Эллипсоид сиртига нисбатан аниқланадиган нуқталар геодезик баландлиги геодезияни кўпчилик масалаларини ечиш учун қўлланади. Лекин топографик – геодезик, картографик ва бошқа кўпгина ишларни кундалик амалиётида квазигеоид сиртидан геометрик нивелирлаш усулида аниқланадиган нуқталар баландлиги қўлланади. Улар нормал баландликлар дейилиб олдин берилган (15.5) формула бўйича ҳисобланади.

Нуқталар нормал баландликлари фарқини тригонометрик нивелирлашдан ҳам аниқлаш мумкин. *А* ва *В* нуқталар нормал баландликларининг фарқи тегишлича  ва  бўлсин (16.2-шакл). Квазигеоид сирти анча мураккаб, тўлқинсимон шаклга эга бўлиб ер эллипсоиди сиртига параллел эмас. Шунинг учун *А* ва *В* нуқталарида тегишлича  ва  билан белгиланган квазигеоидни эллипсоид сиртидан баландликлари қийматлари бўйича ўзаро тенг эмас ().

М.С.Молоденскийнинг назариясига асосан хар қандай нуқтанинг геодезик баландлиги , унинг нормал баландлиги  га баландлик аномалияси  ни қўшиб қўйилганига тенг. Квазигеоид баландлиги  миқдоран баландлик аномалияси  га тенг. Шунинг учун *А* ва *В* нуқталарнинг геодезик баландликлари учун ёзамиз

 (16.24)

Бундан нормал баландликлар фарқи қуйидагига тенг бўлади

, (16.25)

бу ерда () – *А* ва *В* нуқталари орасида квазигеоид баландликларининг фарқи.

Юқоридаги (16.25) ифодага (16.18) формуладан топиладиган  қийматни қўйиб  қийматлар учун бир томонга нивелирлашдаги нормал баландликлар фарқи  ни ҳисоблаш формуласини топамиз

(16.26)

Триангуляцияни ҳоҳлаган s томонининг бош ва охирги нуқталари орасидаги квазигеоид нисбий баландлиги , масалан, астрономо-гравиметрик нивелирлаш усулидан қуйидаги формула бўйича топилиши мумкин

(16.27)

бу ерда  - s чизиғи ёқалаб шовун чизиғининг ўрта интеграл қийматлари;  - рельеф таъсири учун тузатма, у қуйидагига тенг

, (16.28)

бу ерда  - *АВ* чизиғининг нуқталарида оғирлик кучи аномалияси;  - элементар нисбий баландлик;  ва  -  ва  нуқталарининг геодезик кенгликлари; .  тузатмаси ва  қийматларини ҳисоблаш учун жойни гравиметрик съемкасини бажаришга, ҳамда айрим пунктларда астрономик кенглик ва узоқликларни аниқлашга тўгри келади.

Юқоридаги (16.27) ва (26.28) формулаларни ҳисобга олиб (16.26) формулани қуйидагича ёзиш мумкин

(16.29)

А.А.Изотов ва Л.П.Пеллиненларни баҳолашича коэффициенти текис ва тоғ ҳудудларида томонлар узунлиги s=10 км бўлганда тегишлича 0,08 ва 0,98 м, тузатма  эса 0,01 ва 0,30 м га тенг. Бу тўғрида тўлароқ маълумот қуйидаги 35-жадвалда берилади

35-жадвал

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Т/б  N | Тузатмалар | Текис ҳудуд-ларда (м) | Тоғ ҳудуд-ларида (м) |
| 1 |  | 0,06 | 0,70 |
| 2 |  | 0,02 | 0,28 |
| 3 |  | 0,08 | 0,98 |
| 4 |  | 0,01 | 0,30 |

Нормал баландликлар системасида тескари нисбий баландликлар  қуйидаги формула бўйича ҳисобланади

(16.30)

Бир томонлама нивелирлаш формулалари бўйича ҳисобланган тўғри ва тескари нисбий баландликлар бир-биридан мутлоқ қиймати бўйича ўзаро фарқ қилади. Тоғли ҳудудларда тригонометрик нивелирлаш чизиқлари ёқалаб тўғри ва тескари нисбий баландликлар орасидаги сезиларли фарқ биринчи навбатда ҳисобга олинмаган шовун чизиғининг оғиш ҳамда ер синдириш коэффициентини ҳисоблашда қисман йўл қўйилган хатолик ҳисобига келиб чиқади.

**Икки томонлама тригонометрик нивелирлашда геодезик баландликлар фарқини ҳисоблаш**

Икки томонлама тригонометрик нивелирлашда триангуляция томонининг ҳар иккала учларида қарама-қарши зенит масофалар  ва  ўлчанади. *А* ва *В* нуқталарининг геодезик баландликлари фарқи ҳисоблаш формулаларини топамиз *АВС* учбурчакда (16.2-шакл) *А* ва *В* бурчаклар учун ёзамиз

; , (16.31)

бу ерда назарий зенит масофалар  ва  тегишлича қуйидагиларга тенг

(16.32)

Белгилар марказига келтирилган зенит масофалар  ва  уларни бевосита ўлчанган қийматлари  ва  орқали ифодалаймиз:

(16.33)

бу ерда  ва  - *А* пункти марказига нисбатан теодолит ва визирлаш нишонинг баландлиги; ва  - *В* пункти марказига нисбатан ўша қийматлар; s - пунктлар орасидаги масофа; .

(16.8) формулага асосан рефракция бурчаклари  ва  ни ер синдириш тегишли коэффициенти орқали ифодалаймиз. s0 ва s орасидаги кичик фарқни ҳисобга олмай етарли аниқликда ёзамиз

(16.34)

*АВ* томоннинг учларида шовун чизиғи оғиш бурчаклари  ва  ни (16.7) формула бўйича ҳисоблаш мумкин, агарда  ва  қийматлари маълум бўлса. (16.28-16.32) ифодаларни ҳисобга олиб бурчаклар фарқини топамиз

(16.35)

кейин бурчаклар фарқи ярми тангенсини

(16.36)

Қавсдаги қўшилувчилар, зенит масофалар айирмасининг ярмидан ташқари, жуда кичик қийматларини ташкил қилади. Тангенсни қаторга ёйиб биринчи даражали кичик қийматлар билан чегараланиб, км бўлганда амалий ишлар учун етарли, натижани s га кўпайтириб икки томонлама тригонометрик нивелирлашда нуқталар геодезик баландликларининг фарқини ҳисоблаш қуйидаги формуласини топамиз

(16.37)

Геодезик тармоқларда қарама-қарши зенит масофалар айирмасининг ярим қиймати нисбатан кичик бўлади.  бўлганда қуйидагини қабул қилиш мумкин  ва шу шарт билан қуйидагини ёзиш мумкин

. (16.38)

**Икки томонлама тригонометрик нивелирлашда нормал баландликлар фарқини ҳисоблаш**

(16.35) формулани (16.23) га қуйиб икки томонлама нивелирлашда нормал баландликлар фарқини ҳисоблаш формуласини оламиз

(16.39)

 фарқни ўрнига (16.25) формуладан топиладиган уни қийматини қўйиб юқоридаги формулани бошқа шаклда ёзамиз

(16.40)

(16.37) формулада тузатма



пунктлар орасида шовун чизиғи оғишини бир текис бўлмаслигини ҳисобга олади ва астрономик нивелирлашга гравиметрик тузатма номига эга.

Икки томонлама тригонометрик нивелирлашда, айниқса қарама-қарши йўналишлар бўйича зенит масофани бир вақтда ўлчаганда рефракцияни нисбий баландликка таъсири бир томонлама нивелирлашга қараганда анча кам, буни (16.37) ва (16.27) формулаларни солиштириб кўриш мумкин.

Шунинг учун нисбий баландликларни мумкин қадар аниқроқ олиш учун ишлаб чиқаришда икки томонлама тригонометрик нивелирлашни қўллаш керак бўлади.

**Ернинг синдириш коэффициентини аниқлаш**

**усуллари**

Ернинг синдириш коэффициентини аниқлашни турли усуллари мавжуд. Биринчи яқинлашишида унинг қиймати метеорологик ўлчашлар натижалари бўйича аниқланиши мумкин. Коэффициентни аниқроқ қийматини тригонометрик нивелирлаш натижаларини ишлаб чиқиб аниқланади. Бу ҳолатда ўлчанган зенит масофалардан ташқари, қўшимча қандай ўлчашлар маълумотлари борлигига қараб ернинг синдириш коэффициентини турли қийматларини аниқлаш мумкин, масалан, унинг қийматини пунктдаги ҳар бир йўналиш учун, трангуляция ҳар бир томони учун ўртача коэффициентни топиш ва ҳ.к.

**Метереологик маълумотлар бўйича коэффициент  ни аниқлаш.** Бу метод зенит масофаларни ўлчаш дақиқаларида визир нурининг йўлининг ҳаво қатламида синдириш кўрсаткичини градиенти майдони бир хиллигига асосланган. Бу вақтда вертикал рефракция бурчаклари қуйидаги формула бўйича ҳисобланиши мумкин

.

 ни ер синдириши коэффициенти орқали ифодалаб ёзамиз

.

Бу формулалардаги чап ва ўнг томон қисмларини тенглаштириб ва  км,  деб, топамиз

. (16.41)

Босимни ўртача қиймати  мм сим.уст. ва ҳарорат  бўлганда ёз кунлари учун қуйидагини топамиз

. (16.42)

(16.38) ва (16.39) формулаларда визир нурнинг баландлигидаги ҳароратни вертикал градиенти град/м ифодаланган.

Ёзда, кунни ўрта соатларида нурни тупроқдан 2 м баландлигида кўп йиллик ўртача қиймат  град/м; эрталабки ва кечкурунги ҳаво изотермиясида ; тун яримга яқин  град/м аниқланган. Бу қийматларни ҳисобга олиб қуйидаги ўртача коэффициентлар олинади; куннинг ярми учун , изотермия вақтлари учун , ярим тун - .

**Нуқталар нормал баландликларининг фарқи, шовун чизиқлари оғиши ва квазигеоидни нисбий баландликлар маълум бўлганда  коэффициентини аниқлаш.** *А* ва *В* пунктларидаги вертикал рефракция бурчаклари  ва , 16.2-шаклга асосан тегишлича қуйидагиларга тенг

 (16.43)

Таърифига кўра

;

,

бўлганини ҳисобга олиб қуйидагини оламиз

 (16.44)

Назарий зенит масофалар  ва  ни ҳисоблаймиз. (16.24) формулага асосан ёзамиз

. (16.45)

(16.5) ифодага (16.9) ва (16.42) қийматларини қўйиб топамиз

.

Бундан етарли даражадаги аниқлик билан қуйидагини ёзамиз

 (16.46)

ёки  бўлганда

, (16.47)

бу ерда  км бўлганда  қиймати (16.6) формула бўйича ҳисобланади.

*АВС* учбурчакдан, 16.1-шакл, ёзамиз

. (16.48)

(16.41) ва (16.45) формулаларидаги масофа  ва томон учун эллипсоидни ўртача эгрилик радиуси  қийматларини,  м ва  км аниқликда олинганда (бу аниқликни таъминлаш қийинлик туғдирмайди), амалда хатосиз деб ҳисоблаш мумкин. Бундай ҳолда  коээффициентини ушбу формулалар орқали аниқлашни ўрта квадратик хатоси қуйидагига тенг бўлади

, (16.49)

назарий зенит масофани аниқлашни ўрта квадратик хатоси эса (эллипсоид нормалига нисбатан)

, (16.50)

бу ерда  ва  - нивелир нисбий баландлиги  ни ва квазигеоид нисбий баландлиги  ни аниқлашни ўрта квадратик хатоси.

Нивелир нисбий баландлигини аниқлашни ўра квадратик хатоси етарли аниқликда куйидаги формула бўйича топилиши мумкин

, (16.51)

бу ерда  - 1 км нивелирлаш йўлини ўрта квадратик хатоси;  - нивелир йўлининг узунлиги (км). IV класс нивелирлаш текис ва паст-тепалик жойларда бажарилганда =8 мм/км, , тоғли ҳудудлар учун =12 мм/км, қабул қилиш мумкин, бу ерда  - пунктлар орасидаги томон узунлиги.

Шовун чизиқларини оғиши  ва квазигеоидни нисбий баландлиги  нивелирлашда одатда номаълум бўлади. Бу ҳолатда ўр ва  ўр деб қабул қилиш мумкин; бу ерда ўр ва ўр – геодезик тармоқ жойлашган ҳудуд учун шовун чизиқларини ўртача оғиши ва квазигеоидни ўртача нисбий баландлиги қийматлари. Етарли асосда шовун чизиғини ўртача оғиши қийматини қуйидагича қабул қилиш мумкин: текис жойларда ўр≈3˝, паст-тепа жойларда ўр≈6˝ ва тоғли жойларда ўр≈15˝ . Квазигеоид нисбий баландлиги  км тенг бўлса текис жойларда ўр≈0,1 м, паст – баланд жойларда ўр≈1,3 м олиниши мумкин.

Ернинг синдириш коэффициенти хатоси  нинг таъсиридан нисбий баландликлардаги хатолар қуйидаги формула бўйича ҳисобланади

. (16.52)

(16.41) формула бўйича ҳисобланган ернинг синдириш коэффициенти  текис ва нотекис жойларда, шовун чизиғи оғиши ва квазигеоид нисбий баландлигини ҳисобга олмаганда,  км ва ўр=3-6˝ учун  ўрта квадратик хато билан аниқланади, бу эса нисбий баландликларда 0,16-0,39 м хатоликка олиб келади. Тоғли жой учун ўр≈15˝ бўлганда  коэффициентини ҳисоблаш аниқлиги етарли бўлмайди. Аниқ тригонометрик нивелирлашларни бажаришда  коэффициентини аниқлаш хатосини бир пунктдаги йўналишлар учун қуйидаги даражадан оширмай таъминлаш керак ; бу эса ҳозирча ҳал этилмаган масаладир.

**Ўзаро қарама-қарши зенит масофалар бўйича томон учун ўртача коэффициент  ни аниқлаш.** Триангуляция томонининг ҳар иккала учларида ўзаро қарама-қарши зенит масофалар  ва  ўлчанган бўлса, ушбу томон учун ўртача коэффициент , агарда  деб олинса (амалда бундай ҳолат бўлмайди), ҳисобланиши мумкин.

(16.8) формулани ҳисобга олиб рефракция бурчаклари учун (16.2-шакл) ёзамиз

 (16.53)

Ушбу тенгламаларни ҳадма-ҳад қўшиб ва  ни ҳисобга олиб триангуляция томони учун тўла рефракция бурчаги  ни топамиз

, (16.54)

ёки

. (16.55)

 бўлгани учун топамиз

. (16.56)

 ва  ларни бевосита ўлчанган зенит масофалар  ва  билан алмаштириб (16.31) формулалар асосида якуний топамиз

 (16.57)

Тригонометрик нивелирлашда , ,  ва  қийматлари етарли аниқликда топилиши мумкин. Шунинг учун (16.54) формула бўйича томон учун ўртача ерни синдириш коэффициенти  ни ҳисоблашда улар хатосини нол деб қабул қилиш мумкин. Бу ҳолатда қарама-қарши зенит масофаларни бир вақтда ўлчашда томон учун ўртача  коэффициентни аниқлашни ўрта квадратик хатоси қуйидаги формула бўйича ҳисобланиши мумкин

. (16.58)

 ва , пунктлар орасидаги масофалар 5 ва 10 км учун хатолик қуйидаги қийматларини оламиз:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 3 | 5 | 10 | 15 |
| s=5 км, | 0,009 | 0,011 | 0,020 | 0,032 | 0,062 | 0,093 |
| s=10 км, | 0,004 | 0,005 | 0,010 | 0,016 | 0,032 | 0,046 |

Шундай қилиб (16.54) формула бўйича ўртача коэффициент  ни  ўрта квадратик хато билан аниқлаш учун масофалар =5-10 км бўлганда шовун чизиқларини ўзаро қарама-қарши оғишлари фарқи  1-3˝ дан катта бўлмаган хатолик билан аниқланиши керак бўлади, бунда ˝ деб қабул қилинади.

**Рефракция ва шовун чизиқлари оғишини баландлик тармоғини тенглашдан қўшма аниқлаш.** Тригонометрик нивелирлашда жойда бевосита ўлчанган қийматлар бўлиб кузатилган нишонларни зенит масофалари хизмат қилади. Шунинг учун баландлик тармоғини  шарти билан тенглаш зарур, бу ерда  -  вазнлар билан ўлчанган зенит масофалар учун тузатмалар.

Қуйидаги белгиларни қабул қиламиз:  - тармоқдаги пунктлар сони;  - берилган баландликка эга бошланғич пунктлар сони;  - ҳар иккала учларида ўзаро қарама – қарши зенит масофалари ўлчанган тармоқдаги томонлар сони;  - шовун чизиқларининг оғиш бурчаклари маълум пунктлар сони. Тармоқни тенглашдан топиладиган номаълум қийматлар сони  ни қуйидаги формуладан аниқлаш мумкин

. (16.59)

Икки томонлама нивелирлашдаги тузатмалар тенгламалари сони  ўлчанган зенит масофалар сонига тенг, у ўз навбатида тармоқдаги томонлар сонини иккиланганига тенг, яъни . Тармоқда ортиқча ўлчашлар сони қуйидагича топилади

. (16.60)

Бу формулалар бўйича бажарилган ҳисоблашларни кўрсатишича кам миқдордаги учбурчаклардан ташкил топган тармоқларда номаълум қийматларни умумий сони  ўлчанган қийматалар умумий сони  дан кўп. Демак тармоқни  шарти билан тенглашни ечими йўқ.

**Нормал рефракция вақти**

Геодезик тармоқларда зенит масофалар пунктларда, горизонтал йўналишларга ўхшаш, бирин-кетин ўлчанади. Шу сабабли триангуляция ҳар бир томонини ўзаро қарама-қарши зенит масофалари нафақат суткани турли соатларида, балким ҳар хил кунларда ўлчаниши мумкин. Умуман олганда уларни бир вақтни ўзида ўлчаш имкони йўқ. Натижада битта томонни иккала учларидаги рефракция бурчаклари  ва  ўз қийматлари бўйича бир-биридан катта фарқ қилади.

(16.35) формула бўйича тўғри ва тескари нисбий баландликлар ўртачасини ҳисоблаб рефракция таъсирида қуйидаги қийматга фарқ қилувчи натижани оламиз

, (16.61)

чунки рефракция бурчакларининг фарқи  номаълум ва у ҳисобга олинмайди. Умуман олганда . Шунинг учун ўлчаш натижаларига рефракция таъсирини камайтириш мақсадида ўзаро қарама-қарши зенит масофалар бир вақтни ўзида ўлчаниши керак (амалда бу бажарилмайди), ёки триангуляция томонлари бўйича рефракция бурчакларининг фарқи  ўзгармас бўлган сутка соатларида бажарилиши керак.

Рефракцияни сутка давомида ўзгаришида вертикал рефракция энг кичик қийматга кунни ярмида, энг катта қийматга эса ярим тунда эга бўлади.

Рефракция бурчаклари ва уларнинг фарқи  ни доимийлиги турли оби ҳавода, ҳамда ҳар хил кунларда эрталабки ва кечқурунги ҳаво изотермияси вақтида кузатилади. Шу сабабли ушбу вақтлар геодезик тармоқда зенит масофаларни ўлчашни энг қўлай вақти ҳисобланади. Ушбу хулоса 1837 йилда машҳур рус астрономи ва геодезисти В.Я.Струве томонидан катта ҳажмидаги бажарилган амалий ишлар якуни бўйича чиқарилган эди.

Визир нури бир хил қайтариш хусусиятига эга текис жойдан ўтишида ва уни бутун йўли бўйича ҳавони изотермияси тушганда, , (8.16) формулага асосан нормал рефракция қуйидагига тенг бўлади

. (16.62)

Ёз ойлари учун мм см.ст.,  ва масофа  ни кмда ифодаланиб нормал рефракцияни тақрибий ҳисоблашни соддароқ формуласини оламиз

Келтирилган (16.58) формулани вертикал рефракцияни аниқ ҳисоблаш учун ишлатиб бўлмайди, чунки визир нури ўзини бутун давомида турли ер қопламалари ҳаво изотермияси бир вақтни ўзида тушмайди. Таниқли рус олимлари В.Я.Струве, Н.Я.Цинигер ва И.И.Померанцевлар геодезик тармоқларда зенит масофаларни «нормал» рефракция вақтида, нурни бутун давомида ҳавони изотермиясига яқин ҳолат, ўлчаш зарурлиги ҳақидаги тавсия беришган.

Юқорида номлари келтирилган олимлар тавсиялари қанчалик тўғрилигини конкрет иккита пунктларда олиб борилган кузатишлар натижаси мисолида кўриш мумкин. Йўриқнома кўра “Становое” пунктида зенит масофа , масалан, кечқурун соат 17,35 да, бунда рефракция бурчаги  ташкил қилади, “Петровское” пунктида эса зенит масова  соат 11,27 да, рефракция бурчаги  тенг бўлади, ўлчаш мумкин. Бу ўлчашлар натижаларини ишлаб чиқиб топилган тўғри ва тескари нисбий баландликлар ўртача қиймати рефракция таъсиридан қуйидаги хатолик билан топилган бўлади

Энди шу пунктларда зенит масофаларни ҳаво изотермияси вақтида кузатилганда нисбий баландликни рефракция таъсирида қанча хатоликка эга бўлишини ҳисоблаб топса бўлади. Кузатишлар куни 16 август учун эрталабки  ва кечқурунги  ҳаво изотермияси вақтларини тақрибий формулалар бўйича ҳисоблаб топамиз

 соат;

 соат.

Бунда Қуёшни чиқиши ва ботиш вақтлари “Астрономик йилнома”дан,  қийматлари эса махсус тузилган графикдан олиниши мумкин.

Улчашлар натижаларидан фойдаланиб чизиқли интерполяция орқали рефракция нормал бурчаклари  ва  топамиз. “Становое” пунктида =6,53 учун топамиз , кечқурун соат  учун - 

Шундай қилиб ҳавони изотермияси вақтида бажарилган кузатишлар натижаси бўйича тўғри ва тескари нисбий баландликлар ўртачаси учун рефракция хатосининг таъсири қуйидагига тенг бўлди

**** м.

Юқорида олнган натижадар *м* ва *м* ни ўзаро солиштириб ишонч ҳосил қилиш мумкинки зенит масофаларни нормал рефракция вақтида (Струве бўйича) кузатилса натижалар сўзсиз аниқроқ бўлар экан. Трогонометрик нивелирлашдан нисбий баландликларни тармоқнинг ҳама пунктларида ҳавонинг изотермияси вақтида кузатиш керак бўлади.

Тоғли ҳудудлардаги кузатишларда визир нурини ер сиртидан эквивалент баландлиги учун тузатма  ни ҳисобга олиш керак бўлади, уни кечқурунги кузатишлар учун (8.58) формладан аниқлаш мумкин.