FTML Exercices 1

Pour le 1er mars 2023

TABLE DES MATIÈRES

1 PROBABILITÉS ET STATISTIQUES

1.1 P1

1.1.1 *Enoncé*

Calculer l'espérance et la variance des variables aléatoires réelles suivantes.

— X_1 de loi uniforme sur $[0, 1]$.

— X_2 de loi uniforme sur $[-1, 1]$.

Le théorème de transfert est souvent utilisé pour réaliser ce type de calcul.
https://en.wikipedia.org/wiki/Law_of_the_unconscious_statistician

1.2 P2

1.2.1 *Enoncé*

Calculer l'espérance et la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire suivant

$$Y = (Y_1, Y_2) \tag{1}$$

où

— Y_1 suit une loi de Bernoulli de paramètre p

— Y_2 suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$.

— On suppose Y_1 et Y_2 indépendantes.

1.3 P3

1.3.1 *Enoncé*

Calculer l'espérance et la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire suivant

$$Z = (Z_1, Z_2) \tag{2}$$

où

— Z_1 suit une loi uniforme sur $[1, 2]$
— $Z_2 = Z_1^2$.

1.4 P4

1.4.1 *Enoncé*

Le système musical occidental contient 12 notes. Un mode heptatonique contient 7 notes. Si je joue nombre n de notes au hasard, et de façon indépendante et équiprobable, au bout de combien de notes ai-je joué au moins une note hors du mode avec une probabilité supérieure à 0.9 ?

2 CALCUL DIFFÉRENTIEL

Nous ferons des rappels en cours sur les différentielles et les gradients d'applications, mais voici quelques exercices pour s'habituer à les manipuler. Vous pouvez trouver la définition à la section 1.3 de lecture_notes.pdf ou utiliser d'autres sources qui vous conviennent.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Gradient
https://fr.wikipedia.org/wiki/Diff%C3%A9rentielle

2.1 C1

2.1.1 *Enoncé*

Calculer le gradient en tout point des applications suivantes.

$$f_1 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto 3 \end{cases}$$

$$f_2 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^3 + \sin y \end{cases}$$

$$f_3 = \begin{cases} \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto x^3 \sin y \end{cases}$$

$$f_4 = \begin{cases} \mathbb{R}^d \to \mathbb{R} \\ x \mapsto ||x||_2^2 \end{cases}$$

où $||.||_2$ est la norme euclidienne dans $\mathbb{R}^d$.