

# FTML Exercices 1

Pour le 15 mars 2024

## TABLE DES MATIÈRES

1	Probabilités et statistiques	1
1.1	P1	1
1.1.1	Enoncé	1
1.2	P2	1
1.2.1	Enoncé	1
1.3	P3	2
1.3.1	Enoncé	2
1.4	P4	2
1.4.1	Enoncé	2
2	Calcul différentiel	2
2.1	C1	2
2.1.1	Enoncé	2

## 1 PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

### 1.1 P1

#### 1.1.1 Enoncé

Calculer l'espérance et la variance des variables aléatoires réelles suivantes.

—  $X_1$  de loi uniforme sur  $[0, 1]$ .

—  $X_2$  de loi uniforme sur  $[-1, 1]$ .

Le théorème de transfert est souvent utilisé pour réaliser ce type de calcul.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Law\\_of\\_the\\_unconscious\\_statistician](https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_the_unconscious_statistician)

### 1.2 P2

#### 1.2.1 Enoncé

Calculer l'espérance et la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire suivant

$$Y = (Y_1, Y_2) \quad (1)$$

où

—  $Y_1$  suit une loi de Bernoulli de paramètre  $p$

—  $Y_2$  suit une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ .

— On suppose  $Y_1$  et  $Y_2$  indépendantes.

### 1.3 P3

#### 1.3.1 Enoncé

Calculer l'espérance et la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire suivant

$$Z = (Z_1, Z_2) \quad (2)$$

où

- $Z_1$  suit une loi uniforme sur  $[1, 2]$
- $Z_2 = Z_1^2$ .

### 1.4 P4

#### 1.4.1 Enoncé

Le système musical occidental contient 12 notes. Un mode heptatonique contient 7 notes. Si je joue nombre  $n$  de notes au hasard, et de façon indépendante et équiprobable, au bout de combien de notes ai-je joué au moins une note hors du mode avec une probabilité supérieure à 0.9 ?

## 2 CALCUL DIFFÉRENTIEL

Nous ferons des rappels en cours sur les différentielles et les gradients d'applications, mais voici quelques exercices pour s'habituer à les manipuler. Vous pouvez trouver la définition du gradient à la section 1.3 de lecture\_notes.pdf ou utiliser d'autres sources qui vous conviennent.

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Gradient>  
<https://fr.wikipedia.org/wiki/Diff%C3%A9rentielle>

### 2.1 C1

#### 2.1.1 Enoncé

Calculer le gradient en tout point des applications suivantes.

$$f_1 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto 3 \end{cases}$$

$$f_2 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^3 + \sin y \end{cases}$$

$$f_3 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^3 \sin y \end{cases}$$

$$f_4 = \begin{cases} \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \|x\|_2^2 \end{cases}$$

où  $\|\cdot\|_2$  est la norme euclidienne dans  $\mathbb{R}^d$ .