

Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Laboratorio N° 4

“Circuito Filtro Pasabanda”

32

Integrantes

Britez, Fabio

Corvalán, Abel

Rodriguez, Facundo Nicolas

Docente Ing. Pablo Ferreyra

Córdoba, República Argentina
21 de diciembre de 2023

Índice

1. Introducción	2
2. Diseño de filtros	3
2.1. Aproximación de las funciones de atenuación	3
2.2. Síntesis del filtro	3
2.2.1. Diseño de la etapa pasabajo	3
2.3. Diseño filtro pasa-alto	7
2.4. Sensibilidad de la frecuencia del polo de cada bicuadrática (ω_p) y del ancho de banda (ω_p / Q_p)	10
2.5. Peor desviación (elementos con una tolerancia del 10 %) y simulación de Montecarlo . . .	11
3. Simulación	13
3.1. Respuesta en frecuencia, caída de -3dB	14
3.2. Mediciones	15

1. Introducción

Un filtro activo es un filtro electrónico analógico distinguido por el uso de uno o más componentes activos, que lo diferencia de los filtros pasivos que solamente usan componentes pasivos. Estos filtros son particularmente distinguidos por utilizar amplificadores operacionales en donde se utilizan sus realimentaciones para sintetizar las funciones de transferencia que definirán el filtro con pocos componentes y sin necesidad de bobinas. En este trabajo práctico, vamos a diseñar un filtro a partir del diagrama de Bode y de la función de transferencia de la Figura 1.

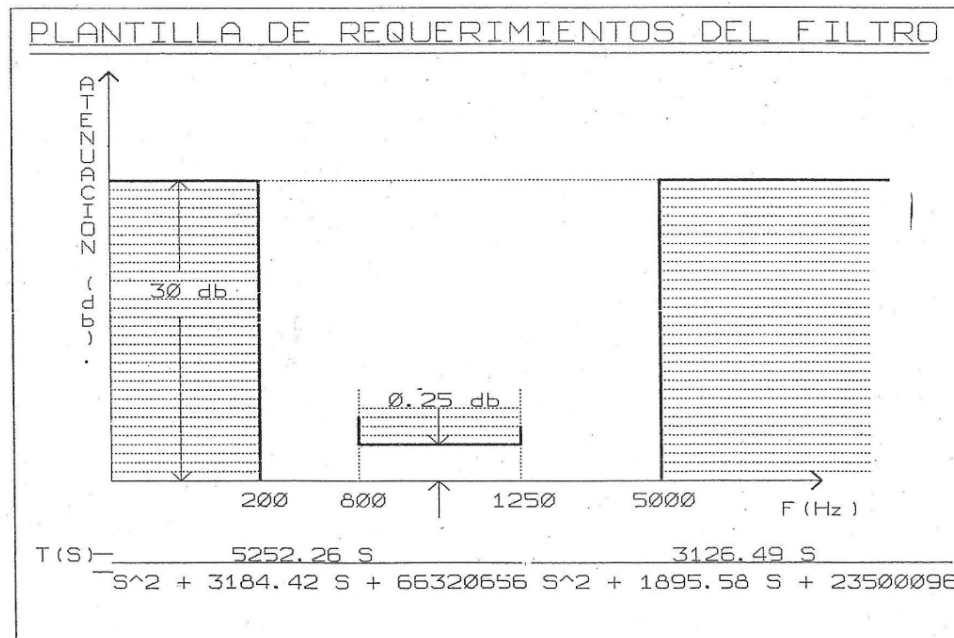


Figura 1: Diagrama de Bode del filtro a sintetizar y función de transferencia.

2. Diseño de filtros

2.1. Aproximación de las funciones de atenuación

Para obtener la función de transferencia del filtro pasa banda, buscaremos simular este comportamiento mediante el acoplamiento de 2 filtros, uno pasa bajo y otro pasa alto. Para ello se empleó un código en matlab que se encuentra en el Anexo del presente informe.

Anexo: Script MATLAB

```
%SRA - Trabajo Practico de Laboratorio N°4
clc;
clear;
close all;

%% Parametros de Entrada
fp=[800 1250]; %Banda de Paso [Hz]
fs=[200 5000]; %Banda de Rechazo [Hz]
Wp=2*pi*fp; %Banda de Paso [rad/s]
Ws=2*pi*fs; %Banda de Rechazo [rad/s]
Ap=0.25; %Atenuacion maxima en Banda de Paso [dB]
As=30; %Atenuacion minima en Banda de Rechazo [dB]

%% Calculo de FT
[n,Wp]=cheblord(Wp,Ws,Ap,As,'s');
[num,den]=cheby1(n,Ap,Wp,'s');
Filtro=tf(num,den) %Funcion de transferencia calculada
[sos,g] = tf2sos(num,den); %Descomponemos en bicuadraticas
%Implementacion como PasaAlto/PasaBajo
PasaBajo=tf(2*g*sos(1,1:3),sos(1,4:6))
PasaAlto=tf(1/2*sos(2,1:3),sos(2,4:6))

%% Graficos
figure;
hold on;
%Especificaciones Filtro
plot([fs(1)/10 fs(1) fs(1)],[-As -As -Ap],'Color','r','LineWidth',3);
plot([fs(2) fs(2) fs(2)*10],[-Ap -As -As],'Color','r','LineWidth',3);
plot([fp(1) fp(1) fp(2) fp(2)],[-As -Ap -Ap -As],'Color','g','LineWidth',3);

%Filtro
h = bodeplot(Filtro);
p = getoptions(h);
p.PhaseVisible='off';
p.FreqUnits='Hz';
p.Grid='on';
setoptions(h,p);
bode(PasaBajo);
bode(PasaAlto);
```

Figura 2: Anexo Script Matlab

Las funciones de transferencias obtenidas en MatLab:

Como se ve, se sintetizan dos etapas, un filtro pasabajo y un filtro pasa-alto que al conectar en cascada forman el filtro pasabanda final.

2.2. Síntesis del filtro

2.2.1. Diseño de la etapa pasabajo

Buscamos diseñar un circuito que permite obtener una función de transferencia de la forma:

$$F_{PB} = \frac{32840000}{s^2 + 3184s + 66320000}$$

$$F_{PB} = \frac{k\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

$$\omega_p = 8143,7$$

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = 3184$$

$$Q_p = 2,56$$

```

Command Window

Filtro =

          1.642e07 s^2
-----
s^4 + 5080 s^3 + 9.586e07 s^2 + 2.006e11 s + 1.559e15

Continuous-time transfer function.

PasaBajo =

          3.284e07
-----
s^2 + 3184 s + 6.632e07

Continuous-time transfer function.

PasaAlto =

          0.5 s^2
-----
s^2 + 1896 s + 2.35e07

Continuous-time transfer function.

fx >>

```

Figura 3: Función de transferencia obtenidas

$$k = 0,49$$

Para armar este filtro utilizamos el esquema de la Figura 2.

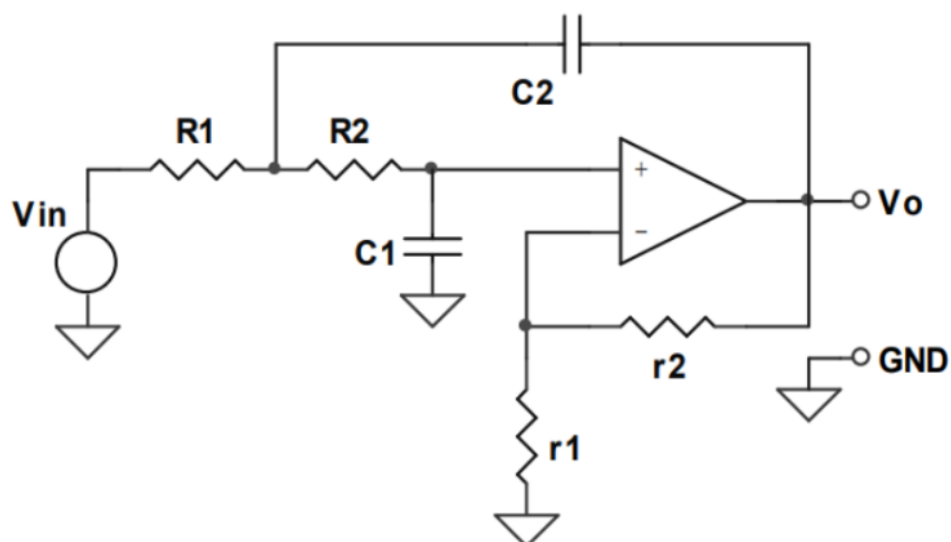


Figura 4: Figura 2: Esquema del filtro pasa bajo.

Analizando la malla de entrada del terminal positivo, se obtiene la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + SC_1 & \frac{-1}{R_2} \\ \frac{-1}{R_2} & R_1 + R_2 + SC_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} v^+ \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ SC_2 V_0 + \frac{1}{R_1} V_{in} \end{bmatrix}$$

Tomando $R_1=R_2=R$ y $C_1=C_2=C$ se obtiene:

$$T_{FB} = \left(\frac{v^+}{v_o} \right)_{v_i=0} = \frac{\frac{sC}{R}}{\frac{1}{R^2} + \frac{3sC}{R} + s^2 C^2}$$

$$T_{FB} = \frac{\frac{s}{RC}}{\left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2}$$

obteniendo

$$N_{FB} = \frac{s}{RC}$$

$$D = \left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2$$

Analogamente

$$T_{FF} = \left(\frac{v^+}{v_i} \right)_{v_o=0} = \frac{\frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R^2} + \frac{3sC}{R} + s^2 C^2}$$

$$T_{FF} = \frac{\left(\frac{1}{RC} \right)^2}{\left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2}$$

Obteniendo

$$N_{FF} = \left(\frac{s}{RC} \right)^2$$

Entonces

$$T(s) = \frac{kN_{FF}}{D - kN_{FB}} = \frac{\frac{k}{R^2 C^2}}{s^2 + \frac{(3-k)}{RC} s + \left(\frac{1}{RC} \right)^2}$$

Igualando los coeficientes con la función de transferencia obtenida, obtenemos:

$$\omega_p^2 = 66320000 = \left(\frac{s}{RC} \right)^2$$

$$\frac{1}{RC} = 8143,7$$

Si $C=1F$

$$R = 1,22 \times 10^4 - 4 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Por otro lado

$$\frac{3-k}{RC} = \frac{\omega_p}{Q_p}$$

$$k = 2,61$$

A su vez

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

tomando $r_2=10k\Omega$

$$r_1 = \frac{r_2}{k-1}$$

$$r1 = 6210\Omega$$

Por último, para ajustar la ganancia, como se obtuvo teóricamente un valor de $K = 0,49$ (lo cual es distinto a 2,61) debemos colocar un atenuador a la entrada:

$$\frac{32840000}{2,61 * 66340000} = 0,19$$

$$\frac{R_B R_A}{R_A + R_B} = R$$

$$\frac{R_B}{R_A + R_B} = 0,19 \quad (1)$$

$$R_A = \frac{R}{0,19} = \frac{1,22 \cdot 10^{-4}[\Omega]}{0,19} \quad (2)$$

$$R_A = 6,43 \cdot 10^{-4}[\Omega] \quad (3)$$

$$R_B = \frac{R}{1 - 0,19} \quad (4)$$

$$R_B = 1,5 \cdot 10^{-4}[\Omega] \quad (5)$$

De esta forma, se obtienen todos los valores necesarios para conformar el filtro, sin embargo, estos valores resultan inconvenientes. Es por ello que escalearemos los resultados obtenidos en un factor de 10⁷:

$$R = 1220$$

$$R_A = 6430$$

$$R_B = 1500$$

$$C = 100nF$$

Por lo tanto nuestro filtro queda:

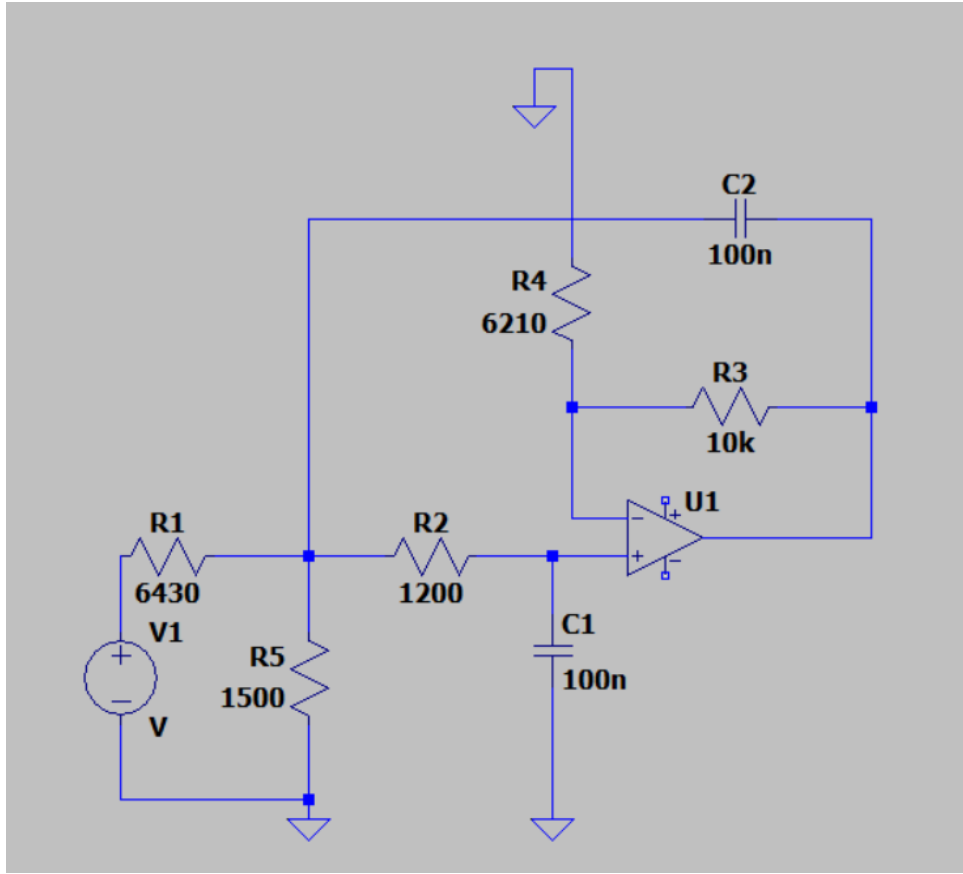


Figura 5: Figura 2: Circuito filtro pasa bajo.

2.3. Diseño filtro pasa-alto

Ahora, buscamos diseñar un circuito que permite obtener una función de transferencia de la forma:

$$F_{PA} = \frac{0,5s^2}{s^2 + 1896s + 23500000}$$

Igualamos los coeficientes con la función de transferencia que describe un filtro pasa altos dada por:

$$F_{PA} = \frac{ks^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

Entonces

$$\omega_p = 4847,7$$

$$Q_p = 2,44$$

$$K = 0,5$$

Para armar este filtro utilizamos el siguiente modelo:

Analizando la malla de entrada del terminal positivo, se tiene la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + SC_2 & -SC_2 \\ -SC_2 & \frac{1}{R_1} + SC_1 + SC_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} v^+ \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ SC_1 V_{in} + \frac{1}{R_1} V_o \end{bmatrix}$$

Tomando $R_1=R_2=R$ y $C_1=C_2=C$ se obtiene:

Obteniendo

$$N_{FB} = \frac{s}{RC}$$

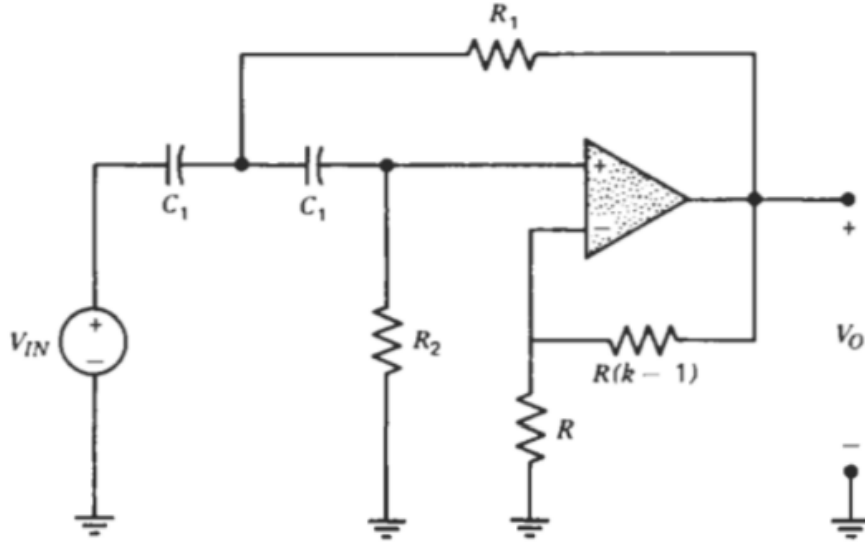


Figura 6: Esquema del filtro pasa alto.

$$T_{FB} = \left(\frac{v^+}{v^-} \right)_{v_o=0} = \frac{\frac{sC}{R}}{s^2C^2 + 3\frac{sC}{R} + \frac{1}{R'}}$$

$$T_{FB} = \frac{\frac{s}{RC}}{\left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2}$$

Figura 7: Función de transferencia del filtro pasa bajo

$$D = \left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2$$

Analogamente

$$T_{FF} = \left(\frac{v^+}{v^-} \right)_{v_o=0} = \frac{\frac{1}{R^2}}{\frac{1}{R^2} + \frac{3s}{R} + s^2C^2}$$

$$T_{FF} = \frac{\left(\frac{1}{RC} \right)^2}{\left(\frac{1}{RC} \right)^2 + \frac{3s}{RC} + s^2}$$

Obteniendo

$$N_{FF} = \left(\frac{s}{RC} \right)^2$$

Entonces

$$T(s) = \frac{kN_{FF}}{D - kN_{FB}} = \frac{\frac{k}{R^2C^2}}{s^2 + \frac{(3-k)}{RC}s + \left(\frac{1}{RC} \right)^2}$$

Igualando los coeficientes con la función de transferencia obtenida, obtenemos:

$$\omega_p^2 = 235000000 = \left(\frac{s}{RC} \right)^2$$

$$\frac{1}{RC} = 4847,7$$

Si C=1F

$$R = 2,063 \times 10^4 [\Omega]$$

Por otro lado

$$\frac{3-k}{RC} = \frac{\omega_p}{Q_p}$$

$$k = 2,59$$

A su vez

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

tomando $r_2=10k\Omega$

$$r_1 = \frac{r_2}{k-1}$$

$$r_1 = 6210\Omega$$

Por último, para ajustar la ganancia, como se obtuvo teóricamente un valor de $K = 0,50$ (lo cual es distinto a 2,59) debemos colocar un atenuador a la entrada:

$$G_{AT} = \frac{0,5}{2,59} = 0,19$$

$$\frac{R_B R_A}{R_A + R_B} = \frac{1}{sC}$$

$$\frac{R_B}{R_A + R_B} = 0,19 \quad (6)$$

$$R_A = \frac{1}{sC0,19} = \frac{1}{s0,19} \quad (7)$$

R_A es la impedancia de un capacitor de 0.19 [F]

$$C_A = 0,19[F] \quad (8)$$

$$R_B = \frac{R_A}{\frac{1}{s0,19-1}} \quad (9)$$

$$R_B = \frac{1}{s0,19} 0,24 \quad (10)$$

R_B es la impedancia de un capacitor de 0.81[F]

$$C_B = 0,81[F] \quad (11)$$

De esta forma, se obtienen todos los valores necesarios para conformar el filtro, sin embargo, estos valores resultan inconvenientes. Es por ello que escalearemos los resultados obtenidos en un factor de 10 8:

$$R = 20,63[k\Omega]$$

$$C_A = 1,9[nF]$$

$$C_B = 0,81[nF]$$

$$C = 10[nF]$$

Por lo tanto nuestro filtro queda:

En conjunto se obtiene el siguiente filtro pasa-banda.

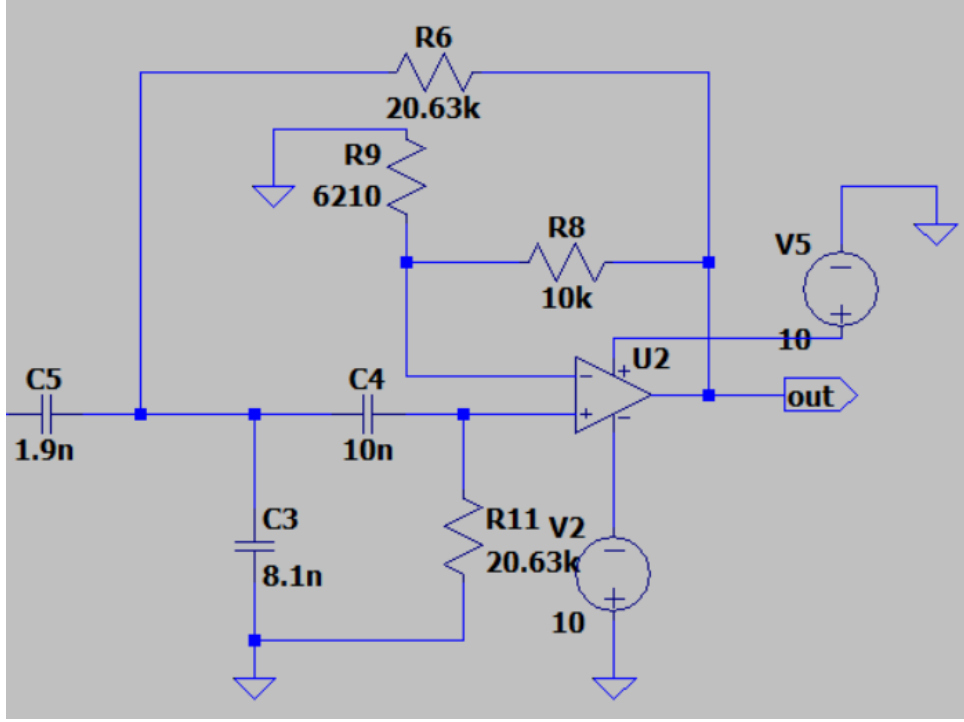


Figura 8: Figura 2: Circuito filtro pasa alto.

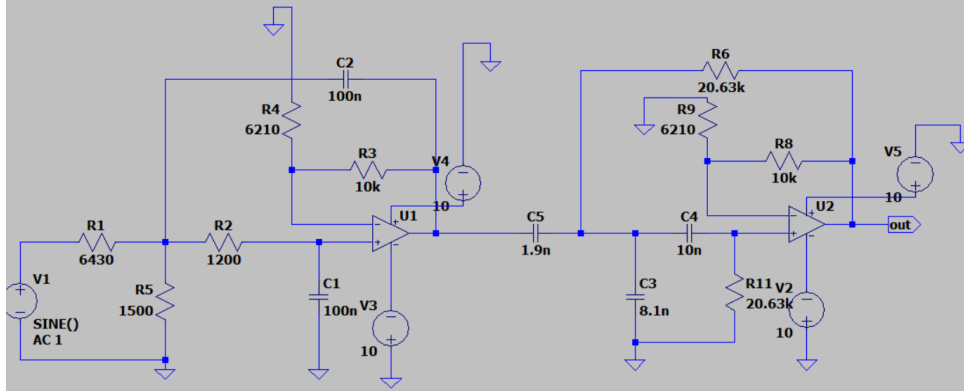


Figura 9: Figura 2: Circuito filtro pasa banda.

2.4. Sensibilidad de la frecuencia del polo de cada bicuadrática (ω_p) y del ancho de banda (ω_p / Q_p)

Se calcula la sensibilidad respecto a la frecuencia. Se desarrolla lo siguiente:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (12)$$

Dado que la sensibilidad se calcula como:

$$\lim_{\Delta R_1 R_2 C_1 C_2 \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta \omega_p}{\omega_p}}{\frac{\Delta R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{\omega_p} \cdot \frac{\partial \omega_p}{\partial R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (13)$$

$$(S_{R_1})^{\omega_p} = (S_{R_2})^{\omega_p} = (S_{C_1})^{\omega_p} = (S_{C_2})^{\omega_p} = -\frac{1}{2} \quad (14)$$

Se tiene que ante una variación unitaria del valor de cualquier componente, se tiene una variación de la frecuencia a la mitad de su valor. Este concepto se aplica tanto para la topología del filtro pasa alto como para la topología del filtro pasa bajo.

Para el ancho de banda se tiene:

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{3-k}{RC} \quad (15)$$

Se tiene que el valor de k, es dado por:

$$k = 1 + \frac{r_2}{r_1} \quad (16)$$

Se reemplaza en la fórmula del ancho banda.

$$\frac{\omega_p}{Q_p} = \frac{2 - \frac{r_2}{r_1}}{RC} \quad (17)$$

$$S_{R,C,r_1,r_2}^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = \lim_{\Delta RC r_1 r_2 \rightarrow 0} \frac{RC r_1 r_2}{\frac{\omega_p}{Q_p}} \cdot \frac{\frac{\omega_p}{Q_p}}{\partial RC r_1 r_2} \quad (18)$$

$$S_{R^{\frac{\omega_p}{Q_p}}} = \frac{R}{\frac{2 - \frac{r_2}{r_1}}{RC}} \cdot (-1) R^{-2} \frac{2 - \left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{C} \quad (19)$$

$$S_R^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = -1 \quad (20)$$

Además se tiene:

$$S_C^{\frac{\omega_p}{Q_p}} = -1 \quad (21)$$

Se concluye que ante una variación unitaria de cualquier valor de los componentes, se tiene una variación en uno del ancho de banda.

2.5. Peor desviación (elementos con una tolerancia del 10 %) y simulación de Montecarlo

Para realizar el análisis considerando la desviación se analizará el caso para cuando todos los componentes tienen un valor equivalente al 90 % y 110 % con una señal de $f = 1KHz$ y $Amplitud = 10mV$

Se realiza el cálculo de la dispersión de los componentes del circuito.

	Valores normales	10.00%	110.00%	90.00%
R1 [ohm]	6430	643	7073	5787
R2 [ohm]	1200	120	1320	1080
R5 [ohm]	1500	150	1650	1350
C1 [nF]	100	10	110	90
C2 [nF]	100	10	110	90
R4 [ohm]	6210	621	6831	5589
R3 [ohm]	10000	1000	11000	9000
C5 [nF]	1.9	0.19	2.09	1.71
C3 [nF]	8.1	0.81	8.91	7.29
C4 [nF]	10	1	11	9
R11 [ohm]	20630	2063	22693	18567
R6 [ohm]	20630	2063	22693	18567
R9 [ohm]	6210	621	6831	5589
R8 [ohm]	10000	1000	11000	9000

Figura 10: Dispersión del 10 % de valores de componentes

Se realiza la simulación con el valor máximo de dispersión de los componentes (90 %). Se mide la tensión de entrada y salida.



Figura 11: Esquema.

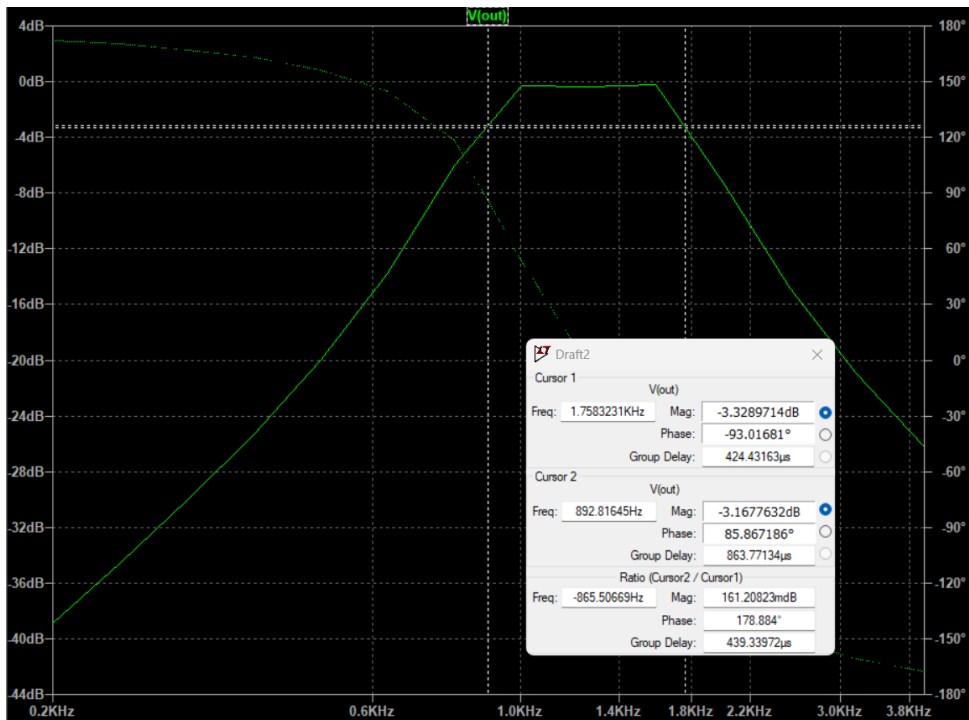


Figura 12: Diagrama de Bode con dispersión de 90 por ciento de valores de componentes

Se grafica el diagrama de bode en estas condiciones.

Se tiene -384m dB en la banda de paso. El nuevo ancho de banda se encuentra entre el rango de frecuencias de $f_1 = 892Hz$ - $f_2 = 1,76KHz$. En estos valores de frecuencia se tiene la caída de $-3dB$.

Luego se realiza la simulación considerando el 110% los valores de los componentes. Se mide la tensión de entrada y salida.

Se grafica el diagrama de bode en estas condiciones. Se tiene -52,1m dB en la banda de paso. El nuevo ancho de banda se encuentra entre el rango de frecuencias de $f_1 = 594Hz$ - $f_2 = 1,15KHz$. En

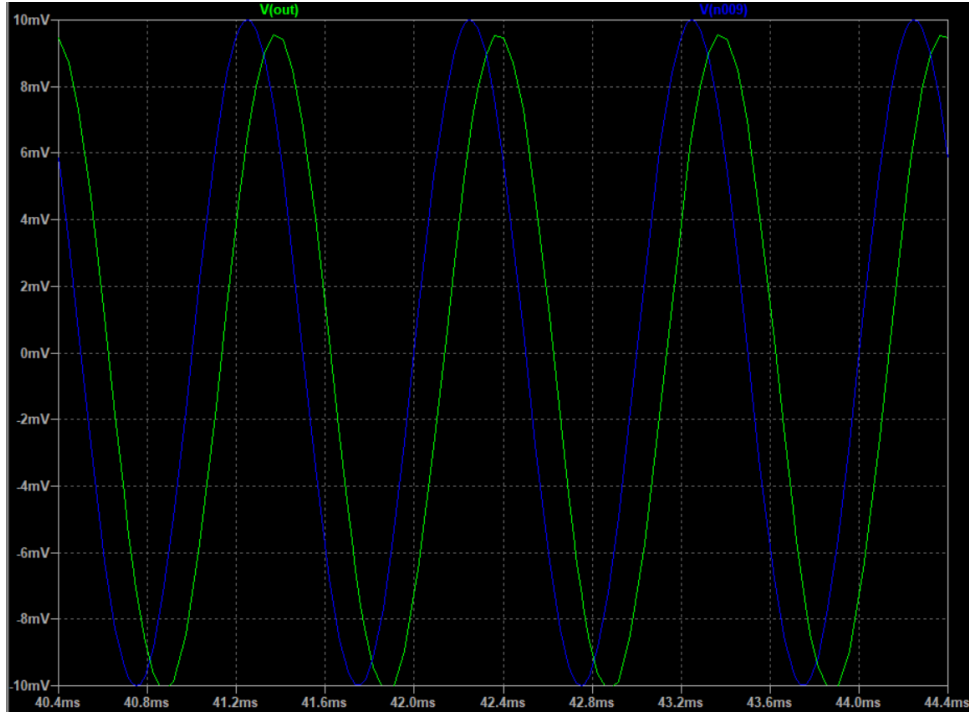


Figura 13: Diagrama de Bode con dispersión de 90 % de valores de componentes

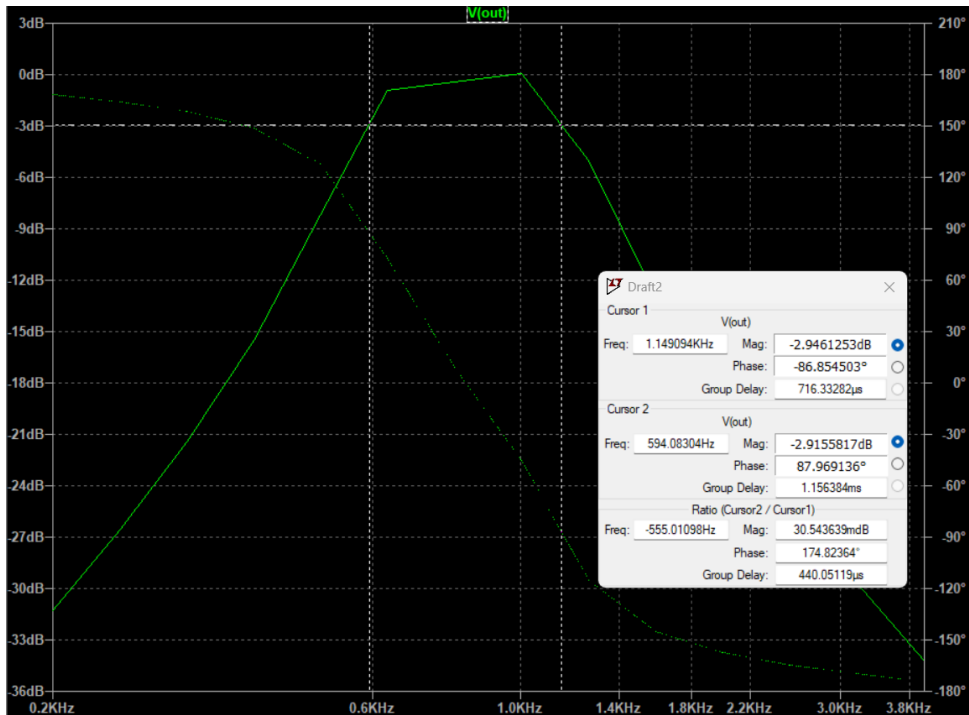


Figura 14: Diagrama de Bode con dispersión de 90 % de valores de componentes

estos valores de frecuencia se tiene la caída de $-3dB$.

Se realiza el análisis de Monte Carlo con 10 iteraciones de simulación.

3. Simulacion

Realizamos la simulacion en LTSpice, la cual arrojo los siguientes resultados.

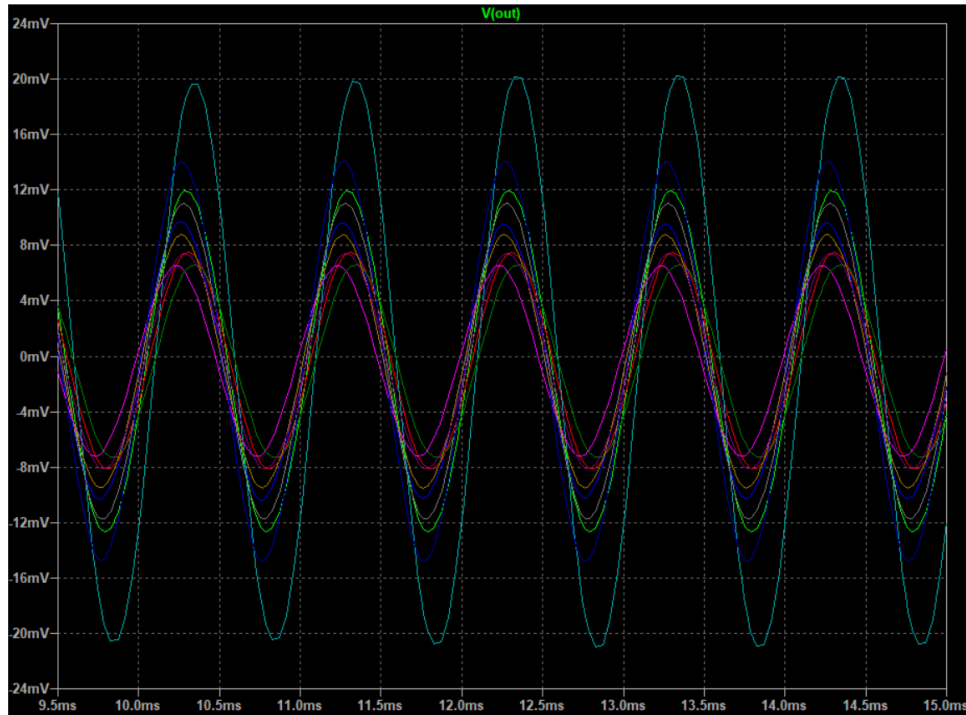


Figura 15: Señal de salida en simulación de Monte Carlo.

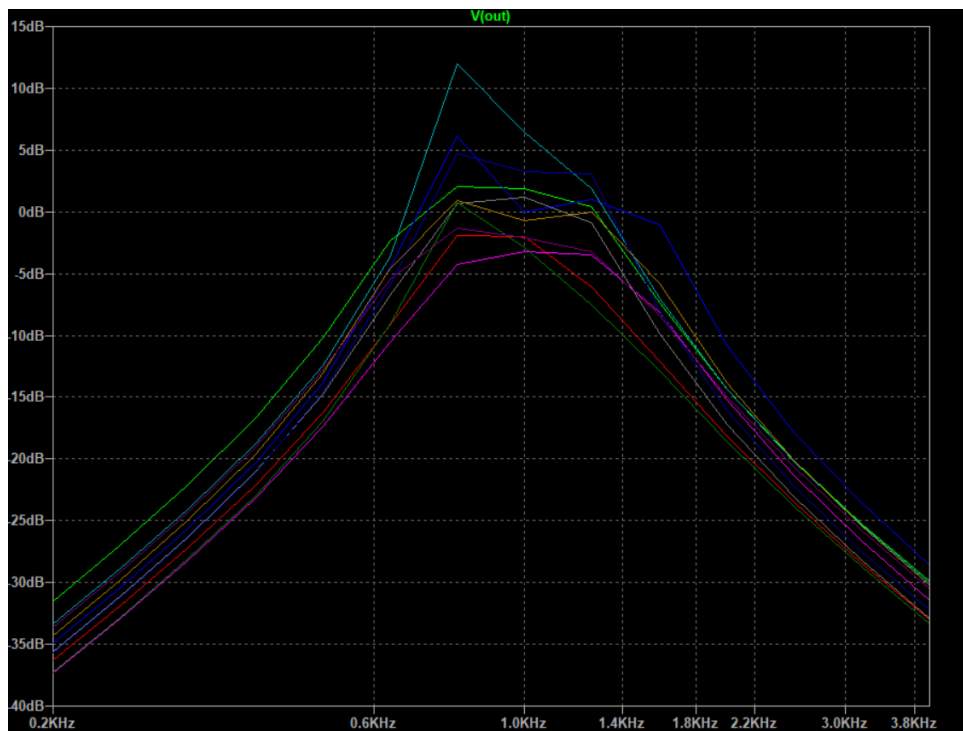


Figura 16: Diagrama de Bode para simulación de Monte Carlo.

3.1. Respuesta en frecuencia, caída de -3dB

El diagrama de Bode obtuvo unas frecuencias de corte a -3dB en 723 Hz y 1.4 kHz.

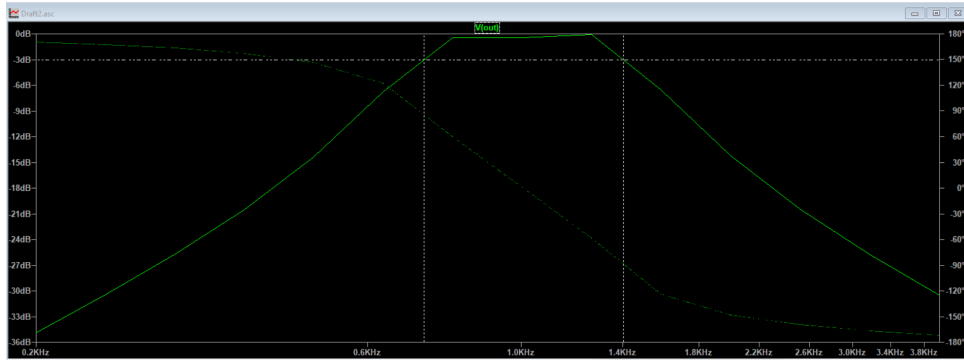


Figura 17: Diagrama de bode filtro pasabanda.

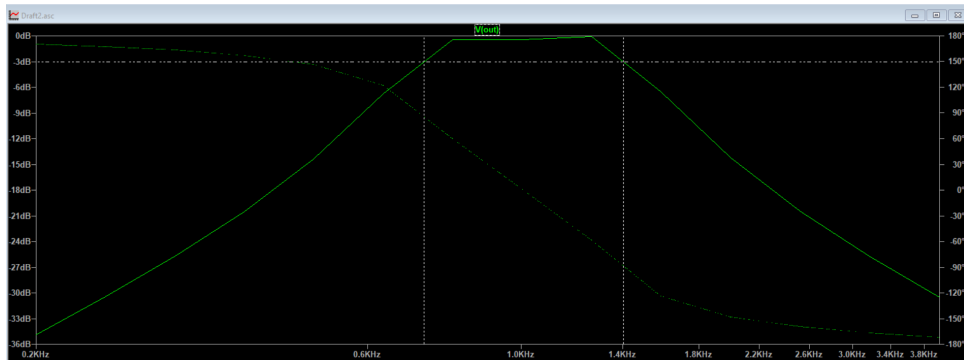


Figura 18: Diagrama de bode filtro pasabanda.

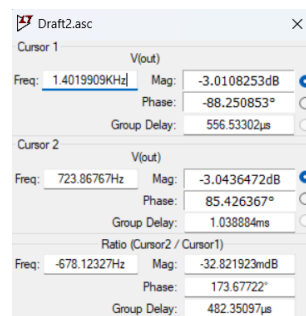


Figura 19: Caída de -3dB.

3.2. Mediciones

Se realizan las mediciones del circuito implementado. Se mide la diferencia de tiempo entre la señales de entrada y salida para luego calcular el desfasaje total.

- Para $f = 1KHz$.

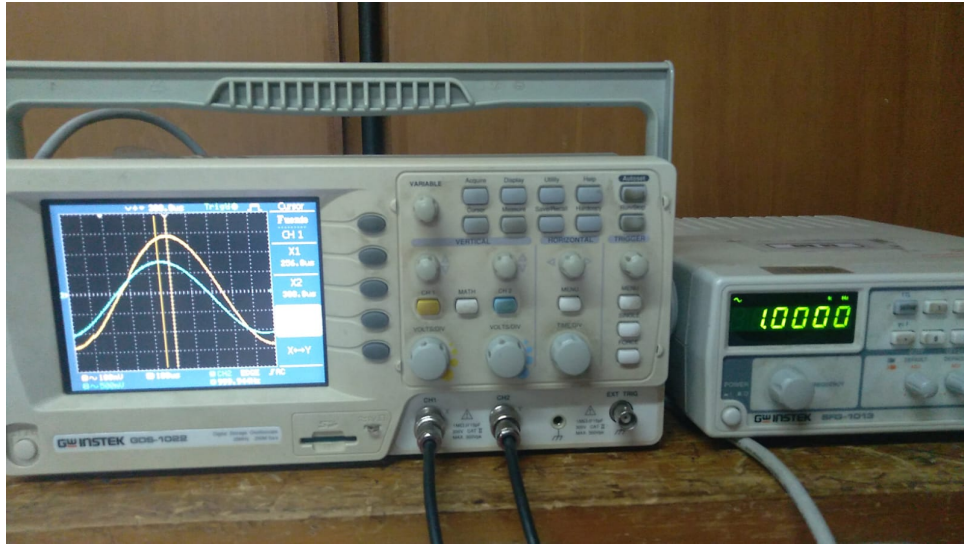


Figura 20: Medición a 1KHz

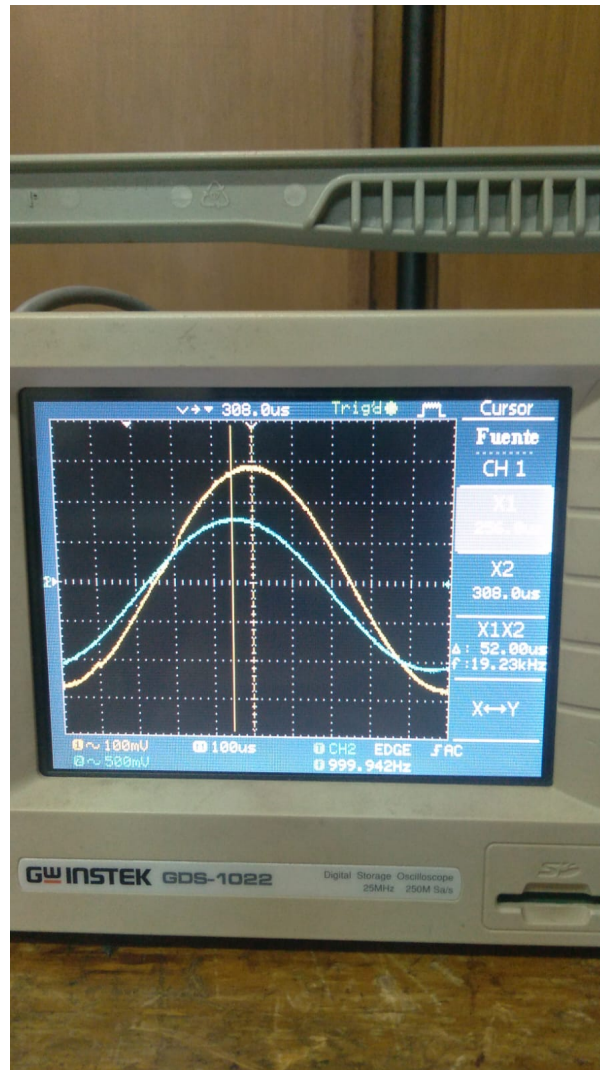


Figura 21: Medición de tiempo desfasaje 1KHz

Para este caso se inyecta una señal de $f = 1KHz$. Se mide un tiempo de $t_d = 31,6\mu s$.

$$\Phi = \frac{t_d}{t_p} 360$$

$$\Phi = \frac{52\mu s}{1ms} 360 = 18,72$$

Contrastado con la simulación se tiene que es desfase es aproximadamente $\Phi = 0$, como se observa en la siguiente figura.

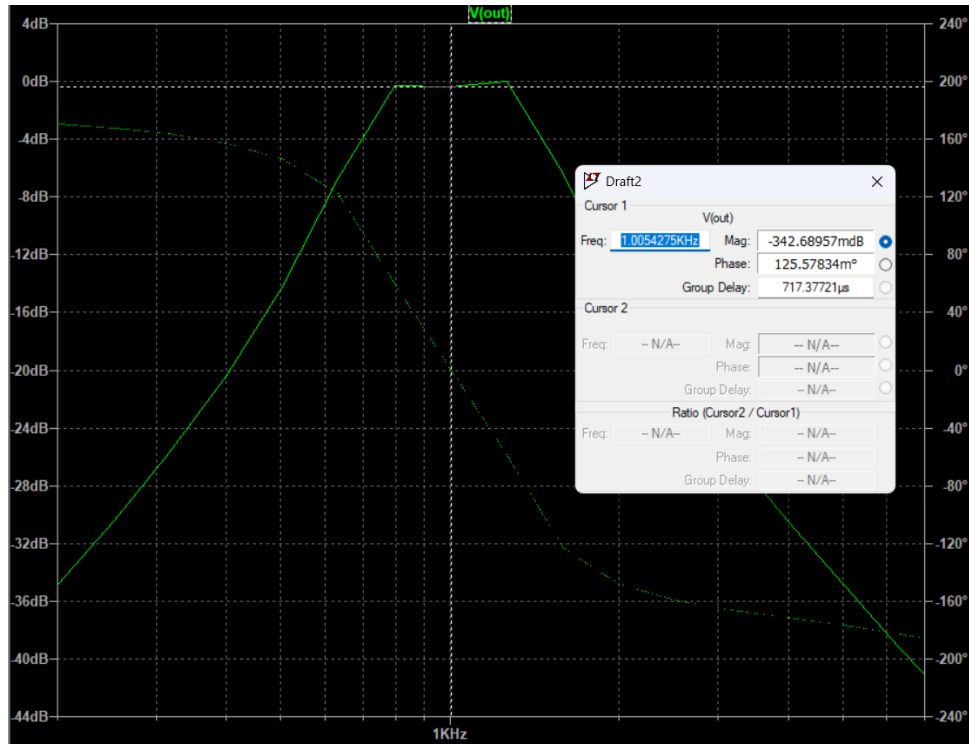


Figura 22: Medición a 470Hz

- Para $f = 470Hz$.

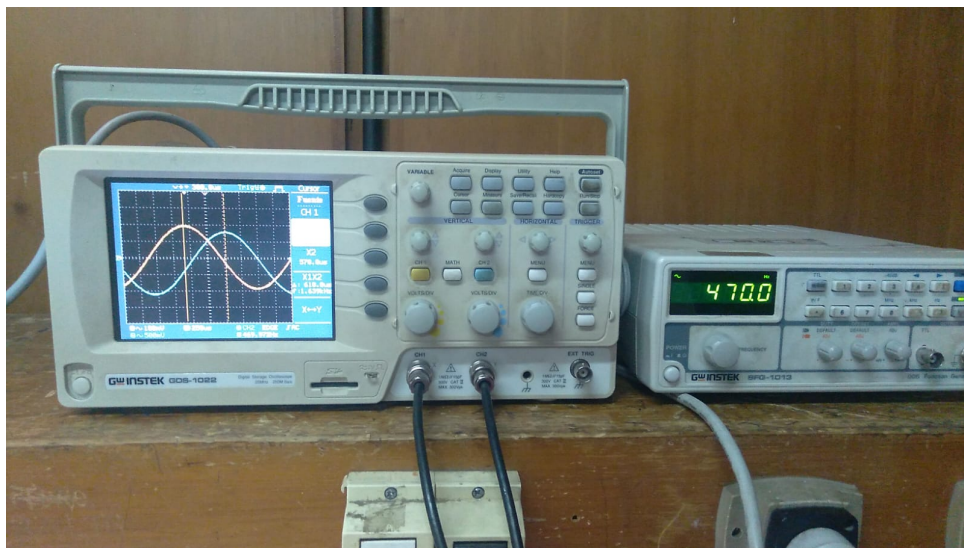


Figura 23: Medición a 470Hz

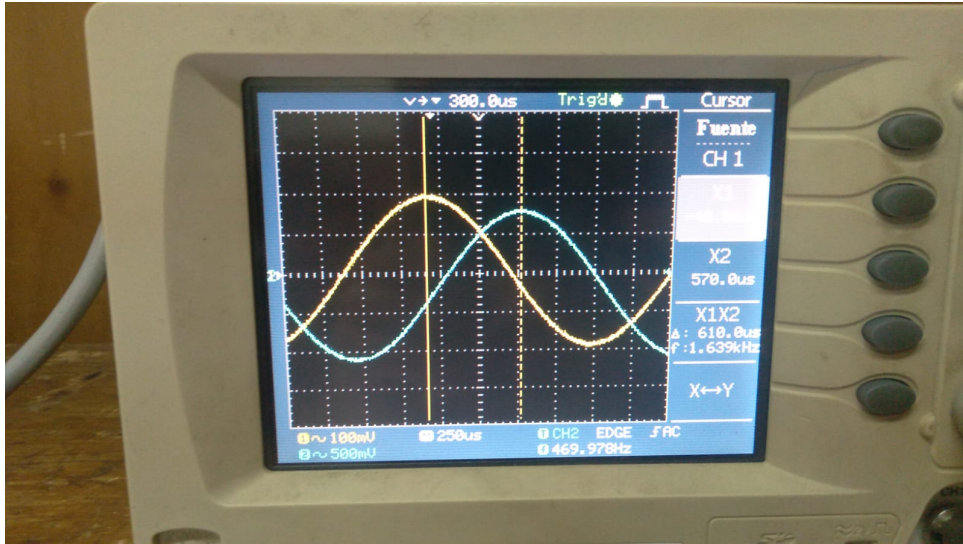


Figura 24: Medición de tiempo desfasaje 470Hz

Para este caso se inyecta una señal de $f = 470Hz$. Se mide un tiempo de $t_d = 2,12\mu s$.

$$\Phi = \frac{t_d}{t_p} 360$$

$$\Phi = \frac{610\mu s}{2,12ms} 360 = 103$$

Contrastado con la simulación se tiene que es desfasaje es aproximadamente $\Phi = 149$, como se observa en la siguiente figura.

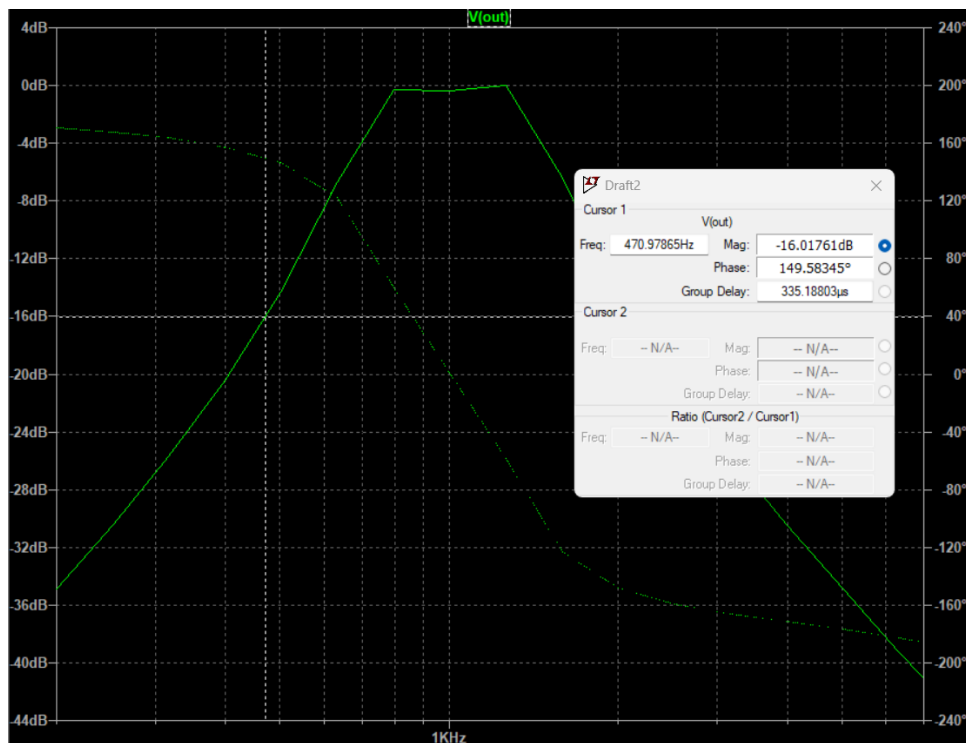


Figura 25: Simulación 470Hz

- Para $f = 1,4KHz$.

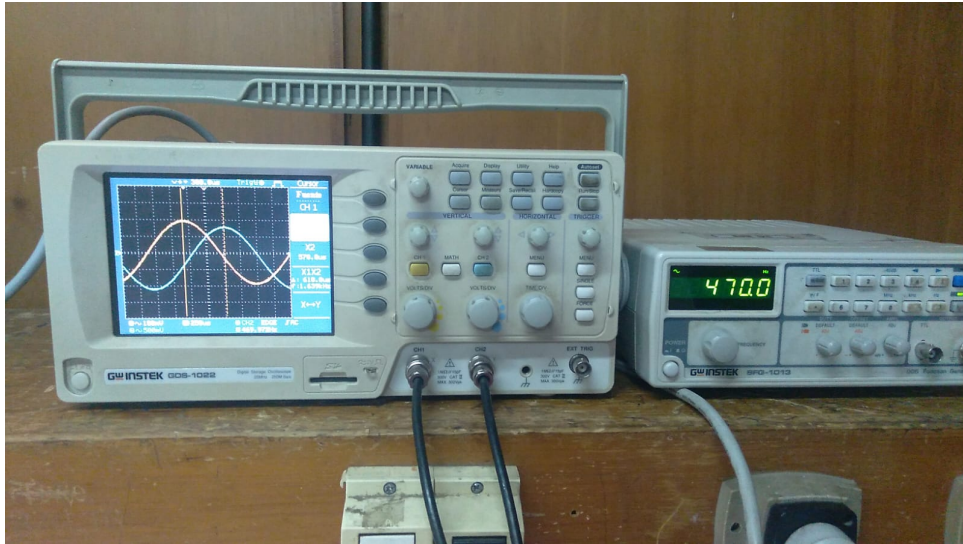


Figura 26: Medición a 1,4KHz

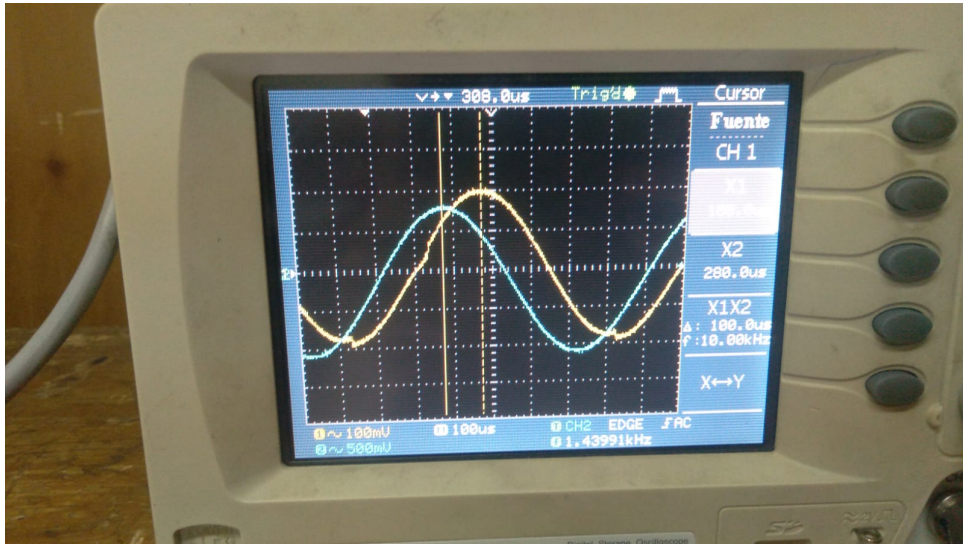


Figura 27: Medición de tiempo desfase 1,4KHz

Para este caso se inyecta una señal de $f = 1,4KHz$. Se mide un tiempo de $t_d = 100\mu s$.

$$\Phi = \frac{t_d}{t_p} 360$$

$$\Phi = \frac{100\mu s}{714\mu s} 360 = 50,4(-)$$

Contrastado con la simulación se tiene que el desfase es aproximadamente $\Phi = 91$, como se observa en la siguiente figura.

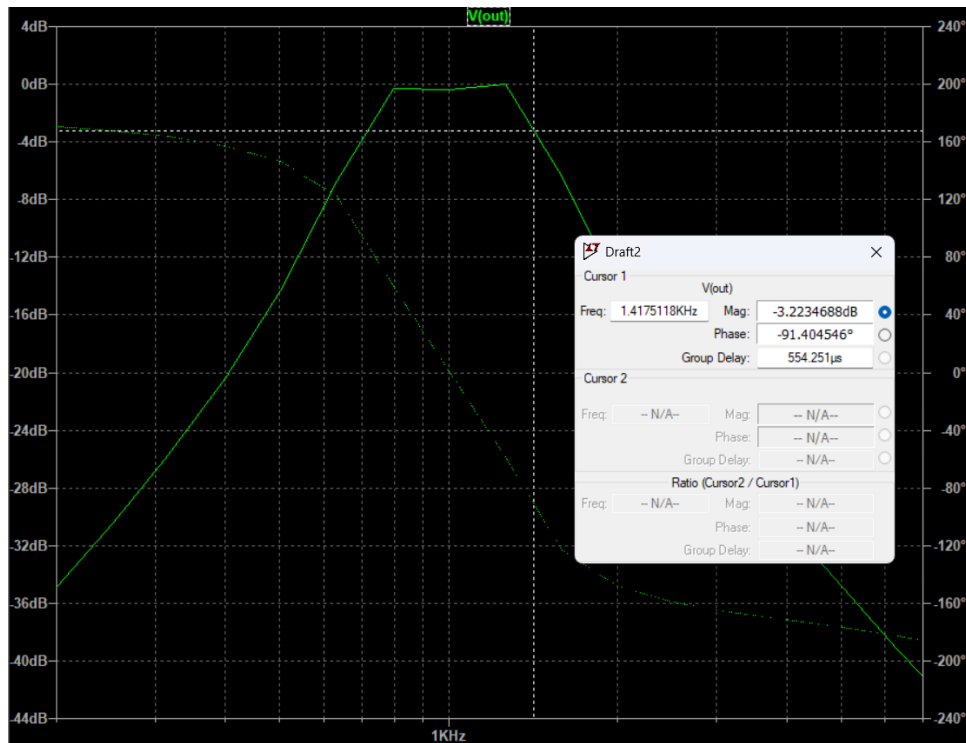


Figura 28: Simulación 1,4KHz

Cabe destacar que se obtuvieron diferencias notables en los valores de ángulos de desfase entre la señal de salida y de entrada debido a que en el circuito medido se tomaron valores capacidad y de resistencia aproximados a los calculados.