

1 BAGIAN 1: MATERI DAN TEORI

1.1 Pendahuluan: Mengapa Bab Ini Penting?

Bagaimana aljabar bisa menyelamatkan nyawa Anda? Saat mengendarai mobil, jarak berhenti (*stopping distance*) terdiri dari dua bagian:

1. **Jarak berpikir (Thinking distance):** Jarak yang ditempuh sebelum otak bereaksi dan rem diinjak. Ini meningkat secara linier ($0.1875x$).
2. **Jarak pengereman (Braking distance):** Jarak yang ditempuh mobil sampai berhenti setelah rem diinjak. Ini meningkat secara kuadratik ($0.006x^2$).

Total jarak berhenti dapat dinyatakan dalam rumus:

$$\text{Total Jarak} = 0.1875x + 0.006x^2$$

(di mana x adalah kecepatan dalam km/jam). Ini adalah contoh penggunaan ekspresi kuadrat dalam kehidupan nyata.

1.2 12.1 Menyederhanakan Ekspresi

Menyederhanakan ekspresi aljabar berarti membuatnya lebih ringkas dengan menggabungkan suku-suku yang sejenis.

Mengalikan Ekspresi

Kalikan angka terlebih dahulu, lalu hurufnya.

- Angka di depan huruf disebut **koefisien**.
- Gunakan aturan pangkat: $x^a \times x^b = x^{a+b}$.

Contoh 1 & 2: Perkalian

Contoh 1: Sederhanakan:

- a. $2 \times t = 2t$
- b. $m \times t = mt$
- c. $2t \times 5 = 10t$
- d. $3y \times 2m = 6my$

Contoh 2: Sederhanakan dengan pangkat:

- a. $t \times t = t^2$
- b. $3t \times 2t = 6t^2$
- c. $3t^2 \times 4t = 12t^3$
- d. $2t^3 \times 4t^2 = 8t^5$

Mengumpulkan Suku Sejenis (Collecting Like Terms)

Suku sejenis adalah suku yang memiliki variabel yang sama (misal: $3a$ dan $-5a$) atau kombinasi variabel yang sama (misal: $2xy$ dan $7xy$, atau x^2 dan $3x^2$). Hanya suku sejenis yang bisa dijumlahkan atau dikurangkan.

Contoh 3: Suku Sejenis

Sederhanakan ekspresi berikut:

$$7x^2 + 3y - 6z + 2x^2 + 3z - y + w + 9$$

Penyelesaian: Kumpulkan suku-suku yang sejenis:

- x^2 : $7x^2 + 2x^2 = 9x^2$
- y : $3y - y = 2y$
- z : $-6z + 3z = -3z$
- Lainnya: w dan 9 (tetap)

Hasil Akhir: $9x^2 + 2y - 3z + w + 9$

1.3 12.2 Menjabarkan Kurung (Expanding Brackets)

”Menjabarkan” (*expand*) berarti mengalikan keluar. Kalikan setiap suku di dalam kurung dengan apa yang ada di luar kurung.

$$a(b + c) = ab + ac$$

Catatan Penting: Tanda minus di depan kurung mengubah tanda semua suku di dalamnya.

$$-2x(3 - 4x) = -6x + 8x^2$$

Ekspansi dan Penyederhanaan

Seringkali setelah menjabarkan kurung, Anda perlu menyederhanakan hasilnya dengan mengumpulkan suku sejenis.

Contoh 4 & 5

Contoh 4: Sederhanakan $3(4 + m) + 2(5 + 2m)$.

$$\begin{aligned} &= (12 + 3m) + (10 + 4m) \\ &= 12 + 10 + 3m + 4m \\ &= 22 + 7m \end{aligned}$$

Contoh 5: Sederhanakan $3t(5t + 4) - 2t(3t - 5)$.

$$\begin{aligned} &= (15t^2 + 12t) + (-6t^2 + 10t) \\ &= 15t^2 - 6t^2 + 12t + 10t \\ &= 9t^2 + 22t \end{aligned}$$

1.4 12.3 Pemfaktoran (Factorisation)

Pemfaktoran adalah kebalikan dari ekspansi. Anda mencari **faktor persekutuan** dari setiap suku dan menempatkannya di luar kurung.

Contoh 6: Pemfaktoran

Faktorkan ekspresi berikut:

a. $6t + 9m$

Faktor persekutuan angka adalah 3.

Jawab: $3(2t + 3m)$

b. $6my + 4py$

Faktor angka: 2. Faktor huruf: y .

Jawab: $2y(3m + 2p)$

c. $5k^2 - 25k$

Faktor persekutuan adalah $5k$.

Jawab: $5k(k - 5)$

d. $10a^2b - 15ab^2$

Faktor persekutuan adalah $5ab$.

Jawab: $5ab(2a - 3b)$

1.5 12.4 Mengalikan Dua Kurung: 1

Ekspresi kuadrat adalah ekspresi di mana pangkat tertinggi variabelnya adalah 2 (misalnya x^2). Untuk menjabarkan dua kurung seperti $(x + 3)(x + 4)$, Anda harus mengalikan setiap suku di kurung pertama dengan setiap suku di kurung kedua.

Ada tiga metode umum:

1. **Metode Ekspansi:** Memecah kurung pertama.
2. **Metode FOIL:** First (Depan), Outer (Luari), Inner (Dalam), Last (Belakang).
3. **Metode Kotak (Box Method):** Menggunakan grid.

Contoh 7, 8, & 9

Contoh 7 (Metode Ekspansi): Jabarkan $(x + 3)(x + 4)$.

$$\begin{aligned} &= x(x + 4) + 3(x + 4) \\ &= x^2 + 4x + 3x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

Contoh 8 (Metode FOIL): Jabarkan $(t + 5)(t - 2)$.

- First: $t \times t = t^2$
- Outer: $t \times -2 = -2t$
- Inner: $5 \times t = 5t$
- Last: $5 \times -2 = -10$

Hasil: $t^2 - 2t + 5t - 10 = t^2 + 3t - 10$

Contoh 9 (Metode Kotak): Jabarkan $(k - 3)(k - 2)$.

\times	k	-2
k	k^2	$-2k$
-3	$-3k$	$+6$

Hasil: $k^2 - 2k - 3k + 6 = k^2 - 5k + 6$

1 BAGIAN 1: MATERI DAN TEORI

1.1 12.5 Mengalikan Dua Kurung: 2 (Lanjutan)

Bagian ini membahas perkalian dua kurung di mana koefisien x tidak selalu 1, serta penjabaran bentuk kuadrat sempurna.

Contoh 10 & 11: Koefisien > 1

Contoh 10: Jabarkan $(2t + 3)(3t + 1)$.

$$\begin{aligned} &= 2t(3t + 1) + 3(3t + 1) \\ &= 6t^2 + 2t + 9t + 3 \\ &= 6t^2 + 11t + 3 \end{aligned}$$

Contoh 11: Jabarkan $(4x - 1)(3x - 5)$.

$$\begin{aligned} &= 4x(3x - 5) - 1(3x - 5) \\ &= 12x^2 - 20x - 3x + 5 \\ &= 12x^2 - 23x + 5 \end{aligned}$$

Menjabarkan Kuadrat (Expanding Squares)

Setiap kali Anda melihat bentuk $(x + a)^2$, Anda harus menuliskannya sebagai $(x + a)(x + a)$ lalu mengalikannya.

Contoh 12 & 13

Contoh 12: Jabarkan $(x + 3)^2$.

$$\begin{aligned} (x + 3)^2 &= (x + 3)(x + 3) \\ &= x^2 + 3x + 3x + 9 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

Contoh 13: Jabarkan $(3x - 2)^2$.

$$\begin{aligned} (3x - 2)^2 &= (3x - 2)(3x - 2) \\ &= 9x^2 - 6x - 6x + 4 \\ &= 9x^2 - 12x + 4 \end{aligned}$$

1.2 12.6 Menjabarkan Tiga Kurung (Extended)

Untuk menjabarkan ekspresi dengan tiga kurung, lakukan dalam dua tahap. Misal: $(x + 2)(x - 4)(2x + 3)$.

Langkah 1: Jabarkan dua kurung pertama.

$$(x + 2)(x - 4) = x^2 - 4x + 2x - 8 = x^2 - 2x - 8$$

Langkah 2: Kalikan hasilnya dengan kurung ketiga.

$$\begin{aligned}
 (x^2 - 2x - 8)(2x + 3) &= x^2(2x + 3) - 2x(2x + 3) - 8(2x + 3) \\
 &= (2x^3 + 3x^2) - (4x^2 + 6x) - (16x + 24) \\
 &= 2x^3 + 3x^2 - 4x^2 - 6x - 16x - 24 \\
 &= 2x^3 - x^2 - 22x - 24
 \end{aligned}$$

1.3 12.7 Pemfaktoran Kuadrat (Quadratic Factorisation)

Pemfaktoran kuadrat melibatkan pengembalian ekspresi kuadrat ke dalam bentuk kurungnya.

1. Bentuk $x^2 + ax + b$

Cari dua bilangan yang:

- Hasil kalinya adalah b (angka terakhir).
- Jumlahnya adalah a (koefisien x).

Contoh 14 & 15

Contoh 14: Faktorkan $x^2 - x - 6$.

Cari faktor dari -6 yang jumlahnya -1.

Faktor: -3 dan +2.

Jawab: $(x - 3)(x + 2)$.

Contoh 15: Faktorkan $x^2 - 9x + 20$.

Cari faktor dari +20 yang jumlahnya -9.

Faktor: -4 dan -5.

Jawab: $(x - 4)(x - 5)$.

2. Selisih Dua Kuadrat (Difference of Two Squares)

Bentuk $x^2 - n^2$ selalu difaktorkan menjadi $(x + n)(x - n)$. Syaratnya: Ada dua suku, dipisahkan tanda kurang, dan keduanya bilangan kuadrat.

Contoh 16 & 17

Contoh 16: Faktorkan $x^2 - 36$.

$36 = 6^2$, maka $(x + 6)(x - 6)$.

Contoh 17: Faktorkan $9x^2 - 169$.

$(3x)^2 - 13^2$, maka $(3x + 13)(3x - 13)$.

3. Bentuk $ax^2 + bx + c$

Jika koefisien x^2 bukan 1, kita harus mempertimbangkan faktor dari a dan c .

Contoh 18 & 19

Contoh 18: Faktorkan $3x^2 + 8x + 4$.

Faktor dari 3 adalah (3, 1). Faktor dari 4 adalah (1, 4) atau (2, 2).

Kita perlu kombinasi yang menghasilkan 8.

$(3x + 2)(x + 2) \rightarrow 3x^2 + 6x + 2x + 4 = 3x^2 + 8x + 4$.

Jawab: $(3x + 2)(x + 2)$.

Contoh 19: Faktorkan $6x^2 - 7x - 10$.

Jawab: $(6x + 5)(x - 2)$.

1.4 12.8 Pecahan Aljabar (Extended)

Aturan pecahan biasa berlaku untuk pecahan aljabar.

- **Penjumlahan/Pengurangan:** Samakan penyebut. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$.
- **Perkalian:** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
- **Penyederhanaan:** Faktorkan pembilang dan penyebut, lalu coret faktor yang sama.

Contoh 20 - 23

Contoh 20: $\frac{1}{x} + \frac{x}{2y} = \frac{1(2y)+x(x)}{2xy} = \frac{2y+x^2}{2xy}$.

Contoh 22: $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}$.

Penyebut bersama: $(x-1)(x+1)$.

$$= \frac{3(x+1)-2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x+3-2x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+5}{(x-1)(x+1)}.$$

Contoh 23 (Penyederhanaan): Sederhanakan $\frac{2x^2+x-3}{4x^2-9}$.

Faktorkan pembilang: $(2x+3)(x-1)$.

Faktorkan penyebut: $(2x+3)(2x-3)$.

Hasil: $\frac{x-1}{2x-3}$.