

专 业、班 级
学 号
姓 名

①  
②  
③  
④  
⑤

3. 已知  $f(x,y)=\int_0^{xy}e^{-t^2}dt$ , 求  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}-\frac{y}{x}\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ .

4. 计算二重积分  $\iint_D\ln(1+x^2+y^2)dxdy$ , 其中是  $D$  由曲线  $x^2+y^2=1$  围成的区域.

5. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv$ , 其中是  $\Omega$  由球面  $x^2+y^2+z^2=1$  围成的闭区域.

6. 计算由曲面  $x^2+y^2+z^2=2az(a>0)$  和  $x^2+y^2=z^2$  所围成的立体的体积. (分别给出二重积分和三重积分的计算方式)

7. 计算  $\int_L(x+y)ds$ , 其中  $L$  为连接 (1,0) 和 (0,1) 两点的直线段.

8. 计算  $\int_Lxydx$ , 其中  $L$  为圆周  $(x-a)^2+y^2=a^2(a>0)$  及  $x$  轴所围成的在第一象限区域的整个边界(按顺时针方向). (给出两种方法)

9. 计算  $\iint_{\Sigma}xz^2dydz$ , 其中  $\Sigma$  为上半球面  $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$  的上侧. (给出两种方法)

10. 设生产某种产品必须投放两种原材料,  $x$  和  $y$  分别为两原材料的投入量,  $Q$  为产出量, 其关系为  $Q=2xy^2$ , 假设两种原材料的价格分别为  $p_1$  和  $p_2$ , 当产出量为 12 时, 两种原材料各投入多少使得投入的总费用最小?