

# La ecuación de Duffing

Rolando Salazar

<sup>1</sup> Universidad de Sonora. Hermosillo, Sonora.

28 de mayo de 2019

**R**esumen de la actividad 10 en la que se utiliza la ecuación de Duffing para representar el movimiento de un oscilador con amortiguamiento.

## 1. Introducción

En esta actividad se lleva a cabo la representación de un oscilador con amortiguamiento de coeficiente de elasticidad no lineal y al cual se le aplica un forzamiento periódico, mediante la ecuación de Duffing, la cual es una Ecuación Diferencial Ordinaria no Lineal de Orden 2 (EDONLO2). Para ello, se utiliza la función `.ode` de la biblioteca de python SciPy que permite encontrar soluciones numéricas a esta ecuación.

Además, la ecuación de Duffing nos permite hablar del fenómeno físico "histéresis", ya que su solución presenta una discontinuidad para la cual se pueden seguir rutas distintas. La histéresis es la tendencia de un material a conservar una propiedad aún en la ausencia de la causa de ésta. Este concepto se aplica a situaciones que no dependen solo de condiciones actuales, sino también de cómo se ha llegado a tales circunstancias.

La ecuación de Duffin es la siguiente:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \delta \frac{dx}{dt} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t)$$

donde  $\alpha$  es la rigidez,  $\beta$  es el no. de linealidad,  $\delta$  es el amortiguamiento,  $\gamma$  la amplitud de forzamiento y  $\omega$  la frecuencia de forzamiento. Todas son constantes. A continuación se presenta un arreglo físico para la ecuación de Duffing en la figura 1.

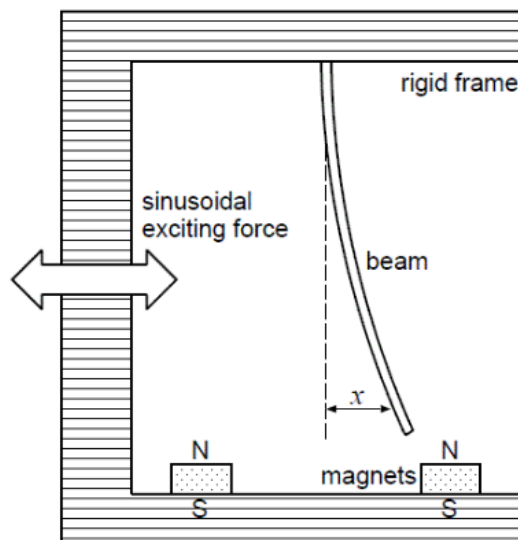


Figura 1: Arreglo físico para el oscilador de Duffing.

## 2. Desarrollo de la actividad 10

Primero, se solicitó replicar la figura 2 mediante soluciones numéricas de la ecuación de Duffing en python. Los resultados se muestran en la figura 3, tomando  $\alpha = \gamma = 1$  y  $\delta = 0,1$ .

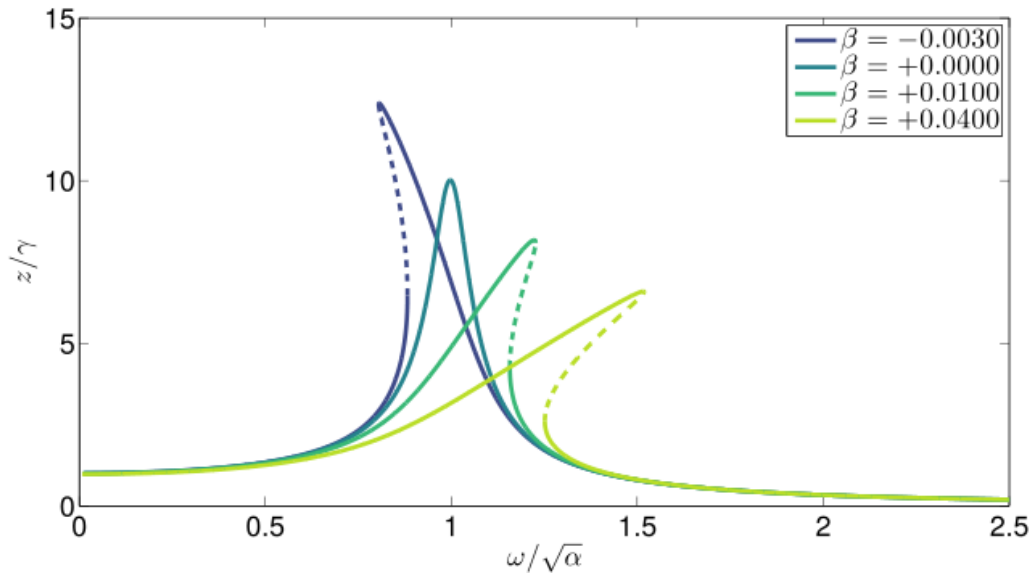


Figura 2: Gráfica a replicar.

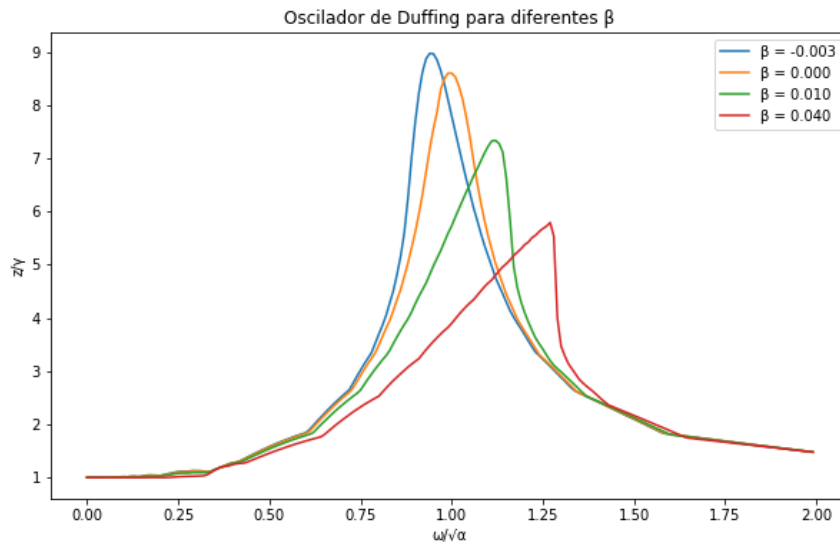


Figura 3: Réplica 1.

Después, se pidió algo similar a lo anterior, replicar la imagen de la figura 4 con las condiciones dadas ( $\alpha = \gamma = 1, \beta = 0,4, \delta = 0,1$ ). El resultado se muestra en la figura 5.

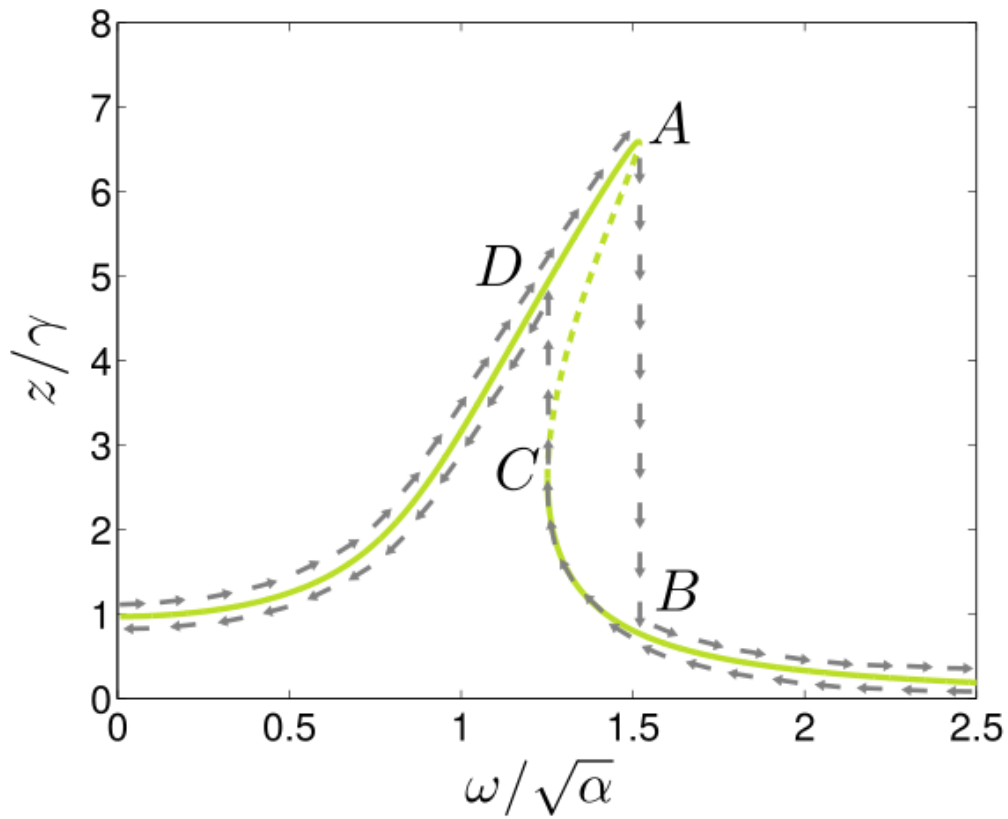


Figura 4: 2da gráfica a replicar.

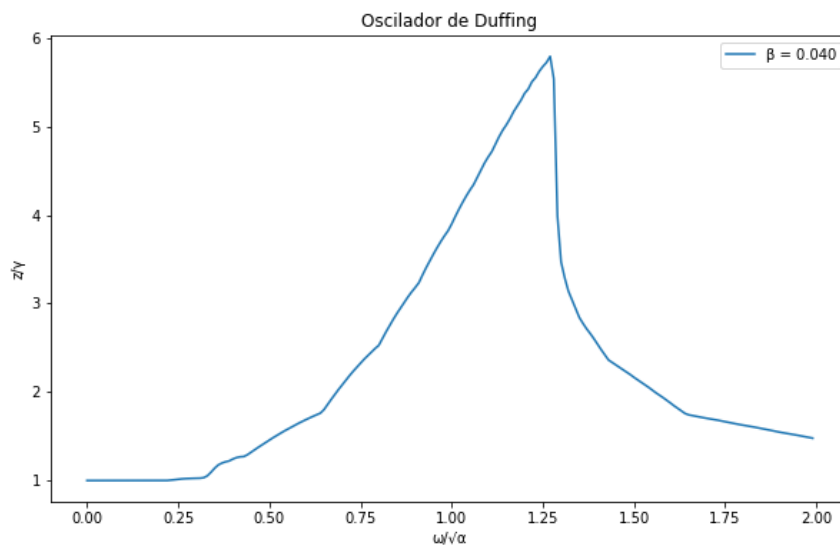


Figura 5: Réplica 2.

### 3. Conclusiones

En cuanto al uso de Python, se ha mostrado eficiente para esta tarea, ya que no requiere de mucha programación y tampoco de pruebas laboriosas para desarrollar el método que resuelve la ecuación de Duffing. Por otro lado, la

histéresis resulta un fenómeno muy importante, puesto que nos puede brindar información muy importante en sistemas físicos que la presentan.