

Todas las preguntas tienen la misma ponderación (25%).
Se debe entregar esta hoja con el examen.

1. Disponemos de una especificación en Maude para árboles binarios (**AB**) de números naturales (**N**) con las siguientes operaciones:

Sintaxis	Descripción
<code>arbolVacio : -> AB .</code>	Constante que representa un árbol binario vacío
<code>arbol : N AB AB -> AB .</code>	Devuelve el árbol resultado de colocar el natural representado por el primer parámetro como raíz de un subárbol que tiene como hijo izquierdo el segundo parámetro y como hijo derecho el tercer parámetro
<code>cero : -> N .</code>	Constante que representa el natural cero
<code>sucesor : N -> N .</code>	Devuelve el natural siguiente al parámetro
<code>suma : N N -> N .</code>	Devuelve la suma de los dos parámetros naturales

Estudia y determina el significado de la operación **misterio** cuya especificación se describe a continuación. Esta operación se apoya en otra operación, llamada **auxiliar**, cuya especificación también se facilita:

Sintaxis:

```
op misterio : AB N -> N .
op auxiliar : AB N N -> N .
```

Semántica:

```
var v, n, m : N .
var a1, a2 : AB .

*** Función misterio

eq misterio (arbolVacio, n) = cero .
eq misterio (arbol (v, a1, a2), n) = auxiliar (arbol (v, a1, a2), n, cero) .

*** Función auxiliar

eq auxiliar (arbolVacio, n, m) = cero .
eq auxiliar (arbol (v, a1, a2), n, n) = v .
eq auxiliar (arbol (v, a1, a2), n, m) =
    suma (auxiliar(a1, n, sucesor (m)), auxiliar(a2, n, sucesor (m))) .
```

Hay que describir de forma razonada qué es lo que hacen estas operaciones y mostrar algún ejemplo de su funcionamiento.

Todas las preguntas tienen la misma ponderación (25%).
No se debe entregar esta hoja (te la puedes quedar).

2. Definimos un nuevo tipo de tablas de dispersión, que llamaremos **tablas de dispersión trifásicas**. En este tipo de tablas, cada cubeta tiene siempre 3 huecos. De esta forma, si al insertar un nuevo elemento su cubeta está vacía, se puede insertar; si su cubeta ya tiene 1 elemento, también se puede insertar el nuevo; si tiene 2 elementos, también cabe en la tercera posición; y si ya tiene 3 elementos, no cabe y suponemos que se producirá un mensaje de error. Se pide lo siguiente:
 - a) Define cómo sería el tipo de datos para almacenar tablas de dispersión trifásicas, suponiendo que las claves son de tipo C , los valores de tipo V y la tabla tiene B cubetas. Usando ese tipo de datos, programar las operaciones para insertar un par (C, V) en la tabla y para consultar una clave C en la tabla. Se supone que existe una función de dispersión: $h(C)$ que devuelve un natural de 32 bits.
 - b) Analiza cuánto sería el uso de memoria de una tabla de dispersión trifásica con n elementos y B cubetas. Compara el resultado con la dispersión cerrada y la dispersión abierta, usando algún ejemplo para mostrarlo.
 - c) Discute sobre los tiempos de ejecución de los tres métodos: la dispersión cerrada, la abierta y la trifásica. No hace falta dar una fórmula explícita, solo describir cómo es su tiempo en relación con las otras.
3. Queremos introducir una variante de los árboles AVL, que llamaremos **AVL2**, donde se permite una diferencia de altura 2, en lugar de 1. Es decir, para cada nodo del árbol, la diferencia de alturas entre el subárbol izquierdo y el derecho puede ser como máximo 2. Se pide lo siguiente:
 - a) Muestra cómo sería el peor caso del AVL2 de alturas $h = 0, 1, 2, 3, 4$ y 5 . A partir de eso, indica cómo sería el caso general para el número de nodos en el peor caso de un árbol AVL2 de altura h , es decir, $N(h)$.
 - b) En los AVL, comprobamos en clase mediante el cálculo de alturas que si se produce un desbalanceo de tipo Izquierda-Izquierda en la raíz, A , se puede solucionar mediante una RSI(A). Comprueba mediante el cálculo de alturas si el desbalanceo Izquierda-Izquierda en un AVL2 también se soluciona mediante una RSI.
 - c) Muestra cómo sería la inserción de los siguientes elementos en un AVL y en un AVL2, indicando los casos de desbalanceo y las rotaciones aplicadas. Sobre un árbol vacío, se insertan los elementos: 62, 32, 14, 87, 75, 68, 70. Compara los resultados de ambos tipos de árboles.
4. En Ganímedes se ha descubierto un laberinto con n celdas. Lo tenemos modelado como un grafo no dirigido representado como una matriz simétrica de $n \times n$ booleanos $A[i,j]$ que representa la adyacencia entre pares de celdas. En la celda g se encuentra perdido Gervasio, el intrépido astronauta de Torre Pacheco, que puede moverse a una velocidad de 1 movimiento por día. En otra celda t hay un foco de contagio (la temible Tripichurla, cuya infección te convierte en un cani trianero) que se extiende en paralelo como una plaga en todas las direcciones posibles a una velocidad de 2 días por movimiento (es decir, si empezamos el día 0, se mueve solo los días pares). Gervasio tiene que sobrevivir D días dentro del laberinto sin que le pille la plaga (pues ese día será rescatado del laberinto, en cualquier celda que se encuentre). En cada día, Gervasio puede decidir moverse o no a cualquier celda adyacente. La plaga, como hemos visto, se extenderá siempre a todas las celdas adyacentes (a partir de su posición inicial) pero solo cada dos días.

Nuestra misión es encontrar los movimientos que Gervasio debe hacer (o no) para garantizar que al cabo de D días, cuando llegue la misión de rescate, se encuentre en una casilla a la que aún no haya llegado la plaga, si eso es posible. Razona y escribe un algoritmo para resolver el problema de forma eficiente.