ماتېماتىكسىن ئاساس

Abdusalam

بۇ قوللانما ئارقىلىق

سىز ماتېماتىكابىلىملىرىنى تېزلا كۆرۈپ چىقالايسىز.

Powered by LaTeX

مۇندەرىجە

بىرىنچى قىسىم

ئالىي ماتېماتىكا

بىرىنچى باب

دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

تەڭلىمە ئۇقۇمى باشلانغۇچ ماتېماتىكىسىدا ئەڭ بۇرۇن ئۇچرايتتى. ئىلگىرىكى مەزمۇنلاردا فۇنكسىيە، ھاسىلە ئۇقۇمى، دىففېرېنسىئال ۋە ئىنتېگرال ئۇقۇملىرىنى ئىگەللىگەندىن كېيىن مۇشۇلارنىڭمۇ تەڭلىمىگە ئائىت قوللىنىشلىرىنى بىلىش ئۈچۈن، شۇنداقلا تۇرمۇشتىكى ئەمەلىي مەسىلىلەرنىڭ ئېھتىياجى ئۈچۈن تۆۋەندە يېڭى بىر بىلىم نۇقتىسى بىلەن تونۇشۇپ چىقىمىز. بۇ باپتا بىر قەدەر قىيىن بولغان نۇقتا **دىففېرېنسىئال تەڭلىمە** ھەققىدە دەسلەپكى بىلىملەرنى ئۆگىنىپ چىقايلى.

1.1 دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

دىففېرېنسىيال تەڭلىمە نامەلۇم فۇنكسىيەنىڭ ھاسىلىسى بىلەن ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئوتتۇرىسىدىكى مۇناسىۋەت سىستېمىسىنى تەسۋىرلەيدىغان تەڭلىمىنى كۆرستىدۇ. دىففېرېنسىئال تەڭلىمىنىڭ يېشىمى تەڭلىمىگە ماس كېلىدىغان فۇنكسىيە بولىدۇ. ھالبۇكى، ئىلىمىنتار ماتېماتىكىنىڭ ئالگېبرالىق تەڭلىمىسىنىڭ يېشىمى تۇراقلىق سانلىق قىممەتتۇر.

1.1.1 ئاساسىي ئۇقۇم

ئېنىقلىما 1.1.1: دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

نامەلۇم فۇنكسىيە ۋە نامەلۇم فۇنكسىيە ھاسىلىسىنىڭ ئۆزگەرگۈچى مىقدار ئارىسىدىكى مۇناسىۋەتنى ئىپادىلەيدىغان تەڭلىمە. يەنى فۇنكسىيە ھاسىلىسىنى ئۆز ئىچىگە ئالغان تەڭلىمە دىففېرېنسىئال تەڭلىمە دەپ ئاتىلىدۇ. بۇنى

$$F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$$

ئارقىلىق خاتىرىلەشكە بولىدۇ.

دىففېرېنسىئال تەڭلىمىدىكى نامەلۇم فۇنكسىيە ھاسىلىسىنىڭ دەرىجىسى، دىففېرېنسىئال تەڭلىمىنىڭ **دەرىجىسى** دەپ ئاتىلىدۇ.

دىففېرېنسىئال تەڭلىمىنىڭ يېشىمى ئەگەر فۇنكسىيە $y = \phi(x)$ نىڭ n دەرىجىلىك ئۈزلۈكسىز ھاسىلىسى $\phi^n(x)$ ، بېرىلگەن ئىنتېرۋال I دا مەۋجۇت ھەم تەڭلىمە

$$F(x, \phi(x), \phi'(x), ..., \phi^{(n)}(x)) = 0$$

نى قانائەتلەندۈرسە، ئۇنداقتا فۇنكسىيە $y = \phi(x)$ تەڭلىمە

$$F(x, \phi(x), \phi'(x), ..., \phi^{(n)}(x)) = 0$$

نىڭ ئىنتېرۋال I دىكى **يېشىمى** دەپ ئاتىلىدۇ.

ئومۇمىي يېشىمى ئەگەر دىففېرېنسىئال تەڭلىمە يېشىمى خالىغان تۇراقلىق سانى ئۆز ئىچىگە ئالغان ھەمدە خالىغان تۇراقلىق ساننىڭ سانى تەڭلىمە دەرىجىسى بىلەن تەڭ بولغاندا، بۇ يېشىمنى تەڭلىمىنىڭ **ئومۇمىي يېشىمى** دەپ ئاتايمىز.

ئالاھىدە يېشىمى دىففېرېنسىئال تەڭلىمە ئومۇمىي يېشىمىدىكى خالىغان تۇراقلىق سانى مۇقىم بېكىتكەندىن كېيىن ئېرىشكەن يېشىمنى، **ئالاھىدە يېشىمى** دەپ ئاتايمىز.

1.1.2 ئاساسىي تەڭلىمىلەر

- **دەسلەپكى قىممەت شەرتى**
ئەگەر $x = x_0$ بولغاندىكى فۇنكسىيە ۋە ئۇنىڭ ھاسىلىسىنىڭ قىممىتى y_0, y_0' بېرىلگەن بولسا، بۇنداق شەرتلەرنى بىز تەڭلىمىنىڭ دەسلەپكى قىممەت شەرتى دەپ ئاتايمىز.

- **بىرىنچى دەرىجىلىك دەسلەپكى قىممەت مەسىلىسى**
تەڭلىمە $y' = f(x, y)$ نىڭ دەسلەپكى شەرت $y|_{x=x_0} = y_0$ ئاستىدىكى ئالاھىدە يېشىمىنى تېپىش مەسىلىسىنى كۆرسىتىدۇ. يەنى:

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y|_{x=x_0} = y_0 \end{cases}$$

- **ئىككىنچى دەرىجىلىك دەسلەپكى قىممەت مەسىلىسى**
تەڭلىمە $y'' = f(x, y, y')$ نىڭ دەسلەپكى شەرت $y|_{x=x_0} = y_0, y'|_{x=x_0} = y_0'$ ئاستىدىكى ئالاھىدە يېشىمىنى تېپىش مەسىلىسىنى كۆرسىتىدۇ. يەنى:

$$\begin{cases} y'' = f(x, y, y') \\ y|_{x=x_0} = y_0, y'|_{x=x_0} = y_0' \end{cases}$$

- **ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە**
شەكلى تۆۋەندىكىدەك بولغان تەڭلىمىنى ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە دەپ ئاتايمىز:

$$y' = f(x)g(y)$$

بۇنى يېشىشتە، ئۆخشاش مىقدارلارنى بىر تەرەپكە يىغىپ ئىنتېگراللىساقلا بولىدۇ.

شەكلى $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(ax + by + c)$ كە ئوخشاش تەڭلىمىدە،(a, b, cلار بىرلا ۋاقىتتا نۆل ئەمەس). $u = ax + by + c$ ئۇنداقتا $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = a + b\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ بولىدۇ، بۇنى ئەسلىدىكى تەڭلىمىگە بىرىكتۈرگەندە $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = a + bf(u)$ گە ئېرىشىمىز، بۇ دەل ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە.

1 ـ مەشىق

تەڭلىمە $\frac{dy}{dx} = 2xy$ نى يېشىڭ.

كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، بۇ بىر ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە.

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x\, dx, \ln|y| = x^2 + C, |y| = e^{x^2+C}$$

$$\therefore y = \pm e^{x^2} e^C = \pm C_1 e^{x^2} = C_2 e^{x^2}$$

- **بىر جىنسلىق تەڭلىمە**
شەكلى $y' = f(x, y) = \phi(\frac{y}{x})$ بولغان تەڭلىمە بىر جىنسلىق تەڭلىمە دەپ ئاتىلىدۇ.
بۇنى يېشىشنىڭ باسقۇچلىرى:

$$u = \frac{y}{x}, y = xu, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = u + x\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

شۇنىڭ بىلەن:

$$u + x\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \varphi(u), \quad \therefore x\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \varphi(u) - u$$

بۇنى پارچىلىغىلى بولىدىغان تەڭلىمە يېشىش ئۇسۇلى بويىچە يېشىشكە بولىدۇ.

شەكلى $\frac{A_1x + B_1y}{A_2x + B_2y} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ بولغان تەڭلىمىنى، تەڭلىكنىڭ ئىككى تەرىپىگە x نى بۆلۈش ئارقىلىق بىر جىنسلىق تەڭلىمىگە ئۆزگەرتەلەيمىز.
شەكلى $\frac{A_1x + B_1y + C_1}{A_2x + B_2y + C_2} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ بولغان تەڭلىمىدە، ئاۋال تۇراقلىق سان C نى $x = X + h, y = Y + k$ ئارقىلىق ئالماشتۇرۇش ئېلىپ بارغاندا، $\frac{A_1X + B_1Y + A_1h + B_1k + C_1}{A_2X + B_2Y + A_2h + B_2k + C_2} = \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}X}$ بۇنىڭدا ماۋاپىق سان h, k بىلەن $A_1h + B_1k + C_1 = A_2h + B_2k + C_2 = 0$

نى قانائەتلەندۈرۈپ، بىر جىنسلىق تەڭلىمىگە ئېرىشەلەيمىز. بۇ ۋاقىتتا $\frac{A_2}{A_1} \neq \frac{B_2}{B_1}$ بولغاندا تىپىپ چىقىشقا بولىدۇكى

$$\begin{cases} k = \dfrac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_2B_1 - A_1B_2} \\ h = \dfrac{A_1B_1C_2 - A_2B_1C_1 + A_1A_2B_1C_1 - A_1^2B_2C_1}{A_1^2B_2 - A_1A_2B_1} \end{cases}$$

ئەگەر $\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \lambda$ بولغاندا، $A_1x + B_1y = v$ قىلىپ خاتىرىلىۋالساق، كەلتۈرۈپ چىقىرىشقا بولىدۇكى

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = A_1 + B_1\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = A_1 + B_1\frac{v + C_1}{\lambda v + C_2} = \frac{(A_1\lambda + B_1)v + A_1C_2 + B_1C_1}{\lambda v + C_2}$$

بۇ ۋاقىتتا ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە بويىچە بىر تەرەپ قىلساق بولىدۇ.

2 ـ مەشىق

تەڭلىمە $xy\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y^2 + x^2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ نى يېشىڭ.

ئەزا يۆتكەش ئارقىلىق $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{y^2}{xy - x^2}$ گە ئېرىشەلەيمىز.

سول تەرەپ سۈرەت مەخرەجنى x^2 غا بۆلۈش ئارقىلىق $\frac{\left(\frac{y}{x}\right)^2}{\frac{y}{x} - 1} = \frac{\frac{y^2}{x^2}}{\frac{xy - x^2}{x^2}}$ گە ئېرىشەلەيمىز.

كۆرۈۋېلىشقا بولىدۇكى، بۇ $\frac{y}{x}$ شەكلىدىكى بىر جىنسلىق تەڭلىمە. ئەگەر $u + x\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{u^2}{u - 1}$

$$x\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{u^2}{u - 1} - u = \frac{u}{u - 1}, \therefore \frac{u - 1}{u}\mathrm{d}u = \frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$\therefore \int \frac{u - 1}{u}\mathrm{d}u = \int \frac{\mathrm{d}x}{x}, u - \ln u = \ln x + C, \ln xu = u + C$$

نەتىجىگە $u = \frac{y}{x}$ نى ئالماشتۇرساق $\ln y = \frac{y}{x} + C$ شۇڭا، $y = Ce^{\frac{y}{x}}$

1.2 ئادەتتىكى دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

ئادەتتىكى دىففېرېنسىيال تەڭلىمە (ODE) دېگىنى دىففېرېنسىيال تەڭلىمىدىكى نامەلۇم مىقدار يەككە ئەركىن ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ فۇنكسىيەسى ئىكەنلىكىنى كۆرسىتىدۇ. ئەڭ ئاددىي ئادەتتىكى دىففېرېنسىئال تەڭلىمە، نامەلۇم مىقدار بىر ھەقىقىي سان ياكى كومپلېكس سانىنىڭ فۇنكسىيەسى بولۇشى مۇمكىن، لېكىن نامەلۇم مىقدار بىر ۋېكتور فۇنكسىيەسى ياكى ماترىتسا فۇنكسىيەسى بولۇشى مۇمكىن، كېيىنكىسى ئادەتتىكى دىففېرېنسىئال تەڭلىمىدىن تەركىب تاپقان تەڭلىمىلەر سىستېمىغا ماس كېلىدۇ. ئەڭ كۆپ ئۇچرايدىغان ئىككى خىلى بىرىنچى تەرتىپلىك تەرتىپلىك دىففېرېنسىيال تەڭلىمە ۋە ئىككىنچى تەرتىپلىك دىففېرېنسىيال تەڭلىمىدىن ئىبارەت.

1.2.1 سىزىقلىق دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

شەكلى $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + P(x)y = Q(x)$ بولغان تەڭلىمە بىرىنچى تەرتىپلىك سىزىقلىق دىففېرېنسىيال تەڭلىمە دېيىلىدۇ. تەڭلىمىدىكى نامەلۇم فۇنكسىيە y ۋە ئۇنىڭ ھاسىلىسىنىڭ دەرىجىسى بىرىنچى دەرىجە.

ئەگەر $Q(x) = 0$ بولغاندا، بۇ بىرىنچى تەرتىپلىك بىر جىنسلىق دىففېرېنسىيال تەڭلىمە دېيىلىدۇ. بۇ ۋاقىتتا

$$\frac{\mathrm{d}y}{y} = -P(x)\,\mathrm{d}x, \ln y = \int P(x)\,\mathrm{d}x + C', y = e^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x} \cdot e^{C'}, y = Ce^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x}$$

ئەگەر $Q(x) \neq 0$ بۇنى **تۇراقلىق سانىنى ئالماشتۇرۇش ئۇسۇلى** ئارقىلىق يېشىشكە بولىدۇ. بۇنىڭ قەدەم باسقۇچلىرى تۆۋەندىكىچە:

ئەگەر $Q(x) = 0$ بولغاندا، تەڭلىمە يېشىمى $y = Ce^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x}$ بولاتتى، ئەمما $Q(x) \neq 0$ بولغاچقا، بۇيەردىكى تۇراقلىق سان C دەل x نىڭ فۇنكسىيەسى بولىدۇ، شۇڭا $y = ue^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x}$ بولغاندا، بۇنى ئەسلى تەڭلىمىگە باغلاش ئارقىلىق

$$u'e^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x} - ue^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x}P(x) + P(x)ue^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x} = Q(x)$$

گە ئېرىشەلەيمىز. يەنى $u'e^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x} = Q(x)$ بۇنى u' گە نىسبەتەن ئىنتېگرالللىساق

$$u = \int Q(x)e^{\int P(x)\,\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + C$$

ئاخىردا بۇنى ئەسلى تەڭلىمىگە باغلاش ئارقىلىق فورمۇلا

$$\boxed{y = e^{-\int P(x)\,\mathrm{d}x}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)\,\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + C\right)}$$

گە ئېرىشەلەيمىز. دېمەك بىر جىنسلىق بولمىغان تەڭلىمىنىڭ يېشىمى، بىر جىنسلىق تەڭلىمىنىڭ ئورتاق يېشىمىگە بىر جىنسلىق بولمىغان تەڭلىمىنىڭ خاس يېشىمىنى قوشقانغا باراۋەر.

3 ـ مەشىق

تەڭلىمە $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \dfrac{1}{x+y}$ نى يېشىڭ.

تەڭلىمىدە y نى ئاجرىتىپ چىقارغىلى بولمايدۇ، چۈنكى بۇ ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە ئەمەس. بۇنى شەكىل ئۆزگەرتىش ئارقىلىق $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - y = x$ گە ئېرىشەلەيمىز. بۇ دەل سىزىقلىق دىففېرېنسىئال تەڭلىمە.
بۇنىڭدا $x + y = u$ قىلىپ خاتىرىلىۋالساق،

$$y = u - x, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} - 1, \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{1+u}{u}, \frac{u}{1+u}\mathrm{d}u = \mathrm{d}x$$

بۇنى ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە بويىچە بىرتەرەپ قىلساق بولىدۇ.

1.2.2 بېرنوئىل تەڭلىمىسى

شەكلى $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + P(x)y = Q(x)y^n$ بولغان تەڭلىمىنى بېرنوئىل تەڭلىمىسى دەپ ئاتايمىز. بۇنىڭدا، ئەگەر $y = 0$ بولسا دەل بىر جىنسلىق تەڭلىمە، $y = 1$ بولسا ئاجراتقىلى بولىدىغان تەڭلىمە ھېساپلىنىدۇ.بېرنوئىل تەڭلىمىسىنى يېشىشنىڭ ئۇسۇلى تۆۋەندىكىچە:

ئالدى بىلەن شەكىل ئۆزگەرتىمىز، يەنى $y^{-n}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + P(x)y^{1-n} = Q(x)$
بۇنىڭدا $y^{1-n} = z$ دەپ خاتىرىلىۋالساق، $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = (1-n)y^{-n}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ بولىدۇ.
شۇڭا $\dfrac{1}{1-n}\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = y^{-n}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ گە ئېرىشەلەيمىز.
بۇنى ئەسلىدىكى تەڭلىمىگە باغلىساق، $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + P(x)y = Q(x)y^n$ ئېرىشىمىزكى $\dfrac{1}{1-n}\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} + P(x)z = Q(x)$
شۇڭا $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = (1-n)P(x)z = (1-n)Q(x)$ دېمەك سىزىقلىق دىففېرېنسىئال تەڭلىمىگە ئايلاندۇردۇق.

4 ـ مەشىق

تەڭلىمە $x > 0$ $y(2) = -1,$ $y' + \frac{4}{x}y = x^3y^2$ نى يېشىڭ.

---

5 ـ مەشىق

تەڭلىمە $x > 0$ $y(2) = -1,$ $y' + \frac{4}{x}y = x^3y^2$ نى يېشىڭ.

666

6 ـ مەشىق

تەڭلىمە نى يېشىڭ.

1.2.3 تۆۋەنلەتكىلى دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

سالام ئەل يۇرت

1.3 يۇقىرى دەرىجىلىك سىزىقلىق دىففېرېنسىئال تەڭلىمە

1.3.1 يۇقىرى دەرىجىلىك تەڭلىمە

1.3.2 ئەيلېر تەڭلىمىسى

خۇسۇسىيەت 1.3.1: جۇڭگو نېفت ئۇنىۋېرسىتېتى

جۇڭگو نېفت ئۇنىۋېرسىتېتى مائارىپ مىنىستىرلىكى قارمىقىدىكى دۆلەتلىك مۇھىم ئۇنىۋېرسىتېت ، ئۇ دۆلەتنىڭ «211 تۈرى» نىڭ مۇھىم قۇرۇلۇشى ۋە «985 تۈر ئەۋزەللىكى ئىنتىزامى يېڭىلىق يارىتىش» نى تەرەققىي قىلدۇرۇش ئۈچۈن ئاسپىرانتلىق مەكتىپى قۇرغان ئۇنىۋېرسىتېتلارنىڭ بىرى.

$$f(x) - f(x_0) = \operatorname{grad} f(\xi)^\top (x - x_0)$$

تېئورما 1.3.1: جۇڭگو نېفت ئۇنىۋېرسىتېتى

جۇڭگو نېفت ئۇنىۋېرسىتېتى مائارىپ مىنىستىرلىكى قارمىقىدىكى دۆلەتلىك مۇھىم ئۇنىۋېرسىتېت ، ئۇ دۆلەتنىڭ «211 تۈرى» نىڭ مۇھىم قۇرۇلۇشى ۋە «985 تۈر ئەۋزەللىكى ئىنتىزامى يېڭىلىق يارىتىش» نى تەرەققىي قىلدۇرۇش ئۈچۈن ئاسپىرانتلىق مەكتىپى قۇرغان ئۇنىۋېرسىتېتلارنىڭ بىرى.

$$f(x) - f(x_0) = \operatorname{grad} f(\xi)^\top (x - x_0)$$

يېغىنچاقلاش

ئالدىنقى مەزمۇنلاردا سانلار قاتارى ھەققىدە مەزمۇنلار خاتىرلەنگەن ئىدى. بولۇپمۇ تەك ئايرىملىق سانلار ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ۋە تەك نىسبەتلىك سانلار ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ئۇستىدە تەپسىلىي نۇقتىلار يېزىلدى. ئەمدى بۇ باپتا قاتار ئۇقۇمى بىلەن تونۇشۇپ چىقىمىز. قاتار دېگەن نۇرغۇنلىغان ئېلمىنتلارنىڭ يىغىندىسىدىن تەركىپ تاپقان ئىپادە بولۇپ، پەكسىز قاتار بولسا پەكسىز ئېلمىنتلار قاتارىنى كۆرسىتىدۇ.

كۆرسەتمە

ئالدىنقى مەزمۇنلاردا سانلار قاتارى ھەققىدە مەزمۇنلار خاتىرلەنگەن ئىدى. بولۇپمۇ تەك ئايرىملىق سانلار ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ۋە تەك نىسبەتلىك سانلار ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ئۇستىدە تەپسىلىي نۇقتىلار يېزىلدى. ئەمدى بۇ باپتا قاتار ئۇقۇمى بىلەن تونۇشۇپ چىقىمىز. قاتار دېگەن نۇرغۇنلىغان ئېلمىنتلارنىڭ يىغىندىسىدىن تەركىپ تاپقان ئىپادە بولۇپ، چەكسىز قاتار بولسا چەكسىز ئېلمىنتلار قاتارىنى كۆرسىتىدۇ.

ئالدىنقى مەزمۇنلاردا سانلار قاتارى ھەققىدە مەزمۇنلار خاتىرلەنگەن ئىدى. بولۇپمۇ تەك ئايرىملىق *سانلار* ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ۋە تەك نىسبەتلىك سانلار ئارقىمۇ-ئارقىلىقى ئۇستىدە ~~تەپسىلىي~~ نۇقتىلار. ئەمدى بۇ باپتا قاتار ئۇقۇمى بىلەن تونۇشۇپ چىقىمىز.

7 ـ مەشىق

قاتار $\sum_{n=1}^{\infty}\left(n\sin\frac{1}{n}\right)^{n^3}$ يىغىلىشچانلىقىغا ھۆكۈم قىلىڭ.

شۇڭا $u_n=\left(n\sin\frac{1}{n}\right)^{n^3}$،

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(n\sin\frac{1}{n}\right)^{n^2}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}n\left(n\sin\frac{1}{n}-1\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{1}{n}-\frac{1}{n}}{\frac{1}{n^3}}}=e^{-\frac{1}{6}}<1$$

شۇڭا يىغىلىدۇ.

شۇنىڭ بىلەن

فۇنكسىيە قاتارى دېگىنىمىز ئومۇمىي ئەزاسى مەلۇم ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ فۇنكسىيىسى بولغان قاتارنى كۆرسىتىدۇ. فۇنكسىيە قاتارنىڭ شەكلىنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ:

فۇنكسىيە قاتارى دېگىنىمىز ئومۇمىي ئەزاسى مەلۇم ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ فۇنكسىيىسى بولغان قاتارنى كۆرسىتىدۇ. فۇنكسىيە قاتارنىڭ شەكلىنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ:

فۇنكسىيە قاتارى دېگىنىمىز ئومۇمىي ئەزاسى مەلۇم ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ فۇنكسىيىسى بولغان قاتارنى كۆرسىتىدۇ. فۇنكسىيە قاتارنىڭ شەكلىنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ:

فۇنكسىيە قاتارى دېگىنىمىز ئومۇمىي ئەزاسى مەلۇم ئۆزگەرگۈچى مىقدارنىڭ فۇنكسىيىسى بولغان قاتارنى كۆرسىتىدۇ. فۇنكسىيە قاتارنىڭ شەكلىنى تۆۋەندىكىدەك ئىپادىلەشكە بولىدۇ: