TP1 R5A12 Modélisation mathématique

Exercice 1

1 . $x|_1+2x|_2-x|_3=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$

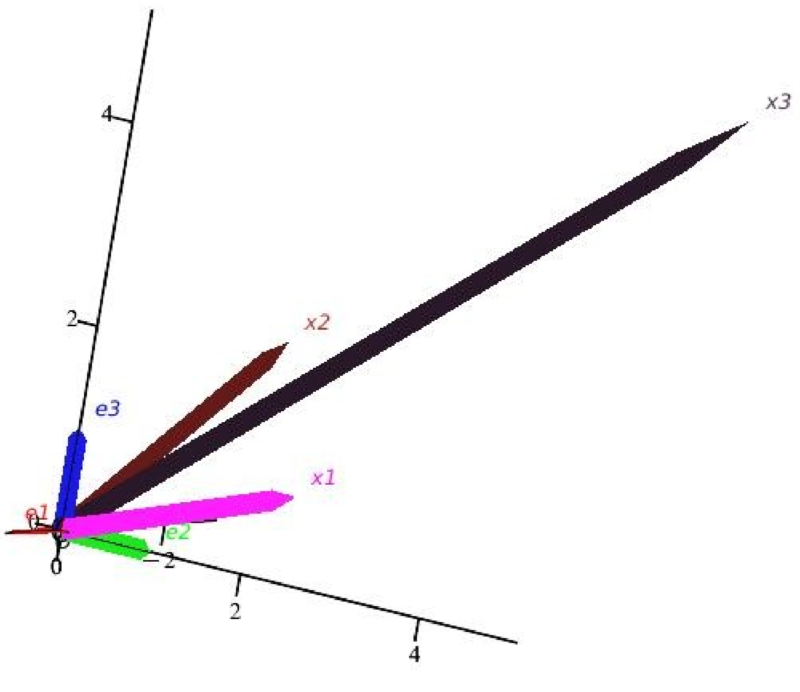
2. (x_1,x_2,x_3) est une suite libre

3 . $\begin{cases}a-2b=0\\3a+b=0\\a+2b=0\end{cases} \rightarrow \begin{cases}L1: & a-2b=0\\L2: & 3a+b=0\\L3+L1: & 2a=0\end{cases} \rightarrow a=0, b=-3a=0$ donc (x_1,x_2) est une suite libre

4. (x1, x2) est une suite libre donc le rang de (x1, x2, x3) est 2 et dimVect(x1, x2, x3) = 2.

5,

Graphique G1



6.

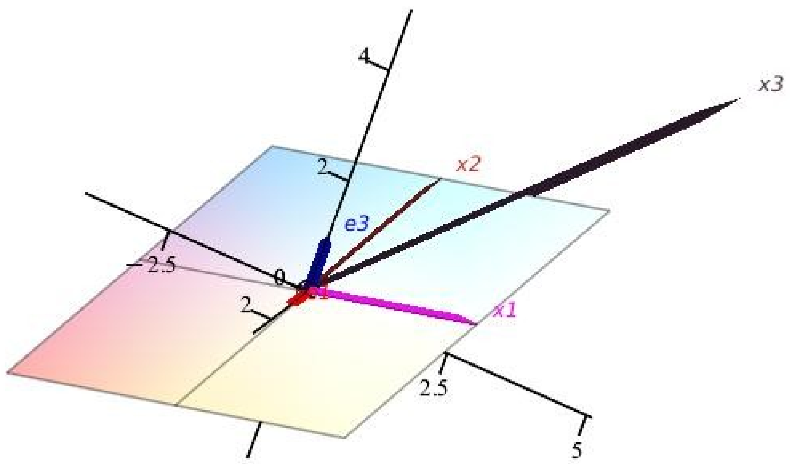
a) La suite (x_1,x_2,x_3) semble liée car les 3 vecteurs sont sur le même plan.

b) La suite (x_1,x_2) est libre car les 2 vecteurs ne sont pas colinéaires.

c) La dimension de $Vect(x_1,x_2,x_3) = 2$ car ils sont sur le même plan et non colinéaires.

7.

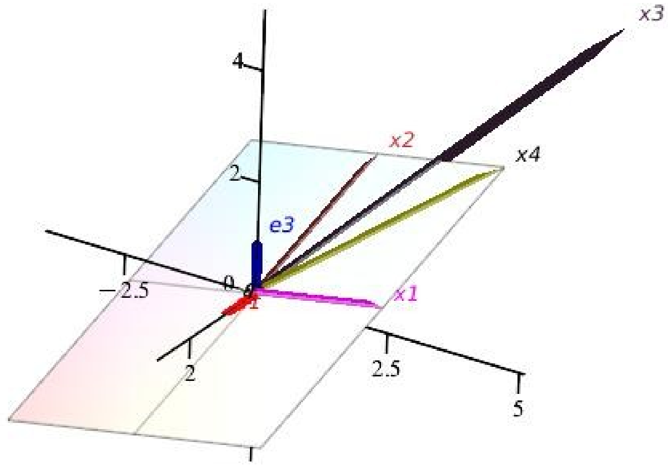
Graphique G2



8. $x|_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

9.

Graphique G3



10.

x4 est une combinaison linéaire de x_1, x_2 et x_3 , donc dimVect(x_1,x_2,x_3,x_4) = dimVect(x_1,x_2,x_3) = 2

La suite (x_1,x_2,x_3,x_4) est de dimension 2 car les 4 vecteurs sont sur le même plan et non colinéaires

11 .

Graphiquement , puisqu'ils ne sont pas sur le même plan ils n'appartiennent pas à Vect(x_1,x_2,x_3,x_4)

$$\begin{cases} a - 2b = 1 \\ 3a + b = 0 \\ a + 2b = 0 \end{cases}$$

L1 $\leftarrow$ L1 + L3

$$\begin{cases} a = 1/2 \\ 3a + b = 0 \\ a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1/2 \\ b = -3/2 \\ b = -1/4 \end{cases}$$

e_1 n'appartient pas à Vect(x_1,x_2,x_3,x_4)

Exercice 2

1. f(1,0) = $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

f(2,0) = $\begin{pmatrix} 4 \\ 24 \\ 2 \end{pmatrix}$

2f(1,0)= $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. f n'est pas une application linéaire car il existe un x = (1,0) tel que $f(2x) \neq 2f(x)$

Exercice 3

1. f(X) = $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2.

a. On a dim Ker f ≥ 1

b. dim Im f ≤ 2

c . f est injective

3.

$f(e_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$f(e_2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$f(e_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

4.

det([[1,1,0][0,1,1][1,0,-1]]) = 0 donc la suite est liée

5. Comme les vecteurs ne sont pas colinéaires , la dimension doit être 2

Une des base est ($f(e_1)$,$f(e_2)$)

6.

a) dim Im f = 2

b) dim Ker f = 1

c) X est une base de Ker f